2018학년도 6월 평가원 모의고사 수학 가형 중요문항 분석

2018학년도 6월 평가원 모의고사 수학 가형 문항 대조표		
번호		수능, 평가원 기출문제 (이동훈 기출문제집)
1	○	R009 (기하와 벡터)
2	○	J033 (미적분2)
3	○	I223 (미적분2)
4	○	N119 (확률과 통계)
5	○	I230 (미적분2)
6	○	Q087 (기하와 벡터)
7	○	M158 (확률과 통계)
8	○	I175 (미적분2)
9	○	기출×, 교과서 예제 수준의 문제 (이계도함수)
10	○	Q040 (기하와 벡터)
11	○	기출×, 교과서 예제 수준의 문제 (직선의 방정식의 벡터 표현)
12	○	기출×, 교과서 예제 수준의 문제 (적분과 미분의 관계+ $\sqrt{x}$ 의 미분법)
13	○	M026 (확률과 통계)
14	○	L045 (미적분2)
15	○	N012 (확률과 통계)
16	◎	K095 (미적분2), K102 (미적분2)
17	◎	N149 (확률과 통계)
18	◎	R035 (기하와 벡터), J044 (미적분2)
19	◎	M136 (확률과 통계)
20	◎	G093 (미적분1), K067 (미적분2)
21	◉	G040 (미적분1), F064 (미적분1) + 교과서 삼각함수의 미분법
22	○	M098 (확률과 통계)
23	○	K006 (미적분2)
24	○	L029 (미적분2)
25	○	기출×, 교과서 예제 수준의 문제 (직선의 방정식의 벡터 표현)
26	◎	K083 (미적분2), Q085 (기하와 벡터)
27	◎	M078 (확률과 통계), M085 (확률과 통계) + 교과서 집합의 상등
28	◎	J100 (미적분2), J111 (미적분2)
29	◉	R011 (기하와 벡터), T012 (기하와 벡터)
30	◉	L013 (미적분2), G156 (미적분1), L008 (미적분2), H036 (미적분1)

○ : 교과서 예제 수준의 문제 (2개 이상의 예제가 결합된 경우도 포함)

◎ : 수능/평가원 기출 문제를 풀었던 경험이 있으면 수월하게 풀리는 문제

◉ : 수능/평가원 기출 문제를 풀었던 경험을 반드시 요구하거나, 교과서의 개념에 대한 정확한 이해를 요구하는 문제

※ 1~15번, 22~25번은 교과서의 전형적인 문제이므로, 자세한 분석은 생략합니다.

16

실수 k에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x^2+k & (x \le 2) \\ \ln(x-2) & (x>2) \end{cases}$$

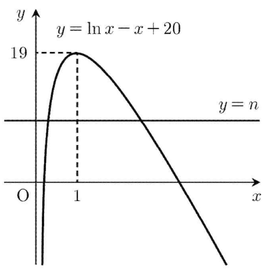
이다. 실수 t에 대하여 직선 $y=x+t$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=a$에서 불연속인 a의 값이 한 개일 때, k의 값은? [4점] (2018(6)-가형16)

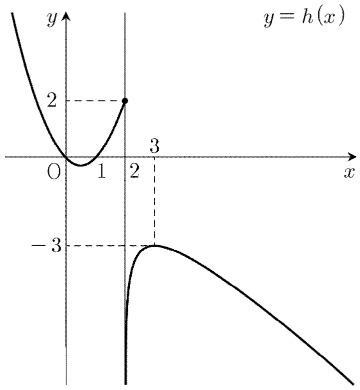
① -2 ② $-\frac{9}{4}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{11}{4}$ ⑤ -3

K095

(2003-자연29)

x에 대한 방정식 $\ln x - x + 20 - n = 0$이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 자연수 n의 개수를 구하시오. [3점]

<table>
<tr><th>K095 (풀이의 일부)</th><th>16번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr><td>
[풀이]
곡선 $y=\ln x - x+20$과 직선 $y=n$이 서로 다른 두 점에서 만나면 주어진 방정식은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
함수 $y=\ln x - x + 20(x>0)$의 도함수는
$y'=\frac{1}{x}-1$
$y'=0$에서 $x=1$
$x=1$의 좌우에서 y'의 부호가 양에서 음으로 바뀌므로 함수 $y=\ln x - x + 20$은 $x=1$에서 극댓값을 갖는다. 이때, 극댓값은 19이다.
$\lim_{x\to 0+} y=-\infty$, $\lim_{x\to\infty} y=-\infty$
함수 $y=\ln x - x+20$의 그래프는


위의 그림에서 $1 \le n \le 18$일 때,
곡선 $y=\ln x - x + 20$과 직선 $y=n$은 서로 다른 두 점에서 만난다. 따라서 자연수 n의 개수는 18이다.
답 18
</td><td>
함수 $h(x)$를 $h(x)=f(x)-x$로 두면
$h(x)=\begin{cases} x^2-x+k & (x\le 2) \\ \ln(x-2)-x & (x>2)\end{cases}$
다음과 같은 필요충분조건을 생각하자.
$f(x)=x+t \Leftrightarrow f(x)-x=t \Leftrightarrow h(x)=t$
직선 $y=t$와 함수 $h(x)$의 그래프가 만나는 점의 개수는 $g(t)$이다.
(생략)
구간 $(2, \infty)$에서 함수 $h(x)$의 도함수는
$h'(x)=\frac{1}{x-2}-1=\frac{3-x}{x-2}\,(x>2)$
$h'(x)=0$이면 $x=3$
예를 들어 $k=0$일 때, 함수 $h(x)$의 그래프는


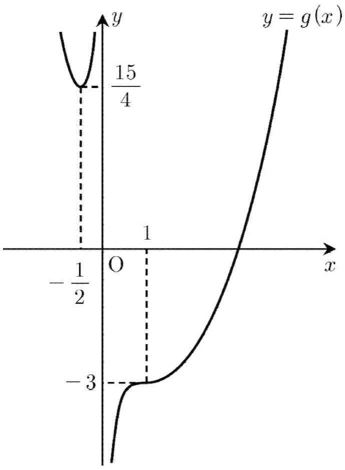
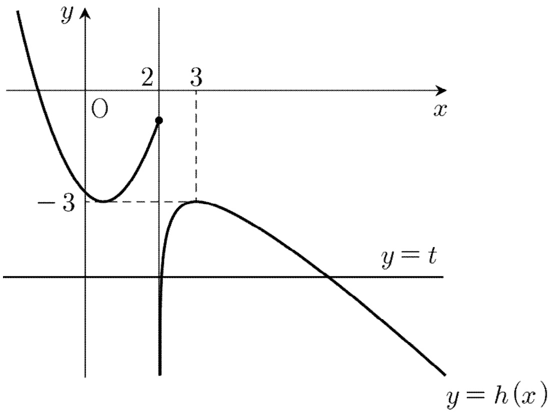
</td></tr>
<tr><td colspan="2">
< 문항 분석 >
K095 : $\ln x - x = n-20$
16번 : $\ln(x-2)-x=t$
위의 두 문제에서 주어진 곡선은 사실상 같다. K095의 곡선 $y=\ln x - x$를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 16번에서 주어진 곡선과 일치한다.
이처럼 평가원에서 새로운 문항을 만들 때, 이미 출제된 소재를 재활용하는 경우가 많다.
</td></tr>
</table>

K102

(2012－가형19)

실수 m에 대하여 점 $(0,\ 2)$를 지나고 기울기가 m인 직선이 곡선 $y=x^3-3x^2+1$과 만나는 점의 개수를 $f(m)$이라하자. 함수 $f(m)$이 구간 $(-\infty,\ a)$에서 연속이 되게 하는 실수 a의 최댓값은? [4점]

① -3 ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 6

K102 (풀이의 일부)	16번 (풀이의 일부)
점 $(0,\ 2)$를 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은 $y=mx+2$ 주어진 곡선과 직선의 방정식을 연립하면 $x^3-3x^2+1=mx+2$ $\cdots(*)$ $(*)$의 양변을 x로 나누어 정리하면 $x^2-3x-\frac{1}{x}=m$ 함수 $g(x)$를 $g(x)=x^2-3x-\frac{1}{x}$로 두자. 이제 $f(m)$은 함수 $g(x)$의 그래프와 직선 $y=m$의 교점의 개수이다. 함수 $g(x)$의 그래프는  함수 $f(m)$이 구간 $(-\infty,\ a)$에서 연속이 되려면 $\therefore\ a\le\frac{15}{4}$ 답 ④	(2) $k-\frac{1}{4}=-3$인 경우 직선 $y=t$를 y축 방향으로 평행이동시키면서 직선 $y=t$와 함수 $h(x)$의 그래프의 교점의 개수를 관찰하자.  함수 $g(t)$의 방정식은 $g(t)=\begin{cases}1 & (t>k+2)\\2 & (t\le k+2)\end{cases}$ 함수 $g(t)$의 불연속점의 개수는 1이다. ($t=k+2$에서 불연속이다.)

< 문항 분석 >

K102와 16번은 도함수의 방정식에의 활용에 대한 전형적인 풀이를 적용하면 풀린다.

① 곡선을 '수평화'한다. 즉, 문제에서 주어진 방정식을 (곡선)=(상수)의 꼴로 바꾼다.

② 직선을 y축의 방향으로 평행이동시키면서, 곡선과 직선의 위치 관계를 관찰한다.

위의 두 문제는 심지어 두 함수 $g(x)$, $h(x)$의 그래프의 개형도 비슷하다. 다만 16번에서는 곡선을 평행이동시키는 것을 추가하여, 난이도를 높였을 뿐이다.

17

서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 같으면 한 개의 동전을 4번 던지고, 나온 눈의 수가 다르면 한 개의 동전을 2번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 때, 동전을 4번 던졌을 확률은? [4점] (2018(6)-가형17)

① $\frac{3}{23}$ ② $\frac{5}{23}$ ③ $\frac{7}{23}$ ④ $\frac{9}{23}$ ⑤ $\frac{11}{23}$

N149

(2013(9)-가형11)

A가 동전을 2개 던져서 나온 앞면의 개수만큼 B가 동전을 던진다. B가 던져서 나온 앞면의 개수가 1일 때, A가 던져서 나온 앞면의 개수가 2일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

<table>
<tr><th>N149 (풀이의 일부)</th><th>17번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr><td>

[풀이]
(1) A가 동전 2개를 던졌을 때, 나온 앞면의 개수가 2인 경우
A가 2개의 동전을 던져서 나온 앞면의 개수가 2일 확률은 독립시행의 확률에 의하여
$_2\mathrm{C}_2(\mathrm{P}(A))^2(\mathrm{P}(A^C))^0=\frac{1}{4}$
B가 2개의 동전을 던져서 나온 앞면의 개수가 1일 확률은
$_2\mathrm{C}_1(\mathrm{P}(A))^1(\mathrm{P}(A^C))^1=\frac{1}{2}$
이 경우의 확률을 p_1이라고 하면
확률의 곱셈정리에 의하여
$p_1=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$
(2) A가 동전 2개를 던졌을 때, 나온 앞면의 개수가 1인 경우
⋮
$p_2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
구하는 확률을 p라고 하자. 조건부 확률의 정의에 의하여 $p=\frac{p_1}{p_1+p_2}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{8}+\frac{1}{4}}=\frac{1}{3}$

</td><td>

[풀이]
(1) 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 같을 때, 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 확률을 p_1이라고 하자.
서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 같을 확률은 수학적 확률의 정의에 의하여 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이다.
동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 각각 2, 2일 확률은 독립시행의 확률의 정의에 의하여 $_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2$
확률의 곱셈정리에 의하여
$p_1=\frac{1}{6}\times{}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{16}$
(2) 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 다를 때, 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 확률을 p_2라고 하자.
⋮
$p_2=\frac{5}{6}\times{}_2\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{5}{12}$
구하는 확률을 p라고 하면 조건부 확률의 정의에 의하여 $p=\frac{p_1}{p_1+p_2}=\frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{16}+\frac{5}{12}}=\frac{3}{23}$

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

< 문항 분석 >
N149와 17번의 문제의 구조(풀이의 구조)가 동일하다.
N149: 앞면1개→앞면1개(p_1), 앞면2개→앞면1개(p_2)에서 $\frac{p_1}{p_1+p_2}$을 구함.
17번: 눈의수같음→앞면의개수같음(p_1), 눈의수다름→앞면의개수같음(p_2)에서 $\frac{p_1}{p_1+p_2}$을 구함.
N149에 독립시행의 확률의 정의를 내적결합해서 17번을 만든 것으로 생각해도 좋다.
이처럼 수능/평가원에서 출제되는 확률 문제는 기존의 문제와 구조가 같은 경우가 압도적으로 많으며, 기출문항을 변형할 때에도 교과서의 예제 수준의 문제가 결합되거나, 교과서 본문의 개념이 결합되는 경우가 대부분이다.

</td></tr>
</table>

18

좌표평면에서 점 P는 시각 $t=0$일 때 $(0,\ -1)$에서 출발하여 시각 t에서의 속도가

$\vec{v}=(2t,\ 2\pi\sin 2\pi t)$

이고, 점 Q는 시각 $t=0$일 때 출발하여 시각 t에서의 위치가

$\mathrm{Q}(4\sin 2\pi t,\ |\cos 2\pi t|)$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q가 만나는 횟수는? [4점] (2018(6)-가형18)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

J044

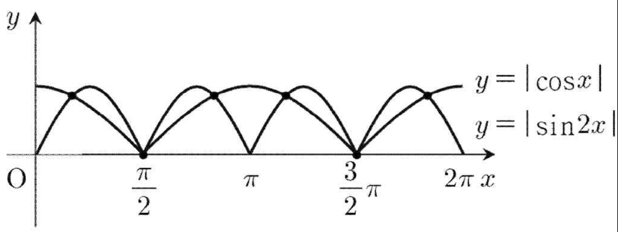
(1996-자연5)

방정식 $\cos^2 x-\sin^2 2x=0$을 만족하는 $0\le x\le 2\pi$인 서로 다른 실근의 개수는? [1점]

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

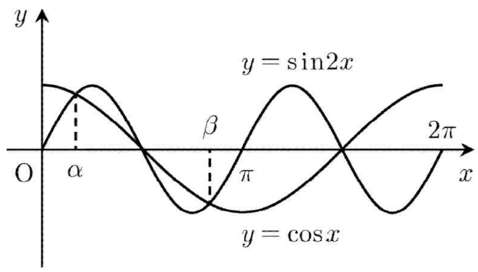
<table>
<tr><th>J044 (풀이의 일부)</th><th>18번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr><td>

[풀이1]
주어진 방정식은
$|\cos x|=|\sin 2x|$



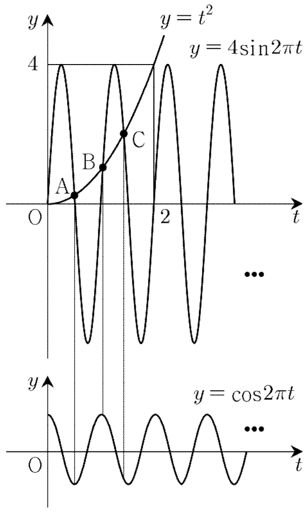
두 곡선 $y=|\cos x|$, $y=|\sin 2x|$의 교점의 개수는 6이므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.
답 ④

[풀이2]
주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면
$(\cos x-\sin 2x)(\cos x+\sin 2x)=0$
풀면
$\sin 2x=\cos x$ 또는 $\sin 2x=-\cos x$



</td><td>

$t>0$일 때, 두 점 P, Q의 위치가 같다고 하면
$t^2=4\sin 2\pi t,\ -\cos 2\pi t=|\cos 2\pi t|$
$\Leftrightarrow$
$t^2=4\sin 2\pi t,\ \cos 2\pi t\le 0,\ t>0$　　$\cdots(*)$



위의 그림에서 두 함수 $y=4\sin 2\pi t$, $y=\cos 2\pi t$의 주기는 모두 1이다.
$t>0$일 때, 두 곡선 $y=t^2$, $y=4\sin 2\pi t$의 세 교점을 각각 A, B, C라고 하자.
그리고 세 점 A, B, C의 t좌표를 각각 t_1, t_2, t_3이라고 하면 $0<t_1<\frac{1}{2}$, $1<t_2<\frac{5}{4}$, $\frac{5}{4}<t_3<\frac{3}{2}$
이때, $\cos 2\pi t_1<0$, $\cos 2\pi t_2>0$, $\cos 2\pi t_3<0$
이므로 방정식 $(*)$의 해집합은 $\{t_1,\ t_3\}$이다.

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

< 문항 분석 >
J044는 삼각함수 $y=\sin ax$, $y=\cos ax$의 주기, 최댓값, 최솟값을 구하고, 이를 그래프의 개형을 그리는 데에 이용한 후, 곡선-곡선의 위치 관계에서 교점의 개수를 찾는 것에 대한 전형적인 문제이다. 18번은 J044를 속도-위치 단원과 내적결합하였을 뿐이다. 단, 두 개 이상의 곡선의 위치 관계를 따지는 문제들이므로, 가능하면 교과서에서 정한 순서대로 그림을 그려주는 것이 좋다.

</td></tr>
</table>

19

다음은 x에 대한 다항식 $(x+a^2)^n$과 $(x^2-2a)(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수가 같게 되는 두 자연수 a와 $n(n \geq 4)$의 값을 구하는 과정의 일부이다.

$(x+a^2)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는 a^2n이다.

$(x^2-2a)(x+a)^n = x^2(x+a)^n - 2a(x+a)^n$에서

$x^2(x+a)^n$을 전개하면 x^{n-1}의 계수는 $\boxed{\text{(가)}} \times a^3$이고,

$2a(x+a)^n$을 전개하면 x^{n-1}의 계수는 $2a^2n$이다.

따라서 $(x^2-2a)(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는

$\boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$

이다. 그러므로

$a^2n = \boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$

이고, 이 식을 정리하여 a를 n에 관한 식으로 나타내면

$$a = \frac{18}{\boxed{\text{(나)}}}$$

이다. 여기서 a는 자연수이고 n은 4 이상의 자연수이므로

$n = \boxed{\text{(다)}}$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 k라 할 때, $f(k)+g(k)$의 값은? [4점] (2018(6)-가형19/나형19)

① 10 ② 16 ③ 22 ④ 28 ⑤ 34

M136

(2006-나형30)

다항식 $2(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수와 다항식 $(x-1)(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수가 같게 되는 모든 순서쌍 $(a,\ n)$에 대하여 an의 최댓값을 구하시오. (단, a는 자연수이고, n은 $n \geq 2$인 자연수이다.) [4점]

<table>
<tr><th>M136 (풀이의 일부)</th><th>19번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr><td>
[풀이]
주어진 조건에 의하여 다항식
$(3-x)(x+a)^n$ $\cdots(*)$
의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는 0이다.
$(3-x)(x+a)^n = 3(x+a)^n - x(x+a)^n$
다항식 $3(x+a)^n$의 전개식에서 일반항은
$3{}_n\mathrm{C}_r x^{n-r}a^r$
$r=1$을 대입하면 x^{n-1}의 계수는 $3an$
다항식 $x(x+a)^n$의 전개식에서 일반항은
${}_n\mathrm{C}_r x^{n-r+1}a^r$
$r=2$를 대입하면 x^{n-1}의 계수는 $\dfrac{n(n-1)}{2}a^2$
$(*)$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는 0이므로
$3an - \dfrac{n(n-1)}{2}a^2 = 0$
정리하면
$a(n-1)=6$
$6=1\times6=2\times3=3\times2=6\times1$
이므로, 순서쌍 $(a,\ n)$은
$(1,\ 7),\ (2,\ 4),\ (3,\ 3),\ (6,\ 2)$
이때, an의 값은 각각
7, 8, 9, 12
이므로, an의 최댓값은 12이다.
답 12
</td><td>
[풀이]
$(x+a^2)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는
$a^2n(={}_n\mathrm{C}_1(a^2)={}_n\mathrm{C}_{n-1}(a^2))$이다.
$(x^2-2a)(x+a)^n = x^2(x+a)^n - 2a(x+a)^n$에서
$x^2(x+a)^n$을 전개하면 x^{n-1}의 계수는 $\boxed{{}_n\mathrm{C}_3}\times a^3$
이고,
$2a(x+a)^n$을 전개하면 x^{n-1}의 계수는 $2a^2n$이다.
따라서 $(x^2-2a)(x+a)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는
$\boxed{{}_n\mathrm{C}_3}\times a^3 - 2a^2n$
이다. 그러므로
$a^2n = \boxed{{}_n\mathrm{C}_3}\times a^3 - 2a^2n$
이다. 이 식을 정리하면
$a^2n = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}\times a^3 - 2a^2n$
a를 n에 관한 식으로 나타내면
$a = \dfrac{18}{\boxed{(n-1)(n-2)}}$
이다.
$n=4$일 때, $a=\dfrac{18}{3\times2}=3$(자연수○)
$n=5$일 때, $a=\dfrac{18}{4\times3}=\dfrac{3}{2}$(자연수×)
$n=6$일 때, $a=\dfrac{18}{5\times4}=\dfrac{9}{10}<1$(자연수×)
$n=7$일 때, $a=\dfrac{18}{6\times5}=\dfrac{3}{5}<1$(자연수×)
$\vdots$
$n\geq6$일 때, $(n-1)(n-2)\geq20$이고, $a<1$이므로 a는 자연수가 아니다.
여기서 a는 자연수이고 n은 4 이상의 자연수이므로 $n=\boxed{4}$
</td></tr>
<tr><td colspan="2">
< 문항 분석 >
두 문제에서 주어진 다항식의 꼴만 바뀌었을 뿐, 이항정리에 대한 전형적인 풀이를 적용하는 것은 동일하다. 난이도 상승을 위하여, M136에서 주어진 다항식의 차수를 높였으며, 이는 평가원이 문제의 난이도를 높이기 위하여 즐겨 사용하는 방법이다. 풀이의 마지막 단계에서 $a,\ n$이 자연수임을 이용하여 부정방정식을 푸는 것도 동일하다. 확률과 통계 단원의 경우 이처럼 과거의 기출문제의 상황의 일부를 바꾸어 출제하는 경우가 대부분이다. 이때, 새롭게 출제된 문제도 이전 기출문제와 같이 전형적인 풀이를 적용하면 반드시 풀리도록 출제한다.
</td></tr>
</table>

20

양수 a와 실수 b에 대하여 함수 $f(x)=ae^{3x}+be^{x}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 값은? [4점] (2018(6)-가형20)

(가) $x_1<\ln\frac{2}{3}<x_2$를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2에 대하여 $f''(x_1)f''(x_2)<0$이다.

(나) 구간 $[k, \infty)$에서 함수 $f(x)$의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k의 최솟값을 m이라 할 때, $f(2m)=-\frac{80}{9}$이다.

① -15 ② -12 ③ -9 ④ -6 ⑤ -3

K067

(2017(6)-가형21)

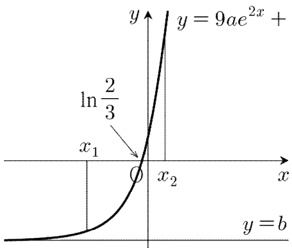
실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)\neq 1$
(나) $f(x)+f(-x)=0$
(다) $f'(x)=\{1+f(x)\}\{1+f(-x)\}$

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\neq -1$이다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 어떤 열린구간에서 감소한다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$는 세 개의 변곡점을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

<table>
<tr><th>K067 (풀이의 일부)</th><th>20번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr><td>
ㄷ. (거짓)
조건 (다)에서 주어진 등식의 양변을 x에 대하여 미분하여
함수 $f(x)$의 이계도함수를 구하면
$f''(x) = -2f(x)f'(x)$
$f'(x) > 0$이므로
$f''(x) = 0$과 필요충분조건은 $f(x) = 0$이다.
그런데 $f(x)$는 증가함수이므로
구간 $(-\infty,\ 0)$에서 $f(x) < 0$이고,
구간 $(0,\ \infty)$에서 $f(x) > 0$이다.
방정식 $f(x) = 0$의 실근은 $x = 0$이므로
방정식 $f''(x) = 0$의 실근은 $x = 0$이다.
$x = 0$의 좌우에서 $f''(x)$의 부호는 양에서 음으로 바뀌므로 함수 $f(x)$는 $x = 0$에서 변곡점을 가진다. 이때, 구간 $(-\infty,\ 0)$에서 함수 $f(x)$의 그래프는 아래로 볼록이고, 구간 $(0,\ \infty)$에서 함수 $f(x)$의 그래프는 위로 볼록이다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ이다.
답 ①
</td><td>
[풀이]
조건 (가)에서 함수 $f(x)$의 변곡점을 찾자.
조건 (가)에서 주어진 서로 다른 두 수 x_1, x_2에 대하여
$f''(x_1)f''(x_2) = (9ae^{3x_1} + be^{x_1})(9ae^{3x_2} + be^{x_2})$
$= e^{x_1 + x_2}(9ae^{2x_1} + b)(9ae^{2x_2} + b) < 0$
$\Leftrightarrow\ (9ae^{2x_1} + b)(9ae^{2x_2} + b) < 0\ (\because e^{x_1 + x_2} > 0)$
함수 $y = 9ae^{2x} + b$의 그래프를 그리면


조건 (가)에서 주어진 부등식을 만족시키기 위해서는 $b < 0$이어야 하고, 사이값 정리에 의하여
곡선 $y = 9ae^{2x} + b$는 점 $\left(\ln\frac{2}{3},\ 0\right)$을 지나야 한다.
이제 조건 (가)에서 주어진 부등식을 다시 쓰면
$x_1 < \ln\frac{2}{3} < x_2$일 때, $f''(x_1) < 0$, $f''(x_2) > 0$이다.
$x = \ln\frac{2}{3}$의 좌우에서 $f''(x)$의 부호가 바뀌므로
변곡점의 정의에 의하여 점 $\left(\ln\frac{2}{3},\ f\left(\ln\frac{2}{3}\right)\right)$는
함수 $f(x)$의 변곡점이다.
</td></tr>
<tr><td colspan="2">
< 문항 분석 >
K067(ㄷ)과 20번(가)에 대한 전형적인 풀이는 다음과 같다.
“ $x = a$의 좌우에서 $f''(x)$의 부호가 바뀌면, 점 $(a,\ f(a))$는 함수 $f(x)$의 변곡점이다. ”
K067의 경우에는 $f(x)$의 부호로 $f''(x)$의 부호를 판단하고,
20번의 경우에는 증가함수 $y = 9ae^{2x} + b$의 함숫값을 이용하여 부호를 판단하지만
결국에는 위에서 말한 전형적인 풀이를 적용한 것이다.
이처럼 교과서 본문의 설명대로, 전형적인 풀이를 적용하면, 풀리지 않는 문제는 없다.

20번의 (가)에서 점 $\left(\ln\frac{2}{3},\ f\left(\ln\frac{2}{3}\right)\right)$가 함수 $f(x)$의 변곡점이 되는 것을 계산과정 없이 가정하고 푸는 것은 상당히 위험하다. 문제에서 주어진 상황을 조금만 바꾸어도 잘못된 가정이 될 수도 있기 때문이다. 가능하면 위의 풀이처럼 사이값 정리를 이용하여 엄밀하게 증명해주는 것이 낫다.
</td></tr>
</table>

21

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여

$F(x)=\ln|f(x)|$

라 하고, 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$에 대하여

$G(x)=\ln|g(x)\sin x|$

라 하자.

$\lim_{x\to 1}(x-1)F'(x)=3$, $\lim_{x\to 0}\frac{F'(x)}{G'(x)}=\frac{1}{4}$

일 때, $f(3)+g(3)$의 값은? [4점] (2018(6)-가형21)

① 57 ② 55 ③ 53 ④ 51 ⑤ 49

< 문항 분석 >

[풀이1]: 인수정리, 함수의 극한의 성질, 삼각함수의 극한만을 이용한다. (빠른 풀이를 위하여 귀류법을 사용해도 좋음)

$\Downarrow$

[풀이1]에서 아래와 같은 자연수 n에 대한 명제를 추론할 수 있다. (발견적 추론)

「함수 $h(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_0$(단, $a_n\neq 0$)에 대하여

$\lim_{x\to 0}\frac{xh'(x)}{h(x)}=k$(단, $1\leq k\leq n$인 자연수)이면 $a_k\neq 0$, $a_{k-1}=a_{k-2}=\cdots=a_0=0$이다.

이때, $a_0\neq 0$이면 $\lim_{x\to 0}\frac{xh'(x)}{h(x)}=0$이다.」

$\Downarrow$

[풀이2]에서는

$\frac{\sin x}{x}$, $\frac{xf'(x)}{f(x)}$, $\frac{xg'(x)}{g(x)}$이 포함된 식으로 변형하여, 극한값을 빠르게 구할 수 있다.

미적분2 함수의 극한 단원에서 특별한 식의 모양을 만들어서, 함수의 극한을 구하는 문제는 매우 자주 출제되었으며, 이런 경향을 반영한 풀이라고 보아도 무방하다. 즉, 차원 높은 식의 변형이지만, 깊게 생각하면 반드시 머릿속에 떠오르게 되는 식 변형이다.

21번은 위의 과정에 대한 연습이 반드시 필요하며, 이와 동일한 풀이과정을 요구하는 문제가 출제될 가능성은 지극히 높다.

F064

(2015(6)-A형21)

최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1)=0$
(나) $\lim\limits_{x \to n}\dfrac{f(x)}{g(x)}=(n-1)(n-2)\,(n=1,\ 2,\ 3,\ 4)$

$g(5)$의 값은? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

<table>
<tr><th>F064 (풀이의 일부)</th><th>21번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr><td>
[풀이]
함수의 극한에 대한 성질에 의하여
$\lim\limits_{x \to 1} g(x)=g(1)$
조건 (가)에 의하여 $\lim\limits_{x \to 1} g(x)=0$
조건 (나)에서 $n=1$이면 $\lim\limits_{x \to 1}\dfrac{f(x)}{g(x)}=0$
함수의 극한에 대한 기본성질에 의하여
$\lim\limits_{x \to 1} f(x)=\lim\limits_{x \to 1}\left\{\dfrac{f(x)}{g(x)}\times g(x)\right\}$
$=\lim\limits_{x \to 1}\dfrac{f(x)}{g(x)}\times\lim\limits_{x \to 1} g(x)=0\times 0=0$
함수의 극한에 대한 성질에 의하여
$\lim\limits_{x \to 1} f(x)=f(1)$ 즉, $f(1)=0$ …㉠
조건 (나)에서 $n=2$이면 $\lim\limits_{x \to 2}\dfrac{f(x)}{g(x)}=0$
$g(2)=a$(a는 상수)라고 두자.
마찬가지의 방법으로 함수 $f(x)$의 $x=2$에서의 함숫값을 구하면 $f(2)=0$ …㉡
함수 $f(x)$, $g(x)$의 방정식을 다음과 같이 두자.
$f(x)=(x-1)(x-2)(x+b)$ ($\because$ ㉠, ㉡)
$g(x)=(x-1)(x^2+cx+d)$ ($\because$ (가))
조건 (나)에서 $n=1$이면
$\lim\limits_{x \to 1}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x \to 1}\dfrac{(x-2)(x+b)}{x^2+cx+d}=\dfrac{-1-b}{1+c+d}=0$
풀면 $b=-1$이므로
함수 $f(x)$의 방정식은 $f(x)=(x-1)^2(x-2)$
조건 (나)에서 $n=3$이면
$\lim\limits_{x \to 3}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x \to 3}\dfrac{(x-1)(x-2)}{x^2+cx+d}=\dfrac{2}{9+3c+d}=2$
분수식을 풀면 $3c+d=-8$ …㉢
함수 $g(x)$의 방정식은 $g(x)=(x-1)(x^2-7x+13)$
$\therefore\ g(5)=12$
</td><td>
$f(x)=x(x-1)^3$일 때, 다음과 같은 방법으로 함수 $g(x)$의 방정식을 구해도 좋다.
함수 $f(x)$의 방정식은 $f(x)=x(x-1)^3$
이를 문제에서 주어진 두 등식 중에서 오른쪽 식에 대입하여 정리하면
$\lim\limits_{x \to 0}\dfrac{F'(x)}{G'(x)}=\lim\limits_{x \to 0}\dfrac{f'(x)g(x)\sin x}{f(x)(g'(x)\sin x+g(x)\cos x)}$
$=\lim\limits_{x \to 0}\dfrac{(4x-1)g(x)\dfrac{\sin x}{x}}{(x-1)(g'(x)\sin x+g(x)\cos x)}=\dfrac{1}{4}$
귀류법에 의하여 $g(0)=0$이다. ($\because$ [참고3])
함수 $g(x)$의 방정식을 다음과 같이 두자.
$g(x)=x(x^2+ax+b)$
이를 대입하면
$\lim\limits_{x \to 0}\dfrac{F'(x)}{G'(x)}=\lim\limits_{x \to 0}\dfrac{f'(x)g(x)\sin x}{f(x)(g'(x)\sin x+g(x)\cos x)}$
$=\lim\limits_{x \to 0}\dfrac{4x-1}{x-1}$
$\times\dfrac{(x^2+ax+b)\dfrac{\sin x}{x}}{\left\{(3x^2+2ax+b)\dfrac{\sin x}{x}+(x^2+ax+b)\cos x\right\}}$
$\left(=\dfrac{b}{2b}\right)=\dfrac{1}{4}$
만약 $b\neq 0$이면 위의 등식이 성립하지 않으므로
귀류법에 의하여 $b=0$이다.
⋮
귀류법에 의하여 $a=0$이다.
따라서 함수 $g(x)$의 방정식은 $g(x)=x^3$
</td></tr>
<tr><td colspan="2">F064와 21번은 함수의 극한의 성질을 이용하여 다항함수의 계수를 찾는 전형적인 풀이를 적용하면 된다. 이때, 귀류법을 이용하면 계산을 단축시킬 수 있다.</td></tr>
</table>

K016

(2015-B형30)

함수 $f(x)=e^{x+1}-1$과 자연수 n에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=100|f(x)|-\sum_{k=1}^{n}|f(x^k)|$$

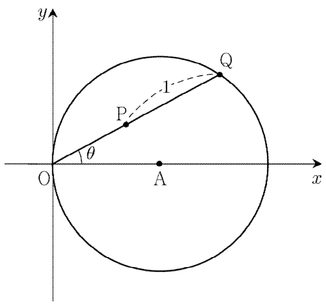
이라 하자. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

<table>
<tr><th>K016 (풀이의 일부)</th><th>21번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr><td>[참고]
발견적 추론에 의하여 함수 $g(x)$의 방정식을 추론할 수 있다.
$n=1$인 경우
$g(x)=100|f(x)|-|f(x)|$
$=\begin{cases}99f(x) & (x>-1)\\ -99f(x) & (x\le -1)\end{cases}$
$n=2$인 경우
$g(x)=100|f(x)|-|f(x)|-|f(x^2)|$
$=\begin{cases}99f(x)-f(x^2) & (x>-1)\\ -99f(x)-f(x^2) & (x\le -1)\end{cases}$
$n=3$인 경우
$g(x)=100|f(x)|-|f(x)|-|f(x^2)|-|f(x^3)|$
$=\begin{cases}99f(x)-f(x^2)-f(x^3) & (x>-1)\\ -99f(x)-f(x^2)+f(x^3) & (x\le -1)\end{cases}$
$\vdots$
함수 $g(x)$의 방정식은
n이 3 이상의 홀수일 때,
$x>-1$이면
$g(x)=99f(x)-f(x^2)-f(x^3)-\cdots-f(x^n)$
$x\le -1$이면
$g(x)=-99f(x)-f(x^2)+f(x^3)-\cdots+f(x^n)$
n이 짝수일 때,
$x>-1$이면
$g(x)=99f(x)-f(x^2)-f(x^3)-\cdots-f(x^n)$
$x\le -1$이면
$g(x)=-99f(x)-f(x^2)+f(x^3)-\cdots-f(x^n)$</td><td>$f(x)$는 다항함수이므로 함수의 연속의 정의에 의하여
$f(1)=0$
인수정리에 의하여
$f(x)=(x-1)P_1(x)$
(단, $P_1(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수)
함수의 극한에 대한 성질에 의하여
$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)P_1{}'(x)}{P_1(x)}=2$ ⋯㉠
마찬가지의 방법으로 다음을 유도할 수 있다.
$P_1(x)=(x-1)P_2(x)$
(단, $P_2(x)$는 최고차항의 계수가 1인 이차함수)
이를 ㉠에 대입하여 정리하면
$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)P_2{}'(x)}{P_2(x)}=1$ ⋯㉡
마찬가지의 방법으로 다음을 유도할 수 있다.
$P_2(x)=(x-1)P_3(x)$
(단, $P_3(x)$는 최고차항의 계수가 1인 일차함수)
함수 $f(x)$의 방정식은
$f(x)=(x-1)^3(x-\alpha)$(단, $\alpha\ne 1$)

「함수 $h(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_0$
(단, $a_n\ne 0$)에 대하여
$\lim_{x\to 0}\frac{xh'(x)}{h(x)}=k$(단, $1\le k\le n$인 자연수)
이면 $a_k\ne 0$, $a_{k-1}=a_{k-2}=\cdots=a_0=0$이다.
이때, $a_0\ne 0$이면 $\lim_{x\to 0}\frac{xh'(x)}{h(x)}=0$이다.」
이 명제의 역도 성립한다. (←증명은 [참고7])</td></tr>
<tr><td colspan="2">< 문항 분석 >
K016, 21번 모두 자연수 n에 대한 명제이므로 $n=1$, $n=2$, $n=3$, ⋯을 대입하여 일반적인 경우를 추론하면 된다. 단, 21번의 경우에는 자연수 n에 대한 명제의 존재 자체를 찾아야 한다는 점에서 한 단계 높은 사고과정을 묻고 있다. 이처럼 미적분 문제에서 자연수 n에 대한 명제 자체를 찾는 문제가 출제될 가능성은 여전히 있다.</td></tr>
</table>

26

그림과 같이 좌표평면에 점 A$(1,\ 0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 원 위의 점 Q에 대하여 $\angle \mathrm{AOQ}=\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{3}\right)$라 할 때, 선분 OQ 위에 $\overline{\mathrm{PQ}}=1$인 점 P를 정한다. 점 P의 y좌표가 최대가 될 때 $\cos\theta=\frac{a+\sqrt{b}}{8}$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, a와 b는 자연수이다.) [4점] (2018(6)-가형 26)

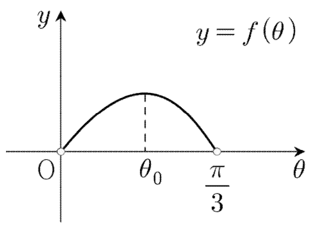


Q085

(2014(9)-B형21)

자연수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$를 매개변수 t로 나타내면 $\begin{cases} x=e^{t} \\ y=(2t^2+nt+n)e^{t} \end{cases}$이고, $x\geq e^{-\frac{n}{2}}$일 때, 함수 $y=f(x)$는 $x=a_n$에서 최솟값 b_n을 갖는다. $\frac{b_3}{a_3}+\frac{b_4}{a_4}+\frac{b_5}{a_5}+\frac{b_6}{a_6}$의 값은? [4점]

① $\frac{23}{2}$ ② 12 ③ $\frac{25}{2}$ ④ 13 ⑤ $\frac{27}{2}$

<table>
<tr><th>Q085 (풀이의 일부)</th><th>26번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr><td>[참고]
매개변수가 주어졌을 때 이계도함수를 구하는 공식
$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{d}{dt}\left(\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}\right)\frac{1}{\frac{dx}{dt}}$
을 이용하여 극대극소를 판단할 수도 있다.
함수 $f(x)$의 도함수와 이계도함수는 각각
$\frac{dy}{dx}=2t^2+(n+4)t+2n,\ \frac{d^2y}{dx^2}=(4t+n+4)e^{-t}$
$n=5$인 경우 $t=-2$일 때,
$\frac{dy}{dx}=0,\ \frac{d^2y}{dx^2}=e^2>0$
이므로 함수 $f(x)$는 $x=e^{-2}$에서 극솟값을 갖는다.
$n=6$인 경우 $t=-2$일 때,
$\frac{dy}{dx}=0,\ \frac{d^2y}{dx^2}=2e^2>0$
이므로 함수 $f(x)$는 $x=e^{-2}$에서 극솟값을 갖는다.</td><td>$f(\theta)=2\sin\theta\cos\theta-\sin\theta$(단, $0<\theta<\frac{\pi}{3}$)
함수 $f(\theta)$의 도함수는
$f'(\theta)=4\cos^2\theta-\cos\theta-2(\because \sin^2\theta=1-\cos^2\theta)$
함수 $f(\theta)$의 이계도함수는
$f''(\theta)=-8\cos\theta\sin\theta+\sin\theta$ (단, $0<\theta<\frac{\pi}{3}$)
이차방정식의 근의 공식에 의하여 $\cos\theta=\frac{1+\sqrt{33}}{8}$
$f''(\theta_0)=\sin\theta_0(1-8\cos\theta_0)=-\sqrt{33}\sin\theta_0<0$
$f'(\theta_0)=0,\ f''(\theta_0)<0$이므로 함수 $f(\theta)$는 $\theta=\theta_0$일 때, 극댓값을 갖는다.

</td></tr>
<tr><td colspan="2">< 문항 분석 >
도함수를 이용하여 극값을 판단하기 어려운 때에는, 위의 두 문제처럼 이계도함수의 부호를 이용하여 극값을 판단해도 좋다. 이는 꾸준하게 출제된 주제이기도 하다.</td></tr>
</table>

Q085 (풀이의 일부)

[풀이]

매개변수의 미분법에 의하여

$\dfrac{dx}{dt}=e^t$, $\dfrac{dy}{dt}=(2t+n)(t+2)e^t$

밑이 1보다 큰 지수함수 $x=e^t$은 실수 전체의 집합에서 증가하므로

$x \ge e^{-\frac{n}{2}}$이면 $t \ge -\dfrac{n}{2}$

(1) $n=3$인 경우

$t \ge -\dfrac{3}{2}$일 때,

$\dfrac{dx}{dt}>0$, $\dfrac{dy}{dt}=(2t+3)(t+2)e^t \ge 0$

에서 $\dfrac{dy}{dx} \ge 0$이므로

$x \ge e^{-\frac{3}{2}}$일 때, 함수 $f(x)$는 증가한다.

함수 $f(x)$는 $x=e^{-\frac{3}{2}}$에서 최솟값 $3e^{-\frac{3}{2}}$을 갖는다.

$\therefore\ a_3=e^{-\frac{3}{2}}$, $b_3=3e^{-\frac{3}{2}}$

26번 (풀이의 일부)

[참고3]

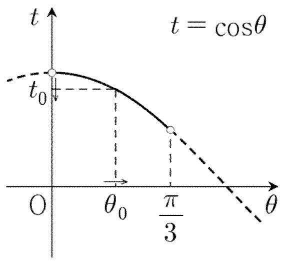
이계도함수를 이용하지 않고(즉, 도함수만을 이용하여), 함수 $f(\theta)$가 $\theta=\theta_0$에서 극댓값을 가짐을 보이자.

$\cos\theta=t$, $g(t)=f'(\theta)$로 두면

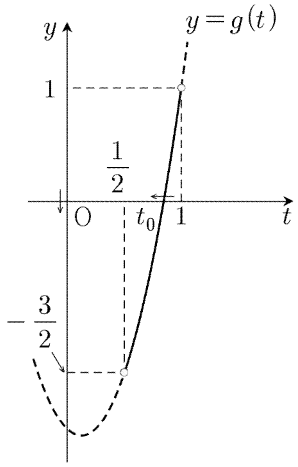
$g(t)=4t^2-t-2$(단, $\dfrac{1}{2}<t<1$)

그리고 $t_0=\cos\theta_0$로 두자. 이때, θ_0에 대하여 t_0는 유일하게 결정된다. (아래 그림)

두 함수 $t=\cos\theta$, $y=g(t)$의 그래프는



위의 그림처럼 θ가 θ_0 보다 작은 값을 갖다 큰 값을 갖도록 변하면, t는 t_0 보다 큰 값을 갖다 작은 값을 갖도록 변한다.



위의 그림처럼 t가 t_0 보다 큰 값을 갖다 작은 값을 갖도록 변하면, $g(t)$는 양수에서 음수로 바뀐다.

요컨대 $\theta=\theta_0$의 좌우에서 $f'(\theta)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌므로, 함수 $f(\theta)$는 $\theta=\theta_0$에서 극댓값을 갖는다.

< 문항 분석 >

위의 풀이처럼 합성함수의 관점에서 함수의 극대, 극소를 판단하는 연습도 해두는 것이 좋다.

27

집합 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 부분집합을 두 개 선택할 때, 선택한 두 집합이 서로 같지 않은 경우의 수를 구하시오. [4점] (2018(6)-가형27)

M085

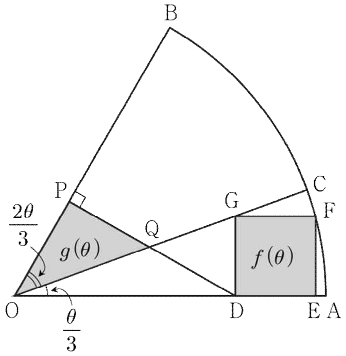
(2011(6)-나형23)

A, B 두 사람이 서로 다른 4개의 동아리 중에서 2개씩 가입하려고 한다. A와 B가 공통으로 가입하는 동아리가 1개 이하가 되도록 하는 경우의 수를 구하시오. (단, 가입 순서는 고려하지 않는다.) [4점]

<table>
<tr><th>M085 (풀이의 일부)</th><th>27번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr><td>
[풀이1]
서로 다른 4개의 동아리를 각각 ‘가’, ‘나’, ‘다’, ‘라’라고 하자.
(1) A와 B가 공통으로 가입하는 동아리가 없는 경우
우선 A가 2개의 동아리에 가입한다.
<table>
<tr><th></th><th>가</th><th>나</th><th>다</th><th>라</th></tr>
<tr><td>A</td><td></td><td>○</td><td></td><td>○</td></tr>
<tr><td>B</td><td></td><td>×</td><td></td><td>×</td></tr>
</table>
이제 B가 남은 2개의 동아리에 가입하면 된다.
<table>
<tr><th></th><th>가</th><th>나</th><th>다</th><th>라</th></tr>
<tr><td>A</td><td></td><td>○</td><td></td><td>○</td></tr>
<tr><td>B</td><td>○</td><td>×</td><td>○</td><td>×</td></tr>
</table>
경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $_4\mathrm{C}_2 \times 1 = 6$
(2) A와 B가 공통으로 가입하는 동아리가 1개인 경우 우선 A와 B가 1개의 동아리에 함께 가입한다.
<table>
<tr><th></th><th>가</th><th>나</th><th>다</th><th>라</th></tr>
<tr><td>A</td><td></td><td></td><td>○</td><td></td></tr>
<tr><td>B</td><td></td><td></td><td>○</td><td></td></tr>
</table>
A가 남은 3개의 동아리 중에서 1개에 가입한다.
<table>
<tr><th></th><th>가</th><th>나</th><th>다</th><th>라</th></tr>
<tr><td>A</td><td></td><td>○</td><td>○</td><td></td></tr>
<tr><td>B</td><td></td><td>×</td><td>○</td><td></td></tr>
</table>
B가 남은 2개의 동아리 중에서 1개에 가입한다.
<table>
<tr><th></th><th>가</th><th>나</th><th>다</th><th>라</th></tr>
<tr><td>A</td><td></td><td>○</td><td>○</td><td></td></tr>
<tr><td>B</td><td>○</td><td>×</td><td>○</td><td></td></tr>
</table>
경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $_4\mathrm{C}_1 \times 3 \times 2 = 24$
(1), (2)는 동시에 발생하지 않으므로 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여 $6+24=30$
</td><td>
[풀이2]
문제에서 주어진 집합의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 부분집합의 개수는 조합의 수에 의하여 $_5\mathrm{C}_2$ $(=10)$이다. 이 10개의 집합 중에서 임의로 2개의 집합을 선택한다고 하자.
(1) 선택된 두 집합의 교집합의 원소의 개수가 0인 경우 (즉, 교집합이 공집합인 경우)
예를 들어, 선택된 두 집합이 각각 $\{1,\ 3\}$, $\{2,\ 5\}$인 경우이다. 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 두 개의 숫자를 선택하는 경우의 수는 조합의 수에 의하여 $_5\mathrm{C}_2$이다. 예를 들어 1, 3을 선택하였을 때, 남은 2, 4, 5 중에서 서로 다른 두 개의 숫자를 선택하는 경우의 수는 조합의 수에 의하여 $_3\mathrm{C}_2$이다.
$\dfrac{_5\mathrm{C}_2 \times {_3\mathrm{C}_2}}{2!} = 15$
(2) 선택된 두 집합의 교집합의 원소의 개수가 1인 경우 (즉, 교집합이 공집합이 아닌 경우)
예를 들어, 선택된 두 집합이 각각 $\{1,\ 3\}$, $\{3,\ 4\}$인 경우이다. 1, 2, 3, 4, 5 중에서 ‘선택된 두 집합의 교집합의 원소가 될’ 한 개의 숫자를 선택하는 경우의 수는 조합의 수에 의하여 $_5\mathrm{C}_1$이다.
$\dfrac{_5\mathrm{C}_1 \times {_4\mathrm{C}_1} \times {_3\mathrm{C}_1}}{2!} = 30$
(1)과 (2)는 동시에 일어나지 않으므로,
구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여
$\dfrac{_5\mathrm{C}_2 \times {_3\mathrm{C}_2}}{2!} + \dfrac{5 \times {_4\mathrm{C}_1} \times {_3\mathrm{C}_1}}{2!} = 15 + 30 = 45$
답 45
</td></tr>
<tr><td colspan="2">
< 문항 분석 >
27번은 $_5\mathrm{C}_2 \to {_{10}\mathrm{C}_2}$로 답을 구하는 것이 가장 깔끔한 풀이이다. 다만 위와 같이 경우(CASE) 구분을 하여 문제를 해결할 수도 있다. M085(1)=27번(1), M085(2)=27번(2)은 관점이 일치한다.
</td></tr>
</table>

28

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 θ인 부채꼴 OAB에서 호 AB의 삼등분점 중 점 A에 가까운 점을 C라 하자. 변 DE가 선분 OA 위에 있고, 꼭짓점 G, F가 각각 선분 OC, 호 AC 위에 있는 정사각형 DEFG의 넓이를 $f(\theta)$라 하자. 점 D에서 선분 OB에 내린 수선의 발을 P, 선분 DP와 선분 OC가 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 OQP의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{f(\theta)}{\theta \times g(\theta)} = k$일 때, $60k$의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$이고, $\overline{\mathrm{OD}} < \overline{\mathrm{OE}}$이다.) [4점] (2018(6)-가형28)

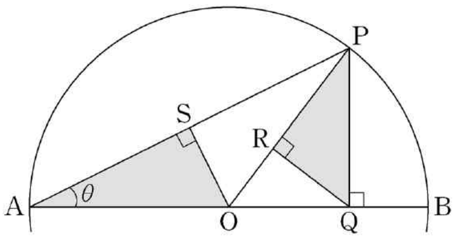


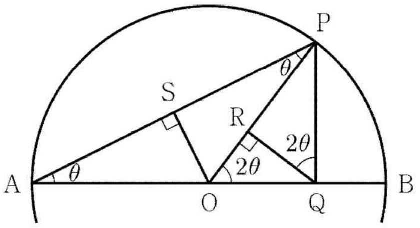
J100

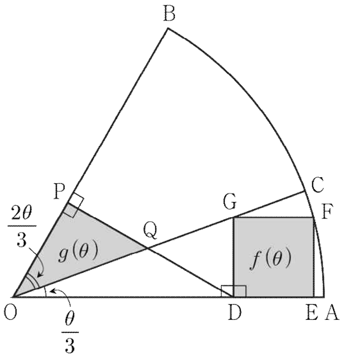
(2012-가형27)

그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q에서 선분 OP에 내린 수선의 발을 R, 점 O에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 S라 하자. $\angle \mathrm{PAQ} = \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{4}\right)$일 때, 삼각형 AOS의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PRQ의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{\theta^2 f(\theta)}{g(\theta)} = \frac{q}{p}$일 때,

$p^2 + q^2$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



<table>
<tr><th>J100 (풀이의 일부)</th><th>28번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr>
<td>


직각삼각형 OAS에서
$\overline{\mathrm{AS}}=\cos\theta$
삼각형의 넓이를 구하는 공식에 의하여
$f(\theta)=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AO}}\times\overline{\mathrm{AS}}\times\sin\theta=\frac{\sin\theta\cos\theta}{2}$
직각삼각형 POQ에서 $\overline{\mathrm{PQ}}=\sin2\theta$
직각삼각형 PQR에서 $\overline{\mathrm{QR}}=\sin2\theta\cos2\theta$
</td>
<td>
[풀이]


정사각형 DEFG의 한 변의 길이를 $x(\theta)$로 두자.
직각삼각형 ODG에서 삼각비의 정의에 의하여
$\overline{\mathrm{OD}}=\frac{\overline{\mathrm{DG}}}{\tan\frac{\theta}{3}}=\frac{x(\theta)}{\tan\frac{\theta}{3}}$
직각삼각형 DOP에서 삼각비의 정의에 의하여
$\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{DO}}\cos\theta=\frac{x(\theta)\cos\theta}{\tan\frac{\theta}{3}}$
직각삼각형 OPQ에서 삼각비의 정의에 의하여
$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{OP}}\tan\frac{2\theta}{3}=\frac{x(\theta)\cos\theta\tan\frac{2\theta}{3}}{\tan\frac{\theta}{3}}$
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">
< 문항 분석 >
직각삼각형이 주어지면 ‘삼각비의 정의’, ‘피타고라스의 정리’ 중에서 한 가지를 사용하거나, 이 둘을 모두 사용해야 한다. J100, 28번은 직각삼각형이 여러 개 주어져 있는데, 각각의 직각삼각형에 대하여 삼각비의 정의를 여러 번 적용하여 선분의 길이를 구하면 된다.
</td>
</tr>
</table>

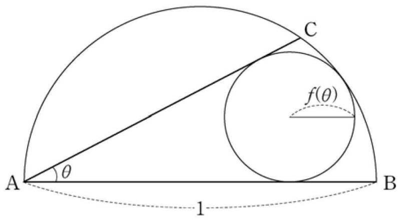
J111

(2016(6)-B형29)

그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 C를 잡고 $\angle \mathrm{BAC} = \theta$라 하자. 호 BC와 두 선분 AB, AC에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(\theta)$라 할 때,

$$\lim_{\theta \to 0+} \frac{\tan\frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha$$

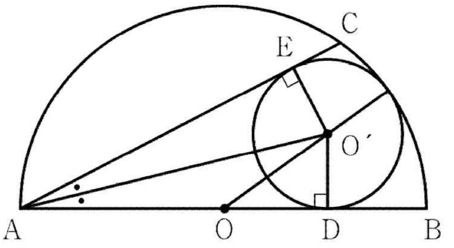
이다. 100α의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



<table>
<tr><th>J111 (풀이의 일부)</th><th>28번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr><td>

[풀이]

반원의 중심을 O, 반원에 내접하는 원의 중심을 O′이라고 하자. 그리고 점 O′에서 두 선분 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하자.



직각삼각형 O′OD에서 피타고라스의 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{O'O}}^2=\overline{\mathrm{OD}}^2+\overline{\mathrm{DO'}}^2$

대입하면

$$\left\{\frac{1}{2}-f(\theta)\right\}^2=\left\{\frac{f(\theta)}{\tan\frac{\theta}{2}}-\frac{1}{2}\right\}^2+\{f(\theta)\}^2$$

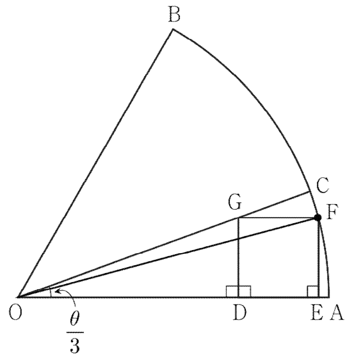
정리하면

$$f(\theta)=\tan\frac{\theta}{2}-\tan^2\frac{\theta}{2}$$

</td><td>

[참고1]

문제에서 주어진 조건인 '반지름의 길이가 1'을 이용하여 함수 $x(\theta)$의 방정식을 구하자.



정사각형 DEFG의 한 변의 길이를 $x(\theta)$로 두자.

직각삼각형 ODG에서 삼각비의 정의에 의하여

$$\overline{\mathrm{OD}}=\frac{\overline{\mathrm{DG}}}{\tan\frac{\theta}{3}}=\frac{x(\theta)}{\tan\frac{\theta}{3}}$$ 이므로 $$\overline{\mathrm{OE}}=\frac{x(\theta)}{\tan\frac{\theta}{3}}+x(\theta)$$

직각삼각형 OEF에서 피타고라스의 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{OF}}^2=\overline{\mathrm{OE}}^2+\overline{\mathrm{EF}}^2$ 대입하면

$$1^2=\left\{\frac{x(\theta)}{\tan\frac{\theta}{3}}+x(\theta)\right\}^2+\{x(\theta)\}^2$$

정리하면 $$x(\theta)=\frac{1}{\sqrt{\left(\cot\frac{\theta}{3}+1\right)^2+1}}$$

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

< 문항 분석 >

28번에서 주어진 조건 $\overline{\mathrm{OF}}=1$을 이용하여 위하여 직각삼각형 FOE에서 피타고라스의 정리를 적용하면 된다.

J111, 28번은 아래와 같은 전형적인 풀이를 적용한다는 점에서 공통점을 가진다.

J111: 삼각형 O′AD에서 삼각비의 정의→삼각형 O′OD에서 피타고라스의 정리
28번: 삼각형 GOD에서 삼각비의 정의→삼각형 FOE에서 피타고라스의 정리

</td></tr>
</table>

29

좌표평면에서 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점을 A, 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 한 점을 B라 할 때, 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$

(나) $|\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 = 20$

$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$의 최솟값은 m이고 이때 $|\overrightarrow{OP}| = k$이다. $m + k^2$의 값을 구하시오. [4점] (2018(6)-가형29)

R011

(2000-자연2)

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{a} - 2\vec{b}| = 6$일 때, 내적 $\vec{a} \cdot \vec{b}$의 값은? [2점]

① 5 ② 4 ③ 3

④ 2 ⑤ 1

R011 (풀이의 일부)	29번 (풀이의 일부)
[풀이] 벡터의 내적의 성질에 의하여 $|\vec{a} - 2\vec{b}|^2 = (\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b})$ $= |\vec{a}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2$ $= 2^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4 \times 3^2$ $= 40 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 36$ $\therefore\ \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ 답 ⑤	벡터의 내적의 성질에 의하여 $|\overrightarrow{AB}|^2 = |\overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PA}|^2$ $= |\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 - 2\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ $= 20 - 2\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ ($\because$ 조건 (나)) 위의 등식을 다시 쓰면 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 10 - \dfrac{|\overrightarrow{AB}|^2}{2} \geq 10 - \dfrac{4^2}{2} = 2$ (단, 등호는 두 벡터 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$의 방향이 정반대일 때 성립한다.) 따라서 $m = 2$이다.

< 문항 분석 >

R011은 내적의 성질을 이용한 교과서 예제 수준의 전형적인 문제이다.

29번은 R011과 같은 전형적인 문제에 최대, 최소를 내적 결합시킨 문제이다. 이처럼 '값'을 구하는 문제에서 '최대, 최소의 값'을 구하는 문제로 바꾸는 것은 평가원이 출제하는 방식 중의 하나이다.

'값'(전형적인 문제)→'최대, 최소의 값'(고난이도 문제)

29번은 크게 3가지의 풀이가 가능하다.

[풀이1]: 위치 벡터(시점이 O인 벡터)로 바꾸고 문제를 산술적으로 해결한다.

문제에서 $|\overrightarrow{OP}|$의 값을 구하라고 하였는데, 벡터 $\overrightarrow{OP}$의 시점이 원점이다. 이 식이 [풀이1]에 대한 힌트가 될 수 있다.

[풀이2]: 삼각형의 결정조건을 이용한다.

문제에서 $|\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2$, $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$을 주었으므로 $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}|^2$ 또는 $|\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB}|^2$을 떠올리는 것은 자연스럽다.

[풀이3]: 좌표를 도입한다.

문제에서 주어진 조건을 모두 만족시키는 점 P의 자취를 구한다는 관점에서, 역시 자연스러운 풀이이다.

T012

(2013(9)−가형29)

좌표공간에서 네 점 A_0, A_1, A_2, A_3이 다음 조건을 만족시킨다.

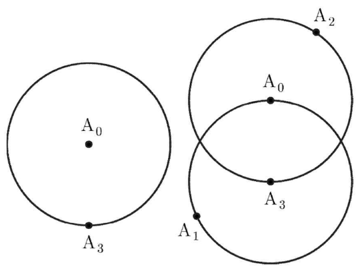
(가) $|\overrightarrow{A_0A_2}| = |\overrightarrow{A_1A_3}| = 2$

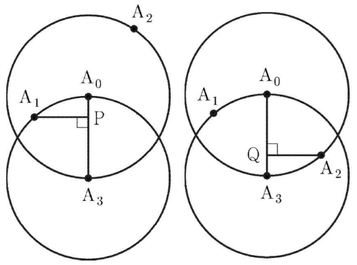
(나) $\frac{1}{2}\overrightarrow{A_0A_3} \cdot \left(\overrightarrow{A_0A_k} - \frac{1}{2}\overrightarrow{A_0A_3}\right) = \cos\frac{3-k}{3}\pi$ $(k = 1,\ 2,\ 3)$

$|\overrightarrow{A_1A_2}|$의 최댓값을 M이라 할 때, M^2의 값을 구하시오. [4점]

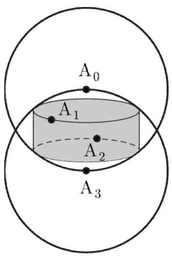
T012 (풀이의 일부)

공간에서 점 A_0을 정점으로 두어도 풀이의 일반성을 잃지 않는다. ㉠에 의하여 점 A_3은 정점 A_0을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 구 위에 있다. 이때, 점 A_3을 아래 그림과 같이 고정시키자.

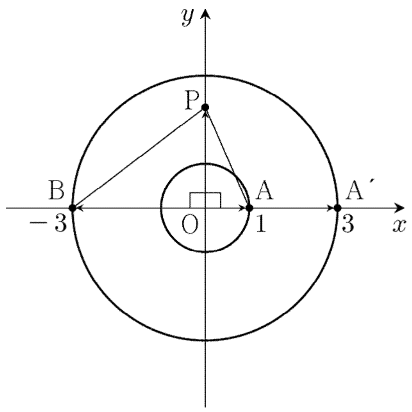




다음은 두 점 A_1, A_2의 자취를 그린 것이다.



29번 (풀이의 일부)



위의 그림처럼 두 점 A, B의 좌표를 각각

$A(1,\ 0)$, $B(-3,\ 0)$

으로 두어도 풀이의 일반성을 잃지 않는다.

(*)에서 두 직선 $AB(A'B)$, OP가 서로 수직이므로

점 P는 y축 위에 있다.

이때, 점 P의 좌표를 $P(0,\ t)$로 두고, $t > 0$인 경우만을 생각해도 풀이의 일반성을 잃지 않는다.

조건 (나)에서

$|\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2$

$= 1^2 + t^2 + 3^2 + t^2 = 10 + 2t^2 = 20$

풀면 $t^2 = 5$

따라서 $k^2 = t^2 = 5$이다.

$\therefore\ m + k^2 = 7$

답 7

< 문항 분석 >

T012 : 점 A_0을 고정시키고, 나머지 세 점 A_1, A_2, A_3의 상대적인 위치를 결정한다. 이 과정에서 벡터의 내적의 성질을 이용한다.

29번: 점 A를 고정시키고, 나머지 두 점 B, P의 상대적인 위치를 결정한다. 이 과정에서 벡터의 내적의 성질을 이용한다.

위의 두 문항은 한 점을 고정시킨 상태에서, 벡터의 내적의 성질을 이용하여, 나머지 점들의 위치를 결정한다는 측면에서 동일한 관점을 갖고 있다. 이 관점의 문제는 앞으로도 계속 출제될 것이다.

30

실수 a와 함수 $f(x)=\ln(x^4+1)-c(c>0$인 상수)에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_a^x f(t)dt$$

라 하자. 함수 $y=g(x)$의 그래프가 x축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 α_1, α_2, $\cdots$, α_m(m은 자연수)이다.

$a=\alpha_1$일 때, 함수 $g(x)$와 상수 k는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

(나) $\displaystyle\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x)dx=k\alpha_m\int_0^1 |f(x)|dx$

$mk\times e^c$의 값을 구하시오. [4점] (2018(6)-가형30)

L013

(1997-자연11)

모든 실수 x에 대하여 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족한다.

$$f(1-x)=1-f(x)$$

다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은? [3점]

① $f(0)+f(1)=1$ ② $f'(0)=f'(1)$ ③ $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx=\frac{1}{2}$ ④ $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$ ⑤ $f(0)=0$

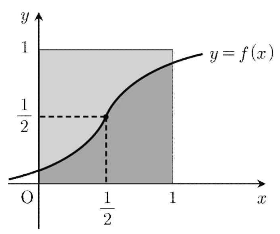
<table>
<tr><th>L013 (풀이의 일부)</th><th>30번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr><td>

[풀이2]

주어진 등식을 정리하면

$\dfrac{f(x)+f(1-x)}{2}=\dfrac{1}{2}$

내분점의 공식에 의하여 모든 실수 x에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $(x,\ f(x))$, $(1-x,\ f(1-x))$의 중점은 항상 $\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$이다. 따라서 곡선 $y=f(x)$는 점 $\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$에 대하여 대칭이다.

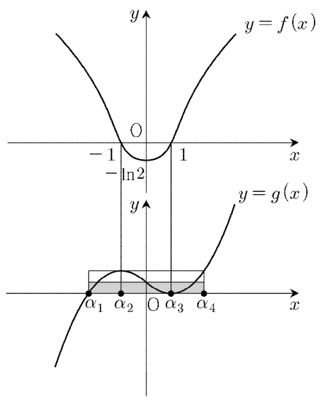


위의 그림에서 색칠된 두 도형은 합동이므로

$2\displaystyle\int_0^1 f(x)dx=1$에서 $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx=\frac{1}{2}$

</td><td>

함수 $g(x)$의 그래프는



위의 그림에서 어두운 부분은 네 직선 $x=\alpha_1$, $x=\alpha_4$, $y=0$, $y=g(0)$으로 둘러싸인 직사각형이다.

함수 $g(x)$는 점 $(0,\ g(0))$에 대하여 대칭이므로

$\displaystyle\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x)dx=\int_{\alpha_1}^{\alpha_4} g(x)dx$

=(어두운 직사각형의 넓이)

$=(\alpha_4-\alpha_1)g(0)=2\alpha_4 g(0)$ …㉠

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

< 문항 분석 >

L013에서 점대칭인 곡선에서의 정적분의 값을 도형의 대칭성을 이용하여 구한 것이 30번에 그대로 출제되었다. 이처럼 초기 수능 문제도 소재의 측면에서 상당히 중요하다고 할 수 있다.

</td></tr>
</table>

L008

(2016(9)-B형21)

함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases}|\sin x|-\sin x & \left(-\dfrac{7}{2}\pi \le x<0\right)\\ \sin x-|\sin x| & \left(0\le x\le \dfrac{7}{2}\pi\right)\end{cases}$$

라 하자. 닫힌구간 $\left[-\dfrac{7}{2}\pi,\ \dfrac{7}{2}\pi\right]$에 속하는 모든 실수 x에 대하여 $\displaystyle\int_a^x f(t)dt \ge 0$이 되도록 하는 실수 a의 최솟값을 α, 최댓값을 β라 할 때, $\beta-\alpha$의 값은?

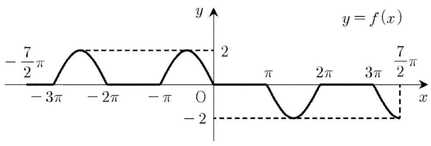
(단, $-\dfrac{7}{2}\pi \le a \le \dfrac{7}{2}\pi$) [4점]

① $\dfrac{\pi}{2}$　　② $\dfrac{3}{2}\pi$　　③ $\dfrac{5}{2}\pi$　　④ $\dfrac{7}{2}\pi$　　⑤ $\dfrac{9}{2}\pi$

<table>
<tr><th>L008 (풀이의 일부)</th><th>30번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr><td>

[풀이]

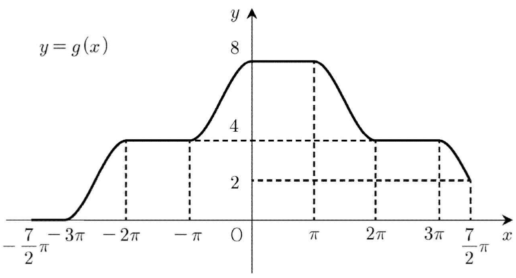
함수 $f(x)$의 그래프는



$g(x)=\displaystyle\int_a^x f(t)dt$로 두자.

적분과 미분의 관계에 의하여 $g'(x)=f(x)$

함수 $g(x)$의 그래프는



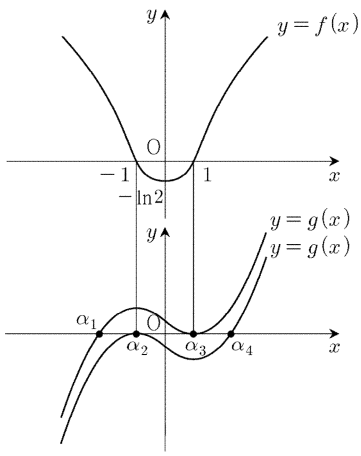
</td><td>

적분과 미분의 관계에 의하여

$g'(x)=f(x)$

함수 $f(x)$의 방정식은 $f(x)=\ln(x^4+1)-\ln 2$

함수 $f(x)$의 그래프를 그리고, 그 아래에 'x축과 만나는 점의 개수가 2가 되도록' 함수 $g(x)$의 그래프를 그리자.



문제에서 주어진 등식에서 $g(a)=\displaystyle\int_a^a f(t)dt=0$

이므로 함수 $g(x)$는 $(a,\ 0)$을 지난다.

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

< 문항 분석 >

L013: $\displaystyle\int_a^x f(t)dt$의 도함수는 $f(x)$ & $\displaystyle\int_a^a f(t)dt=0$을 이용하여 x절편 결정

30번: $\displaystyle\int_a^x f(t)dt$의 도함수는 $f(x)$ & $\displaystyle\int_a^a f(t)dt=0$을 이용하여 x절편 결정

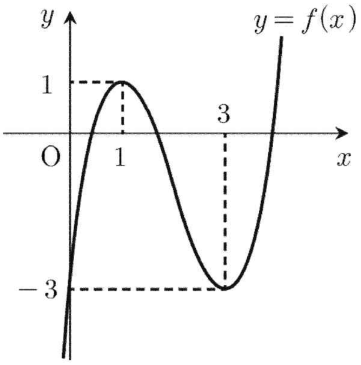
위의 두 문제에서 묻고 있는 바는 정확하게 일치한다.

</td></tr>
</table>

H036

(2003-인문16/자연16)

그림과 같이 삼차함수 $y=f(x)$가 극댓값 $f(1)=1$과 극솟값 $f(3)=-3$을 가지며, $f(0)=-3$이다. 이때, $\int_0^3 |f'(x)|dx$의 값은? [3점]



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

<table>
<tr><th>H036 (풀이의 일부)</th><th>30번 (풀이의 일부)</th></tr>
<tr><td>[풀이]
구간 $[0,\ 1]$에서 함수 $f(x)$가 증가하므로
$f'(x)\ge 0$
구간 $[1,\ 3]$에서 함수 $f(x)$가 감소하므로
$f'(x)\le 0$
정적분의 성질에 의하여
$\int_0^3 |f'(x)|dx$
$=\int_0^1 f'(x)dx+\int_1^3 \{-f'(x)\}dx$
$=[f(x)]_0^1+[-f(x)]_1^3$
$=f(1)-f(0)-f(3)+f(1)=8$
답 ③</td><td>미적분의 기본정리에 의하여
$k\alpha_m\int_0^1 |f(x)|dx=k\alpha_4\int_0^1(-f(x))dx$
$=k\alpha_4[-g(x)]_0^1=k\alpha_4(g(0)-g(1))$
$=k\alpha_4 g(0)$ ($\because g(1)=g(\alpha_3)=0$) …㉡
문제에서 주어진 조건에 의하여
㉠=㉡: $2\alpha_4 g(0)=k\alpha_4 g(0)$
$\alpha_4\ne 0,\ g(0)\ne 0$이므로 $k=2$이다.
로그의 정의에 의하여
$\therefore\ mk\times e^c=4\times 2\times e^{\ln 2}=16$
답 16</td></tr>
<tr><td colspan="2">< 문항 분석 >
H036: $\int_0^3 |f'(x)|dx$에서 $f'(x)$(도함수)의 그래프를 이용하여 절댓값을 처리한다.
30번: $k\alpha_m\int_0^1 |f(x)|dx$에서 $f(x)$(도함수)의 그래프를 이용하여 절댓값을 처리한다.
위의 두 문제에서 도함수의 부호를 이용하여 정적분의 구간을 나누는 관점은 일치한다. 그리고 도함수의 정적분이 원래 함수의 함숫값의 차이라는 ‘미적분의 기본 정리’에 대한 이해를 묻고 있는 것도 같다.</td></tr>
</table>

G156

(2017(9)-나형20)

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x=-2$에서 극댓값을 갖는다.
(나) $f'(-3)=f'(3)$

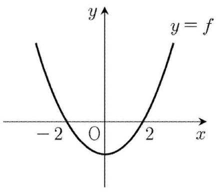
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ. 도함수 $f'(x)$는 $x=0$에서 최솟값을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=f(2)$는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1,\ f(-1))$에서의 접선은 점 $(2,\ f(2))$를 지난다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

G156 (풀이의 일부)

○ $a>0$인 경우



$x=-2$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌므로 함수 $f(x)$는 $x=-2$에서 극댓값을 갖는다. 이는 조건 (가)를 만족시킨다.

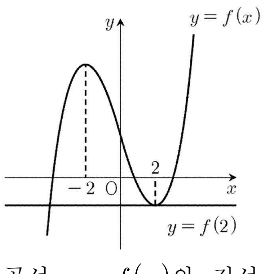
ㄱ. (참)

a가 양수이므로 이차함수 $f'(x)=3ax^2-12a$는 $x=0$일 때 최솟값을 갖는다.

ㄴ. (참)

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

함수 $y=f(x)$의 그래프는



곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=f(2)$의 교점의 개수가 2이므로 방정식 $f(x)=f(2)$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

30번 (풀이의 일부)

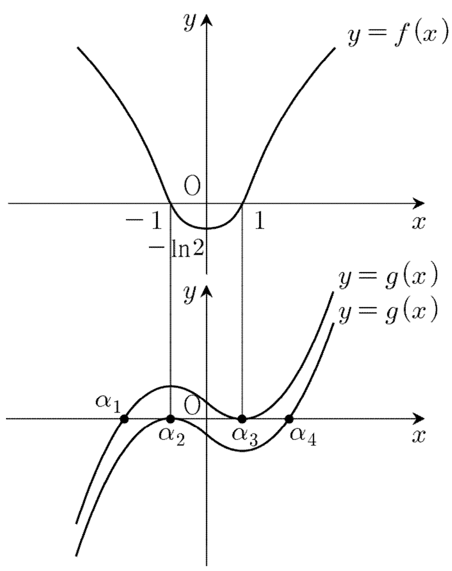
적분과 미분의 관계에 의하여

$g'(x)=f(x)$

함수 $f(x)$의 방정식은

$f(x)=\ln(x^4+1)-\ln 2$

함수 $f(x)$의 그래프를 그리고, 그 아래에 'x축과 만나는 점의 개수가 2가 되도록' 함수 $g(x)$의 그래프를 그리자.



함수 $g(x)$의 그래프는 점 $(0,\ g(0))$에 대하여 대칭이다. (←[참고1])

< 문항 분석 >

위의 두 문항은 도함수 $f'(x)$가 y축 대칭일 때, 원래 함수 $f(x)$가 점대칭이라는 사실을 소재로 하고 있다. 이처럼 미적분1 문제의 소재를 미적분2에서 다시 출제하는 것은 빈번한 일이므로, 미적분1의 문제들도 반드시 풀어주어야 한다.