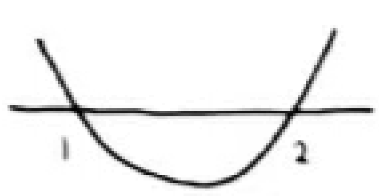
5. 두 곡선 $y=\frac{2}{3}x^3-2x^2+x$와 $y=x^2-3x+a$가 만나는 점의 개수가 1이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 범위는 $a<p$또는 $a>q$이다. $p+q$의 값은? [3점]

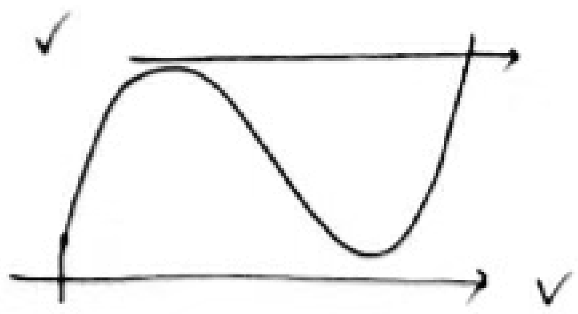
① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

$\frac{2}{3}x^3-2x^2+x-x^2+3x=a$

$\frac{2}{3}x^3-3x^2+4x=a$

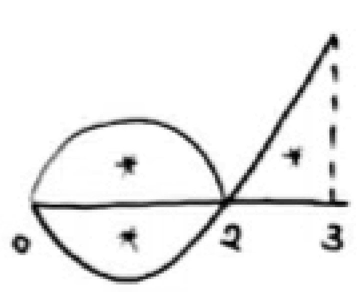
$2x^2-6x+4,\ 2(x^2-3x+2)$





6. $\int_0^3 |x(x-2)|\,dx$의 값은? [3점]

① $\frac{4}{3}$ ② 2 ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ 4



$2S=\frac{1}{\cancel{6}}\times\cancel{2}(2)^3$

$=\boxed{\frac{8}{3}}$

7. $\left(x^2+\frac{a}{x}\right)^8$의 전개식에서 x^{10}의 계수와 x^4의 계수가 서로 같을 때, a^2의 값은? (단, a는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

${}_8C_r\cdot(x^2)^r\cdot\left(\frac{a}{x}\right)^{8-r}$

$2r-(8-r)=10$ ①

$=4$ ②

① $2r-8+r=10$

$3r=18,\ r=6$

${}_8C_6\cdot(x^2)^6\cdot\left(\frac{a}{x}\right)^2={}_8C_2\cdot a^2$

② $2r-8+r=4$

$3r=12,\ r=4$

${}_8C_4\cdot(x^2)^4\cdot\left(\frac{a}{x}\right)^4={}_8C_4\cdot a^4$

${}_8C_2\cdot\cancel{a^2}={}_8C_4\cdot a^{\cancel{4}\,2}$

$\frac{{}^{2}\cancel{4}\ 8\cdot\cancel{7}}{\cancel{2}}$ $\frac{8\cdot\cancel{7}\cdot\cancel{6}^{\,3}\cdot5}{\cancel{4}\cdot3\cdot\cancel{2}\cdot1}$

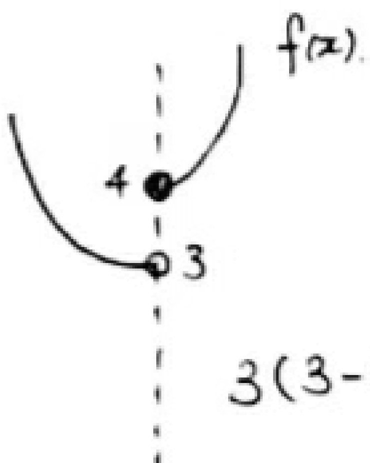
$\boxed{a^2=\frac{2}{5}}$

8. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+3 & (x<0) \\ x^2+4 & (x \geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 $f(x)\{f(x)-a\}$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a값의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7



$3(3-a) = 4(4-a)$

$9-3a = 16-4a$

$\boxed{a=7}$

9. 세 수 3, x, y는 순서대로 공차가 음수인 등차수열을 이룰 때, 세 수 x^2, y^2, 49는 순서대로 등차수열을 이룬다. $x+y$의 값은? [3점]

① −10 ② −8 ③ −6 ④ −4 ⑤ −2

$2x = 3+y$, $y = 2x-3$.

$2y^2 = x^2+49$ $y=-5$, $x+y=-6$

$2(2x-3)^2 = x^2+49$

$2(4x^2-12x+9) = x^2+49$

$8x^2-24x+18 = x^2+49$

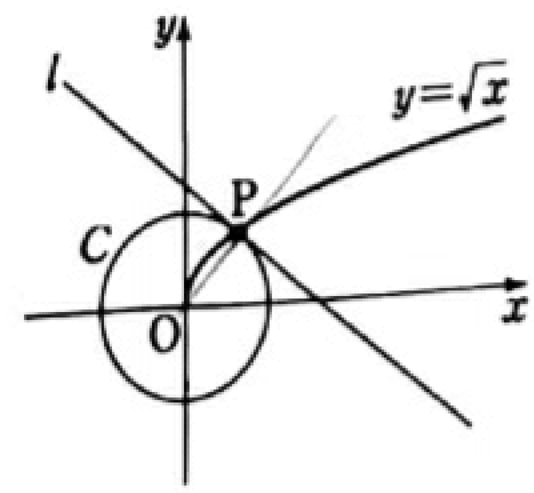
$7x^2-24x-31=0$, 공차음수 $(\cancel{7x-31})(x+1)=0$

$x=-1$

$7x$ -31

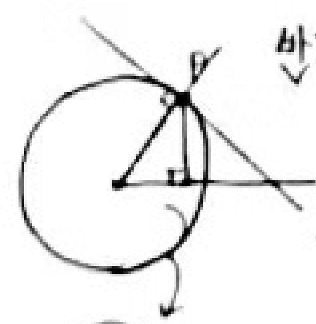
x $+1$

10. 그림과 같이 양의 실수 t에 대하여 중심이 원점이고 반지름의 길이가 t인 원 C가 곡선 $y=\sqrt{x}$와 만나는 점을 P라 하자. 원 C 위의 점 P에서의 접선 l이 x축과 만나는 점을 $(f(t), 0)$이라 할 때, $\lim_{t\to 0+} f(t)$의 값은? [3점]



① 2^{-1} ② $2^{-\frac{1}{2}}$ ③ 1 ④ $2^{\frac{1}{2}}$ ⑤ 2

$P(k, \sqrt{k})$ k에 대한.. $k^2+k-t^2=0$.



반지름 길이 t

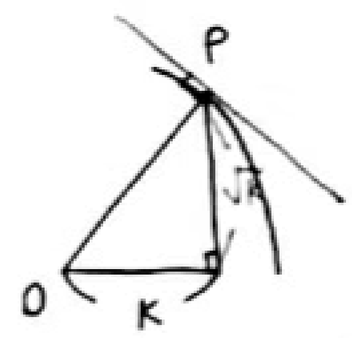
$k^2+k=t^2$

접선 l : 법선

직각

$\boxed{\frac{\sqrt{k}}{k}}(x-k)+\ldots\ldots$

법선 : 기울기의 곱이 −1.



$\frac{\sqrt{k}}{k} \sim -\frac{k}{\sqrt{k}}$ l의 기울기.

수직

$y=-\frac{k}{\sqrt{k}}x+\frac{k^2}{\sqrt{k}}+\frac{k}{\sqrt{k}}$

$\frac{k}{\sqrt{k}}x=\frac{k^2}{\sqrt{k}}+\frac{k}{\sqrt{k}}$

$x=\frac{k^2}{\sqrt{k}}\times\frac{\sqrt{k}}{k}+\frac{k}{\sqrt{k}}\times\frac{\sqrt{k}}{k}$

$f(t)=\frac{\overset{t^2}{\boxed{k^2+k}}}{k} \Leftarrow k+1 = 2/2 = 1$

$\lim_{t\to 0+} f(t) = \frac{t^2}{k} = \frac{\sqrt{4t^2+1}+1}{2}$, $k=\frac{-1\pm\sqrt{1+4t^2}}{2}$

$k^2+k=t^2$ → 근의 공식

out. $k=t^2-k^2$

$k=(t+k)(t-k)$.

11. 이항분포 $B\left(4, \frac{1}{2}\right)$을 따르는 확률변수 X에 대하여 $X \le 2$ 인 사건을 A, $X \ge 2$인 사건을 B라 하자. $P(A|B)$의 값은? [3점]

① $\frac{6}{11}$ ② $\frac{13}{22}$ ③ $\frac{7}{11}$ ④ $\frac{15}{22}$ ⑤ $\frac{8}{11}$

$X = 2, 3, 4$

$X = 0, 1$

$\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$P(B) = 1 - P(B^c)$

$= 1 - \left({}_4C_0 \cdot (\frac{1}{2})^0 \cdot (\frac{1}{2})^4\right)$

$- \left({}_4C_1 \cdot (\frac{1}{2})^1 \cdot (\frac{1}{2})^3\right)$

$= \frac{11}{16}$

$P(A \cap B) = P(X = 2)$

$= {}_4C_2 \cdot (\frac{1}{2})^2 \cdot (\frac{1}{2})^2$

$= \frac{3}{8}$

$\frac{\frac{3}{\cancel{8}}}{\frac{11}{\cancel{16}_2}} = \boxed{\frac{6}{11}}$

12. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x) = \int_0^x |f(t) - 2t|\,dt$ 로 정의하자. 다음 조건을 만족시키는 이차함수 f 중에서 **$f(1)$의 최솟값**은? [3점]

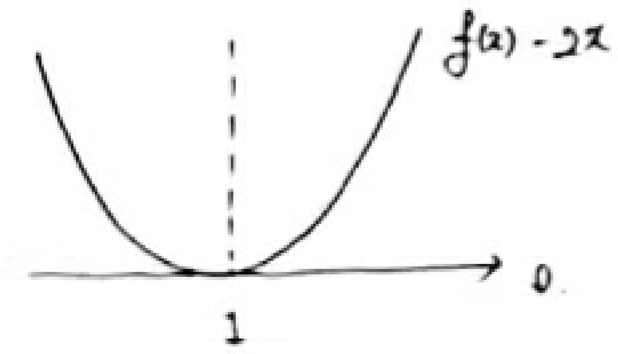
$g'(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$g(x) = \int_0^x |f(t) - 2t|\,dt$

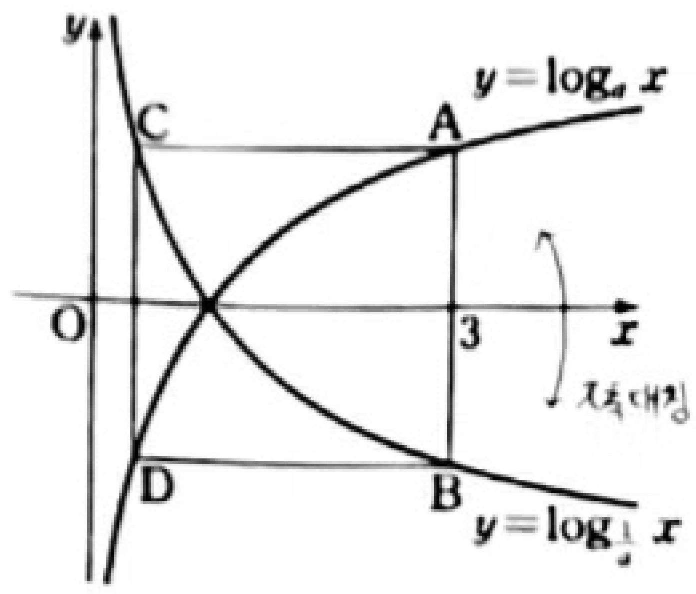
$g'(x) = |f(x) - 2x|$

↳ 차의 함수라 할 때 (이차 - 직선)



$f(1) - 2 = 0$. $\boxed{f(1) = 2}$

13. 그림과 같이 직선 $x=3$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{\frac{1}{a}} x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_{\frac{1}{a}} x$와 만나는 점을 C, 점 B를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_a x$와 만나는 점을 D라 하자. 사각형 ACDB가 정사각형일 때, 1보다 큰 상수 a의 값은? [3점]



① $\sqrt[4]{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt[4]{27}$ ④ 3 ⑤ $3\sqrt{3}$

$\log_a 3 - \log_{\frac{1}{a}} 3 = \overline{AB}$ (정사각형)

① $2\log_a 3 = \overline{AB}$, $\log_a 3^2 = \overline{AB}\ (3-\frac{1}{3})$

$(\log_a 3^2 = \frac{8}{3})$

② $\log_a 3 = \log_{\frac{1}{a}} C$ (C의 x좌표)

$\log_a 3 + \log_a C = 0$, $\log_a 3C = \log_a 1$

$C = \frac{1}{3}$

$a^{\frac{8}{3}} = 3^2$, $a = 3^{2\cdot\frac{3}{8}}$ 4.

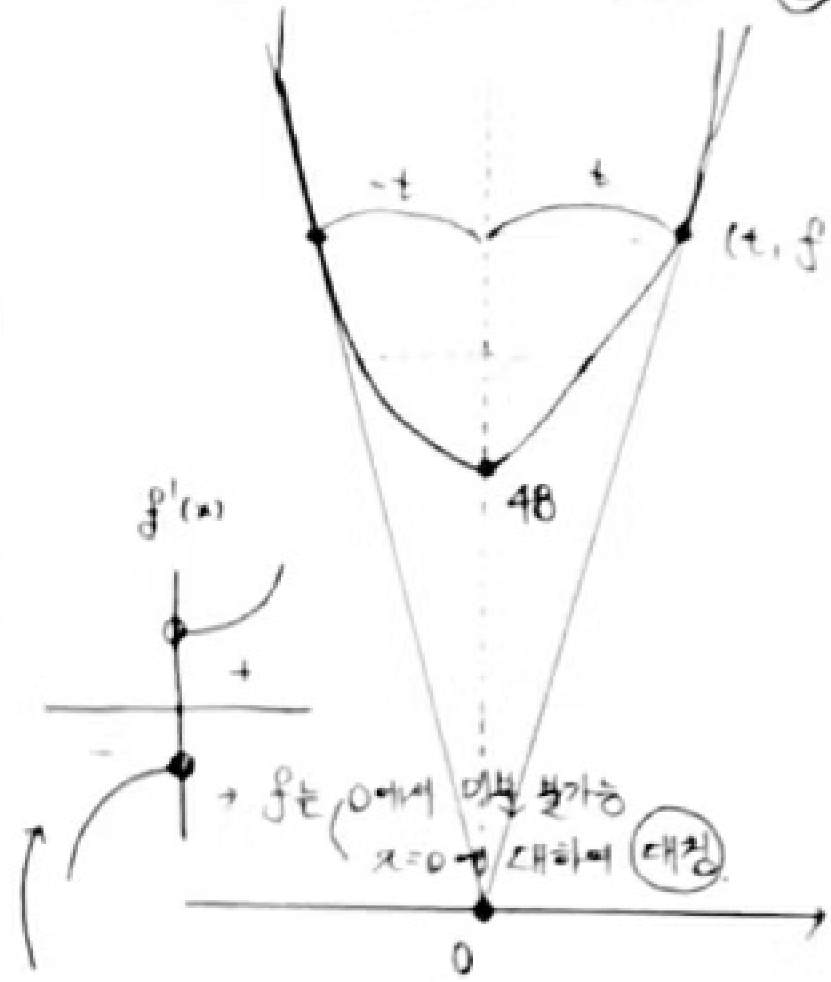
$= \boxed{\sqrt[4]{3^3}}$

14. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^4-3x+48 & (x<0) \\ x^4+3x+48 & (x\ge 0) \end{cases}$$

에 대하여 원점 O에서 곡선 $f(x)$에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 할 때, 삼각형 OAB의 넓이는? [4점]

① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140



$f'(x) = 4x^3+3$, $f(2) = 16+6+48$

$f'(t) = 4t^3+3$ $= 70$

접선 $y = (4t^3+3)(x-t) + t^4+3t+48$

$0 = -4t^4 - \cancel{3t} + t^4 + \cancel{3t} + 48$

$+48 = +3t^4$, $16 = t^4$, $t=2$

$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times 70 = \boxed{140}$

15. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 모든 순서쌍 (x, y, z)의 개수는? [4점]

> (가) $x+y+z=15$
> (나) xy의 값은 0 또는 짝수이다.

① 104 ② 108 ③ 112 ④ 116 ⑤ 120

A xy의 값은 0또는 짝수이다

A^c: xy의 값은 0이 아닌 홀수이다.

$x=2a+1$

$y=2b+1$

$2a+1+2b+1+z=15$

$2a+2b+z=13$

z또한 홀수임을 알수 있다.

$z=2c+1$

$2a+2b+2c=12 \quad (a, b, c \geq 0)$

$a+b+c=6$, ${}_3H_6$

(전체)-(여사건)

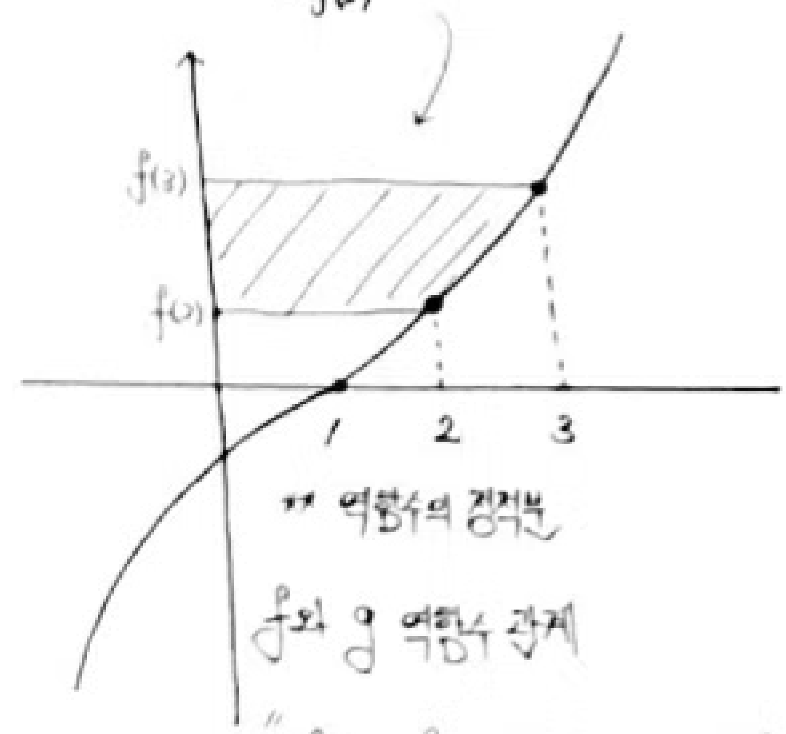
${}_3H_{15}-{}_3H_6 = \boxed{108}$

16. 함수 $f(x)=(x-1)^3+(x-1)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\int_2^{10} g(x)dx$의 값은? [4점]

① $\frac{51}{4}$ ② $\frac{59}{4}$ ③ $\frac{67}{4}$ ④ $\frac{75}{4}$ ⑤ $\frac{83}{4}$

$f(3)=10$, $f(2)=2$

$$\int_2^{10} g(x)dx = \int_{f(2)}^{f(3)} g(x)\,dx$$



"f(3), f(2)가 g의 정의역"

$$\int_2^{10} g(x)dx = 30-\left\{(2\times 2)+\int_2^3 f(x)\,dx\right\}$$

$$=30-\left(4+\int_2^3 (x-1)^3+(x-1)\,dx\right)$$

적분구간 평행이동

$$=30-\left(4+\int_1^2 x^3+x\,dx\right)$$

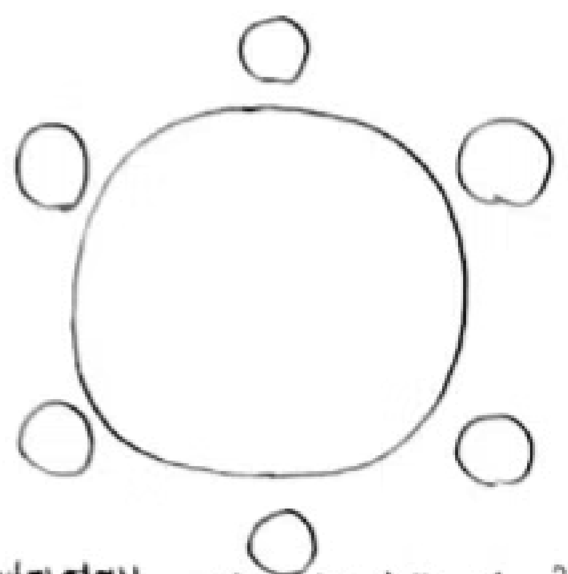
$$=30-\left(4+\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{x^2}{2}\right]_1^2\right)$$

$$=30-\left(4+(4+2)-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)$$

$$=26-\frac{21}{4}=\boxed{\frac{83}{4}}$$

17. 선생님 2명과 1학년 학생 1명, 2학년 학생 3명이 모두 원모양의 식탁에 일정한 간격으로 놓인 의자 6개에 임의로 앉을 때, 1학년 학생이 적어도 1명의 선생님과 이웃하여 앉을 확률은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

① $\frac{7}{10}$ ② $\frac{43}{60}$ ③ $\frac{11}{15}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{23}{30}$

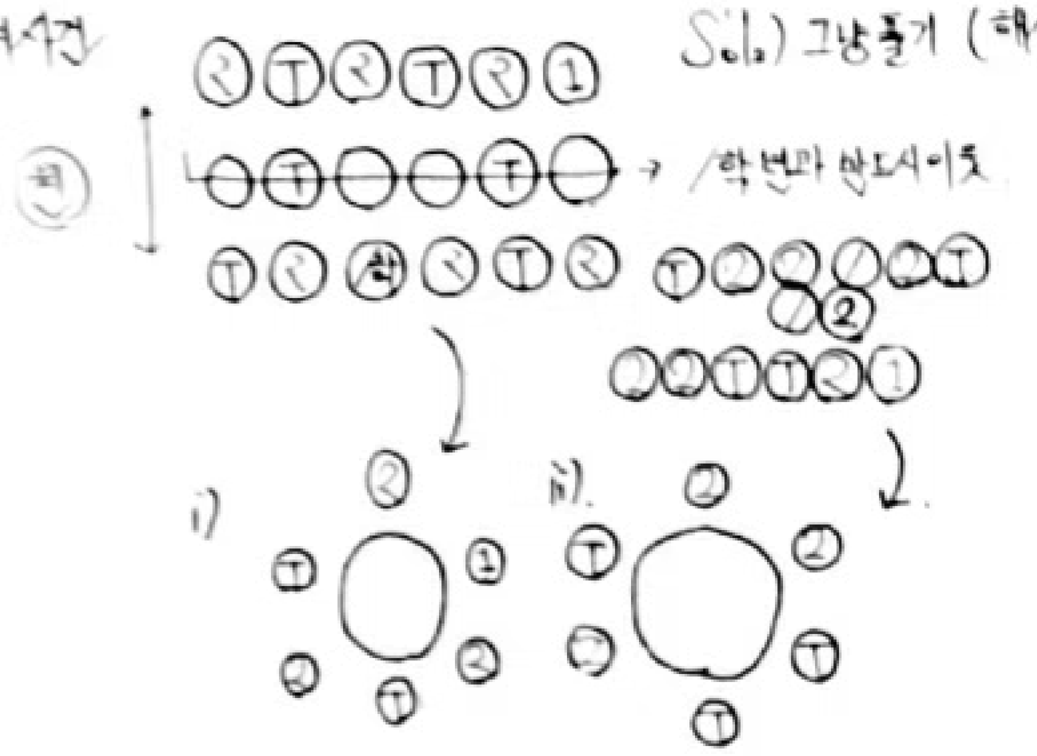


1명 밖에 없어서... 그냥 여사건 안쓰는 게...?
1학년 학생이 적어도 1명의 선생과 이웃

Sol1.) 1학년 학생이 선생과 이웃하지 않는 경우

여사건

Sol2.) 그냥 풀기 (해설지 참고)



표본공간 5!

$$1-\left(\frac{3!\times 2}{120}+\frac{2!\times 3!}{120}\right)=1-\frac{36}{120}$$

$$=\frac{84}{120}=\boxed{\frac{7}{10}}$$

18. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x)>0$ $(x<2)$
(나) $f'(x)<0$ $(x>2)$

↳ $f'(2)=0$ 임을 알 수 있다.

함수 $g(x)$를

$$g(x)=(x+1)f(x)-\int_1^x f(t)\,dt$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g'(2)=0$
ㄴ. 함수 $g(x)$는 극솟값 0을 갖는다.
ㄷ. 방정식 $|g(x)|=g(2)$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$g'(x)=f(x)+(x+1)f'(x)-f(x)$
$=(x+1)f'(x)$

$g'(2)=3f'(2)$ 2 왼쪽 에게 0보다 큼, 오른쪽 에게 0보다 작.

$f(x)$는 다항함수 → $x=2$ 에선 0.

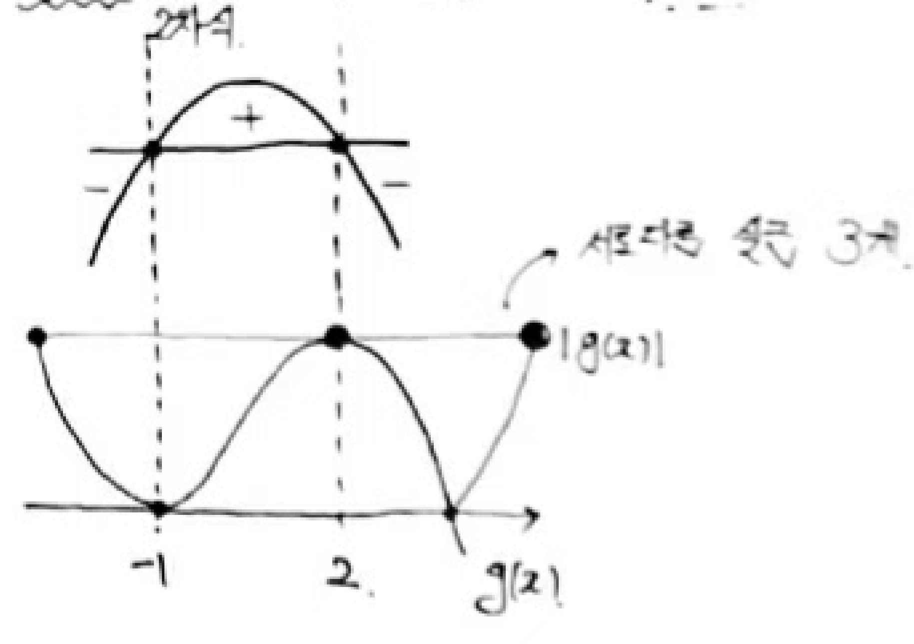
$f'(2)=0$, $g'(2)=0$ (ㄱ참)

1차

$g(-1)=0$, $g'(-1)=0$

$g'(x)=(x+1)(x-2)(\quad)$

2차식



19. 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적힌 5개의 공이 각각 들어있다. 갑이 서로 다른 세 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 **꺼낸 후**, 을도 서로 다른 세 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낸다. 갑이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자를 크기순으로 a_1, a_2, a_3 $(a_1 \le a_2 \le a_3)$이라 하고 을이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자를 크기순으로 b_1, b_2, b_3 $(b_1 \le b_2 \le b_3)$이라 할 때,

A "**$a_i \ne b_i \ (i=1, 2, 3)$이 존재할 확률은?**"

(단, 꺼낸 공은 주머니에 다시 넣지 않는다.) [4점]

비복원 추출 ⇒ 곱셈정리 가능

⇓

표본공간 $5^3 \times 4^3$

α β γ

답: $1 - \dfrac{10 \cdot 12}{5^3 \cdot 4^3}$

$= \boxed{\dfrac{197}{200}}$

① $\frac{193}{200}$ ② $\frac{97}{100}$ ③ $\frac{39}{40}$ ④ $\frac{49}{50}$ ⑤ $\frac{197}{200}$

A^C

• $a_i \ne b_i$ $(i=1, 2, 3)$이 존재하지 않을 확률.

⇒ $a_i = b_i$ $(i = 1, 2, 3)$

$(a_1 = b_1, \ a_2 = b_2, \ a_3 = b_3)$.

다시 넣지 않기 때문에 같을 수가 없다.

$a_1 \le a_2 \le a_3$ 크기가 정해진 배열.

ex) $a_1 = 1$이면 b_1 또한 1이고 a_2, $a_3 \ne 1$이기 때문.

5개 중에 (서로다른) 3개 (서로 다른) 뽑기 (순서고려 X).

⊕ 중복을 고려하지 않는다. ⇒ ${}_5C_3$.

여기서 끝나지 않는다. 뽑은 10개가 α주머니에서 나온 '3' β주머니에서 나온 '3' γ주머니에서 나온 '3'인지 구분해야 한다. (순서 발생 3!)

잇달아, B도 " 를 고려해야 한다. (×2)

$a_1 = 1_\alpha \le a_2 = 2_\alpha \le a_3 = 3_\alpha$

$b = 1_{(\beta,\gamma} \le b_2 = 2_{(\beta,\gamma} \le b_2 = 3_{(\beta,\gamma}$

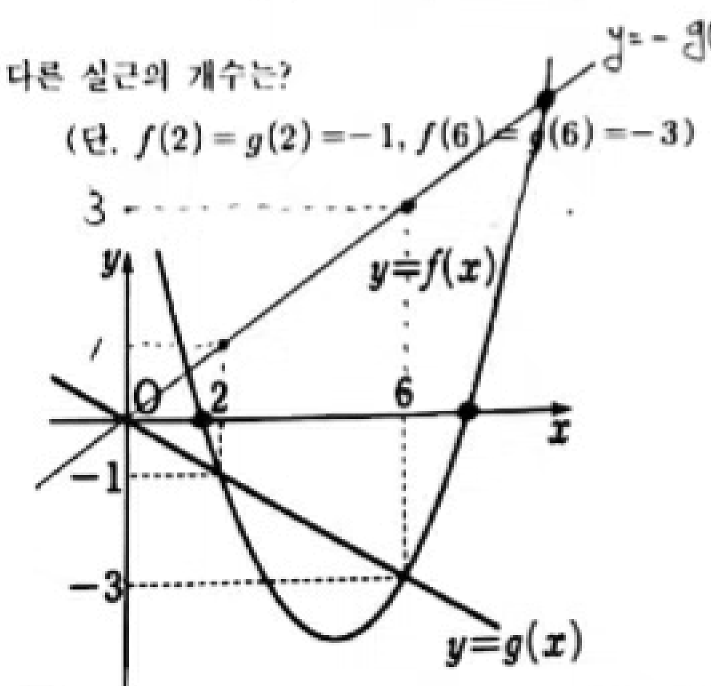
20. 이차함수 $y = f(x)$의 그래프와 일차함수 $y = g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 방정식

" 밑이 같은 로그 "

$$\log \boxed{\{f(x)+2\}} = \log \boxed{\frac{f(x)\{g(x)\}^2+8}{\{f(x)\}^2 - 2f(x) + 4}}$$

의 서로 다른 실근의 개수는?

(단, $f(2) = g(2) = -1$, $f(6) = g(6) = -3$) [4점]



" 혹시 서바 다니시면, 4형 10회 20번을 참고합시다. "

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$f(x)+2 = \dfrac{f(x) \cdot g(x)^2 + 8}{f(x)^2 - 2f(x) + 4}$

$(f(x)+2)(f(x)^2 - 2f(x) + 4) = f(x) \cdot g(x)^2 + 8$.

$f(x)^3 + \cancel{8} = f(x) \cdot g(x)^2 + \cancel{8}$

$f(x)^3 - f(x) \cdot g(x)^2 = 0$.

$f(x)\,(f(x) + g(x))\,(f(x) - g(x)) = 0$.

⊕ 로그방부등식의 가장 위험한 포인트 "로그의 진수조건"

$f(x)+2 > 0$, $f(x) \cdot g(x)^2 + 8 > 0$.

$f(x) = 0$ or $f(x) = -g(x)$ or ☆ $f(x) = g(x)$.

진수조건 모두 만족 (실근 2개)

진수조건 모두 만족 (실근 2개).

$x = 6$일때, 진수조건을 만족하지 않는다. (실근 1개).

$x = 2$일때, 진수조건을 만족한다.

답 $2+2+1 = \boxed{5}$

21. 첫째항이 양수이고 공비가 음수인 등비수열 $\{a_n\}$과 자연수 p에 대하여

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k,\ T_m=\sum_{k=1}^{2m}|a_k|+\sum_{k=2m+1}^{2p+1}a_k\ \ (m=1,2,3,\cdots,p)$$

라 하자. $\left|\sum_{m=1}^{p}(S_{2p+1}-T_m)\right|=7p^2+7p$가 모든 자연수 p에 대하여 성립할 때, $\sum_{k=1}^{10}\{(-1)^{k+1}\times k\times a_k\}$의 값은? [4점]

① 345 ② 355 ③ 375 ④ 385 ⑤ 395

$S_{2p+1}=a_1+a_2+a_3+a_4+\cdots+a_{2p}+a_{2p+1})$

첫째값. $(a_{2m+1}$

$T_m=a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots-a_{2m}.$ "빼면서 $2m+1\sim 2p+1$ 까지 삭제됨!"

빨강 2D

$(+a_{2m+1}+a_{2m+2}+\cdots+a_{2p}+a_{2p+1})$

$\left|\sum_{m=1}^{p}(S_{2p+1}-T_m)\right|$ = 빼면서 짝수차항 ~~~~ 만 남는다.

$=2(a_2+a_4+\cdots+a_{2m})$

$=2(ar+ar^3+\cdots+ar^{2m-1})$

공비 r^2

"항이 m개인 등비수열의 합"

$=2\left(\frac{ar(r^{2m}-1)}{r^2-1}\right)\ (r^2\neq1)$

$S_{2p+1}-T_m$.

①

$\frac{2ar}{r^2-1}\cdot\sum_{m=1}^{p}(r^{2m}-1)=7p^2+7p$

차수 안 맞음... 어떻게 푸나?

"대전제" 위 공식은 공비가 1이 아닐때 성립함.

② $r^2=1$ 인 경우.

(공비음수, $r=-1$), 항개수 m.

$2(-a+(-a)+(-a)\cdots+(-a))$

$=-2am$.

$\sum_{m=1}^{p}(-2am)=-2a\sum_{m=1}^{p}m$ 자연수 합.

* 첫번째항 $(a_1=7)$. $=-2a\left(\frac{p(p+1)}{2}\right)$.

$=|-a(p^2+p)|=7(p^2+p)$.

$a=7$. $(a_k=7\times(-1)^{k-1})$

$\sum_{k=1}^{10}((-1)^{k+1}\times k\times7\times(-1)^{k-1})$.

$(-1)^{2k}\cdot k\cdot7$.

$7\times\left(\frac{10+11}{2}\right)=\boxed{385}$

단답형

22. ${}_5C_2+{}_2H_5$의 값을 구하시오. [3점]

$10+6=\boxed{16}$

23. $\int_0^2\frac{x^3}{x+1}dx-\int_0^2\frac{x}{x+1}dx$의 값이 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. [3점]

적분구간 합치기

$\int_0^2\frac{(x^3-x)}{(x+1)}dx=\int_0^2\frac{x\cancel{(x+1)}(x-1)}{\cancel{(x+1)}}dx$.

$=\int_0^2x^2-x\,dx$

$=\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2\right]_0^2$

$=\frac{2}{3}$, $\boxed{5}$

24. 확률변수 X의 확률질량함수가

$$P(X=x)={}_{20}C_x\left(\frac{1}{5}\right)^x\left(\frac{4}{5}\right)^{20-x}\quad(x=0,1,2,\cdots,20)$$

일 때, $E(5X+1)+V(5X+1)$의 값은? [3점]

$= 5E(X)+1+25V(X)$

$B\left(20, \frac{1}{5}\right)$, $E(X)=4$

$V(X)=\frac{16}{5}$

$=5\times4+1+25\times\frac{16}{5}$

$=21+80=\boxed{101}$

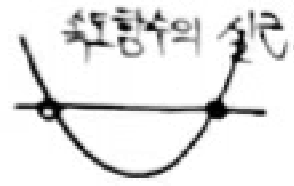
25. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t>0)$에서의 위치 x가

$$x=\frac{1}{3}t^3-kt^2+(k+12)t$$

이다. 점 P가 움직이는 **방향을 두 번 바꾸도록 하는** 10보다 작은 정수 k의 총합을 구하시오. [3점]

속도함수의 실근 2개!

$v(t)$. $t^2-2kt+k+12$.



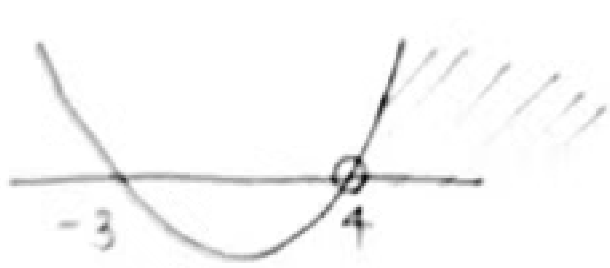
$k^2-k-12>0$

$D>0$

(등호 X).

$k \quad -4$

$k \quad 3.$ $\quad (k-4)(k+3)>0$



$(\cancel{4}, 5, 6, 7, 8, 9)$

합.

[31]

26. 세 양수 a, b, c에 대하여

$$\begin{cases}\log_{ab}3+\log_{bc}9=4\\ \log_{bc}3+\log_{ca}9=5\\ \log_{ca}3+\log_{ab}9=6\end{cases}$$

이 성립할 때, abc의 값을 구하시오. [4점]

* 복잡하면 치환하라

$\log_{ab}3 = A$

$\log_{bc}3 = B$

$\log_{ca}3 = C$ $\quad 4C=8,\ C=2$

② $4C-A=6$

- $A+2B=4$
- $B+2C=5$, $2B+4C=10$
- $C+2A=6$, ③ $4C+8A=24$

$3(A+B+C)=15$ $\quad 9A=18,\ A=2$

$\underset{=2}{A}+\underset{=1}{B}+\underset{=2}{C}=5$

$\log_{ab}3=2$, $(ab)^2=3$, $ab=\sqrt{3}$.

$\log_{bc}3=1$, $bc=3$.

$\log_{ca}3=2$, $(ca)^2=3$, $ca=\sqrt{3}$.

$a^2b^2c^2=9$

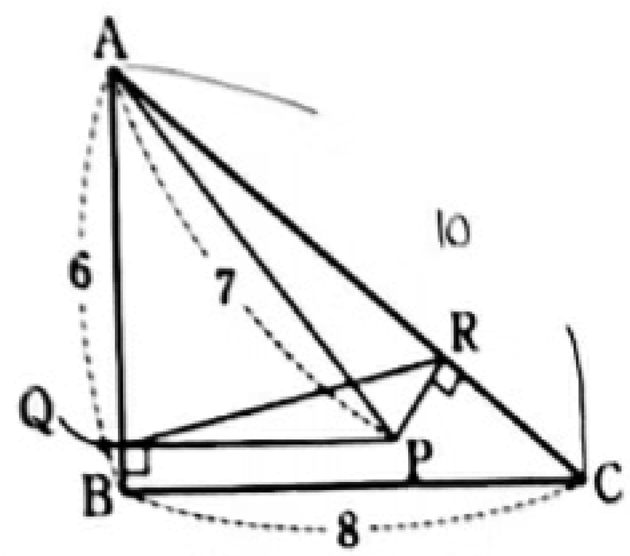
$=3^2$

$\boxed{abc=3}$

27. 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=8$이고 $\angle ABC=90°$인 직각삼각형 ABC의 내부에 $\overline{AP}=7$인 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q라 하고 내릴 때, 선분 AB에 내린 수선의 발을 R라 할 때, 선분 QR의 길이가 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. [4점]

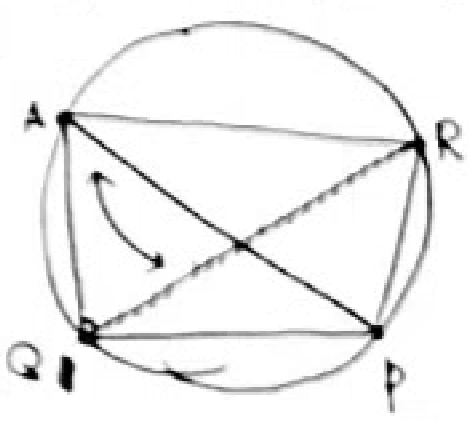
(지)

수정 AB → AC



** 수직 2개가 보일 경우 (△BPR / △ABP) 공통외접원

외접원 을 그려야 한다.



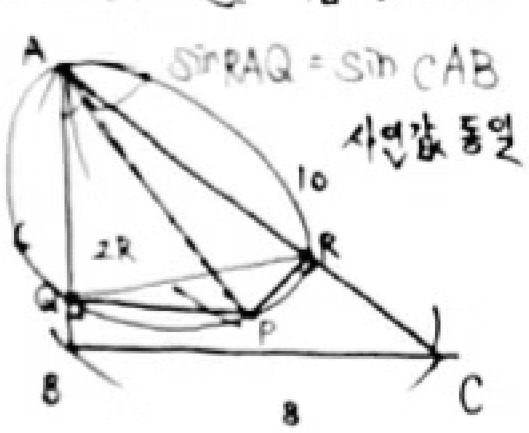
$\frac{\overline{QR}}{\sin RAQ} = \overline{AP}$ (지름) Q

↳ 한 외접원에 A→Q→P→R 빙글빙글 돌면서 같은 지름 공유

$\frac{\overline{QR}}{\frac{4}{5}} = \overline{AP} = 7$

** 큰원은 직각삼각형 내접하는 삼각형과

$\sin RAQ = \sin CAB$ 사인값 동일



$\overline{QR} = 7 \times \frac{4}{5}$

$= \frac{28}{5}$

답 33

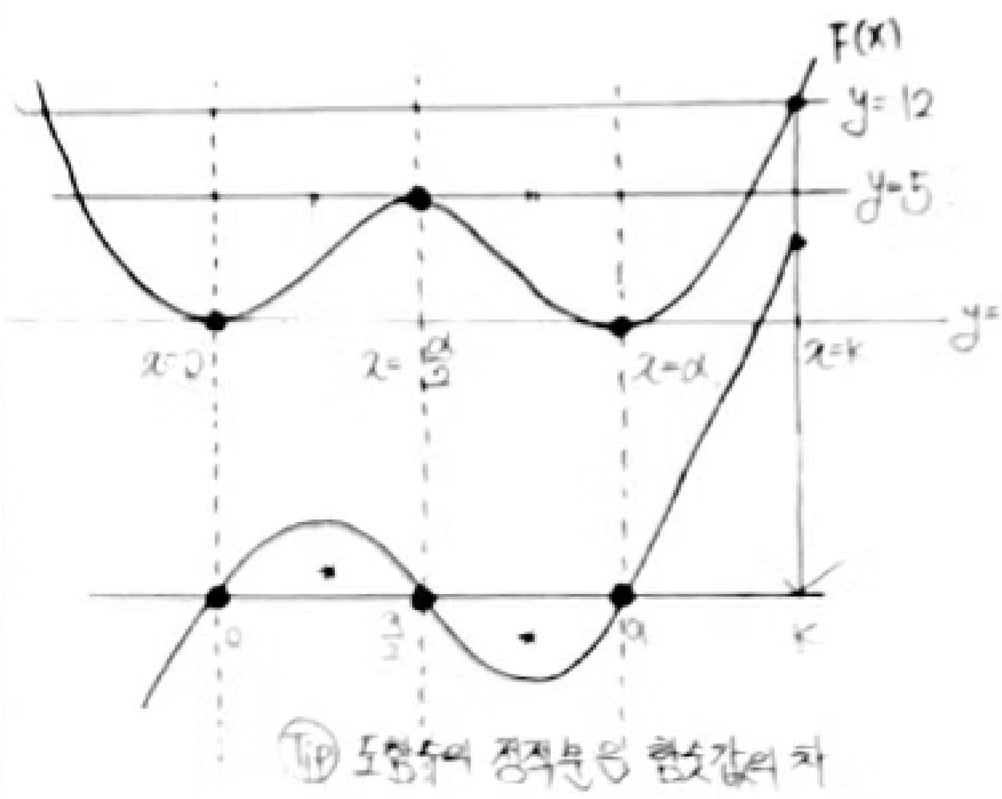
28. 삼차함수 $f(x)$의 한 부정적분 $F(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

4차함수

(가) 함수 $F(x)$는 $x=0$과 $x=\alpha$ $(\alpha>0)$에서 동일한 극솟값 1을 가진다.
(나) 함수 $F(x)$는 극댓값 5를 갖는다.

$F(k)=12$인 양수 k에 대하여 $\int_0^k |f(x)|\,dx$의 값을 구하시오.

[4점]



Tip 도함수의 정적분은 원함수값의 차

$\int_\alpha^k f(x)\,dx = F(k) - F(\alpha) = 11$

$-\int_{\frac{\alpha}{2}}^{\alpha} f(x)\,dx = F(\frac{\alpha}{2}) - F(\alpha) = 4$

$\int_0^{\frac{\alpha}{2}} f(x)\,dx = F(\frac{\alpha}{2}) - F(0) = 4$

$\int_0^k |f(x)|\,dx = \boxed{19}$

29. 3개의 문자 x, y, z에서 중복을 허락하여 10개를 택해 일렬로 나열 할 때, 다음 조건을 만족시키도록 하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

(가) x와 y는 한 번만 서로 이웃한다.
(나) y와 z는 한 번만 서로 이웃한다.
(다) z와 x는 한 번만 서로 이웃한다.

① $x-y-z-x$

$x-z-y-x$

② $y-z-x-y$

$y-x-z-y$

③ $z-x-y-z$

$z-y-x-z$

형태 매우 비슷.

3개문자 → 10개.

각 문자가 사용될 갯수.

$A+B+C+D=10$

≥1 ≥1 ≥1 ≥1

$6. \times (A'+B'+C'+D'=6)$

${}_4H_6$

$6\times 84=\boxed{504}$

30. 최고차항의 계수가 음수인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 집합

$$A_t=\{x \mid |x-t|=f(x)+t,\ x\text{는 실수}\}$$

의 원소의 개수를 $g(t)$라 할 때, 집합 A_t와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A_{\frac{1}{3}}=\{0, a, 2\}$, $A_{\frac{5}{12}}=\{0, b, c\}$ (단, $0<a<b<2<c$)
(나) 방정식 $g(t)-3=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$\boxed{\int_{a+\frac{1}{2}}^{c+\frac{1}{2}}(f(x)+x)\,dx}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$|x-t|-t=f(x)$

$h(x)$라 할때, $h(x)=f(x)$ 의 교점수 $g(t)$

$\int_1^3\left(-\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2\right)dx=\frac{19}{3}$, $\boxed{22}$

(가) 조건

$|x-\frac{1}{3}|-\frac{1}{3}=f(x)$, $(0, a, 2)$

$|x-\frac{5}{12}|-\frac{5}{12}=f(x)$, $(0, b, c)$

"4종류."

(나) $g(t)=3$ 의 실근 2개.

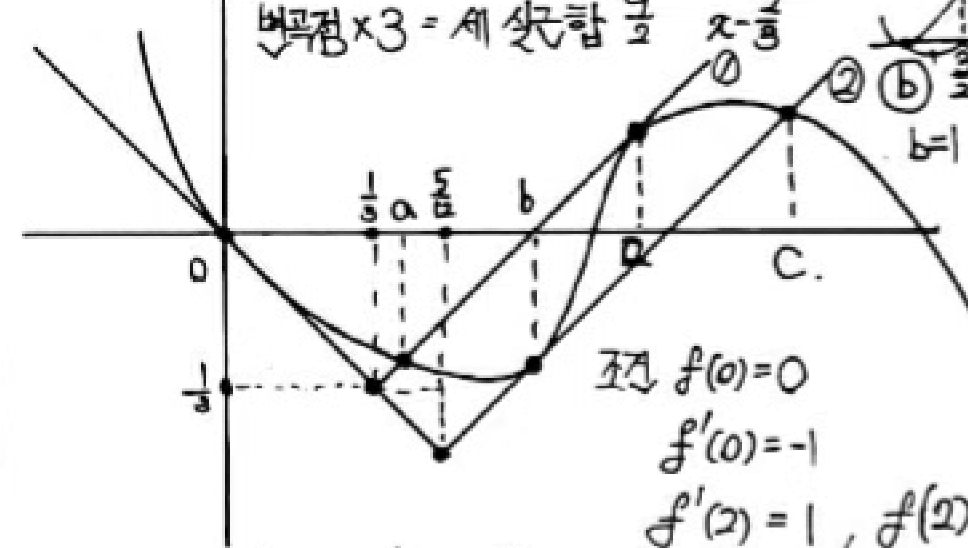
$h(x)=f(x)$ 의 교점이 3개가 되는 t의 갯수 2개 ($t=\frac{1}{3}$, $\frac{5}{12}$).

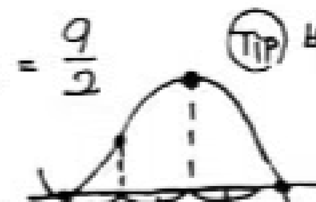
① $a+4=\frac{9}{2}$, $a=\frac{1}{2}$

② $2b+c=\frac{9}{2}$

TIP 비율관계

변곡점×3 = 세 실근합 $\frac{9}{2}$





$b=1$ $c=\frac{5}{2}$

조건 $f(0)=0$

$f'(0)=-1$

$f'(2)=1$, $f(2)=\frac{4}{3}$

$f(x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-x$.

(변곡점 $x=\frac{3}{2}$).

• 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

$f'(x)=-x^2+3x-1 \to f''(x)=-2x+3$.

$f(x)=ax^3+bx^2-x$, $f(2)=8a+4b-2=\frac{4}{3}$

$f'(x)=3ax^2+2bx-1$

$8a+4b=\frac{10}{3}$

$f'(2)=12a+4b-1=1$.

$24a+12b=10$.

$6a+2b=1$.

$24a+8b=4$.

$4b=6$, $b=\frac{3}{2}$, $a=-\frac{1}{3}$