제 2 교시

수학 영역(가 형)

5지선다형

1. $\sqrt[3]{8}\times 4^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 4　④ 8　⑤ 16

$2^{3\times\frac{1}{3}} \times 2^{2\times\frac{3}{2}} = 2\times 8 = 16$

2. $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n^2+12n}-3n\right)$ 의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left(\sqrt{9n^2+12n}-3n\right)\left(\sqrt{9n^2+12n}+3n\right)}{\left(\sqrt{9n^2+12n}+3n\right)} = \cancel{9n^2}+12n-\cancel{9n^2}$$

$$\frac{12}{3+3} = 2$$

3. 첫째항이 1이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3 = a_2 + 6$$

일 때, a_4의 값은? [2점]

① 18　② 21　③ 24　④ 27　⑤ 30

$ar^2 = ar+6$

$r^2 = r+6$

$r^2 - r - 6 = 0$

$(r-3)(r+2)=0$

$r=3$

$ar^3 = 1\times 27 = 27$

4. 6개의 문자 a, a, a, b, b, c를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [3점]

① 52　② 56　③ 60　④ 64　⑤ 68

$$\frac{6!}{3!\,2!} = \frac{6\,5\,4\,\cancel{2}}{\cancel{2}} = 60$$

5. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}=10$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+2a_n{}^2+3n^2}{a_n{}^2+n^2}$의 값은? [3점]

① 3　② $\frac{7}{2}$　③ 4　④ $\frac{9}{2}$　⑤ 5

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=0$

$\frac{\cancel{\frac{a_n}{n^2}}+2\left(\frac{a_n}{n}\right)^2+3}{\frac{a_n^2}{n^2}+1}$

6. 두 양수 a, b에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(2, \log_4 a)$, $(3, \log_2 b)$를 지나는 직선이 원점을 지날 때, $\log_a b$의 값은? (단, $a\neq 1$) [3점]

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{3}{4}$　④ 1　⑤ $\frac{5}{4}$

$\frac{\log_2 b-\log_4 a}{3-2}=\log_2 b-\frac{1}{2}\log_2 a$

$\log_2 b-\log_2\sqrt{a}=\log_2\frac{b}{\sqrt{a}}$

$y=\log_2\frac{b}{\sqrt{a}}(x-3)+\log_2 b$

0　0

$0=-3\log_2\frac{b}{\sqrt{a}}+\log_2 b$

$3\log_2\frac{b}{\sqrt{a}}=\log_2 b$

$\left(\frac{b}{\sqrt{a}}\right)^3=b \Rightarrow \frac{b^3}{a^{\frac{3}{2}}}=b \Rightarrow$

$b^2=a^{\frac{3}{2}}$

$b=a^{\frac{3}{4}}$

$\log_a a^{\frac{3}{4}}=\frac{3}{4}$

7. 함수

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{2\times\left(\frac{x}{4}\right)^{2n+1}-1}{\left(\frac{x}{4}\right)^{2n}+3}$$

에 대하여 $f(k)=-\frac{1}{3}$을 만족시키는 정수 k의 개수는? [3점]

① 5　② 7　③ 9　④ 11　⑤ 13

$-1<\frac{x}{4}<1$

$-4<x<4$

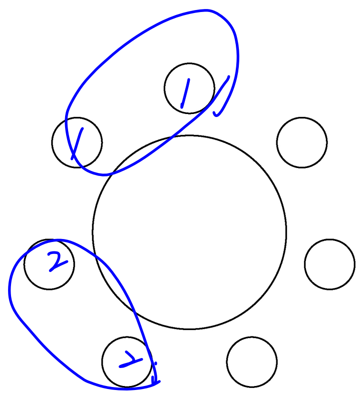
~~-3, -2, -1, 0~~

1 2 3

8. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 1학년 학생끼리 이웃하고 2학년 학생끼리 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 96 ② 100 ③ 104 ④ 108 ⑤ 112

1 : 2명
2 : 2명
3 : 3명.



$(1_1 1_2)$ $(2_1 2_2)$ $3_a\ 3_b\ 3_c$

원순열 배열.

$4! \times 2! \times 2!$

순서 정해짐

1학년 2학년 자리 바꾸기

$= 96$

9. 함수

$$f(x) = 2\log_{\frac{1}{2}}(x+k)$$

가 닫힌구간 $[0, 12]$에서 최댓값 -4, 최솟값 m을 갖는다. $k+m$의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

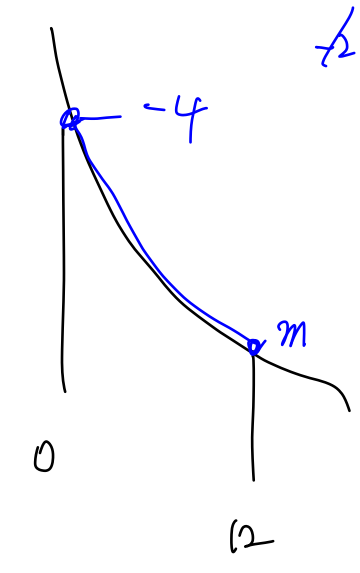
① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$-2\log_2(x+k)$

$\therefore 4-8=-4$

$-2\log_2 k = -2$

$k=4$



$-2\log_2(x+4)$

$-2\log_2 16 = m$

$-2\times 4 = -8$

10. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$(e^{2x}-1)^2 f(x) = a - 4\cos\frac{\pi}{2}x$$

를 만족시킬 때, $a\times f(0)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① $\frac{\pi^2}{6}$ ② $\frac{\pi^2}{5}$ ③ $\frac{\pi^2}{4}$ ④ $\frac{\pi^2}{3}$ ⑤ $\frac{\pi^2}{2}$

$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{a-4\cos\frac{\pi}{2}x}{(e^{2x}-1)^2}$

$\lim_{x\to 0} \frac{a-4\cos\frac{\pi}{2}x}{(e^{2x}-1)^2}$

$\lim_{x\to 0}(e^{2x}-1)=0$

$\lim_{x\to 0}(a-4\cos\frac{\pi}{2}x)=0$

$a-4=0$

$a=4$

$\lim_{x\to 0} \frac{4(1-\cos\frac{\pi}{2}x)}{(\frac{\pi}{2}x)^2} \times \frac{(\frac{\pi}{2}x)}{(e^{2x}-1)} \times \frac{(\frac{\pi}{2}x)}{e^{2x}-1}$

$\frac{1}{2}$

$\times \frac{2x}{e^{2x}-1} \times \frac{2x}{e^{2x}-1} \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2$

1 1

$4 \times \frac{1}{2} \times \frac{\pi^2}{16} = \frac{\pi^2}{8}$

$= f(0)$

$a=4$

$4\times\frac{\pi^2}{8} = \frac{\pi^2}{2}$

11. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\frac{f(x)}{(e^x+1)^2}$$

라 하자. $f'(0)-f(0)=2$일 때, $g'(0)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

$$g'(x)=\frac{f'(x)(e^x+1)^2-f(x)(2e^x(e^x+1))}{(e^x+1)^4}$$

$$g'(0)=\frac{4f'(0)-4f(0)}{16}=\frac{f'(0)-f(0)}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

12. 자연수 n이 $2\le n\le 11$일 때, $-n^2+9n-18$의 n제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n의 값의 합은? [3점]

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

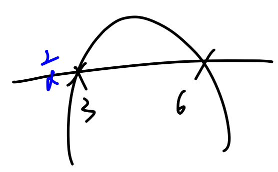
$x^n=-n^2+9n-18$

n이 짝수이면 $-n^2+9n-18>0$

n이 홀수이면 $-n^2+9n-18<0$

$-(n^2-9n+18)$

$(n-3)(n-6)$



n=2 (X)
3 (X)
4 (O)
5 (X)
6 (X)
7 (O)
8 (X)
9 (O)
10 (X)
11 (O)

$\underbrace{4+7}_{11}+\underbrace{9+11}_{20}=31$

13. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 할 때, $|a-3|+|b-3|=2$이거나 $a=b$일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

b \ a	1	2	3	4	5	6
	$\|1-3\|$ 2	$\|2-3\|$ 1	$\|3-3\|$ 0	$\|4-3\|$ 1	$\|5-3\|$ 2	$\|6-3\|$ 3
1	2+2=4	3	2	3	4	5
2	3	2	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	2	3	4
5	4	3	2	3	4	5
6	5	4	3	4	5	6

a b
(3.1)
(2.2) (4.2)
(1.3) (5.3)
(2.4) (4.4)
(3.5)
중복
+(1.1) (2.2) (3.3)
(4.4) (5.5) (6.6)

$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

범주 고려
꼼꼼하기

14. $0 \le \theta < 2\pi$일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-(2\sin\theta)x-3\cos^2\theta-5\sin\theta+5=0$$

$-3+3s^2-5s+5$
$1-\sin^2\theta$
$3s^2-5s+2=0$

이 실근을 갖도록 하는 θ의 최솟값과 최댓값을 각각 α, β라 하자. $4\beta-2\alpha$의 값은? [4점]

① 3π ② 4π ③ 5π ④ 6π ⑤ 7π

$x^2-2sx+3s^2-5s+2=0$

$D \ge 0$ $\quad s^2-(3s^2-5s+2) \ge 0$

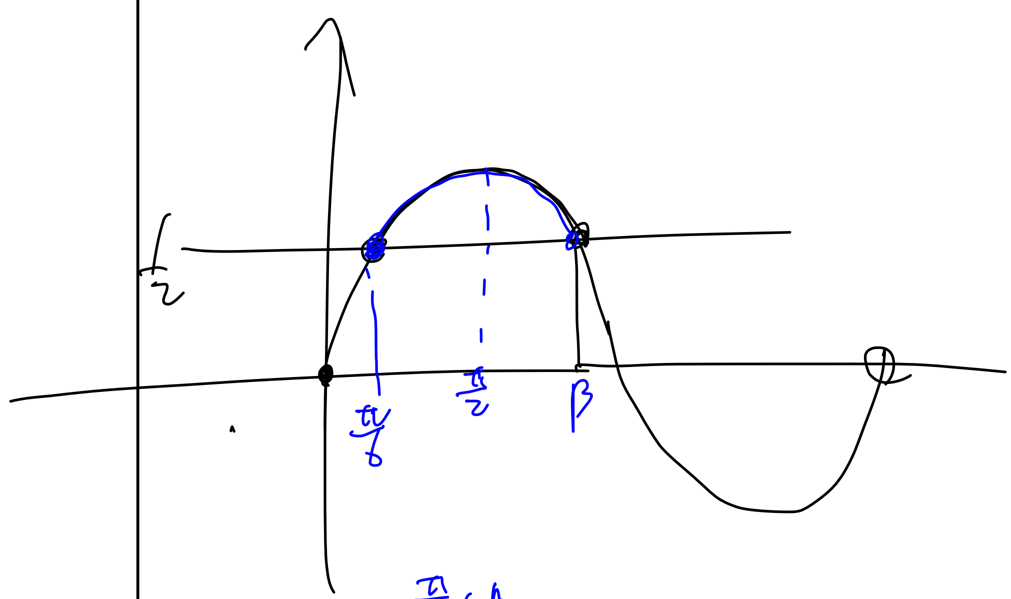
$-2s^2+5s-2 \ge 0$

$2s^2-5s+2 \le 0$

$(2s-1)(s-2) \le 0$

$\frac{1}{2} \le s \le 2$

$\frac{1}{2} \le \sin\theta$



$\frac{\pi}{6}+\beta=\pi$

$\beta=\frac{5}{6}\pi$

$\alpha=\frac{\pi}{6}$

$\frac{20}{6}\pi-\frac{2\pi}{6}=\frac{18}{6}\pi=3\pi$

15. 수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n=(2^{2n}-1)\times 2^{n(n-1)}+(n-1)\times 2^{-n}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n} \quad \cdots\cdots \ (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

> (ⅰ) $n=1$일 때, (좌변)$=3$, (우변)$=3$이므로 $(*)$이 성립한다.
>
> (ⅱ) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면
>
> $$\sum_{k=1}^{m} a_k = 2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m}$$
>
> 이다. $n=m+1$일 때,
>
> $$\sum_{k=1}^{m+1} a_k = 2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m} \quad + a_{m+1}$$
>
> $$+(2^{2m+2}-1)\times \boxed{(가)}+m\times 2^{-m-1}$$
>
> $\frac{(m+1)m}{2}$ $\quad \frac{m}{2}\times 2^{-m}$
>
> $$=\boxed{(가)}\times\boxed{(나)}-\frac{m+2}{2}\times 2^{-m}$$
>
> (나)$=2^{2m+2}$ $\quad \frac{(m+1)m}{2}(1+2^{2m+2}-1)$ $\quad 2^{-m}\left(-m-1+\frac{m}{2}\right)$ $\quad \left(-\frac{m}{2}-1\right)$
>
> $$=2^{(m+1)(m+2)}-(m+2)\times 2^{-(m+1)}$$
>
> $-\left(\frac{m+2}{2}\right)2^{-m}$
>
> 이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.
>
> (ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n}$$
>
> 이다.
>
> $f(m)=2^{m(m+1)}$
>
> $g(m)=2^{2m+2}$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\frac{g(7)}{f(3)}$의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

$$\frac{g(7)=2^{16}}{f(3)=2^{12}} = 2^4=16$$

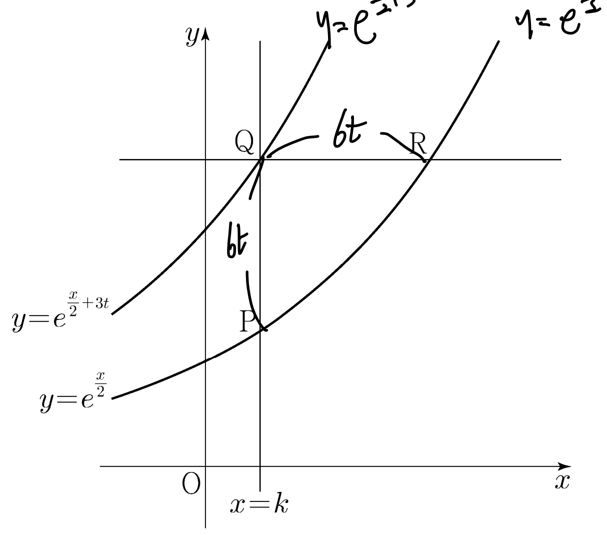
16. ~~양수 t~~에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수 k의 값을 $f(t)$라 하자.

> 직선 $x=k$와 두 곡선 $y=e^{\frac{x}{2}}$, $y=e^{\frac{x}{2}+3t}$이 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 점 Q를 지나고 y축에 수직인 직선이 곡선 $y=e^{\frac{x}{2}}$과 만나는 점을 R라 할 때, $\overline{PQ}=\overline{QR}$이다.

$e^{\frac{(x+6t)}{2}}=e^{\frac{x}{2}+3t}$

함수 $f(t)$에 대하여 $\lim_{t\to 0+} f(t)$의 값은? [4점]

① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $\ln 4$ ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$



$$e^{\frac{k}{2}+3t}-e^{\frac{k}{2}}=6t$$

$$e^{\frac{k}{2}}(e^{3t}-1)=6t$$

$$e^{\frac{k}{2}}=\frac{6t}{e^{3t}-1}$$

$$\frac{k}{2}=\ln\frac{6t}{e^{3t}-1}$$

$$f(t)=k=2\ln\left(\frac{6t}{e^{3t}-1}\right)$$

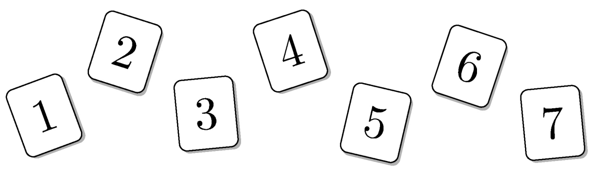
$$\lim_{t\to 0+} 2\ln\left(\frac{6t}{e^{3t}-1}\right)$$

$$2\ln\left(\frac{3t}{e^{3t}-1}\times 2\right)=2\ln 2=\ln 4$$

17. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

> (가) 4가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에는 각각 4보다 큰 수가 적혀 있는 카드가 있다.
> (나) 5가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에는 각각 5보다 작은 수가 적혀 있는 카드가 있다.

① $\frac{1}{28}$　② $\frac{1}{14}$　③ $\frac{3}{28}$　④ $\frac{1}{7}$　⑤ $\frac{5}{28}$



□4□　5, 6, 7.

□5□　1 2 3 4

세트

○ 4 5 ○ — — — ○ ⇒ 배열

2× 3

2 × 3 × 4! × 2! = 288

자리배치 (4-5)

세트

○ 4 ○ ○ 5 ○ — ○ ⇒ 배열

6이거

2! × 3C2 × 2! × 2! × 2! = 48

(1or2or3) 선택 후 배열　자리배치 (4-5)

○ 4 ○ ○ ○ 5 ○

2! × 3C2 × 2! × 2! = 24

자리배치 (4-5)

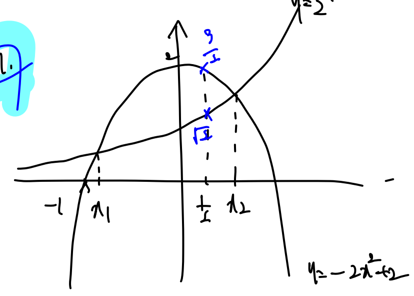
$\frac{288+48+24}{7\times6\times5\times4\times3\times2} = \frac{15}{7\times6\times5} = \frac{1}{14}$

18. 두 곡선 $y=2^x$과 $y=-2x^2+2$가 만나는 두 점을 $(x_1,\,y_1)$, $(x_2,\,y_2)$라 하자. $x_1<x_2$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

> <보 기>
>
> ㄱ. $x_2>\frac{1}{2}$
>
> ㄴ. $y_2-y_1<x_2-x_1$
>
> ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2}<y_1y_2<1$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ.



$\frac{1}{2} < x_2$ 이므로 ㄱ은 참!

ㄴ. $y_2=-2x_2^2+2$
$y_1=-2x_1^2+2$

$y_2-y_1=(-2x_2^2+2)-(-2x_1^2+2)=-2x_2^2+2x_1^2$

$y_2-y_1<x_2-x_1$
$-2(x_2^2-x_1^2)<x_2-x_1$　$(\because x_2-x_1>0)$
$-2(x_2+x_1)<1$
$x_2+x_1>-\frac{1}{2}$

$-1<x_1<0$ ⇒ $-\frac{1}{2}<x_2+x_1$ ㄴ 참!
$\frac{1}{2}<x_2$ (ㄱ 보기 이용!)

ㄷ. $y_1=2^{x_1}$　$y_2=2^{x_2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}<2^{x_1+x_2}<1$

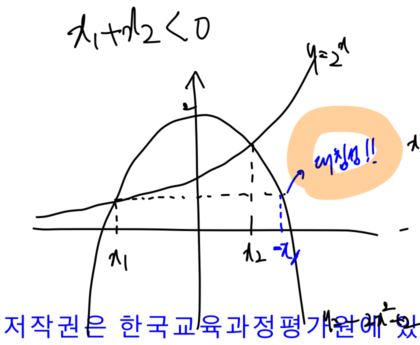
$2^{\frac{1}{2}-1}=2^{-\frac{1}{2}}$

$2^{-\frac{1}{2}}<2^{x_1+x_2}<2^0$

$-\frac{1}{2}<x_1+x_2<0$

ㄴ 보기에 의해서 참!

$x_1+x_2<0$



$x_2<-x_1$ ⇒ $x_1+x_2<0$

ㄷ 참!

19. 두 집합 $A=\{1, 2, 3, 4\}$, $B=\{1, 2, 3\}$에 대하여 A에서 B로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

> $f(1)\geq 2$이거나 함수 f의 치역은 B이다.

① $\frac{16}{27}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{20}{27}$ ④ $\frac{22}{27}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

$A \to B$

$f(1)<2 \cap f$의 치역 B가 아님.

치역 1개 → 2, 3, 4 모두 1로 → 1가지

치역 2개 → $2C1 \times (2^3-1) = 2\times 7 = 14$

치역 2 or 3 선택

$1-\frac{15}{3^4}$

$=1-\frac{15}{81} = 1-\frac{5}{27} = \frac{22}{27}$

20. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=3$, $\overline{AC_1}=2$이고 $\angle B_1AC_1=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 AB_1C_1이 있다. $\angle B_1AC_1$의 이등분선이 선분 B_1C_1과 만나는 점을 D_1, 세 점 A, D_1, C_1을 지나는 원이 선분 AB_1과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B_2라 할 때, 두 선분 B_1B_2, B_1D_1과 호 B_2D_1로 둘러싸인 부분과 선분 C_1D_1과 호 C_1D_1로 둘러싸인 부분인 ◿◺ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

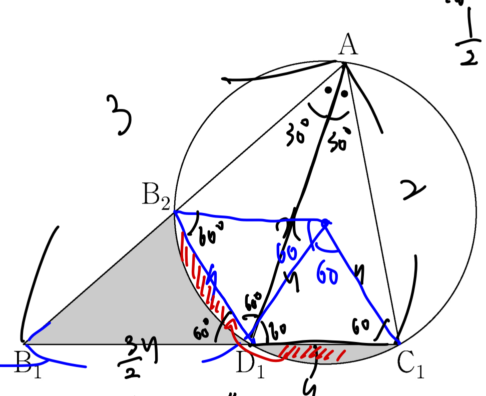
그림 R_1에서 점 B_2를 지나고 직선 B_1C_1에 평행한 직선이 두 선분 AD_1, AC_1과 만나는 점을 각각 D_2, C_2라 하자. 세 점 A, D_2, C_2를 지나는 원이 선분 AB_2와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B_3이라 할 때, 두 선분 B_2B_3, B_2D_2와 호 B_3D_2로 둘러싸인 부분과 선분 C_2D_2와 호 C_2D_2로 둘러싸인 부분인 ◿◺ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]

넓이 같다

$\frac{1}{2}\times 3\times 2\times \sin 60^\circ = \frac{1}{2}\times 3x \times \sin 30^\circ + \frac{1}{2}\times 2x \times \sin 30^\circ$

R_1



$\frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3x}{4} + \frac{2x}{4}$

$\frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{5x}{4}$

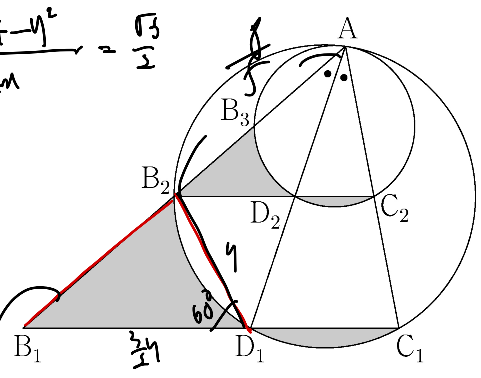
$\frac{3\sqrt{3}}{2}\times\frac{4}{5} = \frac{6}{5}\sqrt{3} = x$

각의 이등분선 3 : 2

$B_1D_1 : y = 3 : 2$

$\cos 30^\circ = \frac{x^2+4-y^2}{4x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

R_2



$\frac{36\times 3}{25}+4-y^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\times 4x = 2\sqrt{3}\times\frac{6}{5}\sqrt{3}$

$\frac{108}{25}+4-y^2 = \frac{36}{5}$

$\frac{108}{25}+\frac{100}{25}-\frac{180}{25} = y^2$

$\frac{28}{25} = y^2$

$\frac{2\sqrt{7}}{5} = y$

$\cos 60^\circ = \frac{y^2+\frac{9}{4}y^2-z^2}{2\times\frac{3}{2}y\times y} = \frac{1}{2}$

$\frac{13}{4}y^2 - z^2 = \frac{3}{2}y^2$

$\frac{7}{4}y^2 = z^2$

$\frac{\sqrt{7}}{2}y = z$

$\frac{\sqrt{7}}{2}\times\frac{2\sqrt{7}}{5} = \frac{7}{5} = z$

$\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}y^2\times\sin 60$

$a = \frac{21}{50}\sqrt{3}$

① $\frac{27\sqrt{3}}{46}$ ② $\frac{15\sqrt{3}}{23}$ ③ $\frac{33\sqrt{3}}{46}$ ④ $\frac{18\sqrt{3}}{23}$ ⑤ $\frac{39\sqrt{3}}{46}$

$\frac{a}{1-r}$

$\frac{8}{5}$, $\frac{7}{5}$

$r = \frac{\frac{64}{25}}{9} = \frac{64}{25\times 9}$

$\frac{a}{1-r} = \frac{\frac{21\sqrt{3}}{50}}{1-\frac{64}{225}} = \frac{\frac{21\sqrt{3}}{50}}{\frac{161}{225}} = \frac{21\sqrt{3}\times 225}{50\times 161} = \frac{27\sqrt{3}}{46}$

길이비 $\frac{8}{5} : 3$

넓이비 $\frac{64}{25} : 9$

21. 수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = \log_2 \sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}}$$

이다. $\sum_{k=1}^{m} a_k$의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 m의 값의 합은? [4점]

① 150 ② 154 ③ 158 ④ 162 ⑤ 166

$a_1 = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{2\times2}{3}\right)$ $a_2 = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{2\times3}{4}\right)$ $a_3 = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{2\times4}{5}\right)$

$\sum_{k=1}^{m} a_k = \frac{1}{2}\left(\log_2\left(\frac{2\times2}{\cancel{3}}\times\frac{2\times\cancel{3}}{\cancel{4}}\times\frac{2\times\cancel{4}}{\cancel{5}}\times\cdots\frac{2(m+1)}{m+2}\right)\right)$

$\frac{1}{2}\left(\log_2\frac{2^{m+1}}{m+2}\right)$

$\frac{m+1-\log_2(m+2)}{2}$

$m+2$ 자연수

$2^2 = 4 \Rightarrow m=2$

$2^3 = 8 \Rightarrow m=6$

$2^4 = 16 \Rightarrow m=14$

$2^5 = 32 \Rightarrow m=30$

$2^6 = 64 \Rightarrow m=62$

$2^7 = 128 \Rightarrow m=126$

$2^8 = 256 \Rightarrow m=254$

$2^9 = 512 \Rightarrow m=510$

$\frac{3-2}{2}$ (자연수X)

$\frac{7-3}{2}$ (O)

$\frac{15-4}{2}$ (자연수X)

$\left(\frac{31-5}{2}\right)$ (O)

$\frac{63-6}{2}$ (자연수X)

$\frac{127-7}{2}$ (O)

X (100초과)

X (100초과)

$6+30+126$

$=162$

단답형

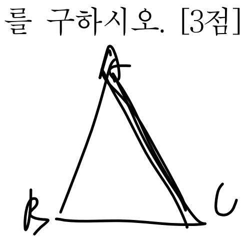
22. 다항식 $(1+2x)^4$의 전개식에서 x^2의 계수를 구하시오. [3점]

${}_4C_2(2x)^2 =$

$\frac{2\times3}{2}$ 6×4

24

23. 반지름의 길이가 15인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\sin B = \frac{7}{10}$일 때, 선분 AC의 길이를 구하시오. [3점]



$\frac{\overline{AC}}{\sin B} = 2R$

$= 30 \times \frac{7}{10}$

21

24. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=9$, $a_2=3$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=a_{n+1}-a_n$$

을 만족시킨다. $|a_k|=3$을 만족시키는 100 이하의 자연수 k의 개수를 구하시오. [3점]

$a_3=a_2-a_1$

$a_3=3-9=-6$

$a_3=-6$

$a_4=a_3-a_2$

$=-6-3=-9$

$a_4=-9$

$6\overline{)100}$ … 16, 6, 40, 36, 4

16 싸이클 나머지 4

$32+1=33$

a_1 $\quad -3+9 \quad 6-(-3) \quad 9-6$

9	3	−6	−9	−3	6	9	3
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8

25. 곡선 $x^3-y^3=e^{xy}$ 위의 점 $(a, 0)$에서의 접선의 기울기가 b일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

$a^3=e^{a0}=1 \quad a=1 \quad (1.0)$

$\ln(x^3-y^3)=xy$

$\dfrac{3x^2-3y^2y'}{x^3-y^3}=y+xy'$

$\dfrac{3}{1-0}=0+y'$

$b=3$

4

26. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_k=-16$, $S_{k+2}=-12$를 만족시키는 자연수 k에 대하여 a_{2k}의 값을 구하시오. [4점]

$\dfrac{k\{2a+(k-1)2\}}{2}=-16 \Rightarrow k(a+k-1)=-16$

$a+k-1=-\dfrac{16}{k} \Rightarrow a+k=1-\dfrac{16}{k}$

$\dfrac{(k+2)\{2a+(k+1)2\}}{2}=-12$

$(k+2)(a+k+1)=-12$

$(k+2)\left(2-\dfrac{16}{k}\right)=-12$

$(k+2)\left(1-\dfrac{8}{k}\right)=-6$

$(k+2)(k-8)=-6k$

$k^2-6k-16=-6k$

$k^2-16=0$

$\therefore k=4 \ (k>0)$

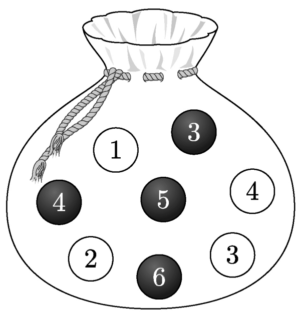
$4(a+3)=-16$, -4

$a=-7$

$a_n=-7+(n-1)2$

$a_{2k}=a_8=-7+7\times2=7$

27. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 있을 때, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



같은 것이 1개. $\frac{2C_1 \times ({}_6C_2 - 1)}{8C_4} = \frac{28}{70}$

같은 것이 2개. $\frac{1}{8C_4} = \frac{1}{70}$

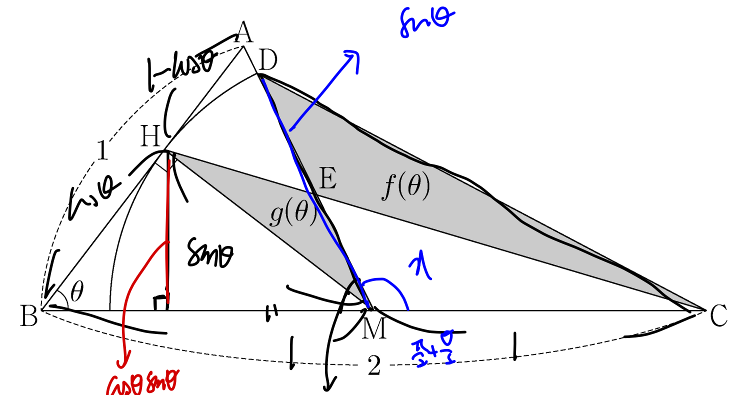
$$\frac{\frac{16}{70} + \frac{1}{70}}{\frac{28}{70} + \frac{1}{70}} = \frac{17}{29}$$

46

28. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$인 두 선분 AB, BC에 대하여 선분 BC의 중점을 M, 점 M에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. 중심이 M이고 반지름의 길이가 $\overline{MH}$인 원이 선분 AM과 만나는 점을 D, 선분 HC가 선분 DM과 만나는 점을 E라 하자. $\angle ABC = \theta$라 할 때, 삼각형 CDE의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 MEH의 넓이를 $g(\theta)$라 하자.

$\lim_{\theta \to 0+} \frac{f(\theta) - g(\theta)}{\theta^3} = a$일 때, $80a$의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



$(f(\theta)+x) - (g(\theta)+x) = f(\theta) - g(\theta)$

$\frac{1}{2} \times \sin\theta \times 1 \times \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2}\right)$

$\frac{1}{2}\sin\theta\cos\frac{\theta}{2}$

$\frac{1}{2} \times \cos\theta\sin\theta \times 1 = \frac{\sin\theta\cos\theta}{2}$

$$\lim \frac{\frac{1}{2}\sin\theta\cos\frac{\theta}{2} - \frac{\sin\theta\cos\theta}{2}}{\theta^3}$$

$= \frac{3}{16}$

15

29. 검은색 볼펜 1자루, 파란색 볼펜 4자루, 빨간색 볼펜 4자루가 있다. 이 9자루의 볼펜 중에서 5자루를 선택하여 2명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 볼펜끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜을 1자루도 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

a b c

A+B=1, A+B=4

$_2H_1\times{}_2H_4=2\times5=10$

$_2H_2\times{}_2H_3=3\times4=12$

$2(10+12)=44$

검볼펜 ⇒ X

b	c
1	4
2	3
3	2
4	1

검볼펜 ⇒ 1개

b	c
1	3
2	2
3	1
4	0
0	4

$_2H_1\times{}_2H_1\times{}_2H_3=2\times2\times4=16$

$_2H_1\times{}_2H_2\times{}_2H_2=18$

$_2H_1\times{}_2H_3\times{}_2H_1=16$

$_2H_1\times{}_2H_4=2\times5=10$

$_2H_1\times{}_2H_4=2\times5=10$

$16+18+16+10+10=70$

50

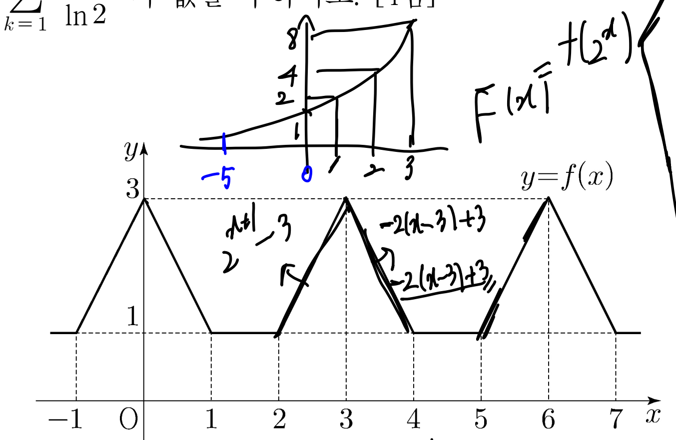
∴ 114

30. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$는 $0\le x<3$일 때 $f(x)=|x-1|+|x-2|$이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x+3)=f(x)$를 만족시킨다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\lim_{h\to0+}\left|\frac{f(2^{x+h})-f(2^x)}{h}\right|$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 불연속인 a의 값 중에서 열린구간 $(-5, 5)$에 속하는 모든 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ (n은 자연수)라 할 때,

$n+\sum_{k=1}^{n}\frac{g(a_k)}{\ln 2}$의 값을 구하시오. [4점]



$f(x)$: $-2x+3$ $(0\le x<1)$, 1 $(1\le x\le 2)$, $2x-3$ $(2<x<3)$

$2^x>0$

$f(2^x)$: $-2^{x+1}+3$ $(-5<x<0)$, 1 $(0\le x\le 1)$, $2^{x+1}-3$ $(1<x<\log_2 3)$, $(\log_2 3\le x\le 2)$, $(2<x<\log_2 5)$, $(\log_2 5\le x\le \log_2 6)$, $(\log_2 6<x\le \log_2 7)$, $\vdots$, $(\log_2 31<x<5)$

$g(x)=\lim_{h\to0+}\left|\frac{F(x+h)-F(x)}{h}\right|$ 우미분계수

$\lim_{h\to0+}|F'(x)|$ ⇒ 불연속점

$F'(x)$: $-2^{x+1}\ln 2$ $(-5<x<0)$, 0 $(0<x<1)$, $2^{x+1}\ln 2$ $(1<x<\log_2 3)$, $-2^{x+1}\ln 2$ $(\log_2 3<x<2)$, 0 $(2<x<\log_2 5)$, $2^{x+1}\ln 2$ $(\log_2 5<x<\log_2 6)$

$2\times2^{\log_2 5}\times\ln 2$

$x=0$, $x=1$, $x=2$, $x=\log_2 5$, $x=\log_2 7$, $x=\log_2 8$, $x=\log_2 10$, $\log_2 11$

0, $2\times2\ln 2$, 0, $2\times5\ln 2$, 0, $2\times8\ln 2$, 0, $2\times11\ln 2$

$\log_2 13$, $\log_2 14$, $\log_2 16$, $\log_2 17$, $\log_2 19$, $\log_2 20$, $\log_2 22$, $\log_2 23$, $\log_2 25$, $\log_2 26$

0, 0, 0, 0, 0

$\log_2 28$, $\log_2 29$, $\log_2 31$

0, 0

$n=21$

$2(2+5+8+11+14+17+20+23+26+29)\ln 2$ $=\sum_{k=1}^{n}\frac{g(a_k)}{\ln 2}$

$\ln 2$

$2\times\frac{10(2+29)}{2}$

31×10

310

331

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.