2013학년도 대학수학능력시험

고난도 문제 & 유사문항

수능 만점을 위한 Project

1. 2013학년도 대수능 30번 - 12%

30. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 영역

$$\{(x,\ y)\,|\,2^x-n\le y\le \log_2(x+n)\}$$

에 속하는 점 중 다음 조건을 만족시키는 점의 개수를 a_n이라 하자.

(가) x좌표와 y좌표는 서로 같다.
(나) x좌표와 y좌표는 모두 정수이다.

예를 들어, $a_1=2$, $a_2=4$이다. $\sum_{n=1}^{30} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

2. 100 이하의 자연수 전체의 집합을 S라 할 때, $n\in S$에 대하여 집합

$$\{k\mid k\in S \text{ 이고 } \log_2 n-\log_2 k \text{ 는 정수}\}$$

의 원소의 개수를 $f(n)$이라 하자. 예를 들어, $f(10)=5$이고 $f(99)=1$이다. 이때, $f(n)=1$인 n의 개수를 구하시오.
[4점] 2012' 6월 평가원 - 30

3. 자연수 n에 대하여 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a_n이라 하자.

(가) 정사각형의 각 변은 좌표축에 평행하고, 두 대각선의 교점은 $(n,\ 2^n)$이다.
(나) 정사각형과 그 내부에 있는 점 $(x,\ y)$ 중에서 x가 자연수이고, $y=2^x$을 만족시키는 점은 3 개뿐이다.

예를 들어 $a_1=12$이다. $\sum_{k=1}^{7} a_k$의 값을 구하시오. [4점] 2012' 9월 평가원 - 30

4. 자연수 a, b 에 대하여 곡선 $y=a^{x+1}$ 과 곡선 $y=b^{x}$ 이 직선 $x=t$ $(t \geq 1)$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a, b 의 모든 순서쌍 $(a,\ b)$ 의 개수를 구하시오. 예를 들어, $a=4$, $b=5$ 는 다음 조건을 만족시킨다.
[4점] 2012' 수능 - 30

(가) $2 \leq a \leq 10$, $2 \leq b \leq 10$
(나) $t \geq 1$ 인 어떤 실수 t 에 대하여 $\overline{PQ} \leq 10$ 이다.

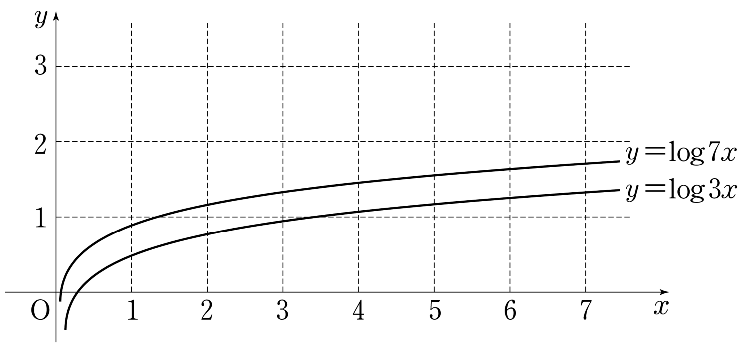
5. 3 보다 큰 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 a 라 하자.

(가) $a \geq 3$
(나) 두 점 $(2,\ 0)$, $(a,\ \log_n a)$ 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 보다 작거나 같다.

예를 들어 $f(5)=4$ 이다. $\sum_{n=4}^{30} f(n)$ 의 값을 구하시오.
[4점] 2013' 6월 평가원 - 30

6. 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y=\log 3x$, $y=\log 7x$ 의 그래프와 모두 만나는 것의 개수를 구하시오.
[4점] 2013' 9월 평가원 - 30

(가) 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수이고 한 변의 길이가 1이다.
(나) 꼭짓점의 x 좌표는 모두 100 이하이다.



7. 자연수 n에 대하여 두 함수 $y=2^x$, $y=\log_2 x$의 그래프가 직선 $x=n$과 만나는 교점의 y좌표를 각각 a, b라 하자. $a+b$가 세 자리의 자연수일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점] 2007’ 9월 평가원 - 23

8. 함수 $f(x)=\log_2(x^2+x+1)-\log_2 x$에 대하여

$$[f(1)]+[f(2)]+[f(3)]+\cdots+[f(1022)]$$

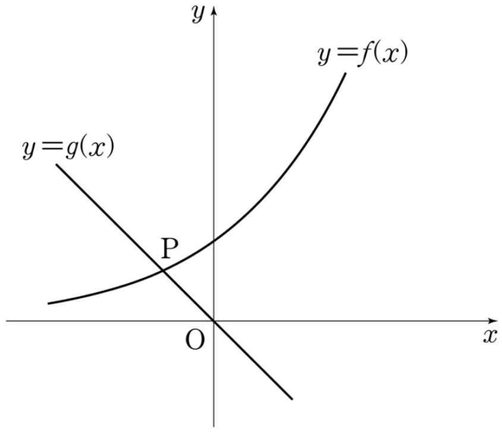
의 값은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.) 2010’ 경찰대 - 24

① $2^{11}+2$　② $2^{12}-2$　③ $2^{12}+2$　④ $2^{13}-2$　⑤ $2^{13}+2$

9. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\log_2 x$의 점 $(n, \log_2 n)$과 곡선 $y=2^x$의 점 $(\log_2 n, n)$을 잇는 선분에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수를 a_n이라 하자. 이 때 $\sum_{n=1}^{2011} a_n$의 값은? 2011’ 경찰대 - 24

① 2000　② 2003　③ 2006　④ 2009　⑤ 2012

10. 좌표평면에서 함수 $f(x)=2^x$ 의 그래프와 함수 $g(x)=-x$ 의 그래프가 만나는 점을 $P(a,\ -a)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
[3점] 2014' 예비평가 - 9



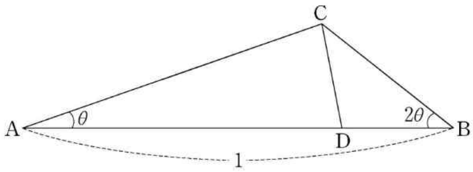
<보기>

ㄱ. $a<-1$
ㄴ. $t>0$ 이면 $|f(-t)-g(-t)|<|f(t)-g(t)|$ 이다.
ㄷ. 함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프와 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 좌표는 $(-a,\ a)$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

11. 2013학년도 대수능 29번 - 23%

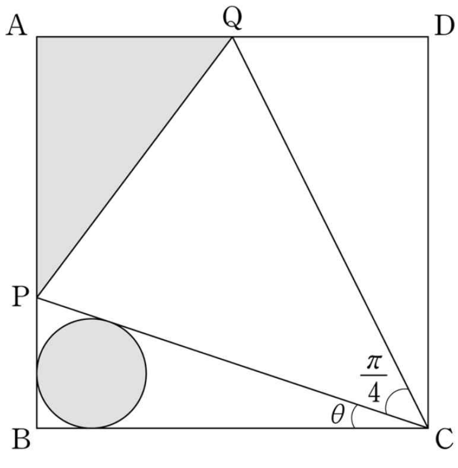
29. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}=1$ 이고 $\angle A=\theta$, $\angle B=2\theta$ 이다. 변 AB 위의 점 D 를 $\angle ACD=2\angle BCD$ 가 되도록 잡는다. $\lim_{\theta\to+0}\frac{\overline{CD}}{\theta}=a$ 일 때, $27a^2$ 의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$ 이다.) [4점]



12. 한 변의 길이가 1 인 정사각형 $ABCD$ 의 변 AB 위의 점 P 에 대하여 $\angle BCP=\theta$ 라 하고, 변 AD 위의 점 Q 를 $\angle PCQ=\frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 APQ 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 BCP 의 내접원의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,

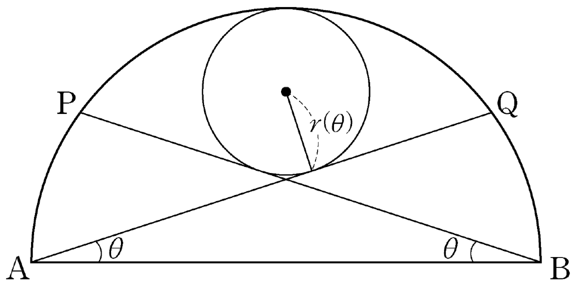
$$\lim_{\theta\to+0}\frac{g(\theta)}{\theta\times f(\theta)}=\frac{q}{p}\pi$$

이다. $10p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)
[4점] 2014’ 예비평가 - 29



13. 그림과 같이 길이가 2 인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를 $\angle \mathrm{ABP} = \angle \mathrm{BAQ} = \theta\left(0 < \theta < \frac{\pi}{4}\right)$가 되도록 잡는다. 두 선분 AQ, BP 와 호 PQ 에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \to \frac{\pi}{4}-0} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4}-\theta} = p\sqrt{2}+q$ 이다.

p^2+q^2 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.)
[4점] 2013' 6월 평가원 - 29



14. 2013학년도 대수능 21번 – 35%

21. 함수 $f(x)=kx^2e^{-x}\,(k>0)$과 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서 x축까지의 거리와 y축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 한 점에서만 미분가능하지 않도록 하는 k의 최댓값은? [4점]

① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ③ $\frac{e}{2}$ ④ $\sqrt{e}$ ⑤ e

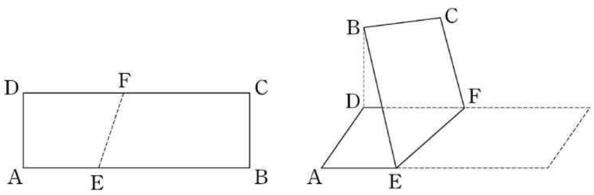
15. 함수 $f(x)=-3x^4+4(a-1)x^3+6ax^2\,(a>0)$와 실수 t에 대하여, $x \le t$에서 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능 하도록 하는 a의 최댓값은? [4점] 2011’ 9월 평가원 – 16

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 삼차함수 $f(x)=x^3-3x-1$이 있다. 실수 $t(t \ge -1)$에 대하여 $-1 \le x \le t$에서 $|f(x)|$의 최댓값을 $g(t)$라고 하자. $\int_{-1}^{1} g(t)dt=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2010’ 수능 – 24

17. 2013학년도 대수능 28번 - 37%

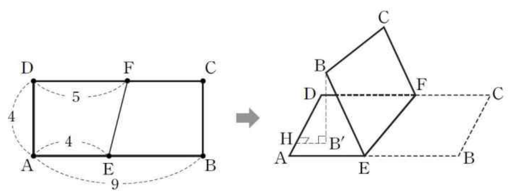
28. 그림과 같이 $\overline{AB}=9$, $\overline{AD}=3$인 직사각형 ABCD 모양의 종이가 있다. 선분 AB 위의 점 E와 선분 DC 위의 점 F를 연결하는 선을 접는 선으로 하여, 점 B의 평면 AEFD 위로의 정사영이 점 D가 되도록 종이를 접었다.
$\overline{AE}=3$일 때, 두 평면 AEFD와 EFCB가 이루는 각의 크기가 θ이다. $60\cos\theta$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$이고, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]



18. 2012 EBS 수능완성 실전모의고사 6회 28번 (p.48)

28 그림과 같이 $\overline{AB}=9$, $\overline{AD}=4$인 직사각형 ABCD 모양의 종이가 있다. 선분 AB 위에 $\overline{AE}=4$인 점 E, 선분 DC 위에 $\overline{DF}=5$인 점 F를 잡고 두 점 E, F를 연결하는 선을 접는 선으로 하여 두 반평면 AEFD와 EBCF가 이루는 각의 크기가 60°가 되도록 접었다. 이 접은 도형의 점 B에서 평면 AEFD에 내린 수선의 발을 B′이라 하고, 점 B′에서 선분 AD에 내린 수선의 발을 H라 하자. $17\times\overline{B'H}$의 값을 구하시오.

[4점]



19. 2013학년도 대수능 20번 - 44%

20. 좌표공간에서 정사면체 ABCD의 한 면 ABC는 평면 $2x-y+z=4$ 위에 있고, 꼭짓점 D는 평면 $x+y+z=3$ 위에 있다. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 (1, 1, 3)일 때, 정사면체 ABCD의 한 모서리의 길이는? [4점]

① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $3\sqrt{2}$

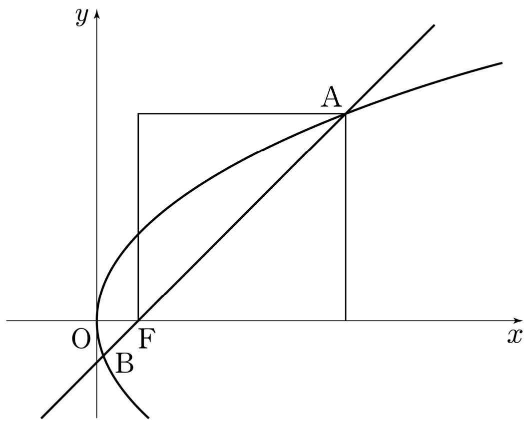
20. 좌표공간에서 직선 $\frac{x}{2}=y=z+3$과 평면 $\alpha : x+2y+2z=6$의 교점을 A라 하자. 중심이 점 $(1,-1,5)$이고 점 A를 지나는 구가 평면 α와 만나서 생기는 도형의 넓이는 $k\pi$이다. k의 값을 구하시오. [3점] 2011’ 수능 - 21

21. 2013학년도 대수능 18번 - 51%

18. 자연수 n에 대하여 포물선 $y^2 = \frac{x}{n}$의 초점 F를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{\mathrm{PF}}=1$이고 $\overline{\mathrm{FQ}}=a_n$이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n}$의 값은? [4점]

① 210 ② 205 ③ 200 ④ 195 ⑤ 190

22. 그림과 같이 좌표평면에서 꼭짓점이 원점 O이고 초점이 F인 포물선과 점 F를 지나고 기울기가 1인 직선이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AF를 대각선으로 하는 정사각형의 한 변의 길이가 2일 때, 선분 AB의 길이는 $a+b\sqrt{2}$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 정수이다.)
[4점] 2013' 9월 평가원 - 26



23. 2012 EBS 수능특강 기하와 벡터 포물선 level 3 2번 (p.51)

02 좌표평면에서 포물선 $y^2=x$의 초점을 F라 하자. 점 F를 지나는 직선이 포물선과 두 점에서 만날 때, 제1사분면에서 만나는 점을 A, 제4사분면에서 만나는 점을 B라 하자. $\angle\mathrm{OFB}=\theta$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? $\left(\text{단, } 0<\theta\le\frac{\pi}{2}\text{이고 O는 원점이다.}\right)$

보기

ㄱ. $(\overline{\mathrm{AF}}+\overline{\mathrm{BF}})\cos\theta=\overline{\mathrm{AF}}-\overline{\mathrm{BF}}$

ㄴ. $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{AF}}}+\dfrac{1}{\overline{\mathrm{BF}}}$의 값은 일정하다.

ㄷ. $\overline{\mathrm{AF}}\times\overline{\mathrm{BF}}\ge\dfrac{1}{4}$

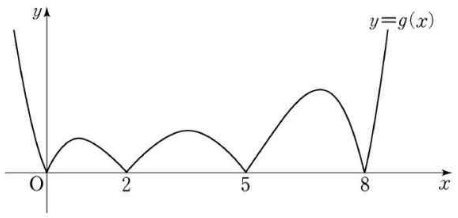
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 2013학년도 대수능 19번 - 53%

19. 삼차함수 $f(x)$는 $f(0)>0$을 만족시킨다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\left|\int_0^x f(t)\,dt\right|$$

라 할 때, 함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.

ㄴ. $f'(0)<0$

ㄷ. $\int_m^{m+2} f(x)\,dx>0$을 만족시키는 자연수 m의 개수는 3이다.

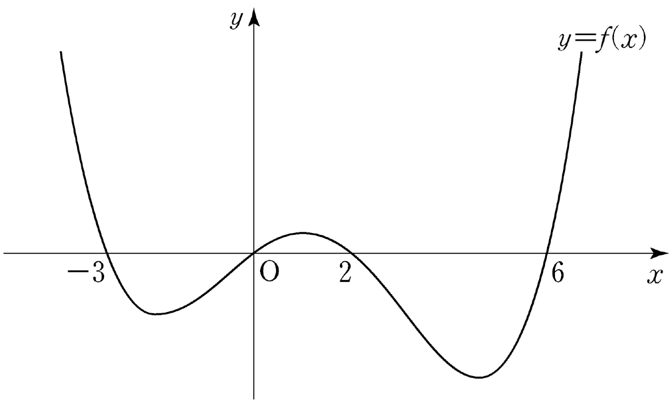
① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

25.

사차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(m+\frac{k}{n}\right)<0$$

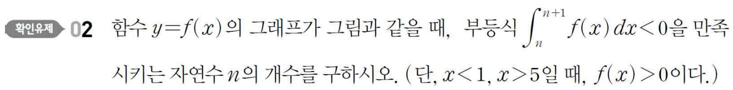
을 만족시키는 정수 m 의 개수는? [4점] 2013' 6월 평가원 - 19

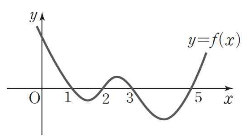


① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

26.

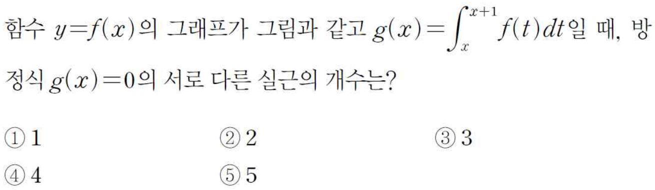
2012 수능특강 3강 정적분(1) 확인유제 2번 (p.37)


확인유제 02 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식 $\int_{n}^{n+1}f(x)\,dx<0$을 만족시키는 자연수 n의 개수를 구하시오. (단, $x<1$, $x>5$일 때, $f(x)>0$이다.)

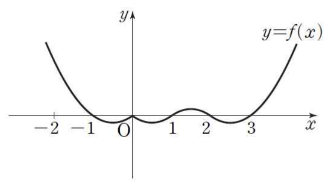


27.

2012 수능완성 대단원 마무리 LEVEL 2. 2번 (p.44)


함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같고 $g(x)=\int_{x}^{x+1}f(t)\,dt$일 때, 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



28. 2013학년도 대수능 26번 - 64%

26. 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 P가 선분 AH 위를 움직일 때, $|\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}|$의 최댓값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 좌표공간에서 네 점 A_0, A_1, A_2, A_3이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{A_0A_2}| = |\overrightarrow{A_1A_3}| = 2$

(나) $\frac{1}{2}\overrightarrow{A_0A_3} \cdot \left(\overrightarrow{A_0A_k} - \frac{1}{2}\overrightarrow{A_0A_3}\right) = \cos\frac{3-k}{3}\pi \ (k = 1, 2, 3)$

$|\overrightarrow{A_1A_2}|$의 최댓값을 M이라 할 때, M^2의 값을 구하시오.
[4점] 2013’ 9월 평가원 - 29

30. 2013학년도 대수능 27번 - 70%

27. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) 세 점 P_1, P_2, P_3의 좌표는 각각 $(-1,\ 0)$, $(1,\ 0)$, $(-1,\ 2)$이다.
> (나) 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 중점과 선분 $\mathrm{P}_{n+2}\mathrm{P}_{n+3}$의 중점은 같다.

예를 들어, 점 P_4의 좌표는 $(1,\ -2)$이다. 점 P_{25}의 좌표가 $(a,\ b)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

31. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 0$ 이고

$$a_{n+1} = (-1)^n a_n + \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킬 때, a_{50} 의 값은? [4점] 2014' 예비평가 - 18

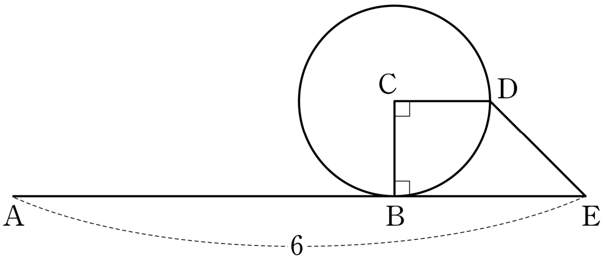
① -50 ② -25 ③ 0 ④ 25 ⑤ 50

32. 2013학년도 대수능 10번 – 89%

10. A지점에서 출발하여 거리가 6km 떨어진 B지점까지 이동한 후 같은 길을 따라 A지점으로 돌아오려고 한다. 처음 1km는 일정한 속력으로 걷다가 나머지 5km는 처음 걷는 속력의 2배의 속력으로 이동하고, 돌아올 때는 처음 걷는 속력보다 시속 2km 더 빠르게 이동하려고 한다. 왕복하는 데에 걸리는 총 시간이 2시간 30분 이하가 되도록 할 때, 처음 걷는 속력의 최솟값은?
(단, 속력의 단위는 km/시이다.) [3점]

① $\frac{12}{5}$　② $\frac{13}{5}$　③ $\frac{14}{5}$　④ 3　⑤ $\frac{16}{5}$

33. 그림은 지점 A, B, C, D, E를 연결하는 산책로를 나타낸 것이다. 길이가 6km인 직선 모양의 산책로 AE와 둘레의 길이가 2πkm인 원 모양의 산책로가 B지점에서 한 번 만난다. 갑과 을은 다음과 같이 A지점에서 E지점까지 이동하였다.



갑: 산책로 AB를 속력 4km/시, 원 모양의 산책로 한 바퀴를 속력 πkm/시, 직선 모양의 산책로 BE를 속력 4km/시로 이동하였다. 을: 직선 모양의 산책로 AB, BC, CD, DE를 따라 속력 5km/시로 이동하였다.

갑과 을이 동시에 출발하여 갑이 을보다 2시간 늦게 도착하였을 때, 두 지점 A, B 사이의 거리는? (단, C는 원의 중심이고, 산책로의 폭은 무시한다.)
[3점] 2013' 9월 평가원 – 10

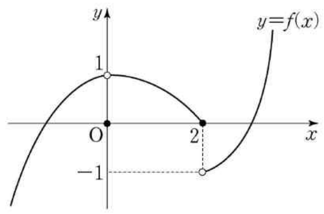
① $\frac{15}{4}$km　② 4km　③ $\frac{17}{4}$km　④ $\frac{9}{2}$km　⑤ $\frac{19}{4}$km

34. A 그릇에는 농도가 30%인 소금물 10 g 이 담겨 있고, 그릇에는 농도가 2%인

소금물 50 g 이 담겨 있다. 그릇에는 x g 의 물을 넣고, B 그릇은 가열하여 x g 의 물을 증발시킨 후 $2x$ g 의 소금을 넣었다. A 그릇의 소금물 농도를 $f(x)$, B 그릇의 소금물 농도를 $g(x)$라 할 때, $f(x) < g(x)$를 만족시키는 자연수 x 의 최솟값을 구하시오. [3점] 2013' 9월 평가원 - 23

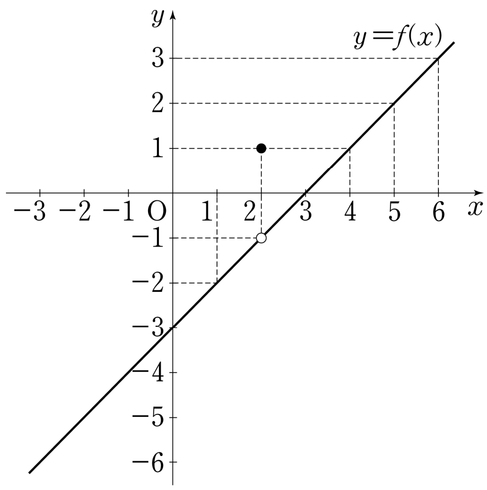
35. 2013학년도 대수능 15번 – 88%

15. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같고, 삼차함수 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1이고, $g(0)=3$이다. 합성함수 $(g \circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(3)$의 값은? [4점]



① 31 ② 30 ③ 29 ④ 28 ⑤ 27

36. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같다.

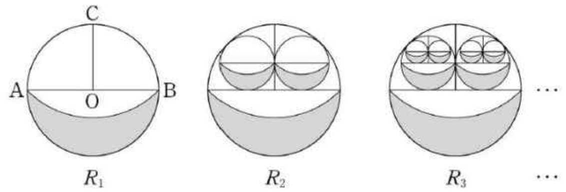


합성함수 $(f \circ f)(x)$가 $x=a$에서 불연속이 되는 모든 a의 값의 합은? (단, $0 \le a \le 6$이다.) [3점] 2013' 9월 평가원 – 6

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

37. 2013학년도 대수능 14번 - 78%

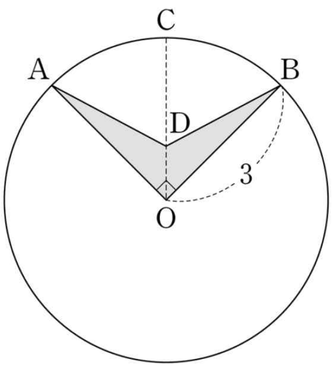
14. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. 원 O의 중심을 지나고 선분 AB와 수직인 직선이 원과 만나는 2개의 점 중 한 점을 C라 하자.
점 C를 중심으로 하고 점 A와 점 B를 지나는 원의 외부와 원 O의 내부의 공통부분인 ◡ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 색칠된 부분을 포함하지 않은 원 O의 반원을 이등분한 2개의 사분원에 각각 내접하는 원을 그리고, 이 2개의 원 안에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 ◡ 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
그림 R_2에서 새로 생긴 2개의 원의 색칠된 부분을 포함하지 않은 반원을 각각 이등분한 4개의 사분원에 각각 내접하는 원을 그리고, 이 4개의 원 안에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 ◡ 모양의 4개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



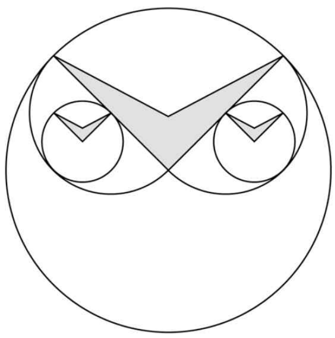
① $\frac{5+2\sqrt{2}}{7}$ ② $\frac{5+3\sqrt{2}}{7}$ ③ $\frac{5+4\sqrt{2}}{7}$
④ $\frac{5+5\sqrt{2}}{7}$ ⑤ $\frac{5+6\sqrt{2}}{7}$

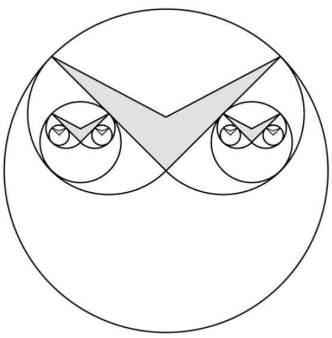
38. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3 인 원이 있다. 그림과 같이 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 인 원 위의 두 점을 A, B 라 하고, 호 AC 와 호 BC 의 길이가 같은 점을 C 라 하자.
선분 OC 를 1 : 2 로 내분하는 점을 D 라 하고, 네 선분 OA, AD, DB, BO 로 둘러싸인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
그림 R_1 에서 두 반지름 OA, OB 를 각각 지름으로 하는 두 반원을 그리고, 두 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원을 각각 그린다. 두 내접원 안에 각각 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
그림 R_2 에서 그린 두 내접원의 4 개의 반지름을 각각 지름으로 하는 4 개의 반원을 그리고, 4 개의 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원을 각각 그린다.
4 개의 내접원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 4 개의 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 모든 모양의 도형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} S_n$ 의 값은?

[4점] 2014' 예비평가 – 16



R_1


R_2


R_3

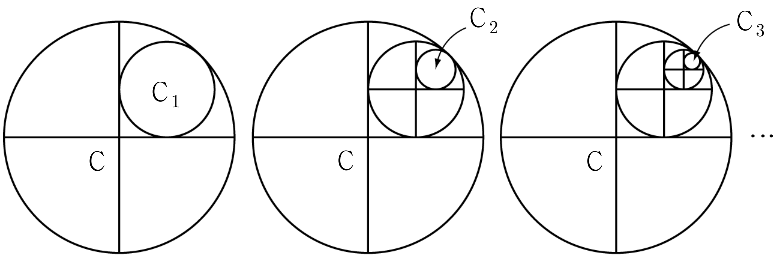
......

① $\frac{11\sqrt{2}}{7}$ ② $\frac{12\sqrt{2}}{7}$ ③ $\frac{13\sqrt{2}}{7}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{2}}{7}$

39. 반지름의 길이가 1인 원 C가 있다.

원 C를 사분원으로 나누어 한 사분원에 내접하는 원을 C_1,
원 C_1을 사분원으로 나누어 한 사분원에 내접하는 원을 C_2,
원 C_2를 사분원으로 나누어 한 사분원에 내접하는 원을 C_3,
⋮
이와 같은 과정을 계속하여 얻어진 원 C_n의 반지름의 길이를 r_n이라 할 때,

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} r_k$의 값은? [4점] 2007 4월 전국연합 - 17



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1+\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$ ⑤ 1

40. 2013학년도 대수능 16번 - 77%

16. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$2A^2+AB=E, \quad AB+BA=2A+E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^{-1}=2A+B$
ㄴ. $B=2A+2E$
ㄷ. $(B-E)^2=O$ (단, O는 영행렬이다.)

① ㄴ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

41. 두 이차정사각행렬 A와 B에 대하여 $AB+A=E$, $AB+BA=A+B$일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, E는 단위행렬이다.)
[4점] 2005' 9월 평가원 - 17

<보 기>

ㄱ. 행렬 A의 역행렬은 $B+E$이다.
ㄴ. $AB=BA$
ㄷ. 행렬 B가 역행렬을 갖는다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

42.

2013학년도 대수능 17번 - 78%

17. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=4$이고,

$$a_{n+1}=n\cdot 2^n+\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{k}\quad(n\geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식에 의하여
>
> $$a_n=(n-1)\cdot 2^{n-1}+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{k}\quad(n\geq 2)$$
>
> 이다. 따라서 2 이상의 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1}-a_n=\boxed{\text{(가)}}+\frac{a_n}{n}$$
>
> 이므로
>
> $$a_{n+1}=\frac{(n+1)a_n}{n}+\boxed{\text{(가)}}$$
>
> 이다. $b_n=\frac{a_n}{n}$이라 하면
>
> $$b_{n+1}=b_n+\frac{\boxed{\text{(가)}}}{n+1}\quad(n\geq 2)$$
>
> 이고, $b_2=3$이므로
>
> $$b_n=\boxed{\text{(나)}}\quad(n\geq 2)$$
>
> 이다. 그러므로
>
> $$a_n=\begin{cases}4 & (n=1)\\ n\times\left(\boxed{\text{(나)}}\right) & (n\geq 2)\end{cases}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(4)+g(7)$의 값은? [4점]

① 90 ② 95 ③ 100 ④ 105 ⑤ 110

43. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 1$이고, $a_n = n^2 + \sum_{k=1}^{n-1}(2k+1)a_k \ (n \geq 2)$를 만족시킨다.

다음은 일반항 a_n을 구하는 과정의 일부이다.

> 주어진 식으로부터 $a_2 = 7$이다.
> 자연수 $n \ (n \geq 3)$에 대하여
> $$a_n = n^2 + \sum_{k=1}^{n-1}(2k+1)a_k = n^2 + \sum_{k=1}^{n-2}(2k+1)a_k + (2n-1)a_{n-1}$$
> $$= n^2 + a_{n-1} - \boxed{(가)} + (2n-1)a_{n-1}$$
> 이므로,
> $a_n + 1 = 2n(a_{n-1}+1)$이 성립한다.
> 따라서
> $$a_n + 1 = n \times (n-1) \times \cdots \times 3 \times \boxed{(나)} \times (a_2+1)$$
> $$= 4 \times n! \times \boxed{(나)}$$
> 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$이라 할 때, $f(9) \times g(9)$의 값은? [4점] 2011' 9월 평가원 – 17

① 2^{13} ② 2^{14} ③ 2^{15} ④ 2^{16} ⑤ 2^{17}

1) 573
2) 25
3) 392
4) 39
5) 86
6) 79
7) 259
8) ⑤
9) ②
10) ⑤
11) 16
12) 41
13) 8
14) ⑤
15) ①
16) 17
17) 40
18) 33
19) ②
20) 53
21) ①
22) 128
23) ⑤
24) ⑤
25) ⑤
26) ④
27) ④
28) 7
29) 8
30) 23
31) ④
32) ③
33) ③
34) 6
35) ⑤
36) ⑤
37) ③
38) ②
39) ③
40) ③
41) ⑤
42) ④
43) ①