

01. 좌표공간에서 다음 조건을 만족하도록 네 점 A_0, A_1, A_2, A_3 을 잡는다.

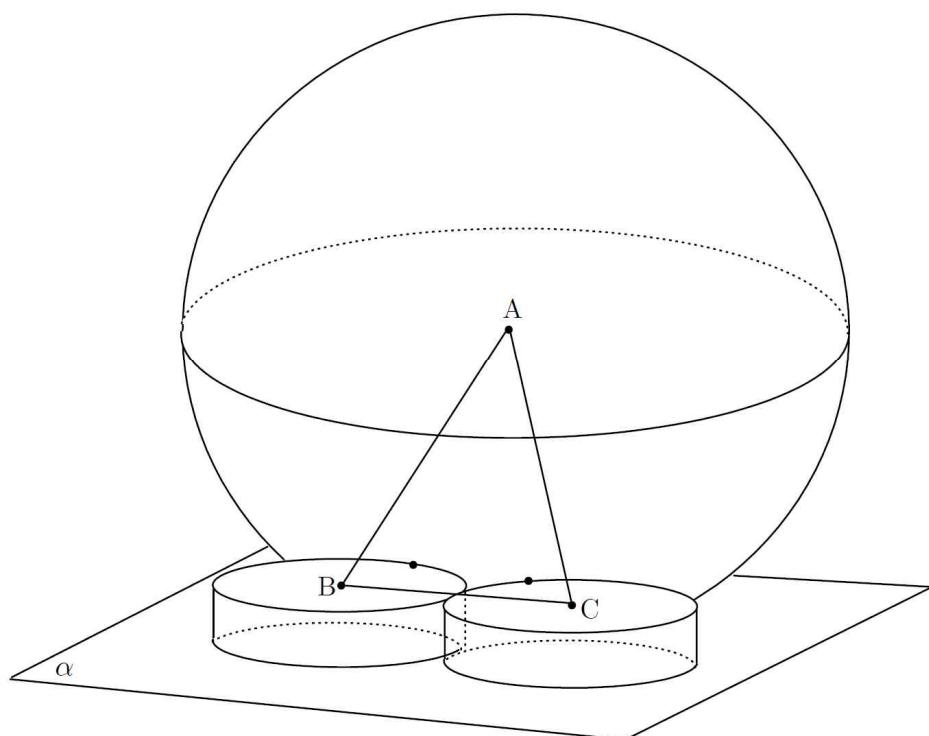
$$(가) |\overrightarrow{A_0A_1}| = 2\sqrt{3}, \quad \overrightarrow{A_0A_1} \cdot \overrightarrow{A_0A_2} = |\overrightarrow{A_0A_2}| = 6$$
$$(나) \overrightarrow{A_0A_3} \cdot (\frac{9}{8}\overrightarrow{A_0A_3} - \overrightarrow{A_0A_k}) = |4k-10| \quad (k=1,2,3)$$

평면 $A_1A_2A_3$ 과 평면 $A_0A_1A_3$ °] 이루는 각의 크기가 θ 일 때,
 $12\tan^2\theta$ 의 값을 구하시오.

02.

그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2이고 높이가 1인 두 원기둥이 서로 외접하며 평면 α 위에 놓여있고, 중심이 A인 구 S 가 평면 α 와 만나지 않는 두 원기둥의 밑면과 각각 한 점에서 만나며 평면 α 위에 놓여있다. 구 S 와 만나는 두 원기둥의 밑면의 중심을 각각 B, C라 할 때, 삼각형ABC의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는 $8\sqrt{2}$ 이다. 구 S 의 반지름의 길이가 r 일 때, $6r$ 의 값을 구하시오.

(단, $r > 1$)

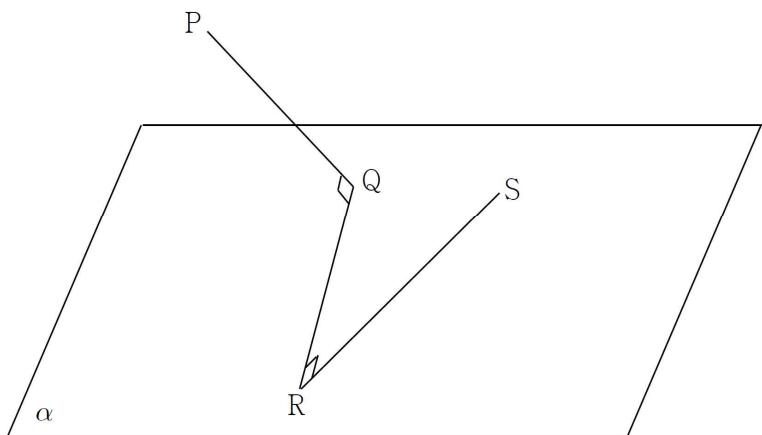


03.

그림과 같이 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 선분QR이 평면 α 위에 있고, 평면 α 밖의 두 점P,S에 대하여 선분QR과 수직인 두 선분PQ, RS가 있다. 두 점P,S의 평면 α 위로의 정사영을 각각 P', S' 라 할 때, 네 점 P,Q,R,S가 다음 조건을 만족 시킨다.

- (가) $\overline{PQ} = \sqrt{13}$, $\overline{RS} = 5$
- (나) 두 선분PQ, RS의 평면 α 위로의 정사영의 길이는 각각 3으로 서로 같다.

직선PS와 직선RS' 사이의 거리를 l 이라 할 때, l^2 의 값을 구하시오.
(단, 두 선분P'S', QR은 한 점에서 만나며, 선분PS는 평면 α 와 만나지 않는다.)



04.

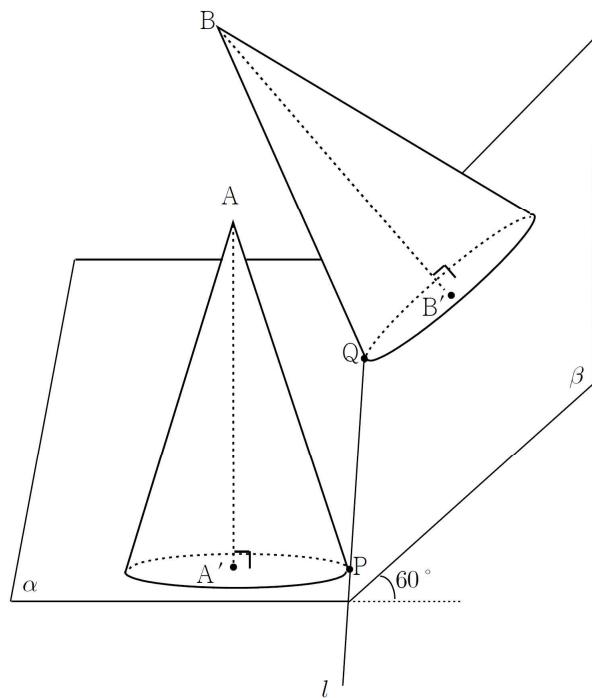
모선과 밑면이 60° 의 각을 이루고, 밑면의 반지름의 길이가 서로 같은 직원뿔 T_1, T_2 가 그림과 같이 서로 60° 의 각을 이루는 두 평면 α, β 위에 각각 놓여있다. 두 직원뿔 T_1, T_2 의 밑면의 둘레가 두 점 P, Q 에서 각각 두 평면의 교선 l 과 접하고, 두 원뿔의 T_1, T_2 의 꼭짓점을 각각 A, B 라 하자. 밑면의 중심을 각각 A', B' 라 할 때, 두 원뿔이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB} = \sqrt{7}$

(나) 원뿔 T_2 의 밑면의 둘레 위를 움직이는 점 R 에 대하여

\overline{AR} 의 값이 최대가 될 때의 $\tan^2 \angle QBR$ 값은 $\frac{7}{9}$ 이다.

삼각형 ABB' 의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 S 라 할 때, $4S^2$ 의 값을 구하시오.



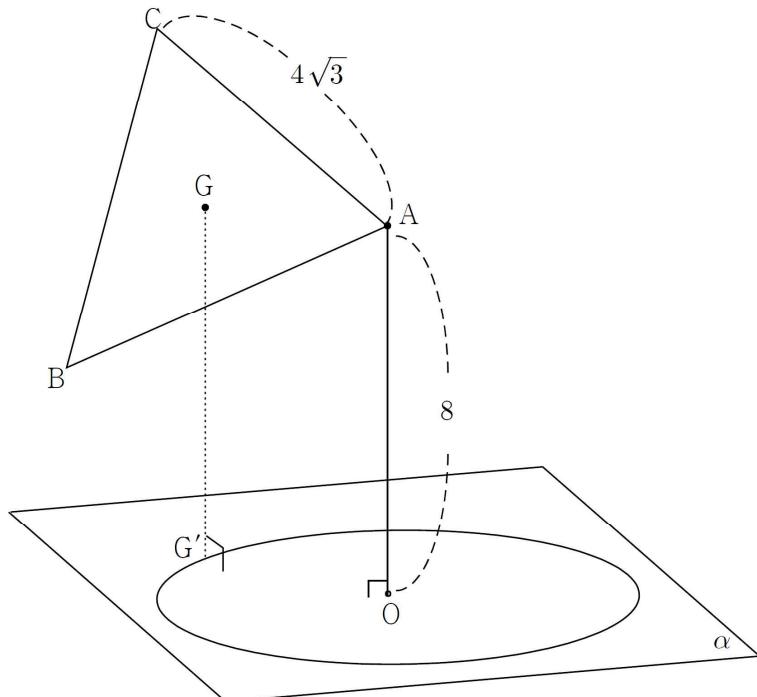
05.

그림과 같이 평면 α 로부터의 거리가 8인 점 A의 평면 α 위로의 정사영을 점 O라 하고, 반지름의 길이가 4이고, 중심이 O인 원이 평면 α 위에 있다. 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC의 무게중심을 G라 할 때, 점 G의 평면 α 위로의 정사영 G' 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{G'B} = 4\sqrt{3}$

(나) 점 G' 은 원 위에 있다.

점 C와 평면 α 사이의 거리를 구하시오.

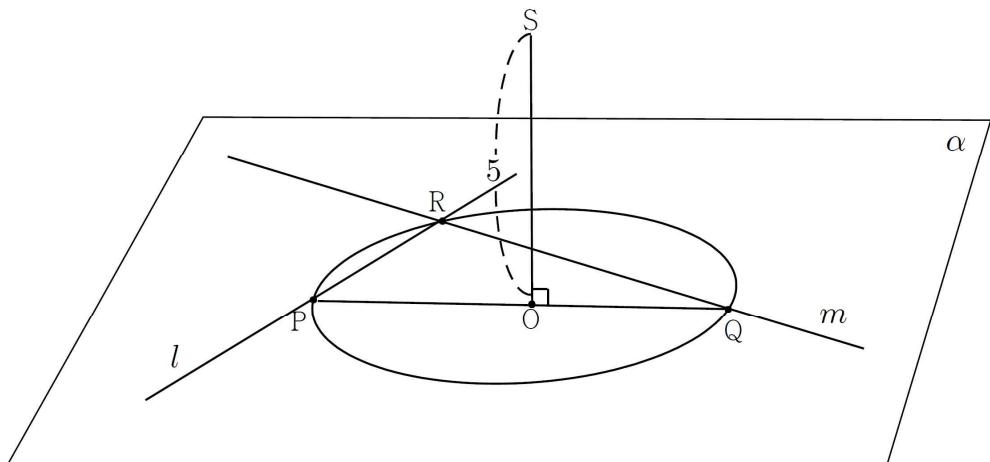


06.

그림과 같이 평면 α 위에 길이가 4인 선분 PQ 를 지름으로 하고 중심이 O 인 원이 있다. α 로부터의 거리가 5인 점 S 에서 평면 α 에 내린 수선의 발이 O 이고, 점 P 를 지나는 직선 l 과 점 Q 를 지나는 직선 m 이 원 위의 한 점 R 에서 만날 때, 선분 PR 의 길이는 2이다. 직선 l 과 평면 QRS 가 이루는 각의 크기를

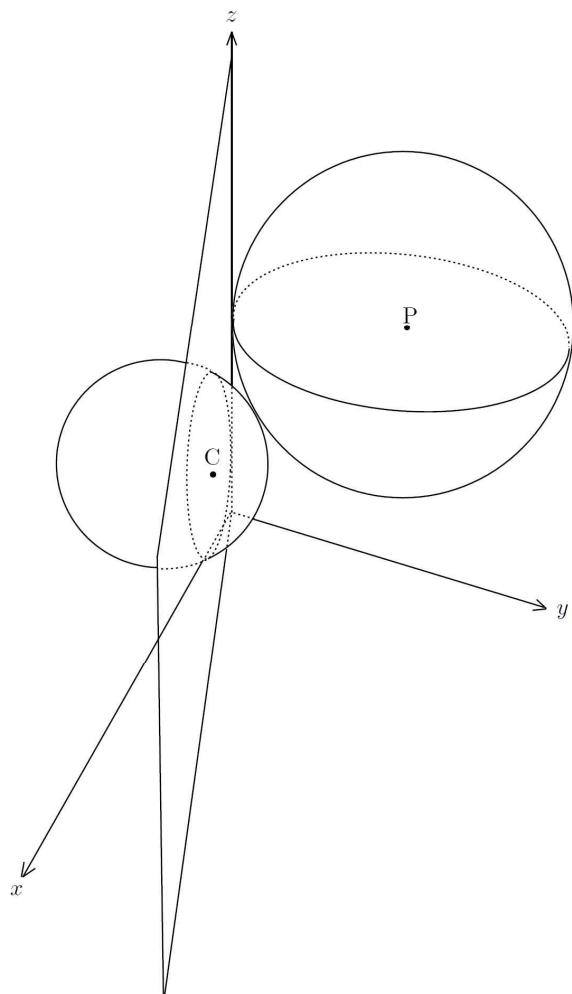
θ_1 , 직선 m 과 평면 PRS 가 이루는 각의 크기를 θ_2 라 하자. $\frac{14\cos^2\theta_2}{\cos^2\theta_1}$ 의 값을

구하시오.



07. 좌표공간에서 구 $S_1 : (x-4)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 16$

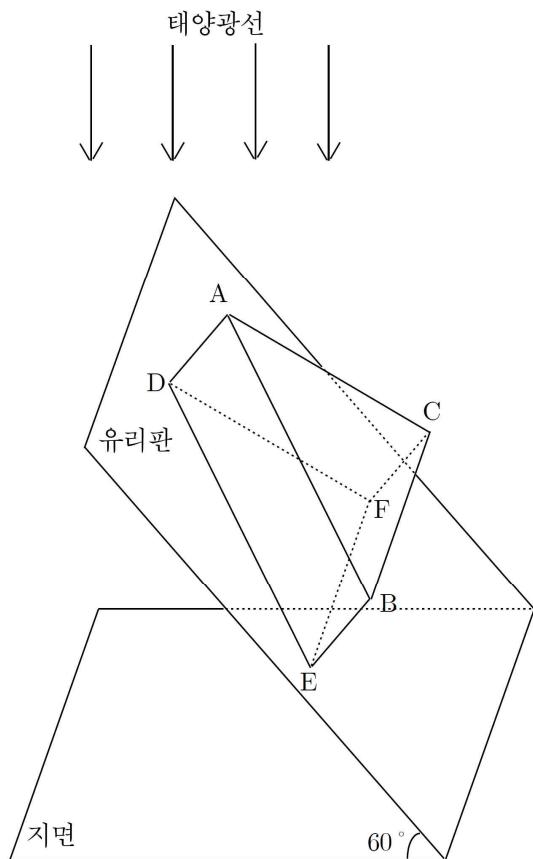
평면 $\alpha : x = \sqrt{3}y$ 와 만나서 생기는 원의 중심을 C라 하고,
반지름의 길이가 6인 구 S_2 의 중심 P의 y 좌표, z 좌표는 모두
2보다 큰 양수이다. 그림과 같이 구 S_2 가 z 축 위의 한 점에서
평면 α 와 접하고, 구 S_1 과 외접하고 있다. 직선 CP가 xy 평면과
이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $48\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오.



08.

그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정삼각형을 밑면으로 하고,
 높이가 $\sqrt{3}$ 인 삼각기둥ABC-DEF가 지면과 60° 의 각을 이루
 는 투명한 유리판 위에 놓여있다. 지면과 유리판의 교선이 모서리
 EF와 평행하고, 태양광선이 지면에 수직으로 비출 때, 삼각기둥
 에 의해 지면에 생기는 그림자의 넓이는?

- ① $6\sqrt{3}$
- ② 8
- ③ $8\sqrt{3}$
- ④ 12
- ⑤ $12\sqrt{3}$

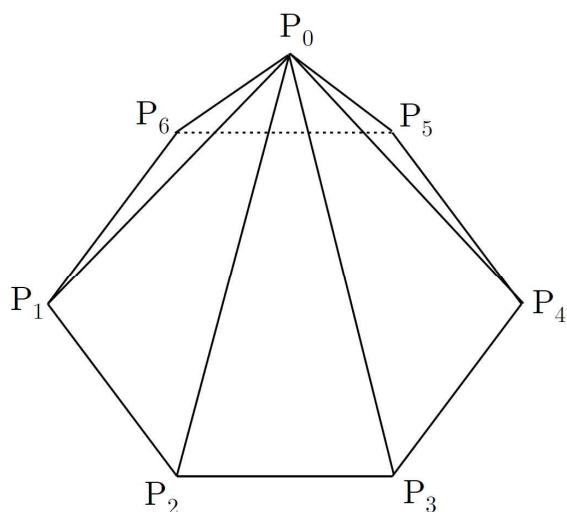


09.

그림과 같이 높이가 $2\sqrt{3}$ 인 정육각뿔 $P_0 - P_1P_2P_3P_4P_5P_6$ 에서
밑면이 한 변의 길이가 4인 정육각형이다.

$$\sum_{k=1}^5 \overrightarrow{P_0P_k} \cdot \overrightarrow{P_{k+1}P_k}$$
 의 값은?

- ① 28 ② 32 ③ 36 ④ 40 ⑤ 60

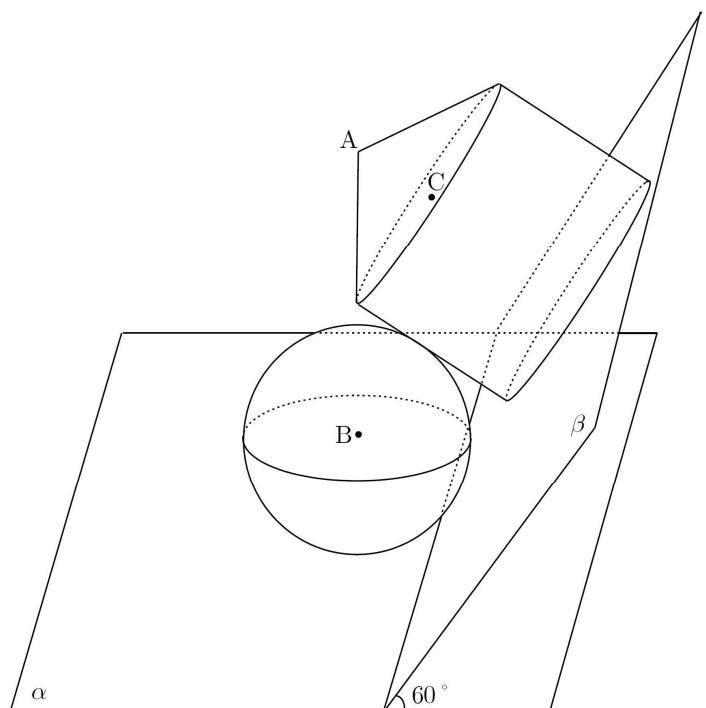


10.

그림과 같이 서로 60° 의 각을 이루는 두 평면 α, β 가 있고, 밑면의 반지름의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 직원기둥이 평면 β 위에 놓여있다. 꼭짓점이 A이고, 높이가 2인 직원뿔이 원기둥과 밑면을 서로 공유하고, 중심이 B인 구가 평면 β 와 원기둥의 옆면에 모두 접하도록 평면 α 위에 놓여있다. 원뿔의 밑면의 중심을 C라 할 때, 세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

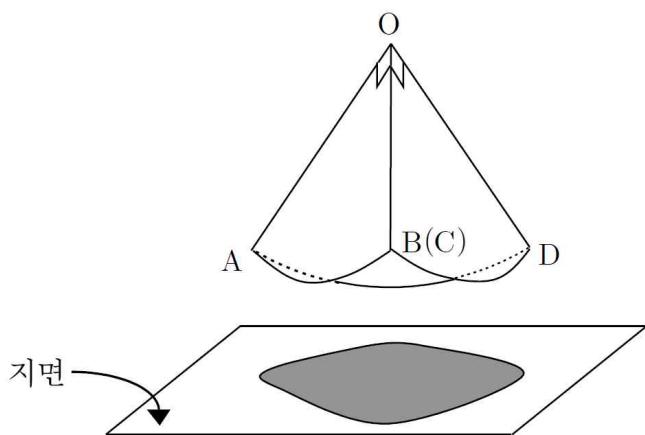
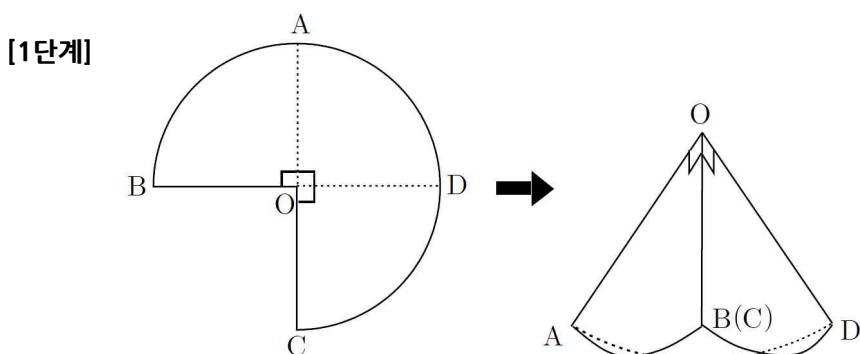
- (가) 점 C의 평면 α 위로의 정사영이 C'일 때,
점 C'는 두 평면 α, β 의 교선 위에 있다.
(나) 두 점 A, B의 평면 α 위로의 정사영이 서로 일치한다.

직선 BC와 평면 α 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하고, 원기둥의 높이와 구의 반지름의 길이를 서로 곱한 값이 k^2 이다. $\frac{k^2}{\tan\theta}$ 의 값을 구하시오.(단, 원기둥의 높이는 구의 반지름의 길이보다 크다.)



- 11.** 그림과 같이 중심이 O이고, 반지름의 길이가 6인 원의 네
사분점을 각각 A, B, C, D라 하고, 부채꼴OBC를 잘라낸 원의
일부가 두 선분 OA, OD를 각각 접는 선으로 하여 두 점 B, C가
서로 일치하도록 접었다. 그림과 같이 접힌 원을 평면ABD와
지면이 서로 평행하도록 고정시키고, 태양광선이 지면과 수직인
방향으로 비출 때, 지면에 생기는 그림자의 넓이는?
(단, 원은 불투명한 종이 재질이다.)

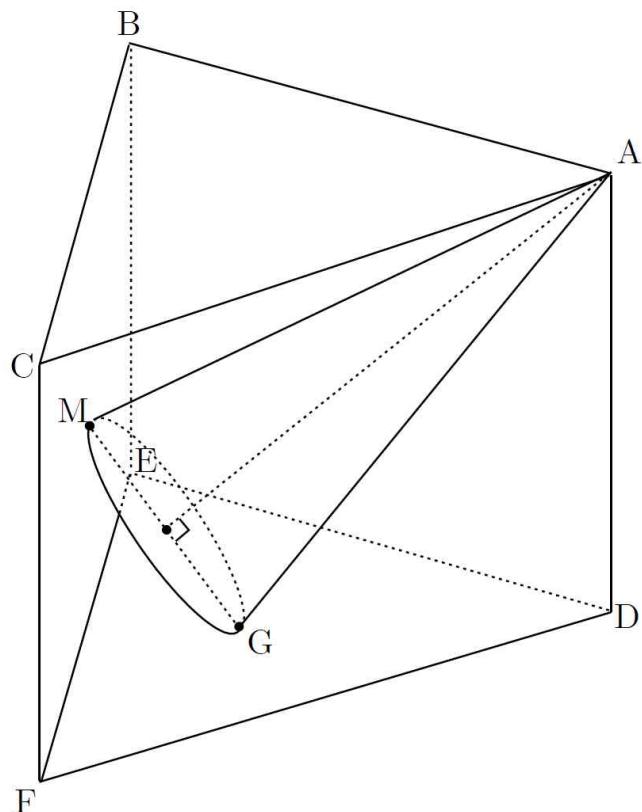
- ① $6\sqrt{2}\pi$ ② $18\sqrt{3}\pi$ ③ $12\sqrt{3}\pi$
 ④ $8\sqrt{2}\pi$ ⑤ $9\sqrt{3}\pi$



12.

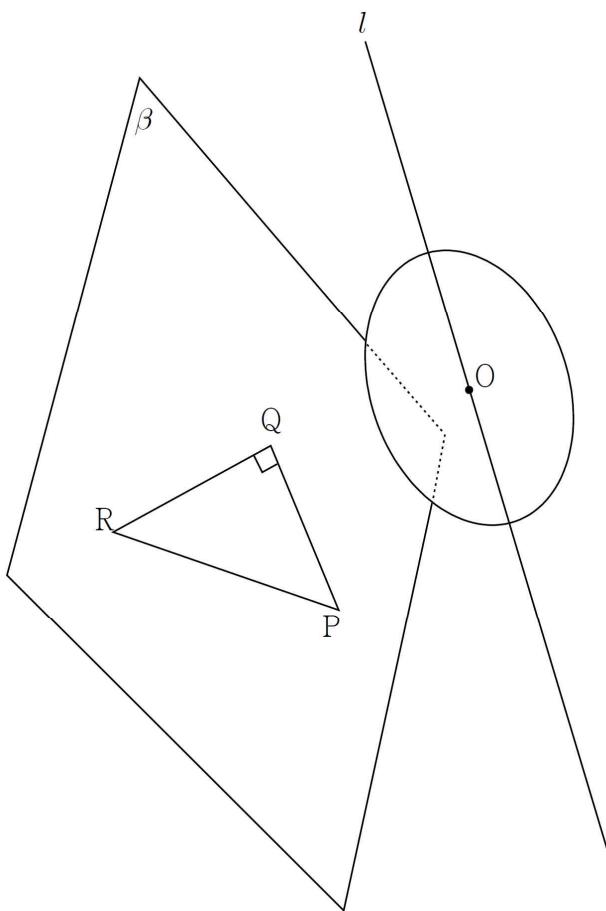
밑면이 한 변의 길이가 6인 정삼각형인 삼각기둥ABC-DEF
 의 내부에서 꼭짓점이 A인 직원뿔이 그림과 같이 놓여있다. 이
 원뿔의 밑면이 삼각형DEF의 무게중심G에서 면DEF와 만나고,
 선분BF의 중점M에서 면BCFE와 만나며, 직선EF와 평행하다.
 이 원뿔의 높이와 삼각기둥의 높이를 서로 곱한 값은?

- ① $10\sqrt{3}$
- ② 8
- ③ 12
- ④ $8\sqrt{3}$
- ⑤ $10\sqrt{6}$



13.

그림과 같이 길이가 4인 선분PR를 뱃변으로 하는 직각이등변삼각형PQR이 평면 β 위에 있고, 평면 β 와 평행한 직선 l 이 있다. 지름의 양끝이 l 위에 있고, 중심이 O 인 원을 C 라 하자. 원 C 위를 움직이는 점 T 에 대하여 점 T 의 위치에 관계없이 선분RT의 길이가 항상 4이고, 직선 l 과 평면 β 사이의 거리는 선분OQ의 길이와 같다. 원 C 를 포함하는 평면과 평면OPQ가 이루는 예각 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 을 만족시킨다. 원 C 의 반지름의 길이가 r 일 때, $\overline{OQ} + r$ 의 값을 구하시오.

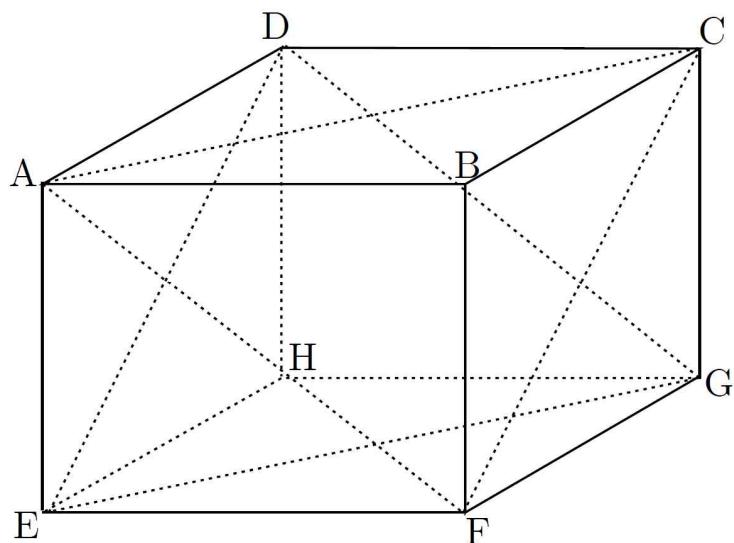


14.

한 모서리의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정육면체ABCD-EFGH가 있다.

두 평면ACF, DGE사이의 거리는?

- ① $2\sqrt{6}$ ② 3 ③ $12\sqrt{5}$ ④ 4 ⑤ 5



15.

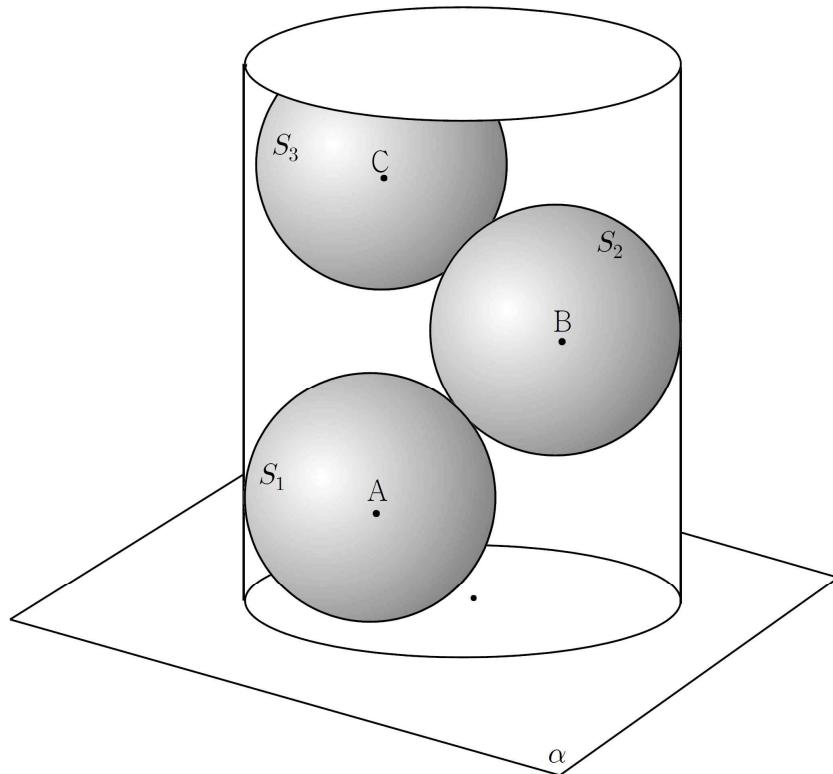
밑면의 지름의 길이가 10인 원기둥이 평면 α 위에 놓여있다. 그림과 같아 반지름의 길이가 3인 세 구 S_1, S_2, S_3 가 원기둥의 옆면에 내접하고, 구 S_1 은 구 S_2 와 외접하면서 평면 α 위에 놓여있다. 또, 구 S_3 는 평면 α 와 평행한 밑면과 접하면서 구 S_2 와 외접하고 있다. 세 구 S_1, S_2, S_3 의 중심을 각각 A, B, C라 할 때, 세 점 A, B, C의 평면 α 위로의 정사영 A', B', C' 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \overline{B'C'} = \frac{\sqrt{19}}{2}$$

(나) 선분 $A'B'$ 의 중점은 원기둥의 밑면의 중심이다.

선분 CA가 평면 α 와 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값을 구하시오.

(단, 두 구 S_1, S_3 는 서로 만나지 않는다.)

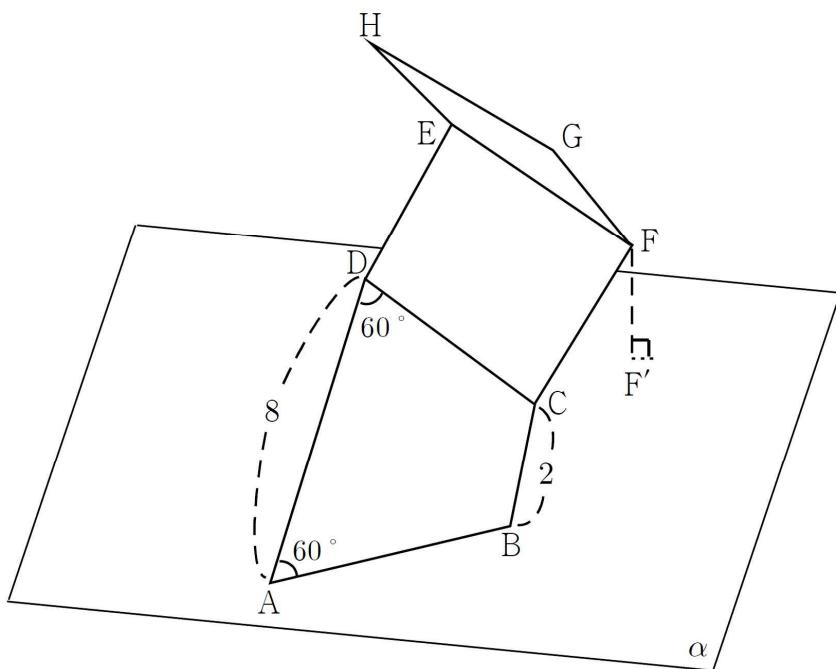


16.

그림과 같이 평면 α 위에 $\overline{AD} = 8$, $\overline{BC} = 2$, $\angle BAD = \angle ADC = 60^\circ$ 인 등변사다리꼴 $ABCD$ 가 있다. 그림과 같이 점 F 의 평면 α 위로의 정사영 F' 가 등변사다리꼴 외부에 있을 때, 선분 EF 를 공유하는 두 정사각형 $CDEF$, $EFGH$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 G 의 평면 DEF 위로의 정사영은 선분 CF 의 중점이다.
 (나) 점 G 의 평면 α 위로의 정사영은 점 C 이다.

삼각형 ADG 의 평면 DEF 위로의 정사영의 넓이를 구하시오.



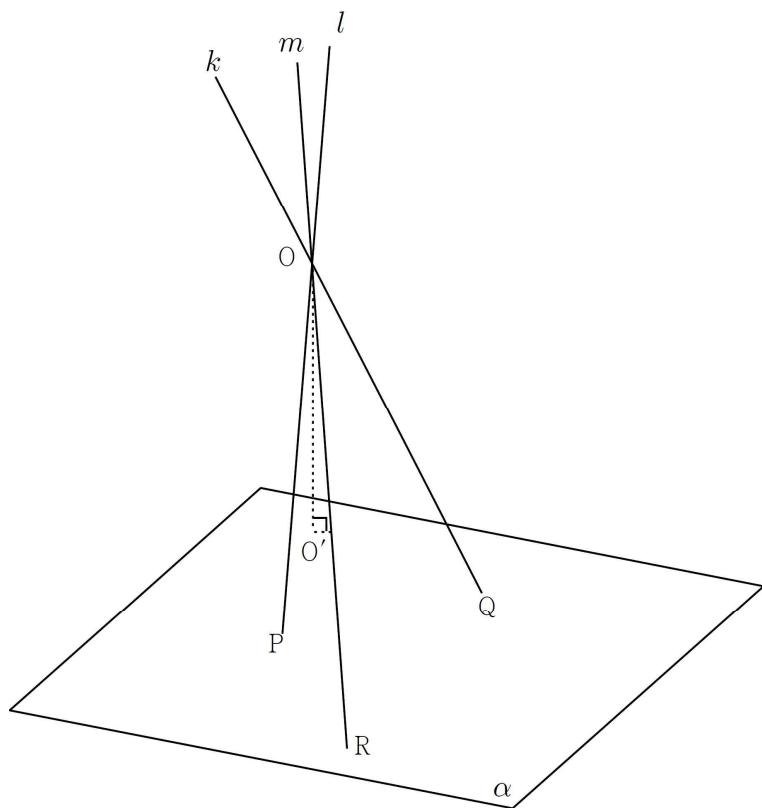
- 17.** 그림과 같이 평면 α 밖의 한 점 O 를 지나는 서로 다른 세 직선 l, k, m 있다. 세 직선 l, k, m 이 평면 α 와 만나는 점을 각각 P, Q, R 이라 하자. 점 O 의 평면 α 위로의 정사영이 O' 일 때, 세 점 P, Q, R 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\angle OPR = \frac{2}{3}\pi, \angle O'PR = \frac{5}{6}\pi$

(나) $\overline{PQ} \perp \overline{PR}, \overline{OP} = 4$

삼각형 OPQ 와 평면 α 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos^2 \theta = \frac{p}{q}$ 일 때,

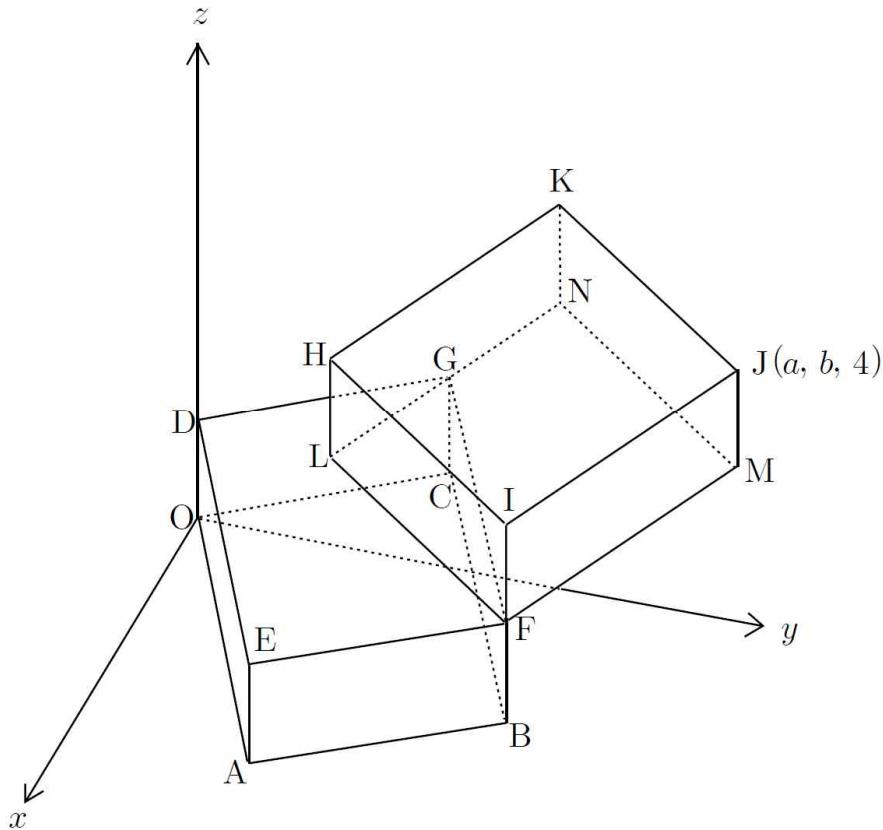
$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)



18.

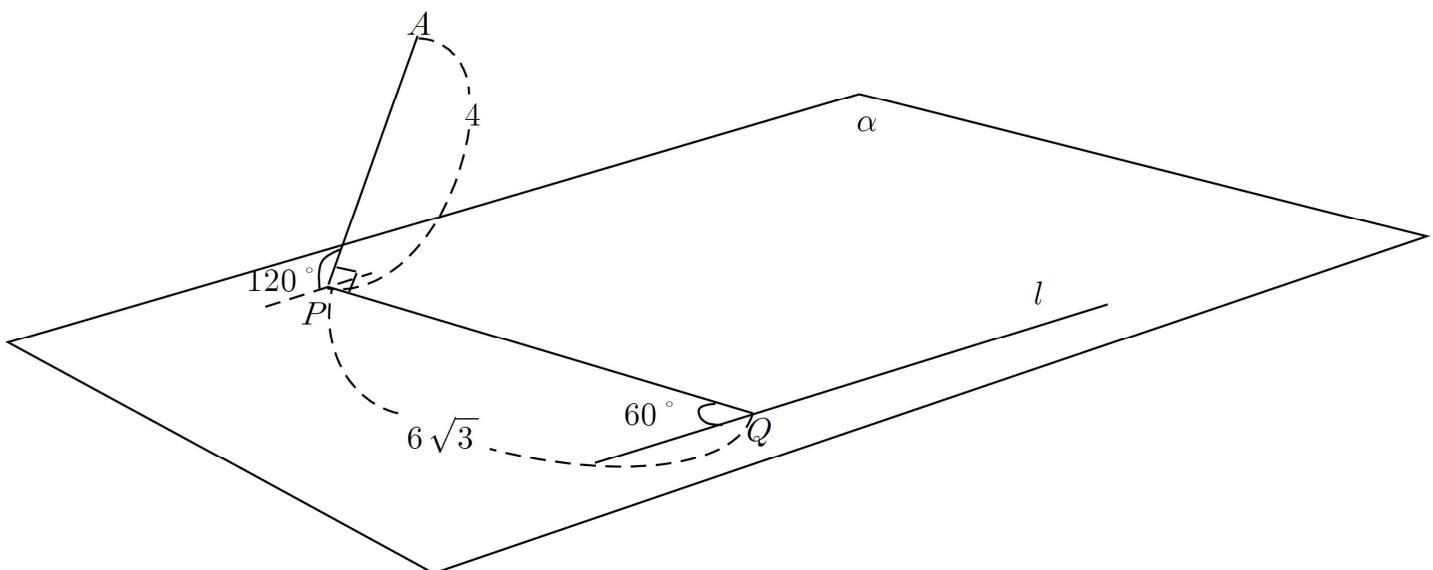
좌표공간에 그림과 같이 $\overline{OA} = \overline{IJ} = 4\sqrt{3}$, $\overline{AB} = \overline{MN} = 6$, $\overline{OD} = \overline{MJ} = 2$ 인 두 직육면체 $OABC - DEFG$, $HJK - LFMN$ 을 점G가 선분LN의 중점 위에 오도록 서로 붙여놓았다. 면OABC가 xy 평면 위에 있고, 면LFMN이 xy 평면과 평행하다. 점E의 좌표가 $(6, 2\sqrt{3}, 2)$ 이고 점J의 좌표가 $(a, b, 4)$ 일 때, $a+b^2$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 144 ② 147 ③ 148 ④ 150 ⑤ 152



19.

그림과 같이 길이가 $6\sqrt{3}$ 인 선분 PQ 와 점 Q 를 지나고 \overline{PQ} 와 이루는 예각이 $\frac{\pi}{3}$ 인 직선 l 이 각각 평면 α 위에 있다. 길이가 4이고 \overline{PQ} 와 수직인 선분 PA 를 그림처럼 평면 α 와 이루는 예각이 $\frac{\pi}{3}$ 이 되도록 그을 때, 점 A 와 직선 l 을 포함하는 평면과 평면 α 가 이루는 각 θ 에 대하여 $\cos^2\theta = \frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a,b 는 서로소인 자연수)

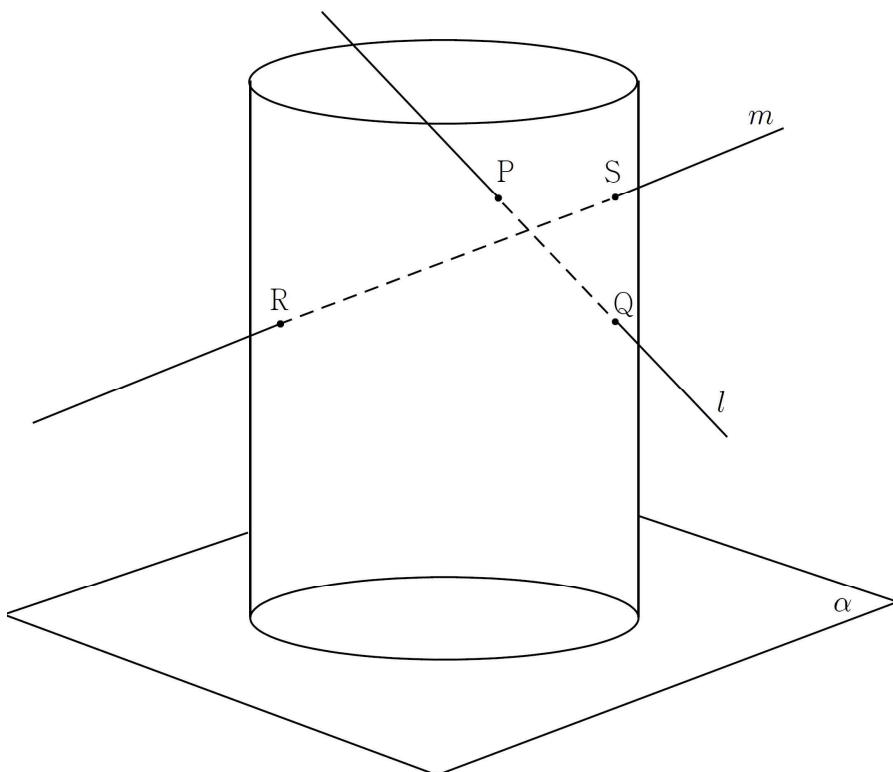


- 20.** 그림과 같이 밑면의 지름의 길이가 4인 원기둥이 평면 α 위에 놓여있다. 꼬인 위치인 두 직선 l, m 에 대하여 직선 l 이 원기둥의 옆면과 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하고, 직선 m 이 원기둥 옆면과 만나는 두 점을 각각 R, S 라 할 때, 네 점 P, Q, R, S 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{QR} \parallel \alpha, \overline{PS} \parallel \alpha$
- (나) $\overline{QS} \perp \alpha, \overline{QS} = 2$
- (다) $\overline{PR} = 4, \overline{RS} = \sqrt{20}$

점 R 과 평면 PQS 사이의 거리를 d , 두 평면 PQR, PQS 가 이루는 각의

크기를 θ 라 할 때, $\frac{d^2}{\cos^2 \theta}$ 의 값을 구하시오.



21.

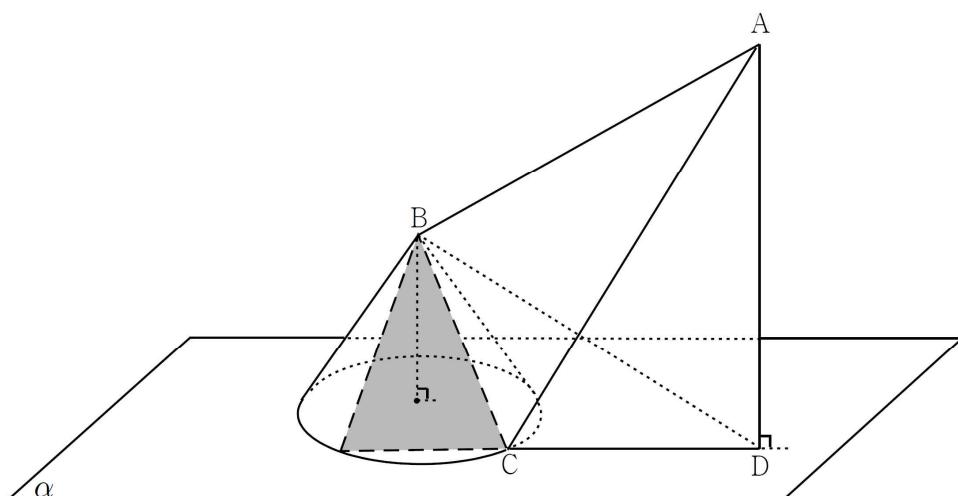
그림과 같이 사면체ABCD가 평면 α 와 모서리CD를 서로 공유한다. 선분BC를 한 모선으로 하고, 꼭짓점이 B인 직원뿔이 평면 α 위에 놓여있다.

사면체ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{AD} \perp \alpha$, $\overline{AB} \perp BC$
- (나) $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$, $\overline{BC} = \overline{CD} = 4$
- (다) 점A와 평면BCD와의 거리는 $2\sqrt{6}$ 이다.

원뿔이 평면BCD로 잘린 어두운 단면의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는

$\frac{p}{q}\sqrt{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)



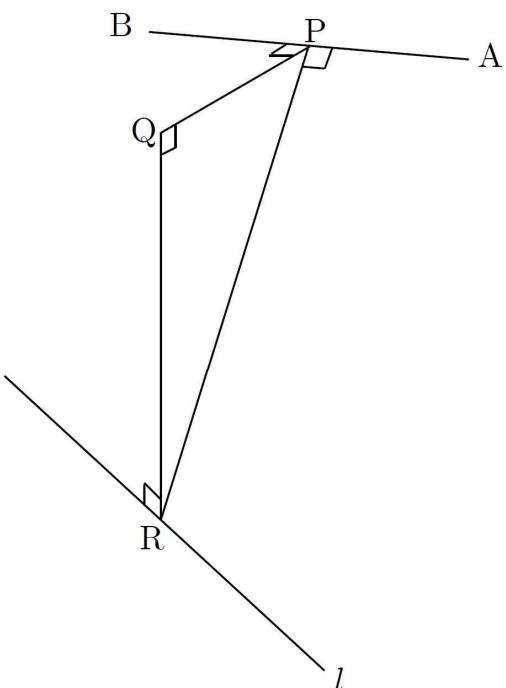
22.

그림과 같이 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 선분AB와 $\overline{PQ} = 2\sqrt{2}$, $\overline{QR} = 6$

$\angle PQR = 90^\circ$ 인 삼각형PQR의 $\overline{PQ} \perp \overline{AB}$, $\overline{RP} \perp \overline{AB}$ 를 만족시키

고, 선분AB의 중점이 P이다. 점R을 지나고 변QR과 수직인
직선l과 점A사이의 거리가 7일 때, 점B와 직선l을 포함하는 평
면과 평면ABQ가 서로 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. $78\cos^2\theta$ 의
값은?

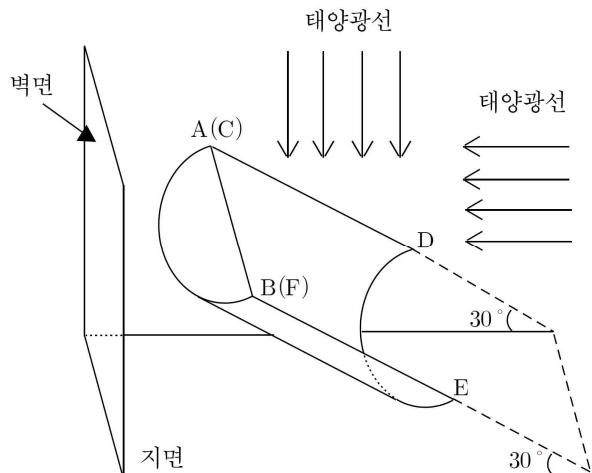
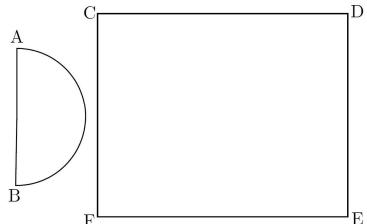
- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 13



23. 그림과 같이 길이가 2인 선분AB를 지름으로 하는 반원모양의 종이와 $\overline{CD} = 5$, $\overline{CF} = \pi$ 인 직사각형CDEF모양의 종이가 있다. 선분CF가 호AB와 일치하도록 그림처럼 직사각형 모양의 종이를 휘어 붙여 놓았다. 그림과 같이 지면과 벽면의 교선이 선분DE와 평행하고, 두 직선AD, BE가 각각 벽면과 수직인 지면과 30° 의 각을 이루도록 종이를 고정시킨다. 태양광선이 지면에 수직으로 비출 때의 지면에 생기는 그림자의 넓이를 S_1 . 벽면에 수직으로 비출 때의 벽면에 생기는 그림자의 넓이를 S_2 라 할 때,

$\sqrt{3}S_2 - S_1$ 의 값은?

- ① $\frac{\pi}{2}$
- ② $\frac{3}{4}\pi$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$
- ④ $\frac{3\sqrt{3}}{4}\pi$
- ⑤ $5 + \frac{\pi}{2}$



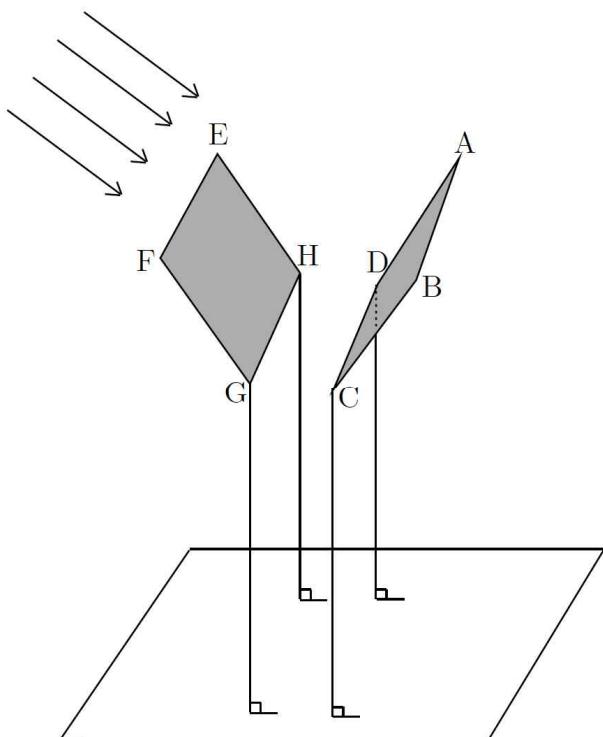
24. 지면과 수직이고 길이가 같은 투명한 4개의 막대를 이용하여

한 변의 길이가 6인 정사각형 모양의 차광막ABCD, EFGH를
그림과 같이 네 점C, D, G, H에 각각 고정시킨다. 두 사각형
ABFE, CDHG는 $\overline{CG} = 3$, $\overline{BF} = 9$ 를 만족시키고, 모두 지면과
평행한 직사각형이다.

태양광선이 평면ABCD와 수직인 방향으로 비출 때, 두 차광막
ABCD, EFGH에 의해 지면에 생기는 그림자의 넓이는?

(단, 네 점A, B, F, E는 한 평면 위에 있다.)

- ① $10\sqrt{3} + 72$
- ② $12\sqrt{3} + 72$
- ③ $18\sqrt{3} + 36$
- ④ 90
- ⑤ 108

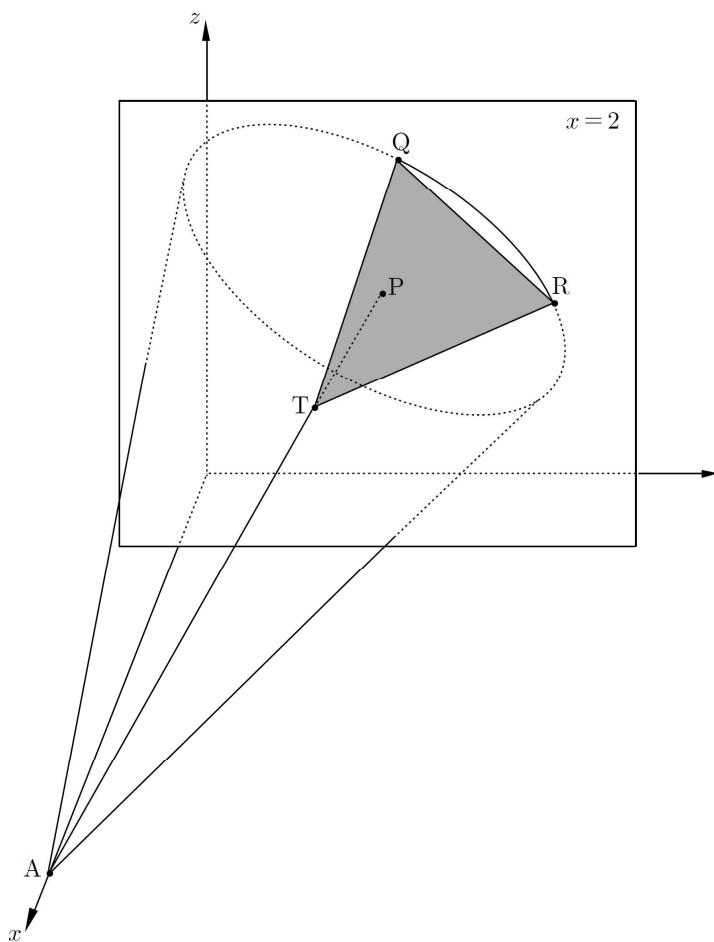


25.

좌표공간에서 밑면의 반지름의 길이가 $3\sqrt{3}$ 인 직원뿔이 점

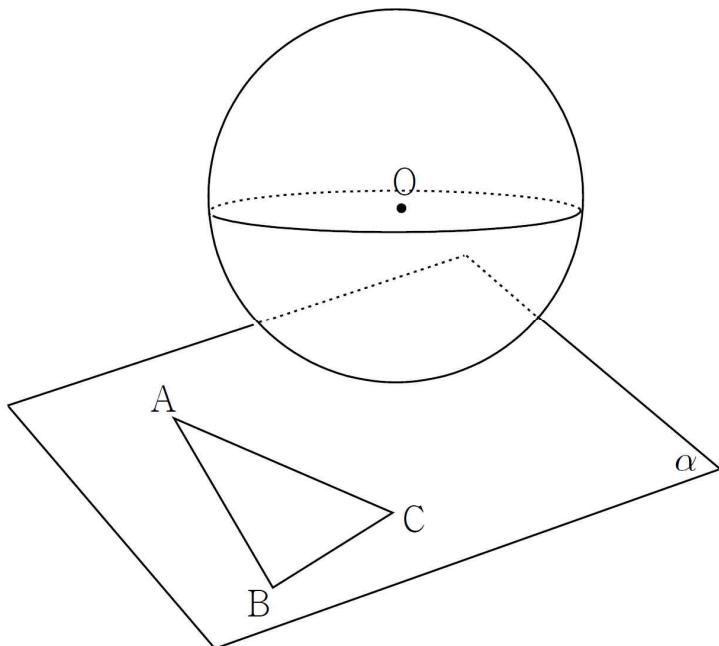
A(10, 0, 0)를 꼭짓점으로 하고, 점P(0, 5, 5)를 밑면의 중심으로 한다. 이 원뿔의 밑면의 둘레가 평면 $x = 2$ 와 만나는 두 점을 각각 Q, R이라 하고, 선분AP와 평면 $x = 2$ 의 교점을 T라 할 때, 삼각형QRT의 넓이의 제곱의 값은?

- ① 160 ② 180 ③ 200
④ 240 ⑤ 270



26. 그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3인 구가 평면 α 위에 놓여

있고, $\overline{AB} = \overline{CA} = 4$, $\angle BAC = \frac{\pi}{6}$ 인 삼각형 ABC 가 평면 α 위에 있다. 점 O 가 $\overline{OA} \perp \overline{AB}$, $\overline{OA} = \overline{OC}$ 를 만족시킬 때, 평면 OBC 가 평면 α 와 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. $24\tan^2\theta$ 의 값을 구하시오.



27.

좌표공간에서 정사면체 ABCD의 한 모서리 BC는 평면

$x+y+z = \sqrt{3}$ 위에 있고, 꼭짓점 D는 평면 $\alpha : x+y+z = 3\sqrt{3}$

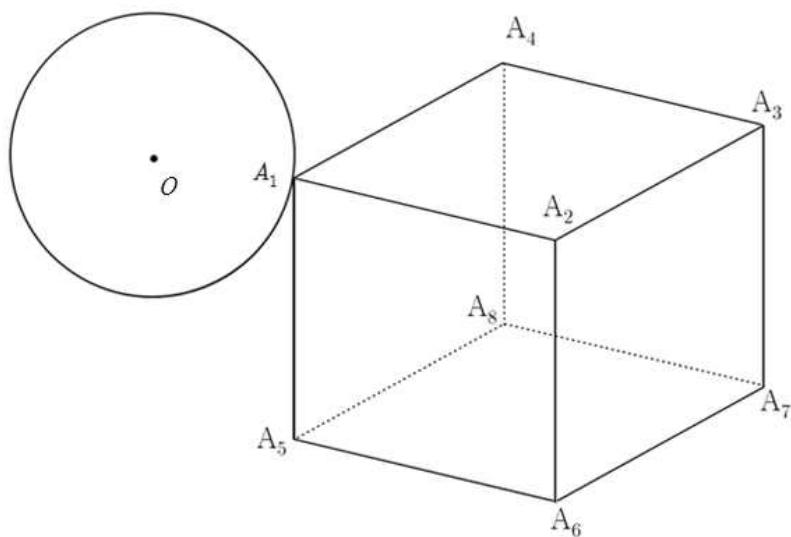
위에 있다. 점 A의 평면 α 위로의 정사영이 점 D와 일치한다.

삼각형 ABC의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는?

- ① $2\sqrt{6}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ 6 ⑤ $6\sqrt{3}$

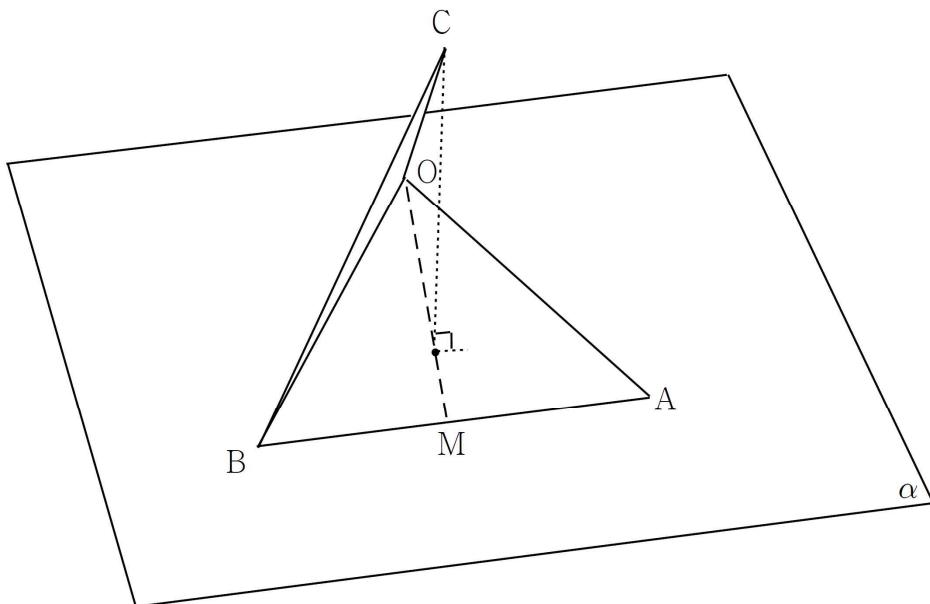
28.

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심이 O인 구와 한 모서리의 길이
가 2인 정육면체 $A_1A_2A_3A_4 - A_5A_6A_7A_8$ 가 있다. 구와 정육면체는 오직 점 A_1
에서만 만난다. $\sum_{k=1}^8 \overrightarrow{OA_1} \cdot \overrightarrow{OA_k}$ 의 최댓값과 최솟값의 합이 $a+b\sqrt{3}$ 일 때,
 $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.)



29.

그림과 같이 $\overline{OA} = \overline{OB} = 4\sqrt{7}$ 인 삼각형OAB가 평면 α 위에 있고, 이 삼각형의 한 변OB를 공유하는 정삼각형OBC의 평면 α 위로의 정사영의 넓이가 $14\sqrt{3}$ 이다. 선분AB의 중점을 M이라 할 때, 점C의 평면 α 위로의 정사영이 직선OM위에 있다. 두 평면OBC, OMC가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos^2\theta = \frac{p}{q}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.(단, p,q 는 서로소인 자연수이다.)

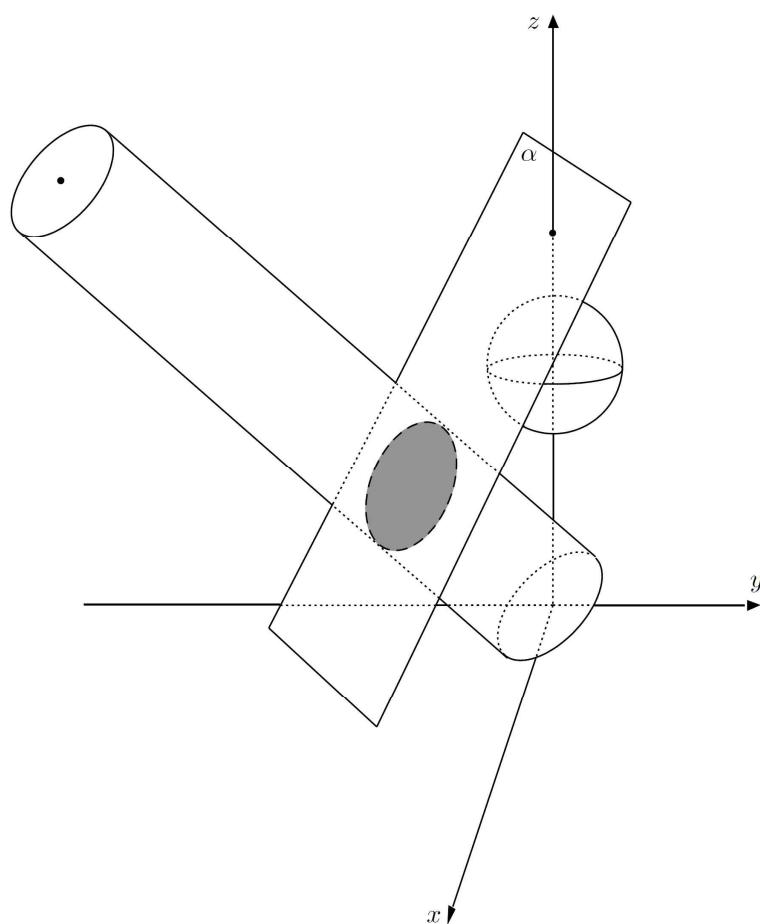


30. 좌표공간에서 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 이고,

원점과 점(12, -12, 12)를 각각 두 밑면의 중심으로 하는 직원기둥이 있다. 구 $x^2 + y^2 + (z-6)^2 = 4$ 와 접하고 점(0, 0, 10)를 지나는 평면 α 로 원기둥을 자른 단면의 넓이의 최솟값은?

(단, 원기둥의 두 밑면은 평면 α 와 만나지 않는다.)

- ① $(8 - \sqrt{6})\pi$
- ② $(4\sqrt{3} - \sqrt{6})\pi$
- ③ $(6\sqrt{2} - 2\sqrt{3})\pi$
- ④ $(9 - 2\sqrt{3})\pi$
- ⑤ $(12 - 4\sqrt{3})\pi$



WP01 : 정답표

01.	32	02.	51	03.	12	04.	63	05.	10	06.	39
07.	32	08.	⑤	09.	④	10.	54	11.	⑤	12.	⑤
13.	4	14.	④	15.	3	16.	24	17.	14	18.	①
19.	53	20.	84	21.	57	22.	③	23.	②	24.	④
25.	⑤	26.	27	27.	②	28.	32	29.	10	30.	③