

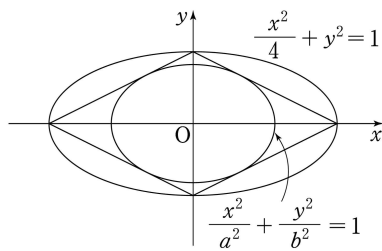
[정답률 30%]

1. 타원  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 의 네 꼭짓점을 연결하여 만든 사각형에 내접하는 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다.

타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점이  $F(b, 0)$ ,  $F'(-b, 0)$ 일 때,  $a^2b^2 = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)<sup>1</sup>.

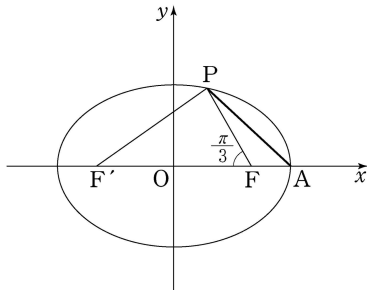
[3점][08년.11수능 - 가형 19번]



[정답률 38%]

2. 타원  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 의 두 초점을  $F$ 와  $F'$ 이라 하고, 초점  $F$ 에 가장 가까운 꼭지점을  $A$ 라 하자. 이 타원 위의 한 점  $P$ 에 대하여  $\angle PFF' = \frac{\pi}{3}$ 일 때,  $\overline{PA}^2$ 의 값을 구하시오.

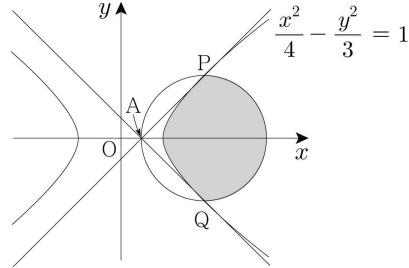
[4점] [04.11수능-가형22번]<sup>2</sup>.



[정답률 39%]

3. 그림과 같이 점  $A(1, 0)$ 에서 쌍곡선

$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ 에 그은 접선이 쌍곡선과 만나는 두 점을 각각  $P, Q$ 라 하자.



세 점  $A, P, Q$ 를 지나는 원의 내부가 쌍곡선에 의해 나뉘어서 생긴 두 영역 중에서 넓이가 넓은 영역을  $x$ 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는  $V$ 이다.  $\frac{V}{\pi}$ 의 값을 구하시오.<sup>3</sup>.

[3점][09년.10 교육청 - 가형 21번]

1. 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 초점의 좌표가

$$(\pm b, 0) \text{ 이므로 } a^2 - b^2 = b^2$$

$$\therefore a^2 = 2b^2 \cdots \textcircled{A}$$

또, 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하고 기울기가  $\frac{1}{2}$ 인

접선의  $y$ 절편이  $\pm 1$ 이므로

$$\pm \sqrt{\frac{a^2}{4} + b^2} = \pm 1 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면

$$a^2 = \frac{4}{3}, \quad b^2 = \frac{2}{3} \quad \therefore a^2 b^2 = \frac{8}{9}$$

$$\therefore p + q = 17 \quad \text{답 } 17$$

2. 정답 39

(폴이) 초점의 좌표는  $F(4, 0)$ ,  $F'(-4, 0)$ 이다.

타원 위의 점  $P$ 에서 두 초점에 이르는 거리의 합은 장축의 길이와 같으므로

$\overline{PF} = a$ ,  $\overline{PF'} = 12 - a$ , 로 놓고  $\triangle PFF'$ 에서 제이코사인 법칙을 적용하면

$$(12 - a)^2 = a^2 + 8^2 - 2a \cdot 8 \cdot \cos \frac{\pi}{3} \text{ 이므로}$$

$$(12 - a)^2 = a^2 + 64 - 8a, \quad \therefore a = 5$$

$P$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하면

$$\overline{PH} = a \sin \frac{\pi}{3} = \frac{5}{2} \sqrt{3}, \quad \overline{FH} = a \cos \frac{\pi}{3} = \frac{5}{2}$$

$\triangle PHA$ 에서 피타고라스의 정리에 의하여

$$\overline{PA}^2 = \left(\frac{5}{2} \sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 39$$

3. 정답 26

접선의 방정식은  $y = \pm(x-1)$ 이고, 두 점  $P$ ,  $Q$ 의 좌표는 각각  $(4, 3)$ ,  $(4, -3)$ 이다.

이때, 점  $A$ ,  $P$ ,  $Q$ 를 지나는 원의 방정식은

$$(x-4)^2 + y^2 = 9 \text{ 이다.}$$

$$V = \pi \int_2^4 \left( \frac{3}{4}x^2 - 3 \right) dx + 18\pi = 26\pi$$

$$\therefore \frac{V}{\pi} = 26$$