

<빠른 정답>

1	②	2	④	3	④	4	①	5	①
6	③	7	⑤	8	①	9	③	10	①
11	②	12	⑤	13	④	14	③	15	②
16	⑤	17	③	18	②	19	⑤	20	④
21	①	22	5	23	2	24	8	25	3
26	12	27	144	28	288	29	26	30	20

<해설>

1. 정답 ②

$$8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}}, \quad 9 = (3^2)^{-2} \text{이므로}$$

$$8^{\frac{1}{3}} \times 9^{-2} = (2^3)^{\frac{1}{3}} \times (3^2)^{-2} = 2 \times 3^{-4}$$

$$= \frac{2}{81}$$

2. 정답 ④

$$A \cap B = \emptyset \text{이므로 } A - B = A \text{이다.}$$

$$\therefore n(A - B) = n(A) = 5$$

3. 정답 ④

$$\log_2 \sqrt{6} - \frac{1}{2} \log_2 3 = \frac{1}{2} (\log_2 6 - \log_2 3)$$

$$= \frac{1}{2} \log_2 \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2}$$

$$\therefore \log_2 \sqrt{6} - \frac{1}{2} \log_2 3 = \frac{1}{2}$$

4. 정답 ①

$$\frac{a_3}{a_1} = 4, \quad a_3 = a_1 r^2 = 4a_1 \text{이므로}$$

$$r^2 = 4, \quad r > 0 \text{이고 } r = 2 \text{이다.}$$

$$a_2 = a_1 r = 3, \quad a_5 = a_1 r^4 \text{이므로}$$

$$\therefore a_5 = 24$$

5. 정답 ①

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1}-n}{\sqrt{n^2-1}-n} \text{은 } \frac{\infty-\infty}{\infty-\infty} \text{ 꼴 이므로}$$

유리화하면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1}-n}{\sqrt{n^2-1}-n} \times \frac{\sqrt{n^2+1}+n}{\sqrt{n^2+1}+n} \times \frac{\sqrt{n^2+1}-n}{\sqrt{n^2-1}-n}$$

$$= \frac{-1}{1} \times \frac{\sqrt{n^2-1}+n}{\sqrt{n^2-1}+n} \text{이므로}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1}-n}{\sqrt{n^2-1}-n} = - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1}+n}{\sqrt{n^2-1}+n}$$

$$= - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\frac{n^2+1}{n^2}+1}}{\sqrt{\frac{n^2-1}{n^2}+1}} = -1$$

6. 정답 ③

{1, 2, 3, 4}라 하면
2개의 집합으로 분할하는 방법은
(i) {1}, {2, 3, 4}와 같이 원소의 개수가
1개, 3개인 경우
(ii) {1, 2}, {3, 4}와 같이 원소의 개수가
2개, 2개인 경우
(i)의 경우는 ${}_4C_1$
(ii)의 경우는 ${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$
 \therefore 2개의 집합으로 분할하는 방법 : 7가지

7. 정답 ⑤

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{k^2}{k+1} - \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k+1} = \sum_{k=1}^{10} \frac{k^2-1}{k+1} = \sum_{k=1}^{10} (k-1)$$

$$= \frac{10(1+10)}{2} - 1 \times 10 = 45$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} \frac{k^2}{k+1} - \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k+1} = 45$$

8. 정답 ①

$$n=1 \quad \frac{1 \cdot 2}{2} = 1 \quad a_1 = 1$$

$$n=2 \quad \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \quad a_2 = 0$$

$$n=3 \quad \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \quad a_3 = 0$$

$$n=4 \quad \frac{4 \cdot 5}{2} = 10 \quad a_4 = 1$$

$$n=5 \quad \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \quad a_5 = 0$$

$$n=6 \quad \frac{6 \cdot 7}{2} = 21 \quad a_6 = 0$$

$$n=7 \quad \frac{7 \cdot 8}{2} = 28 \quad a_7 = 1$$

$$a_n = (a_1 + a_2 + a_3) + (a_4 + a_5 + a_6) + \dots + (a_{28} + a_{29} + a_{30}),$$

$$\sum_{n=1}^{30} (a_1 + a_2 + a_3) + (a_4 + a_5 + a_6) + \dots + (a_{28} + a_{29} + a_{30})$$

$$= 10$$

일반적으로 $\frac{n(n+1)}{2} = 3k+r$ (단, $0 \leq r < 3$) 에서

$$n = 6k' \text{ 이면 } \frac{6k'(6k'+1)}{2} = 3k'(6'+1) \text{ 이므로}$$

$$a_n = 0$$

$$n = 6k' + 1 \text{ 이면}$$

$$\frac{(6k'+1)(6k'+2)}{2} = (6k'+1)(3k'+1) = 18(k')^2 + 9k' + 1$$

$$\text{이므로 } a_n = 1$$

$$n = 6k' + 2 \text{ 이면}$$

$$\frac{(6k'+2)(6k'+3)}{2} = 3(3k'+1)(2k'+1) \text{ 이므로 } a_n = 0$$

$$n = 6k' + 3 \text{ 이면}$$

$$\frac{(6k'+3)(6k'+4)}{2} = 3(2k'+1)(3k'+2) \text{ 이므로 } a_n = 0$$

$$n = 6k' + 4 \text{ 이면}$$

$$\frac{(6k'+4)(6k'+5)}{2} = (3k'+2)(6k'+5)$$

$$= 18(k')^2 + 27k' + 10 \text{ 이므로 } a_n = 0$$

$$n = 6k' + 5 \text{ 이면}$$

$$\frac{(6k'+5)(6k'+6)}{2} = 3(6k'+5)(k'+1) \text{ 이므로 } a_n = 0$$

$$\text{따라서 } \sum_{k=1}^{30} a_n = (a_1 + \dots + a_6) + \dots + (a_{25} + \dots + a_{30}) = 10$$

이다.

9. 정답 ③

$f(x)$ 는 다항함수이므로 모든 실수에서 연속이고,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x-1)}{x^2-1} \text{ 에서 } x-1=t \text{로 두면}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(t)}{(t+2) \cdot t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t+2} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(t)}{t}$$

$$= 6$$

10. 정답 ①

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1^-} f(-x)$$

$$= 2 \times (-1) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 0^+} f(-x)$$

$$= 1 \times 0 = 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -2$$

11. 정답 ②

주의의 온도 $S=15$, 처음온도 $T_0=95$,

$t=5$, 5분이 지난 후 온도 $T=35$ 이므로

$$35 = 15 + (95 - 15)2^{5k}, \quad 2^{5k} = \frac{1}{4} \text{ 이고 } k = -\frac{2}{5} \text{ 이다.}$$

따라서 물체의 온도 $T=20$ 일 때,

$$20 = 15 + (35 - 15)2^{-\frac{2}{5}t} \text{ 이므로}$$

$$\therefore -\frac{2}{5}t = -2, \quad t = 5$$

12. 정답 ⑤

$(f \circ f)(x) = x, \quad f = f^{-1}$ 이므로

$$a=3, \quad f(x) = \frac{3x+b}{2x-3}, \quad f(1) = \frac{3+b}{-1} = 2,$$

$$f(1) = \frac{3+b}{-1} = 2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore b = -5$$

13. 정답 ④

두 수의 합이 짝수가 되려면

짝수+짝수, 홀수+홀수가 되어야 한다.

따라서 $A+B$ 의 모든 자릿수가 짝수가 되려면

A 는 천의 자리부터 차례대로

짝수, 홀수, 홀수, 짝수 또는

홀수, 짝수, 짝수, 짝수가 되어야 한다.

(i) 짝수, 홀수, 홀수, 짝수인 경우 : $2! \times 2! = 4$

(ii) 홀수, 짝수, 짝수, 짝수인 경우 : $2! \times 2! = 4$

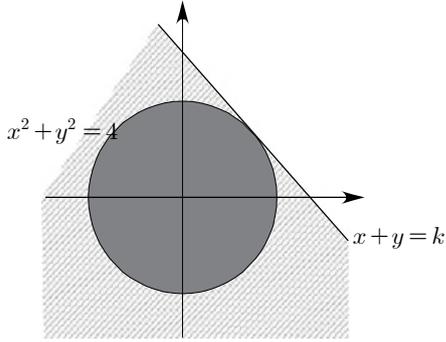
$\therefore A$ 의 개수 = 8개

14. 정답 ③

P 의 진리집합은 $x^2 + y^2 = 4$ 의 내부이고

Q 의 진리집합은 $y = -x + k$ 의 아랫부분이다.

좌표평면에 나타내면



이므로 k 가 최소일 때는 $y = -x + k$ 의 y 절편 값이 최소일 때 이므로 1사분면에서 접할 때이다.
 $\therefore k = 2\sqrt{2}$

15. 정답 ②

$t^4 = g(t)$ 에서

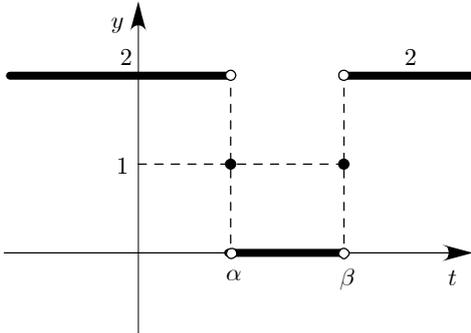
$g(t) > 0$ 이면 t 의 개수는 2개

$g(t) = 0$ 이면 t 의 개수는 1개

$g(t) < 0$ 이면 t 의 개수는 0개 이다.

따라서 $g(t) = 0$ 의 근을 α, β 라 하면

$f(t)$ 의 그래프는 아래와 같이 그려진다.



\therefore 불연속점의 개수=2개

16. 정답 ⑤

주어진 원의 방정식 $x^2 + y^2 = n^2$ 과

주어진 이차함수 $y = \frac{1}{1-n}x^2 + n$ 와

교점을 구하면

$$(1-n)(y-n) + y^2 = n^2,$$

$$y^2 - (n-1)y - n = 0 \text{ 이므로}$$

$$y = n, -1 \text{ 이다.}$$

따라서 $\frac{l_n}{2} = \sqrt{n^2 - 1}$, $l_n = 4\sqrt{n^2 - 1}$ 이다.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{l_n^2} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{4} \times \frac{1}{(n+1)(n-1)}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$= \frac{1}{8} \times \left(1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{16}$$

$$\therefore \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{l_n^2} = \frac{3}{16}$$

17. 정답 ③

$y = f(f(f(x)))$ 의 그래프는

<<그림>>

이므로

$y = 0$ 일 때, x 좌표의 합은 $0 + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + 1$ 이고

$y = \frac{2}{3}$ 일 때, x 좌표의 합은 $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{5}{4} + \frac{7}{4}$ 이다.

$$\therefore \text{모든 원소의 합} = \frac{13}{2}$$

18. 정답 ②

(i) $\frac{a_{m+1}}{a_m} = \frac{m+2}{m}$, $a_{m+1} = \frac{m+2}{m} a_m$ 이고

$$\frac{1}{a_{m+1}} = \frac{m}{m+2} \times \frac{1}{a_m} \text{ 이므로 (가)} = \frac{m}{m+2} \text{ 이다.}$$

(ii) $\frac{m}{m+2} \times \frac{m-1}{m+1} \times \frac{m-2}{m} \times \dots \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{(m+2)(m+1)} = \frac{1}{(m^2+3m+2)} \text{ 이므로}$$

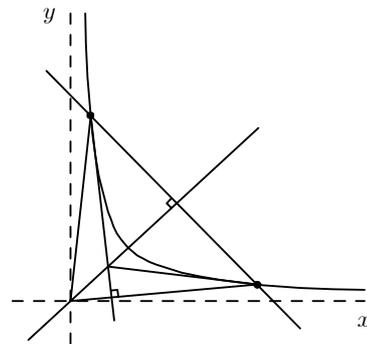
(나) $= \frac{1}{m^2+3m+2}$ 이다.

(iii) $\frac{1}{m+1} + \frac{1}{(m+2)(m+1)}$

$$= \frac{1}{m+2} \left(\frac{m+2}{m+1} + \frac{1}{m+1} \right) \text{ 이므로 (다)} = \left(\frac{m+3}{m+1} \right)$$

$$\therefore f(2) \times g(2) \times h(2) = \frac{5}{72}$$

19. 정답 ⑤



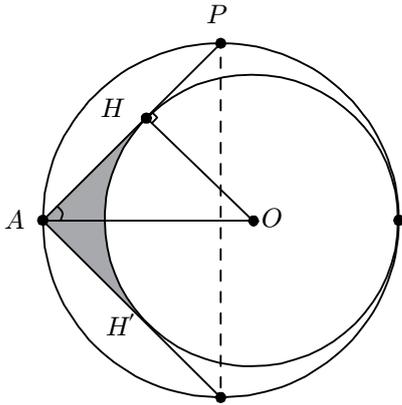
$y = 1 + \frac{k}{x-2}$ 의 그래프는 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를

x 축으로 2만큼 y 축으로 1만큼 평행이동한 그래프이므로 $y=x-1$ 에 대하여 대칭이다. 따라서 P, Q 의 x 좌표를 각각 x_1, x_2 라 하면 $x_1+x_2=8, x_1 \times x_2=15$ 이므로 $x_1=3, x_2=5$ 점 A 를 $(2, 1)$ 라 두면 원은 세 점 A, P, Q 를 지나므로 $\triangle APQ$ 의 외접원이다. 따라서 원의 중심은 각 변의 수직이등분선의 교점이고 원의 반지름은 원의 중심과 점 A 까지의 거리로 나타낼 수 있다.

원의 중심은 $y=x-1$ 과 $y=-3\left(x-\frac{7}{2}\right)+\frac{3}{2}$ 의 교점이므로 반지름은 $(2, 1)$ 과 $\left(\frac{13}{4}, \frac{9}{4}\right)$ 의 거리이다.

$$\therefore r = \frac{5\sqrt{2}}{4}$$

20. 정답 ④



원 C_2 의 중심을 O , 선분 AP 와 원 C_2 가 만나는 점을 H 라고 두면 $\triangle AHO$ 는 직각이등변삼각형이다. 따라서 원 C_n 의 반지름을 r_n 이라 하면 선분

AO 의 길이는 $\frac{2}{\sqrt{2}}r_2$ 이고

$$\frac{2}{\sqrt{2}}r_2 + r_2 = 2r_1 \text{ 이고 } \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 4(\sqrt{2}-1)^2 \text{ 이다.}$$

이제 S_1 을 구하자.

정사각형 $OHAH'$ 의 넓이에서 부채꼴 OHH' 의 넓이를 빼면 되므로

$$S_1 = (r_2)^2 - \frac{1}{4}\pi(r_2)^2 = 4(3-2\sqrt{2})\left(1-\frac{\pi}{4}\right) \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{S_1}{(1-r^2)} = \frac{4}{7}(2\sqrt{2}+1)\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$$

21. 정답 ①

i) $n(A \cap B) = 2$ 이므로 집합 B 의 원소 중에서 $A \cap B$ 의 원소가 아닌 것을 α, β, γ 라고 하면 조건 (나)에서 의해서 $\alpha + \beta + \gamma$ 는 일단 자연수가 되어야 한다. 그런데 a_i (단, $i=1, 2, \dots, 5$)는 자연수이고 $a_1 = 1$ 인 경우를 제외하면 $\log_2 a_i > 0$ 이므로 a_i 는 모두 2^k 꼴의 자연수이어야 한다.

ii) $a_5 \geq 2^7$ 이라고 가정하면 조건 (나)에 모순. 따라서 a_5 의 값으로 가능한 최댓값은 2^6 이다.

$a_5 \leq 2^5$ 이면 집합 A 의 모든 원소의 합으로 가능 최댓값은 $\sum_{k=1}^5 2^k = 2^6 - 2 = 62$ 이고 집합 B 의 모든 원소의 합으로 가능한 최댓값은

$$\sum_{k=1}^5 k = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 = 15 \text{ 이므로 조건 (나)를 만족}$$

시킬 수 없다. 따라서 $a_5 = 2^6$ 이다.

iii) $a_5 = 2^6$ 이므로 $6 \in B$ 이고 $\log_2 a_i < \log_2 a_5$ 이므로 집합 B 의 나머지 원소로 가능한 것은 $0, 1, 2, 3, 4, 5$ 이다. 그런데 $n(A \cap B) = 2$ 이므로 $A \cap B$ 의 원소로 가능한 것은 $1, 2, 4$ 이다.

따라서 집합 A 는 집합 $\{2^0, 2^1, 2^2\}$ 에서 2개를 선택하고 집합 $\{2^3, 2^4, 2^5\}$ 에서 2개를 선택하여 구성할 수 있다. 이때 만약에 $a_4 = 2^5$ 이라면 $2^6 + 2^5 + 6 + 5 = 107$ 이므로 조건 (나)에 모순.

그러므로 $a_5 = 2^6, a_4 = 2^4, a_3 = 2^3$ 이며 $6, 4, 3$ 은 집합 B 의 원소이다. 이때 $4 \notin (A \cap B)$ 즉

$4 \notin A$ 가 이면 $A = \{2^0, 2^1, 2^3, 2^4, 2^6\}$ 인데

$a_i = \log_2 a_i$ 일 수 없으므로 $n(A \cap B) = 2$ 가 될 수 없어서 모순. 따라서 $a_2 = 2^2$ 이다.

$$\therefore a_2 + \log_2 a_3 = 7$$

참고로 조건을 만족하는 집합은

$$A = \{2, 4, 8, 16, 64\}, B = \{1, 2, 3, 4, 6\} \text{ 이다.}$$

22. 정답 : 5

$${}_n P_2 = n(n-1) \text{ 이므로 } n(n-1) = 20$$

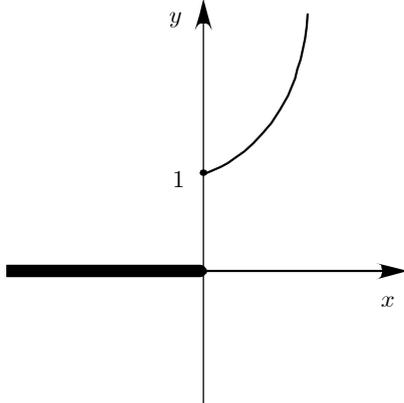
$$n^2 - n - 20 = (n-5)(n+4) = 0$$

$$\therefore n = 5$$

23. 정답 : 2

P 의 진리집합이 $x \leq -3$ 또는 $x > 5$ 이므로
 $\sim P$ 의 진리집합은 $-3 < x \leq 5$ 이다.
 따라서 Q 의 진리집합은 $a \leq -3, b \geq 5$ 이다.
 $\therefore M = -3, m = 5, M + m = 2$

24. 정답 : 8



$y = f(x)$ 는 $x = 0$ 에서 불연속이고
 $h(x)$ 는 모든 실수에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} h(x) = h(0) \text{이다.}$$

따라서 $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \alpha$ 라 두면

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 1 - \alpha,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = -3 \text{이고}$$

$$h(0) = f(0) - g(0) = 1 - g(0) \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \alpha = 4, \quad g(0) = 4 \text{이다.}$$

$$\therefore g(0) + \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 8$$

25. 정답 : 3

주어진 급수가 수렴하므로

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{n \times 2^n} - 3 \right) = 0 \text{이고 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n \times 2^n} = 3 \text{이다.}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{(2n+1) \times 2^{n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n \times n \times 2^n}{(2n+1) 2^{n-1} \times n \times 2^n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n \times 2^n} \times \frac{n}{2n+1} \times \frac{2^n}{2^{n-1}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n \times 2^n} \times \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+1} \times \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{2^{n-1}}$$

$$= 3 \times \frac{1}{2} \times 2 = 3$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{(2n+1) \times 2^{n-1}} = 3$$

26. 정답 : 12

$y = \sqrt{kx}$ 의 그래프를 그려보면

(1, 1)을 지날 때가 최소임으로 $m = \frac{1}{5}$ 이다.

이 때, (5, 1)을 지날 때 $k = 1$ 이고

(5, 2)를 지날 때 $k = \frac{4}{5}$ 이므로 최대는 (5, 1)를
 지날 때 최대이다.

$$\therefore M + m = \frac{6}{5}, \quad 10(M + m) = 12$$

27. 정답 : 144

사각형 $P_n P_{n+1} Q_{n+1} Q_n$ 은 사다리꼴이고

$$\overline{P_n Q_n} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}$$

$\overline{P_{n+1} Q_{n+1}} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ 이므로 사다리꼴의 면적

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times \left\{ \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$\sum_{n=2}^{10} S_n = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \dots \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} \right) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} \right) \right\}$$

$$\therefore 220 \sum_{n=2}^{10} S_n = 220 \times \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right)$$

$$= 144$$

28. 정답 : 288

남자가 자리에 앉으면 자동으로 맞은편은 여자의
 자리가 되므로

(i) 첫 번째 줄에 남자가 3명 앉는 경우

$${}_3C_3 \times {}_3P_3 \times 3! = 36 \text{가지}$$

(ii) 첫 번째 줄에 남자가 2명 앉는 경우

$${}_3C_2 \times {}_3P_2 \times 3! = 108 \text{가지}$$

(iii) 첫 번째 줄에 남자가 1명 앉는 경우

$${}_3C_1 \times {}_3P_1 \times 2! \times 3! = 108 \text{가지}$$

(iv) 첫 번째 줄에 남자가 앉지 않는 경우

$${}_3C_0 \times {}_3P_0 \times 3! \times 3! = 36 \text{가지}$$

이므로 총 경우의 수는 288가지 이다.

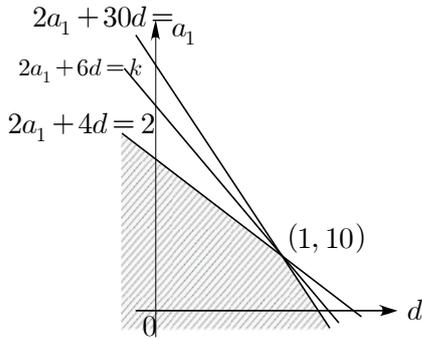
29. 정답 : 26

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫항을 a_1 , 공차를 d 라 할 때

(나)에서 $2a_1 + 30d \leq 40$ 이고

(다)에서 $2a_1 + 4d \leq 24$ 이다.

y 축이 a_1 축이고 x 축이 d 축인 좌표평면에 주어진 식을 나타내게 되면 아래와 같다.



$a_3 + a_5 = 2a_1 + 6d$ 의 최댓값을 k 라 하면

$2a_1 + 6d = k$ 이고

$2a_1 + 30d = 40$, $2a_1 + 4d = 24$ 의 교점을 지날 때 최대이다.

교점의 좌표는 $a_1 = 10$, $d = 1$ 이다.

$\therefore a_3 + a_5$ 의 최댓값 = 26

30. 정답 : 20

$f(n+2) - f(n+1) = f(n+1) - f(n)$ 이므로

$f(1), f(2), f(3)$ 또는 $f(2), f(3), f(4)$ 또는 $f(3), f(4), f(5)$ 가 등차수열을 이루어야 한다.

등차수열을 이룰 수 있는 경우 (단 $d > 0$)

$d = 2$ 일 때 $\{1, 3, 5\}$

$d = 1$ 일 때 $\{1, 2, 3\}, \{2, 3, 4\}, \{3, 4, 5\}$ 이다.

이제

(1) $d = 2$ 일 때 $f(1) = 1$ 또는 $f(2) = 1$ 또는 $f(3) = 1$ 인 경우 3가지

이 3가지 경우 각각에 대하여 나머지를 배열하는 경우의 수 $2!$ 이므로 $d = 2$ 일 때 경우의 수는 $3 \times 2!$ 이다.

(2) $d = 1$ 일 때 $f(1), f(2), f(3)$ 이 등차수열인 경우와 $f(2), f(3), f(4)$ 가 등차수열인 경우의 교집합이 있을 수 있으므로 다음과 같이 경우를 구분한다.

case1) $f(1), f(2), f(3), f(4), f(5)$ 가 등차수열

\Rightarrow 1가지

case2) $f(1), f(2), f(3), f(4)$ 또는

$f(2), f(3), f(4), f(5)$ 만 등차수열

$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	$f(4)$	$f(5)$	가능여부
1	2	3	4	5	불가능
5	1	2	3	4	가능
2	3	4	5	1	가능
1	2	3	4	5	불가능

\Rightarrow 2가지

case3) $f(1), f(2), f(3)$ 만 등차수열

$f(2), f(3), f(4)$ 만 등차수열

$f(3), f(4), f(5)$ 만 등차수열 일 때,

$f(1)$	$f(2)$	$f(3)$	$f(4)$	$f(5)$	가능여부
1	2	3	4	5	불가능
1	2	3	5	4	가능
4	1	2	3	5	가능
5	1	2	3	4	불가능
4	5	1	2	3	가능
5	4	1	2	3	가능
2	3	4	1	5	가능
2	3	4	5	1	불가능
1	2	3	4	5	불가능
5	2	3	4	1	가능
1	5	2	3	4	가능
5	1	2	3	4	불가능
3	4	5	1	2	가능
3	4	5	2	1	가능
1	3	4	5	2	가능
2	3	4	5	1	불가능
1	2	3	4	5	불가능
2	1	3	4	5	가능

\Rightarrow 11가지

case1), 2), 3)에서 가능한 경우

$= 1 + 2 + (4 + 3 + 4) = 14$

\therefore 함수 f 의 개수 : $6 + 14 = 20$ 개