

# 수리 영역 (나형)



시간 : 100 분  
점수 : 100 점

1. 다음 등식을 만족하는 두 실수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은? [2점]

$$\begin{pmatrix} a & 2b \\ 2b & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b & 4 \\ 2a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$$

- ①  $-4$                       ②  $-2$                       ③  $-1$
- ④  $2$                          ⑤  $4$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 16n} - 2n)$ 의 값은? [2점]

- ①  $1$                          ②  $2$                          ③  $3$
- ④  $4$                          ⑤  $5$

3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\sqrt{3}$                       ②  $2$                          ③  $2\sqrt{2}$
- ④  $3$                          ⑤  $2\sqrt{3}$

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 에 대하여

$$P(A) = \frac{3}{10}, P(B) = \frac{2}{5}, P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

일 때,  $P(A|B)$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{5}$                          ②  $\frac{1}{3}$                          ③  $\frac{2}{5}$
- ④  $\frac{1}{2}$                          ⑤  $\frac{3}{5}$

5. 서로 다른 두 실수  $a, b$ 에 대하여 세 수  $a, b, 3$ 은 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수  $b, 3, a$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 이때  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{15}{2}$       ②  $-\frac{7}{2}$       ③  $-\frac{5}{2}$   
 ④  $-\frac{3}{2}$       ⑤  $-\frac{1}{2}$

6.  $x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가  $x=y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3  
 ④ 4      ⑤ 5

7. 어떤 바이러스의 개체 수는 1분마다 일정한 비율로 증가한다. 이 바이러스의 개체 수가 10분마다 2배로 증가할 때, 그 개체 수가 처음으로 현재보다 60배 이상이 되는 것은 약 몇 분 후인가? (단,  $\log 2=0.30$ ,  $\log 3=0.48$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 약 54분 후      ② 약 56분 후      ③ 약 58분 후  
 ④ 약 60분 후      ⑤ 약 62분 후

8. 다음은 꼭짓점  $A_1, A_2, A_3, A_4$ 로 이루어진 어떤 그래프의 연결 관계를 나타낸 행렬이다.

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

이때 행렬  $G$ 의  $(i, j)$  성분은 꼭짓점  $A_i$ 에서 꼭짓점  $A_j$  사이에 연결된 변이 있으면 1, 연결된 변이 없으면 0으로 나타낸 것이다. 이 그래프의 꼭짓점  $A_2$ 를 출발하여 중간에 변을 세 번 거쳐서 꼭짓점  $A_4$ 로 가는 방법의 수는? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3  
 ④ 4      ⑤ 5

9. 이차함수  $f(x) = ax^2 + bx + 1$ 과 그 도함수  $f'(x)$ 에 대하여  $f'(f(x)) = f'(f(x))$ 를 만족하는 두 실수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{2}{3}$
- ④ 1                            ⑤  $\frac{3}{2}$

10. 다음은  $n$ 이 자연수일 때,

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 + \dots + n(2n+1) = \frac{1}{6}n(n+1)(4n+5) \quad \dots \textcircled{1}$$

임을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

〈증명〉

(i)  $n=1$ 일 때,  
 (좌변) = 3, (우변) = 3이므로 등식  $\textcircled{1}$ 은 성립한다.

(ii)  $n=k$ 일 때 등식  $\textcircled{1}$ 이 성립한다고 가정하면

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + \dots + k(2k+1) = \frac{1}{6}k(k+1)(4k+5)$$

이 등식의 양변에  $\boxed{(가)}$ 을(를) 더하면

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + \dots + k(2k+1) + \boxed{(가)}$$

$$= \frac{1}{6}k(k+1)(4k+5) + \boxed{(가)}$$

$$= \frac{1}{6} \boxed{(나)}$$

따라서,  $n=k+1$ 일 때도 등식  $\textcircled{1}$ 이 성립한다.  
 따라서, (i), (ii)에 의해 등식  $\textcircled{1}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k), g(k)$ 라 할 때,  $f(2) - g(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 1                            ② 2                            ③ 3
- ④ 4                            ⑤ 5

11. 곡선  $y = x^3 - 2x + 1$  위의 점  $A(1, 0)$ 에서의 접선의 방정식이  $y = ax + b$ 일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① -2                          ② -1                          ③ 0
- ④ 1                            ⑤ 2

12. 어느 대리점에 가입한 휴대전화 사용자 5000명의 한 달 동안 통화 시간은 평균 180시간, 표준편차 20시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 5000명 중 한 달 동안의 통화 시간이 220시간 이상인 휴대전화 사용자 수를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

〈표준정규분포표〉

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 100                          ② 114                          ③ 125
- ④ 136                          ⑤ 144

13. 곡선  $y=x^2$ 과 직선  $y=x+2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{11}{3}$                       ② 4                              ③  $\frac{47}{6}$
- ④  $\frac{25}{3}$                       ⑤  $\frac{9}{2}$

14. 함수  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-1|}{x^2-1} & (|x| \neq 1) \\ a & (|x| = 1) \end{cases}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 실수  $a$ 의 값에 관계없이  $x=-1$ 에서 불연속이다.  
 ㄴ. 실수  $a$ 의 값에 관계없이  $x=0$ 에서 연속이다.  
 ㄷ. 어떤 실수  $a$ 의 값에 대하여  $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ                              ② ㄱ, ㄴ                              ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                              ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

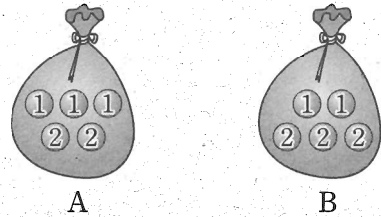
15. 자연수 1, 2, 3, 4, 5, ...을 다음 그림과 같이 규칙적으로 배열하자.

(1열)	(2열)	(3열)	(4열)	(5열)	(6열)
		1	2	3	4
	8	7	6	5	
9	10	11	12		
	16	15	14	13	
		17	18	19	20
	24	23	22	21	
25	26	27	28		
	32	31	30	29	
	⋮	⋮	⋮	⋮	

2열에 배열된 수 8, 10, 16, 24, 26, 32, ...를 작은 수부터 차례대로  $a_1, a_2, a_3, \dots$ 라 할 때,  $a_{200}$ 의 값은? [4점]

- ① 1034                              ② 1042                              ③ 1050
- ④ 1058                              ⑤ 1066

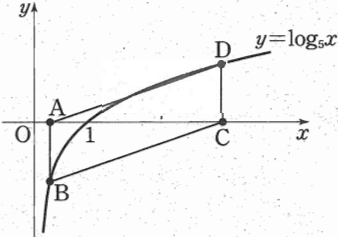
16. 그림과 같이 크기와 모양이 같은 공이 두 주머니 A, B에 들어 있다. 주머니 A에는 1, 2가 적힌 공이 각각 3개, 2개 들어 있고, 주머니 B에는 1, 2가 적힌 공이 각각 2개, 3개 들어 있다.

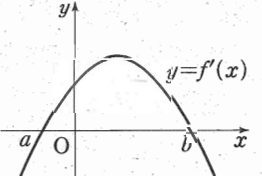


두 주머니 A, B에서 각각 하나의 공을 꺼내어 보고 다시 넣지 않는다고 한다. 이와 같은 시행을 반복할 때, 첫 번째 시행에서 두 주머니 A, B에서 각각 꺼낸 공에 적힌 수의 곱이 2이고, 두 번째 시행에서 두 주머니 A, B에서 각각 꺼낸 공에 적힌 수의 곱이 1일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{1}{10}$                               ②  $\frac{3}{25}$                               ③  $\frac{4}{25}$
- ④  $\frac{1}{5}$                                 ⑤  $\frac{6}{25}$

17. 집합  $M = \left\{ X \mid X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n, n=1, 2, 3, \dots \right\}$ 에 대하여  $P \in M, Q \in M$ 이고, 행렬  $PQ$ 의 모든 성분의 합이 20이다. 이때 행렬  $P+Q$ 의 모든 성분의 합은? [4점]
- ① 20                      ② 22                      ③ 24  
 ④ 26                      ⑤ 28

18.  $0 < a < 1 < b$ 일 때, 좌표평면에서 점  $A(a, 0)$ 을 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = \log_5 x$ 와 만나는 점을  $B$ 라 하고, 점  $C(b, 0)$ 을 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 곡선  $y = \log_5 x$ 와 만나는 점을  $D$ 라 하자. 사각형  $ABCD$ 가 평행사변형일 때, 다음 중 항상 옳은 것은? [4점]
- 
- ①  $a+b=5$               ②  $b-a=5$               ③  $\frac{b}{a}=5$   
 ④  $ab=1$                 ⑤  $ab=5$

19. 그림은 삼차함수  $y=f(x)$ 의 도함수  $y=f'(x)$ 의 그래프이다. 함수  $y=f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $a < 0, b > 0$ ) [4점]
- 

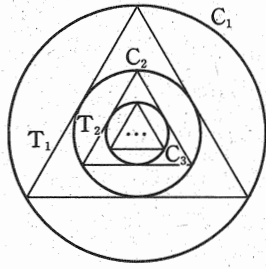
<보기>

ㄱ.  $f(0) > 0$ 이면  $f(b) > 0$ 이다.  
 ㄴ. 방정식  $f(x) - f(0) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.  
 ㄷ.  $f(0) < 0$ 이면 방정식  $f(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

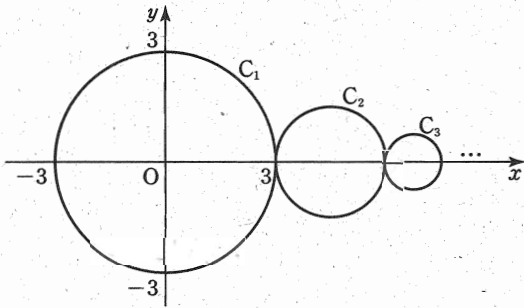
20. 이차함수  $f(x) = -x^2 + 2x$ 에 대하여 함수  $F(x)$ 와  $G(x)$ 를  $F(x) = \int_0^x f(t)dt, G(x) = \int_0^x F(t)dt$ 라 하면 함수  $G(x)$ 는  $x=a$ 에서 최댓값을 갖는다. 이때 상수  $a$ 의 값은? [4점]
- ① 1                      ②  $\sqrt{3}$                       ③ 2  
 ④  $\sqrt{5}$                       ⑤ 3

21. [그림 1]과 같이 반지름의 길이가 3인 원  $C_1$ 에 내접하는 정삼각형  $T_1$ 과 이 정삼각형  $T_1$ 에 내접하는 원  $C_2$ 를 그린다. 다시 이 원  $C_2$ 에 내접하는 정삼각형  $T_2$ 와 이 정삼각형  $T_2$ 에 내접하는 원  $C_3$ 를 그린다. 이와 같이 정삼각형과 원을 번갈아가며 한없이 그려나간다.



[그림 1]

또한, [그림 2]와 같이 좌표평면 위에 원  $C_1$ 의 중심이 원점이 되도록 하고, [그림 1]에서 만들어진 원  $C_2, C_3, C_4, \dots$ 가 차례대로 외접하면서 중심이  $x$ 축에 오도록 한없이 그려 나간다. 이때 원  $C_n (n=1, 2, 3, \dots)$ 의 중심의  $x$ 좌표를  $x_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 의 값은? [4점]



[그림 2]

- ①  $6 + \sqrt{3}$
- ②  $6 + 2\sqrt{3}$
- ③  $6 + 3\sqrt{3}$
- ④ 9
- ⑤ 12

단답형

22. 함수  $f(x) = (x+3)(x^2-5)$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 로그부등식  $\log_2(x-4) + \log_2(x+4) < \log_2 6x$ 를 만족하는 모든 정수  $x$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]



24. 무한급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2^{n-1}}{4^n} - \frac{1}{4^n} \right) = \frac{q}{p}$  라 할 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

25. 다항식  $(2x+1)^6$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수를 구하시오. [3점]

26.  $n$ 이 자연수일 때, 이차함수  $y=x^2-4nx-1$ 의 그래프는  $x$ 축과 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 두 점 P, Q의  $x$ 좌표를 각각  $a_n, b_n$ 이라 할 때,  $\sum_{k=1}^{10} \{(a_k+1)(b_k+1)\}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 어느 분식점에서는 A, B, C, D, E 5종류의 김밥을 팔고 있다. 손님 1명이 김밥 3개를 주문하였을 때, 주문한 경우의 수를 구하시오. (단, 주문한 순서는 고려하지 않는다.) [3점]

28. 20 이하의 모든 자연수의 값을 갖는 확률변수  $X$ 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = \begin{cases} a & (x \text{가 홀수일 때}) \\ 3a & (x \text{가 짝수일 때}) \end{cases}$$

이다. 이때  $E(X) = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이고,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 연속함수  $f(x)$ 에 대하여 등식

$$\int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 dx = 15, \int_{-1}^1 f(x) dx = 6$$

이 성립할 때,  $\int_{-1}^1 \{2f(x) - 1\}^2 dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 임의의 양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 가수를  $f(x)$ 라 하자. 100이하의 자연수  $n$  중에서  $f(n^2) = 2f(n)$ 를 만족하는  $n$ 의 개수를 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.