

고지우의 **난문현답**

제 1 일

1. 2017년 9월 평가원
2. 2015년 수능
3. 2014년 6월 평가원
4. 2014년 사관학교
5. 2013년 6월 평가원
6. 2010년 10월 교육청
7. 2011년 수능
8. 2015년 7월 교육청
9. 2009년 6월 평가원
10. 2009년 경찰대

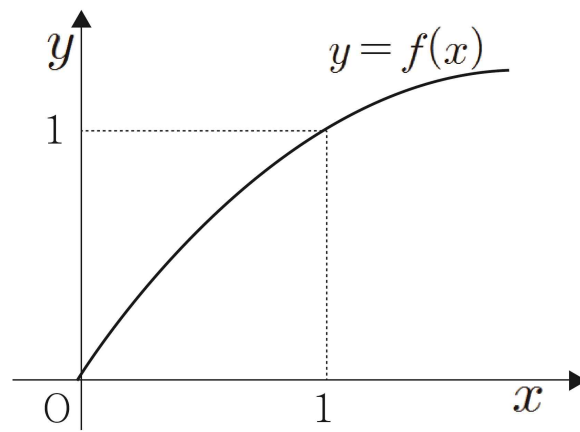
1. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족한다.

(가) $\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$
 (나) $g(x) = \frac{4}{e^4} \int_1^x e^{t^2} f(t) dt$

$f(1) = \frac{1}{e}$ 일 때, $f(2) - g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{16}{3e^4}$ ② $\frac{6}{e^4}$ ③ $\frac{20}{3e^4}$
 ④ $\frac{22}{3e^4}$ ⑤ $\frac{8}{e^4}$

2. 다음은 연속함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다.



구간 $[0, 1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가 존재하고 연속일 때, 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ g\left(\frac{k}{n}\right) - g\left(\frac{k-1}{n}\right) \right\} \frac{k}{n}$ 와 같은 값을 갖는 것은? [4점]

- ① $\int_0^1 g(x) dx$
 ② $\int_0^1 xg(x) dx$
 ③ $\int_0^1 f(x) dx$
 ④ $\int_0^1 xf(x) dx$
 ⑤ $\int_0^1 \{f(x) - g(x)\} dx$

3. 함수 $f(x) = \frac{1}{1+x}$ 에 대하여

$$F(x) = \int_0^x t f(x-t) dt \quad (x \geq 0)$$

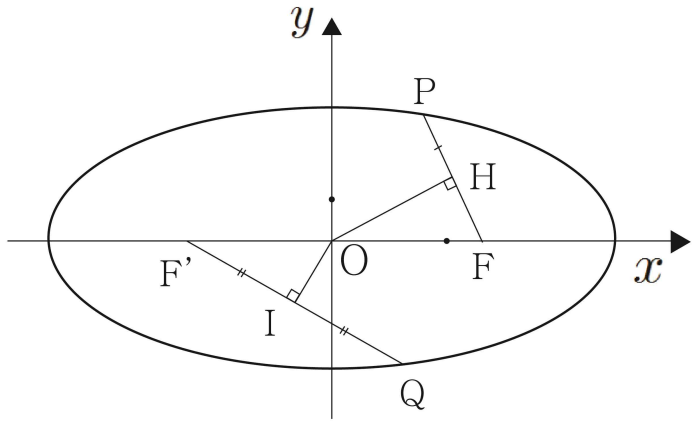
일 때, $F'(a) = \ln 10$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오.
[4점]

4. 함수 $f(x) = x \sin x$ 에 대하여 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

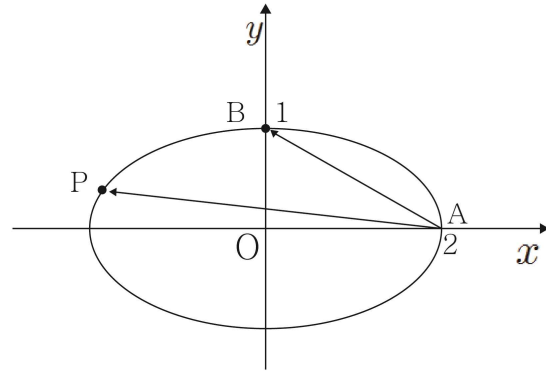
- ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극솟값을 갖는다.
- ㄴ. 직선 $y=x$ 는 곡선 $y=f(x)$ 에 접한다.
- ㄷ. 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극댓값을 갖는 a 가 구간 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{4}\pi)$ 에 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

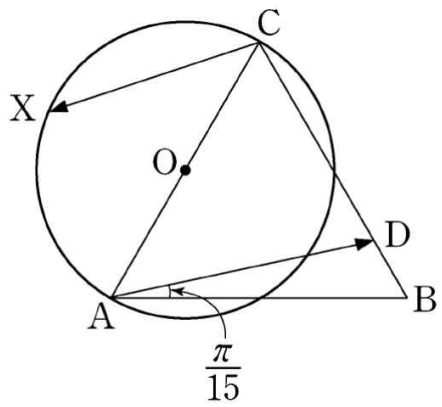
5. 두 점 $F(5,0)$, $F'(-5,0)$ 을 초점으로 하는 타원 위의 서로 다른 두 점 P, Q 에 대하여 원점 O 에서 선분 PF 와 선분 QF' 에 내린 수선의 발을 각각 H 와 I 라 하자. 점 H 와 점 I 가 각각 선분 PF 와 선분 QF' 의 중점이고 $\overline{OH} \times \overline{OI} = 10$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이를 l 이라 하자. l^2 의 값을 구하시오. (단, $\overline{OH} \neq \overline{OI}$) [4점]



6. 두 점 $A(2,0)$, $B(0,1)$ 와 타원 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP}$ 가 최대가 되는 점 P 에서의 접선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



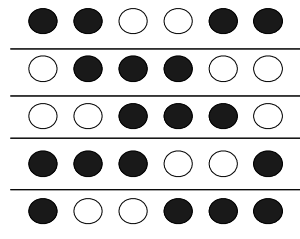
7. 그림과 같이 평면 위에 정삼각형 ABC와 선분 AC를 지름으로 하는 원 O가 있다. 선분 BC 위의 점 D를 $\angle DAB = \frac{\pi}{15}$ 가 되도록 정한다. 점 X가 원 O 위를 움직일 때, 두 벡터 $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CX}$ 의 내적 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CX}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 X를 점 P라 하자. $\angle ACP = \frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



8. 검은 바둑돌 ● 과 흰 바둑돌 ○을 일렬로 나열하였을 때 이웃한 두 개의 바둑돌의 색이 나타낼 수 있는 유형은 다음과 같이 4가지이다.

	●●	●○	○●	○○
	< A형 >	< B형 >	< C형 >	< D형 >

예를 들어, 6개의 바둑돌을 <A형> 2번, <B형> 1번, <C형> 1번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 아래와 같이 5이다.



10개의 바둑돌을 <A형> 4번, <B형> 2번, <C형> 2번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 검은 바둑돌과 흰 바둑돌은 각각 10개 이상씩 있다.) [4점]

9. A, B 두 사람이 하루에 한 번씩 탁구 경기를 하기로 하였다. 첫 경기부터 A가 이긴 횟수가 B가 이긴 횟수보다 항상 많거나 같도록 유지되면서 경기가 진행될 때, 처음 7일 동안 경기를 치른 결과, A가 네 번 이기고 B가 세 번 이기는 경우의 수를 구하시오. [4점]

10. 10보다 큰 자연수 n 에 대하여 집합 $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 두 부분집합 X 와 Y 를 택할 때, $n(X \cap Y) = 1$ 인 경우의 수는? (단, $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수)

① $\sum_{k=1}^n {}_n C_k 2^{n-k}$

② $\sum_{k=1}^n {}_n C_k 2^{n-k-1}$

③ $\sum_{k=1}^n n \cdot {}_n C_k 2^{n-k}$

④ $\sum_{k=1}^n k \cdot {}_n C_k 2^{n-k-1}$

⑤ $\sum_{k=1}^n k \cdot {}_n C_k 2^{n-k}$

1일차 과제

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^{\sqrt{x}} e^t dt$ 의 값을 구하여라.

3. 정적분을 이용하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n^2} \sqrt{n^2 - k^2}$ 의 값을 구하여라.

2. 정적분 $\int_0^{\ln 2} x^2 e^x dx$ 의 값을 구하면?

- ① $2(\ln 2)^2 - 4\ln 2 + 2$
- ② $2(\ln 2)^2 - 4\ln 2$
- ③ $(\ln 2)^2 - 4\ln 2 + 2$
- ④ $(\ln 2)^2 - 4\ln 2$
- ⑤ $(\ln 2)^2 - 4\ln 2 - 2$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$ 의 값을 구하여라.

1일차 과제

5. 함수 $f(x) = 3^x$ 일 때, 정적분

$$\int_0^1 \{f(x) + f(2-x)\} dx$$

의 값을 구하여라.

7. 함수 $f(x) = \sin x + \sin 2x \cos x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)의 최댓값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1
④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

6. 정적분 $\int_{-2}^2 \frac{1}{e^x + 1} dx$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

8. 함수 $f(x) = e^{-2x^2}$ 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

| 보기 |

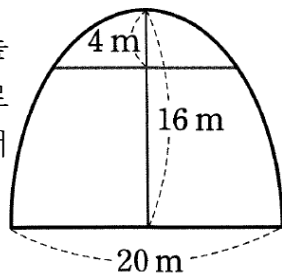
- ㄱ. $y = f(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이다.
ㄴ. 치역은 $\{y \mid y \leq 1\}$ 이다.
ㄷ. $y = f(x)$ 의 그래프의 변곡점은 3개다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

1일차 과제

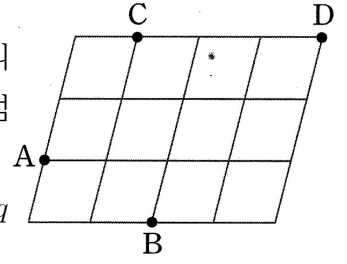
9. 타원 $3x^2 + 2y^2 = 6$ 의 두 초점을 F, F' 이라 할 때, 타원 위의 점 P 에 대하여 $\overline{FP}^2 + \overline{F'P}^2$ 의 최솟값을 구하여라.

10. 오른쪽 그림과 같이 폭이 20m이고 높이가 16m인 동굴의 단면은 지면을 단축으로 하는 타원의 일부와 같다고 한다. 천장에서 4m 떨어진 곳의 폭은 몇 m인가?



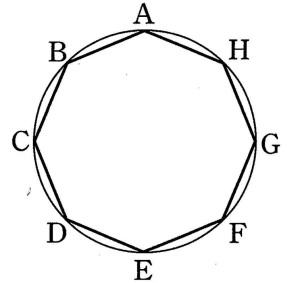
- ① $5\sqrt{2}$ ② 10
- ③ $5\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{7}$
- ⑤ 15

11. 오른쪽 그림과 같이 일정한 간격의 평행선으로 이루어진 도형 위에 네 점 A, B, C, D 가 있다. $\overrightarrow{AD} = p\overrightarrow{AB} + q\overrightarrow{AC}$ 일 때, 실수 p, q 에 대하여 $p - q$ 의 값은?



- ① $-\frac{1}{5}$ ② $-\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{3}{5}$
- ④ $-\frac{4}{5}$ ⑤ -1

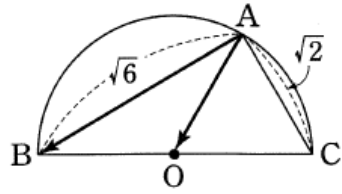
12. 오른쪽 그림과 같이 원에 내접하는 정팔각형에서 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}| = 8$ 일 때, 정팔각형의 넓이는?



- ① 16 ② $16\sqrt{2}$ ③ 32
- ④ $32\sqrt{2}$ ⑤ 48

1일차 과제

13. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \sqrt{6}$, $\overline{AC} = \sqrt{2}$ 인 삼각형 ABC 가 선분 BC 를 지름으로 하는 반원 O 에 내접할 때, $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$ 를 구하여라.

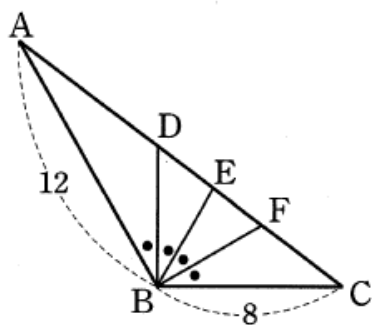


15. 두 집합

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 $a \in A$, $b \in A$ 이고 $a < b$ 이면 $f(a) \leq f(b)$ 를 만족시키는 함수 $f : A \rightarrow B$ 중에서 $f(1)f(4) = 12$ 를 만족시키는 함수의 개수는?

- ① 60 ② 65 ③ 70
- ④ 75 ⑤ 80

14. 아래 그림과 같이 $\angle B = 120^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 12$, $\overline{BC} = 8$ 인 삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 사등분선이 \overline{AC} 와 만나는 점을 차례대로 D, E, F 라 할 때, 보기에서 그 값이 가장 큰 것과 작은 것을 차례대로 적은 것은?



■ 보기 ■

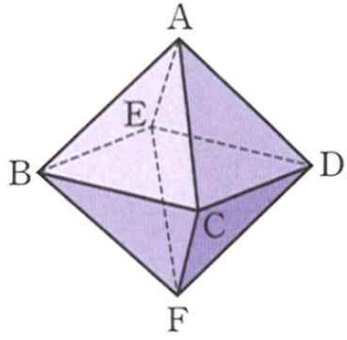
- | | |
|--|--|
| ㄱ. $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$ | ㄴ. $\overline{BA} \cdot \overline{BE}$ |
| ㄷ. $\overline{BA} \cdot \overline{BF}$ | ㄹ. $\overline{BC} \cdot \overline{BE}$ |

- ① ㄱ, ㄷ ② ㄴ, ㄱ ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄹ, ㄱ

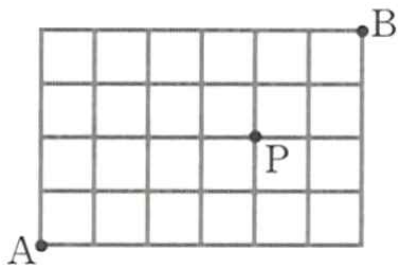
16. 다항식 $(a+b+c)^5$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수를 구하여라.

1일차 과제

17. 아래 그림과 같은 팔면체의 꼭짓점 A에서 출발하여 모서리를 따라 움직여 꼭짓점 F에 도착하는 방법의 수를 구하여라. (단, 한 번 지나간 꼭짓점은 다시 지나지 않는다.)



18. 아래 그림과 같은 도로망이 있다. A에서 출발하여 P를 거쳐 B까지 최단거리로 가는 방법의 수를 구하여라.



19. 원소가 6개인 집합을 4개 이상의 집합으로 분할하는 방법의 수를 구하여라.

20. 승객 6명이 타고 있는 버스가 세 정류장 A, B, C에 정차한다. 3개의 정류장 A, B, C 중에서 2개의 정류장에 모든 승객이 내리는 방법의 수를 구하여라. (단, 새로 타는 승객은 없다.)