2021학년도 3월 고3 전국연합학력평가 모의평가 문제지

수학 영역

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

넌 머지않아 예쁜 꽃이 될 테니까

- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표기하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통 과목 및	L 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.
○ 공통과목	·····································
○ 선택과목	
확률과	害계 ······· 9~12쪽
미적분	·····································
フ io i …	·····································

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

서울특별시교육청

이 면은 여백입니다.

제2교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

 $a_2 + a_3 = 2(a_1 + 12)$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차는? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8

⑤ 10

2. 모든 실수에서 연속인 함수 f(x)가

 $(x-1)f(x) = x^2 - 3x + 2$

를 만족시킬 때, f(1)의 값은? [3점]

 $\bigcirc -2$ $\bigcirc -1$ $\bigcirc 0$ $\bigcirc 1$ $\bigcirc 2$

3. 함수 f(x)에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 4x + 5$ 이고 f(0) = 4일 때, f(1)의 값은? [3점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

4. $0 \le x < 2\pi$ 일 때, 두 곡선 $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ 와 $y = \sin 4x$ 가 만나는 점의 개수는? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

- 5. 부등식 $\log_{18}(n^2-9n+18)<1$ 을 만족시키는 모든 자연수 n의 값의 합은? [3점]
- 14
- 2 15
- ③ 16
- **4** 17
- **⑤** 18
- (가) 가로로 인접한 두 칸에서 오른쪽 칸의 수는 왼쪽 칸의

7. 그림은 16개의 칸 중 3개의 칸에 다음 규칙을 만족시키도록

수의 2배이다. (나) 세로로 인접한 두 칸에서 아래쪽 칸의 수는 위쪽 칸의 수의 2배이다.

첫	번째	줄 →					
두	번째	줄 →		2	4		
세	번째	줄 →		4			_
네	번째	줄 →					

- 이 규칙을 만족시키도록 나머지 칸에 수를 써 넣을 때, 네 번째 줄에 있는 모든 수의 합은? [3점]
- ① 119
- 2 127

수를 써 넣은 것이다.

- ③ 135
- 4 143
- **⑤** 151

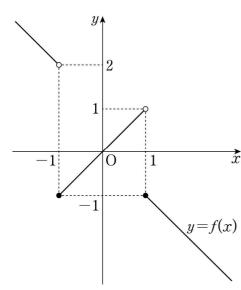
6. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2$ 에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+2h) - f(2)}{h}$ 의 값은?

[3점]

- \bigcirc 6

- 2 7 3 8 4 9
- **⑤** 10

8. 함수 y=f(x)의 그래프가 그림과 같다.



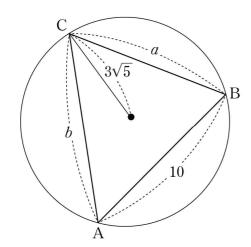
 $\lim_{x\to 0+} f(x-1) + \lim_{x\to 1+} f(f(x))$ 의 값은? [4점]

- ① -1
- $\bigcirc 0$
- 3 1
- ④ 2
- ⑤ 3

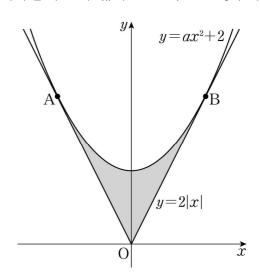
 $m{g}$ 길이가 각각 10, a, b인 세 선분 AB, BC, CA를 각 변으로 하는 예각삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점을 지나는 원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ 이고

$$\frac{a^2 + b^2 - ab\cos C}{ab} = \frac{4}{3}$$
일 때, ab 의 값은? [3점]

- 140
- 2 150
- ③ 160
- **4** 170
- **⑤** 180



10. 그림과 같이 두 함수 $y = ax^2 + 2$ 와 y = 2|x|의 그래프가 두 점 A, B에서 각각 접한다. 두 함수 $y=ax^2+2$ 와 y=2|x|의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, a는 상수이다.) [4점]

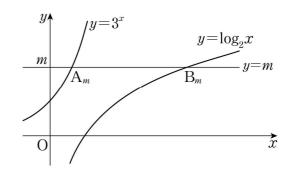


- ① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{17}{6}$

 $\emph{11.}$ 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^{n} k a_k$$

- 를 만족시킨다. $a_1=2$ 일 때, $a_2+\frac{a_{51}}{a_{50}}$ 의 값은? [4점]
- ① 47
- ② 49
- ③ 51
- **4** 53
- ⑤ 55
- 12. 그림과 같이 자연수 m에 대하여 두 함수 $y=3^x$, $y=\log_2 x$ 의 그래프와 직선 y=m이 만나는 점을 각각 A_m , B_m 이라 하자. 선분 $A_m B_m$ 의 길이 중 자연수인 것을 작은 수부터 크기순으로 나열하여 a_1 , a_2 , a_3 , \cdots 이라 할 때, a_3 의 값은? [4점]



- ① 502
- ② 504
- 3 506
- **4** 508
- ⑤ 510

13.0이 아닌 실수 m에 대하여 두 함수

$$f(x) = 2x^3 - 8x,$$

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{47}{m}x + \frac{4}{m^3} & (x < 0) \\ 2mx + \frac{4}{m^3} & (x \ge 0) \end{cases}$$

이 있다. 실수 x에 대하여 f(x)와 g(x) 중 크지 않은 값을 h(x)라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

-----< 보기 > -

- ㄱ. m = -1일 때, $h\left(\frac{1}{2}\right) = -5$ 이다.
- ㄴ. m=-1일 때, 함수 h(x)가 미분가능하지 않은 x의 개수 는 2이다.
- \Box . 함수 h(x)가 미분가능하지 않은 x의 개수가 1인 양수 m의 최댓값은 6이다.
- ① ¬
- ② ¬, ∟
- ③ ¬, ⊏

- ④ ∟, ⊏
 ⑤ ¬, ∟, ⊏

14. 이차함수 $g(x) = x^2 - 6x + 10$ 에 대하여 삼차함수 f(x)가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 f(x)=0은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
- (나) 함수 $(g \circ f)(x)$ 의 최솟값을 m이라 할 때, 방정식 g(f(x))=m의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
- (다) 방정식 g(f(x)) = 17은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

함수 f(x)의 극댓값과 극솟값의 합은? [4점]

- \bigcirc 2
- 2 4 3 6 4 8
- ⑤ 10

 $\emph{15.}$ 두 실수 $a (0 < a < 2\pi)$ 와 k에 대하여 $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수 f(x)는

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - \frac{1}{2} & (0 \le x < a) \\ k \sin x - \frac{1}{2} & (a \le x \le 2\pi) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (7) 함수 |f(x)|의 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이다.
- (나) 방정식 f(x)=0의 실근의 개수는 3이다.

방정식 $|f(x)| = \frac{1}{4}$ 의 모든 실근의 합을 S라 할 때,

$$20\left(\frac{a+S}{\pi}+k\right)$$
의 값은? [4점]

100

2 110 ③ 120

4 130

⑤ 140

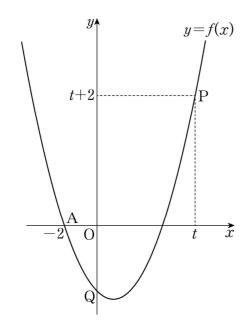
단 답 형

16. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \ge 0)$ 에서의 위치 x가 $x = t^3 - 3t^2 + at$ (a는 상수)

이다. 점 P의 시각 t=3에서의 속도가 15일 때, a의 값을 구하시오. [3점]

17. $10 \le x < 1000$ 인 실수 x에 대하여 $\log x^3 - \log \frac{1}{x^2}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 x의 개수를 구하시오. [3점]

18. 최고차항의 계수가 1이고 두 점 A(-2,0), P(t,t+2)를 지나는 이차함수 f(x)가 있다. 함수 y=f(x)의 그래프가 y축과 만나는 점을 Q라 할 때, $\lim_{t\to\infty} \left(\sqrt{2} \times \overline{AP} - \overline{AQ}\right)$ 의 값을 구하시오. (단, $t \neq -2$) [3점]



19. 좌표평면에서 제1사분면에 점 P가 있다. 점 P를 직선 y=x에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 하고, 점 Q를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R라 할 때, 세 동경 OP, OQ, OR가 나타내는 각을 각각 α , β , γ 라 하자.

 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ 일 때, $9(\sin^2 \beta + \tan^2 \gamma)$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 시초선은 x축의 양의 방향이다.) [3점]

 $20. \ 0 < a < \frac{4}{7}$ 인 실수 a와 유리수 b에 대하여 닫힌구간 $\left[-\frac{\pi}{a}, \frac{2\pi}{a}\right]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sin(ax) + b$ 가 있다.

함수 y = f(x)의 그래프가 두 점 $A\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{7}{2}\pi, 0\right)$ 을 지날 때, 30(a+b)의 값을 구하시오. [4점]

21. 자연수 n에 대하여 두 점 A(0, n+5), B(n+4, 0)과 원점 O를 꼭짓점으로 하는 삼각형 AOB가 있다. 삼각형 AOB의 내부에 포함된 정사각형 중 한 변의 길이가 1이고 꼭짓점의 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 정사각형의 개수를 a_n 이라

하자. $\sum_{n=1}^{8} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 f(x)와 실수 t에 대하여 함수 g(x)를

$$g(x) = \int_{t}^{x} f(s)ds$$

라 하자. 상수 a에 대하여 두 함수 f(x)와 g(x)가 다음 조건을 만족시킨다.

- (7) f'(a) = 0
- (나) 함수 |g(x)-g(a)|가 미분가능하지 않은 x의 개수는 1이다.

실수 t에 대하여 g(a)의 값을 h(t)라 할 때, h(3)=0이고 함수 h(t)는 t=2에서 최댓값 27을 가진다.

f(5)의 값을 구하시오. [4점]

제2교시

수학 영역(확률과 통계)

5 지 선 다 형

23. 숫자 0, 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택한 후, 일렬로 나열하여 만든 네 자리 자연수가 2100보다 작은 경우의 수는? [2점]

1 70

② 75 ③ 80

4 85

⑤ 90

24. 흰 공 2개, 빨간 공 2개, 검은 공 4개를 일렬로 나열할 때, 흰 공은 서로 이웃하지 않게 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 295

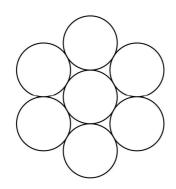
② 300

305

4 310

⑤ 315

25. 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 7개의 원이 있다.



7개의 원에 서로 다른 7개의 색을 모두 사용하여 색칠하는 경우의 수는? (단, 한 원에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 840 ② 860

3 880

4 900

⑤ 920

26. 그림과 같이 크기가 서로 다른 3개의 펭귄 인형과 4개의 곰 인형이 두 상자 A, B에 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 담겨져 있다.



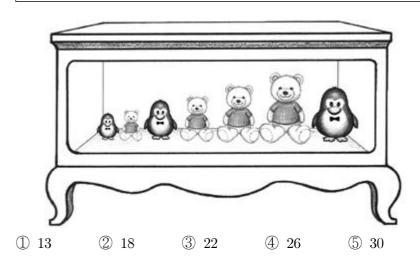


상자 A

상자 B

다음 조건을 만족시키도록 상자 A, B의 모든 인형을 일렬로 진열하는 경우의 수는? [3점]

- (가) 같은 상자에 담겨있는 인형은 왼쪽부터 크기가 작은 것 에서 큰 것 순으로 진열한다.
- (나) 상자 A의 왼쪽에서 두 번째 펭귄 인형은 상자 B의 왼 쪽에서 두 번째 곰 인형보다 왼쪽에 진열한다.



27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 로의 함수 중에서

f(1)+f(2)+f(3)-f(4)=3m(m은 정수)

를 만족시키는 함수 f의 개수는? [4점]

- ① 194 ② 199
- 3 204
- **4** 209
- ⑤ 214

28. 주머니 속에 네 개의 숫자 0, 1, 2, 3이 각각 하나씩 적혀 있는 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이 과정을 3번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 a, b, c라 하자.

 $\frac{bc}{a}$ 가 정수가 되도록 하는 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는?

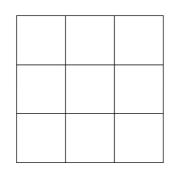
[4점]



- ① 40 ② 45
- 3 50
- **4** 55
- ⑤ 60

단답형

29. 그림과 같이 합동인 9개의 정사각형으로 이루어진 색칠판이 있다.



빨간색과 파란색을 포함하여 총 9가지의 서로 다른 색으로 이색칠판을 다음 조건을 만족시키도록 칠하려고 한다.

- (가) 주어진 9가지의 색을 모두 사용하여 칠한다.
- (나) 한 정사각형에는 한 가지 색만을 칠한다.
- (다) 빨간색과 파란색이 칠해진 두 정사각형은 꼭짓점을 공유하지 않는다.

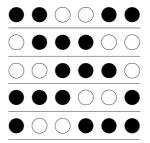
색칠판을 칠하는 경우의 수는 $k \times 7!$ 이다. k의 값을 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

30. 검은 바둑돌 ●과 흰 바둑돌 ○을 일렬로 나열하였을 때 이웃한 두 개의 바둑돌의 색이 나타날 수 있는 유형은

●● ●○ ○● ○○ <A형> <B형> <C형> <D형>

으로 4가지이다.

예를 들어, 6개의 바둑돌을 <A형> 2번, <B형> 1번, <C형> 1번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 아래와 같이 5이다.



10개의 바둑돌을 <A형> 4번, <B형> 2번, <C형> 2번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 검은 바둑돌과 흰 바둑돌은 각각 10개 이상씩 있다.)[4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23.
$$\lim_{n\to\infty} (\sqrt{4n^2+2n+1} - \sqrt{4n^2-2n-1})$$
의 값은? [2점]

- ① 1
 - ② 2
- 3 3
- 4
- **⑤** 5
- 24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \to \infty} n^2 a_n = 3, \lim_{n \to \infty} \frac{b_n}{n} = 5$$

- 를 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}na_n(b_n+2n)$ 의 값은? [3점]
- ① 21
- ② 22
- ③ 23
- ② 24
- ⑤ 25

- 25. 자연수 n에 대하여 원 $x^2+y^2=4n^2$ 과 직선 $y=\sqrt{n}$ 이 제1사분면에서 만나는 점의 x좌표를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} (2n-a_n)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{3}{8}$
- 26. $\lim_{n\to\infty} \frac{\left(\frac{m}{5}\right)^{n+1} + 2}{\left(\frac{m}{5}\right)^{n} + 1} = 2$ 가 되도록 하는 자연수 m의 개수는?

[3점]

- 1
- ② 2
- ③ 3
- 4
- **⑤** 5

27.2 이상의 자연수 n과 두 정수 a, b에 대하여 좌표평면 위의 세 점 A(a, b), B(0, 2), $C(0, 2^n)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) ∠B=90°인 직각삼각형이다.
- (나) $|ab| \le 2^{n+1}$

위의 조건을 만족시키는 모든 삼각형 ABC의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} \frac{S_n}{8^{n-2}}$ 의 값은? [4점]

- ① 28
- ② 30 ③ 32
- **4** 34
- ⑤ 36

28. 함수 $f(x) = \frac{x-1}{2x-6}$ 과 3 이상의 자연수 k에 대하여

$$\lim_{n \to \infty} \frac{|f(3-a)|^{n+1}}{2^n + |1 - f(3+a)|^n} = k$$

를 만족시키는 모든 실수 a의 값의 합을 g(k)라 하자.

$$\sum_{k=3}^{17} g(k) 의 값은? [4점]$$

- ① $-\frac{12}{35}$ ② $-\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{16}{35}$ ④ $-\frac{18}{35}$ ⑤ $-\frac{4}{7}$

4

수학 영역(미적분)

고 3

단답형

29. 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정사각형의 개수를 S_n 이라 하자.

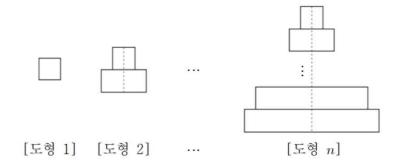
- (r) 정사각형은 한 변의 길이가 1이고 꼭짓점의 x좌표와 y좌표가 모두 정수이다.
- (나) 연립부등식 $\frac{1}{2}x^2 < y < x^2$, 0 < x < 2n-1을 만족시키는 점 (x,y) 중에는 정사각형의 내부에 있는 점이 있다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{S_{n+1}-S_n}{n^2}$$
의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형을 [도형 1]이라 하자.

[도형 1]의 아랫변에 가로의 길이 4, 세로의 길이 2인 직사각형을 한 직선에 대해 대칭이 되도록 이어 붙여 만든 도형을 [도형 2]라 하자. 이때 한 직선은 [도형 2]의 가장 긴 변의 중점을 지난다.

이와 같은 방법으로 3이상의 자연수 n에 대하여 [도형 (n-1)]의 아랫변에 가로의 길이 2n, 세로의 길이 2인 직사각형을 이어붙여 만든 도형을 [도형 n]이라 하자.



자연수 n에 대하여 [도형 n]을 포함하는 원들 중 가장 작은 원의 넓이를 a_n 이라 하자. $\lim_{n\to\infty}\frac{80a_n}{\pi n^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.

제2교시

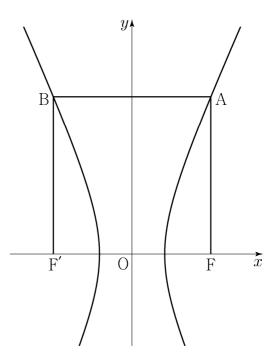
수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

23. 포물선 $y^2 - 4y - ax + 4 = 0$ 의 초점의 좌표가 (3, b)일 때, a+b의 값은? (단, a, b는 양수이다.)[2점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17
- ⑤ 18

24. 그림과 같이 두 초점이 F(c, 0), F'(-c, 0)(c>0)이고 주축의 길이가 2인 쌍곡선이 있다. 점 F를 지나고 x축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 A, 점 F'을 지나고 x축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제2사분면에서 만나는 점을 B라 하자. 사각형 ABF'F가 정사각형일 때, 정사각형 ABF'F의 대각선의 길이는? [3점]



- ① $3+2\sqrt{2}$
- ② $5 + \sqrt{2}$
- $3 4+2\sqrt{2}$

- $4 + \sqrt{2}$
- $5 + 2\sqrt{2}$

25. 좌표평면에서 점 P(-2, k)와 초점이 F인 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 Q에 대하여 $\overline{PQ} = \overline{QF} = 10$ 일 때, 양수 k의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10
- 26. 좌표평면 위에 두 점 A(−4, 0), B(4, 0)과 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 이 있다. 쌍곡선 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 원점을 중심으로 하고 직선 AP에 접하는 원의 반지름의 길이는? [3점]
- ① $\sqrt{7}-1$ ② $2\sqrt{2}-1$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{7}+1$

27. 평면에 한 변의 길이가 10인 정삼각형 ABC가 있다.

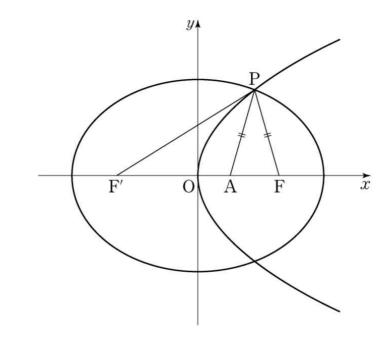
 $\overline{PB} = \overline{PC} = 2$ 를 만족시키는 점 P에 대하여 선분 PA의 길이가 최소일 때, 삼각형 PBC의 넓이는? [3점]

- ① $20\sqrt{3}$
- ② $21\sqrt{3}$
- ③ $22\sqrt{3}$
- $\textcircled{4} \ 23\sqrt{3}$ $\textcircled{5} \ 24\sqrt{3}$

28. 좌표평면에서 초점이 A(a,0)(a>0)이고 꼭짓점이 원점인 포물선과 두 초점이 F(c,0), F'(-c,0)(c>a)인 타원의 교점 중 제1사분면 위의 점을 P라 하자.

$$\overline{AF} = 2$$
, $\overline{PA} = \overline{PF}$, $\overline{FF'} = \overline{PF'}$

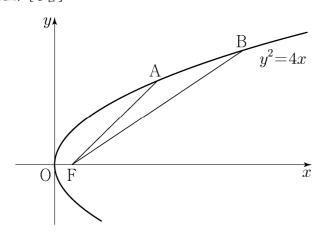
일 때, 타원의 장축의 길이는 $p+q\sqrt{7}$ 이다. p^2+q^2 의 값은? (단, $p,\ q$ 는 유리수이다.)[4점]



- ① 29
- ② 31
- ③ 33
- **4** 35
- ⑤ 37

단답형

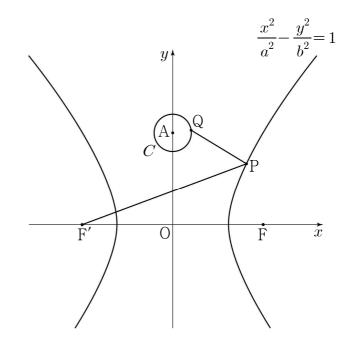
29. 초점이 F인 포물선 $y^2=4x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 두 점 A, B의 x좌표는 1보다 큰 자연수이고 삼각형 AFB의 무게중심의 x좌표가 6일 때, $\overline{AF} \times \overline{BF}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



30. 그림과 같이 두 초점이 F(c, 0), F'(-c, 0)(c>0)이고,

주축의 길이가 6인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과

점 A(0,5)를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 C가 있다. 제1사분면에 있는 쌍곡선 위를 움직이는 점 P와 원 C 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\overline{PQ}+\overline{PF'}$ 의 최솟값이 12일 때, a^2+3b^2 의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.)[4점]



- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.

이 면은 여백입니다.

