EBS,

for B

수능완성

안녕하세요. Bin입니다.

이번 컨텐츠는, 수능완성 B형 요약본입니다.

수능완성 수1, 수2, 적통, 기벡 총 4권 약 600쪽 짜리 분량을,

200문제, 약 50페이지 가량으로 압축한 자료입니다.

문제 선별기준은,

쉬운 기본문항

\+

계산 연습용 문항

\+

약간의 참신한 문항

\+

이정돈 알아야 하는 문항.

으로 구성되어 있습니다.

자료를 편집하며 느낀건,

A형과는 다르게 건질만한 문제가 얼마없더군요.ㅎㅎ

그래서 겨우겨우 쥐어짜낸게 이 200문제 입니다.

아무쪼록 잘쓰시길 바랍니다.

\+ 네모박스 되어있는 문항은 제 Tip이 제시되어 있는 문항입니다.

< 자료 구성 >

문항 + 답 + Tip 자료.

< 수1 >

이차정사각행렬 A가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 행렬 A의 모든 성분의 합은 3이다. (나) $A^2=A+E$

행렬 A^5의 모든 성분의 합은? (단, E는 단위행렬이다.)

① 20 ② 21 ③ 22
④ 23 ⑤ 24

두 이차정사각행렬 A, B가

$$A+B=E,\ A^2+B^2=E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 **보기**에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.)

보기
ㄱ. $AB=BA$ ㄴ. $AB=O$ ㄷ. $A^3+B^3=E$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

행렬 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬

$$(A-E)(A^2+A+E)(A^3+E)$$

의 모든 성분의 합은? (단, E는 단위행렬이다.)

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

행렬 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $A+tE$의 역행렬이 존재하지 않도록 하는 모든 실수 t의 값의 합은?

(단, E는 단위행렬이다.)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$, $\mathrm{Q}(x_2, y_2)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 행렬 $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}$는 역행렬을 갖지 않는다.
(나) $2x_1+x_2=0$

점 P가 세 점 $\mathrm{A}(1, 1)$, $\mathrm{B}(2, 1)$, $\mathrm{C}(1, 2)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 경계 및 내부를 움직일 때, 점 Q가 나타내는 도형의 넓이는?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

두 이차정사각행렬 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $AB+A=E$
(나) $B\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

x, y에 대한 연립일차방정식 $(E-BA)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$라 할 때, $\alpha+\beta$의 값은?
(단, E는 단위행렬이다.)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

두 이차정사각행렬 A, B가
$$A^2+AB=E,\ (A+B)^2=A^2+B^2+E$$
를 만족시킬 때, 옳은 것만을 **보기**에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.)

보기
ㄱ. $AB=BA$
ㄴ. $A=B$
ㄷ. $(A^{-1})^9=16A$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

두 이차정사각행렬 A, B가
$$AB+A=E,\ BA=B$$
를 만족시킬 때, 다음 중 행렬 A의
역행렬과 항상 같은 것은? (단, E는 단위행렬이다.)

① $2E$ ② $E+A$ ③ $E-A$
④ $2E+A$ ⑤ $2E-A$

두 이차정사각행렬 A, B가

$$2A+B=E,\ AB+B^2=BA+E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 **보기**에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.)

보기

ㄱ. $AB=BA$

ㄴ. $A^2=A$

ㄷ. $(A^2+B^2)^{-1}=E-\frac{1}{2}A$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

두 함수 $y=2^x-3$, $y=2^{-x+2}-20$의 그래프가 x축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AB의 길이를 l이라 할 때, 2^l의 값은?

① 7 ② 9 ③ 11

④ 13 ⑤ 15

함수 $y=2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프와 함수 $y=2^{-x+q}$의 그래프가 직선 $x=3$에 대하여 서로 대칭일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

정의역이 $\{x\,|\,-3\le x\le 2\}$인 함수 $f(x)=2^{1-x}+4$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $\frac{M}{m}$의 값은?

① $\frac{34}{9}$ ② 4 ③ $\frac{38}{9}$

④ $\frac{40}{9}$ ⑤ $\frac{14}{3}$

1이 아닌 양수 a에 대하여 정의역이 $\{x | -1 \le x \le 2\}$인 두 함수 $f(x)=\left(\frac{1}{a}\right)^x$, $g(x)=a^{2x}$이 있다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 최댓값을 각각 M_1, M_2라 할 때, $\frac{M_2}{M_1}=15$이다. a^6의 값을 구하시오.

지수방정식

$$4^x+4^{-x}-7(2^x+2^{-x})+14=0$$

의 모든 실근의 합은?

① 0　② 3　③ 7　④ 10　⑤ 14

지수방정식 $2^x+\frac{3}{2^x}=5$의 서로 다른 두 실근을 α, β라 할 때, $2^{\alpha+\beta}$의 값을 구하시오.

x에 대한 지수부등식 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}>2^{ax}$을 만족시키는 정수 x의 개수가 5이기 위한 양수 a의 최댓값을 구하시오.

양수 A에 대하여 $\log A^3$의 지표는 11이고, $\log \frac{1}{A}$의 가수는 $\log 2$일 때, $\frac{A}{100}$의 값을 구하시오.

양수 x에 대하여 $\log x$의 가수를 $g(x)$라 할 때, $g(x)=g\left(\frac{1}{x}\right)$을 만족시키는 1 이상이고 100보다 작은 모든 x의 값의 곱은?

① 10 ② 10^2 ③ 10^3
④ 10^4 ⑤ 10^5

양수 x에 대하여 $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. 10^4보다 작은 양수 a에 대하여 $f(a)g(a)$가 자연수가 되도록 하는 모든 a의 값의 곱은?

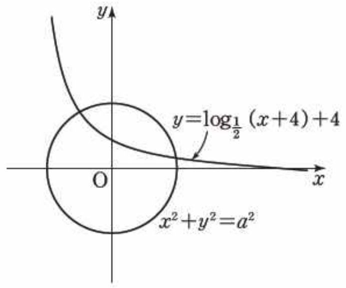
① $10^{\frac{19}{2}}$ ② 10^{10} ③ $10^{\frac{21}{2}}$
④ 10^{11} ⑤ $10^{\frac{23}{2}}$

양수 x에 대하여 $\log x$의 지표를 $f(x)$라 하자. $f(n^3)=f(n^2)$을 만족시키는 자연수 n의 개수는?

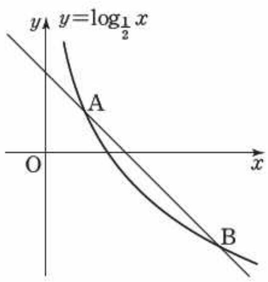
(단, $\log 2=0.3010$, $\log 3=0.4771$로 계산한다.)

① 3 ② 5 ③ 7
④ 9 ⑤ 11

그림과 같이 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+4)+4$의 그래프와 원 $x^2+y^2=a^2$이 서로 다른 두 점에서 만나고, 이 두 점 중 한 점만 제1사분면 위에 있도록 하는 자연수 a의 개수를 구하시오.

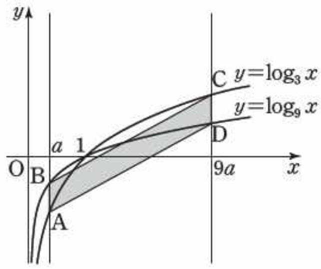


함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$의 그래프와 기울기가 -1인 직선이 두 점에서 만날 때, 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$일 때, 직선 OA의 기울기는 $\log_{\frac{1}{2}}k$이다. 양수 k의 값은? (단, O는 원점이고, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작다.)



① $\frac{2\sqrt{2}}{9}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{4}{9}$
④ $\frac{2\sqrt{5}}{9}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{6}}{9}$

$\frac{1}{9}<a<1$인 실수 a에 대하여 직선 $x=a$가 두 곡선 $y=\log_3 x$, $y=\log_9 x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $x=9a$가 두 곡선 $y=\log_3 x$, $y=\log_9 x$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ABCD가 평행사변형일 때, 사각형 ABCD의 넓이는?



① $\frac{5}{6}$ ② 1 ③ $\frac{7}{6}$
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

$0<a<1$인 상수 a에 대하여 정의역이 $\{x\,|\,1\leq x\leq 4\}$인 함수 $y=\log_a(x^2-6x+13)$의 최댓값은 -2이고, 최솟값을 m이라 할 때, $a+m$의 값은?

① -4 ② $-\frac{7}{2}$ ③ -3
④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ -2

함수 $y=3^x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동시킨 후, x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 3^m만큼 평행이동시킨 그래프가 원 $(x-4)^2+y^2=1$의 중심을 지날 때, 상수 m의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3
④ 4　　⑤ 5

x에 대한 지수방정식 $25^x-k\cdot5^{x+1}+6k-12=0$이 한 개의 음의 실근과 한 개의 양의 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수는?

① 4　　② 5　　③ 6
④ 7　　⑤ 8

두 자리의 자연수 N에 대하여 $\log N$의 가수가 α일 때, 다음 조건을 만족시키는 N의 개수를 구하시오.

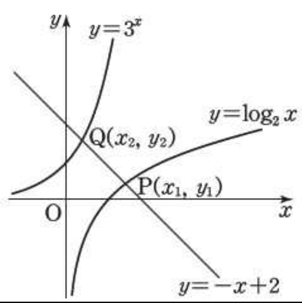
(가) $3\alpha-2\log\frac{5}{N}<-3+4\log N$
(나) $\log N$의 가수는 $\log 5N$의 가수보다 크다.

두 함수 $y=\log_2 x$, $y=3^x$의 그래프와 직선 $y=-x+2$가 만나는 점을 각각 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$, $\mathrm{Q}(x_2, y_2)$라 할 때, 옳은 것만을 **보기**에서 있는 대로 고른 것은?

보기

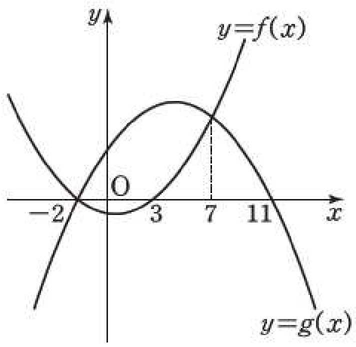
ㄱ. $x_2y_1<x_1y_2$
ㄴ. $x_1^2+y_1^2<x_2^2+y_2^2$
ㄷ. $y_1y_2<x_1x_2$

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 이차항의 계수는 각각 1, -1이고, 그 그래프는 그림과 같을 때, 부등식 $\log_{\frac{1}{5}} f(x) \geq \log_{\frac{1}{5}} g(x)$를 만족시키는 정수 x의 개수는? (단, $f(-2)=f(3)=0$, $g(-2)=g(11)=0$, $f(7)=g(7)$)

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5



-3과 9 사이에 m개의 수를 넣어 만든 등차수열

$-3, a_1, a_2, a_3, \cdots, a_m, 9$

의 합이 138일 때, $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_k$의 값이 최소가 되는 자연수 k의 값은? (단, $1 \leq k \leq m$)

① 8　② 9　③ 10
④ 11　⑤ 12

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2=7$, $a_9=21$일 때,

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_9+a_{10}$

의 값을 구하시오.

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$a_1+a_3=22$, $S_n=3^n+an$

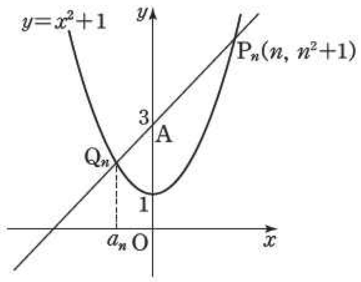
일 때, 상수 a의 값은?

① $-\frac{1}{2}$　② $-\frac{1}{4}$　③ 0
④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{2}$

$\sum_{k=1}^{10}(ak+1)^2-\sum_{k=1}^{10}(ak-2)^2=36$일 때, 상수 a의 값은?

① $\frac{1}{10}$　② $\frac{1}{5}$　③ $\frac{3}{10}$
④ $\frac{2}{5}$　⑤ $\frac{1}{2}$

그림과 같이 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2+1$ 위의 점 $P_n(n, n^2+1)$과 점 $A(0, 3)$을 지나는 직선이 곡선 $y=x^2+1$과 제2사분면에서 만나는 점을 Q_n이라 하자.



점 Q_n의 x좌표를 a_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10}k^2a_k$의 값은?

① -100　② -110　③ -120
④ -130　⑤ -140

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=1$, $a_2=2$
(나) 수열 $\{a_{n+2}-a_n\}$은 첫째항이 2이고 공비가 -1인 등비수열이다.

$a_{25}-a_{10}$의 값을 구하시오.

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+3 & (a_n<4)\\ a_n-4 & (a_n\geq 4)\end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{30}a_k$의 값은?

① 81　② 83　③ 85
④ 87　⑤ 89

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=1$, $b_1=1$
(나) $a_{n+1}=a_n+2$
(다) $b_{n+1}=2b_n$

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_n>b_{10}$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은?

① 21 ② 23 ③ 25
④ 27 ⑤ 29

수열 $\{a_n\}$이 $a_1=2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$(2n-1)a_{n+1}=(2n+1)a_n+2$$

를 만족시킬 때, a_{20}의 값은?

① 112 ② 114 ③ 116
④ 118 ⑤ 120

수열 $\{a_n\}$이 $a_1=3$, $a_2=2$이고

$$a_n a_{n+2}=a_{n+1}+1 \ (n\ge1)$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 값은?

① 160 ② 170 ③ 180
④ 190 ⑤ 200

첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$$a_{n+1}=2^n+3S_n \ (n\ge1)$$

이 성립한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정이다.

$a_{n+1}=2^n+3S_n \ (n\ge1)$이므로
$a_n=2^{n-1}+3S_{n-1} \ (n\ge2)$
두 식을 변끼리 빼서 정리하면
$a_{n+1}=\boxed{\text{(가)}}+4a_n \ (n\ge2)$ ...... ㉠
이때 $a_1=1$, $a_2=2+3S_1=2+3a_1=5$이므로
㉠은 $n=1$일 때도 성립한다.
$\therefore a_{n+1}=\boxed{\text{(가)}}+4a_n \ (n\ge1)$
양변을 4^{n+1}으로 나누고 $b_n=\dfrac{a_n}{4^n}$이라 하면
$b_{n+1}=b_n+\boxed{\text{(나)}}$
$b_1=\dfrac{a_1}{4}=\dfrac{1}{4}$이므로
$b_n=\boxed{\text{(다)}}-\dfrac{1}{2^{n+2}} \ (n\ge2)$ ...... ㉡
㉡은 $n=1$일 때도 성립한다.
따라서 모든 자연수 n에 대하여
$a_n=4^n\left(\boxed{\text{(다)}}-\dfrac{1}{2^{n+2}}\right)$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 k라 할 때, $f(5)\times g(4)\times k$의 값은?

① $\dfrac{3}{256}$ ② $\dfrac{3}{128}$ ③ $\dfrac{3}{64}$
④ $\dfrac{3}{32}$ ⑤ $\dfrac{3}{16}$

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에서

$$\frac{a_2}{a_1}+2=\frac{a_4}{a_2},\ a_1+a_2+a_4=33$$

일 때, $a_1a_2a_4$의 값을 구하시오.

다음은 수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=2,\ n(n+2)a_{n+1}=(n+1)^2a_n+1\ (n\geq 1)$$

을 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정이다.

> $n(n+2)a_{n+1}=(n+1)^2a_n+1$에서 양변을 $n(n+1)$로 나누면
>
> $\dfrac{(n+2)a_{n+1}}{n+1}=\dfrac{(n+1)a_n}{n}+\dfrac{1}{\boxed{(가)}}$이다.
>
> $b_n=\dfrac{(n+1)a_n}{n}$이라 하면 $b_{n+1}=b_n+\dfrac{1}{\boxed{(가)}}$, $b_1=\dfrac{2a_1}{1}=4$이므로
>
> $b_n=4+\boxed{(나)}$
>
> 즉, $\dfrac{(n+1)a_n}{n}=4+\boxed{(나)}$이므로
>
> $a_n=\boxed{(다)}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$이라 할 때, $f(3)\times g(4)\times h(5)$의 값은?

① 32 ② 36 ③ 40

④ 44 ⑤ 48

수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 1이고 공차가 4인 등차수열이다. 수열 $\{b_n\}$은 $b_1=0$이고, 모든 자연수 n에 대하여 $b_{n+1}=b_n+a_n$을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\dfrac{b_n}{{a_n}^2}$의 값은?

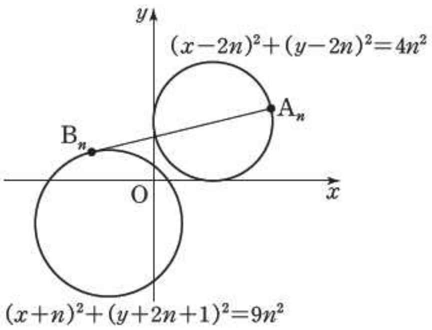
① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ 2 ⑤ 4

공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_5의 값을 구하시오.

> (가) $r>1$
>
> (나) $a_1+a_3=20$
>
> (다) $\lim_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n}=\dfrac{2}{3}$

그림과 같이 자연수 n에 대하여
원 $(x-2n)^2+(y-2n)^2=4n^2$ 위의 점을 A_n,
원 $(x+n)^2+(y+2n+1)^2=9n^2$ 위의 점을 B_n이라 할 때, 선분 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$의 길이의 최솟값을 a_n이라 하자.
$\lim_{n\to\infty} a_n$의 값은?

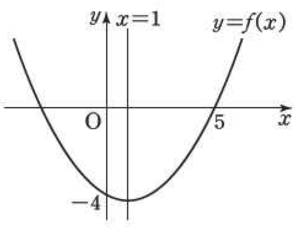


① $\frac{2}{5}$　② $\frac{4}{5}$　③ $\frac{6}{5}$
④ $\frac{8}{5}$　⑤ 2

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{an^3+n+1}{n(n+1)(n+2)}=b$를 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{3}{4}$
④ 1　⑤ $\frac{5}{4}$

이차함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같이 직선 $x=1$에 대하여 대칭이고, 두 점 $(0,\ -4)$, $(5,\ 0)$을 지난다.



수열 $\left\{\left(\frac{1}{2}f(x)+1\right)^n\right\}$이 수렴하도록 하는 정수 x의 개수는?

① 4　② 5　③ 6
④ 7　⑤ 8

이차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$가
다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(-x-2)$이다.
(나) $f(1)+f(-1)=8$

자연수 n에 대하여 $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{f(n)}-n)$의 값은?

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=2,\ 2a_{n+1}=a_n+1\ (n\geq 1)$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-1)$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=2,\ a_{n+1}=a_n+2n+2\ \ (n\geq 1)$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터
제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{S_n}$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

좌표평면 위의 두 점 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 행렬 $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}$는 역행렬을 갖지 않는다.
(나) $2x_1 + x_2 = 0$

점 P가 세 점 A(1, 1), B(2, 1), C(1, 2)를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 경계 및 내부를 움직일 때, 점 Q가 나타내는 도형의 넓이는?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

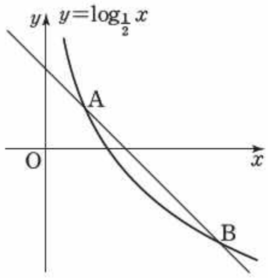
(가)에서, 역행렬을 갖지 않는다. 란 것에서
다음내용이 도출 가능합니다.

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}.$$

즉, 기울기가 같은거니깐, 점 P,Q는 원점을 지나는 한 직선 위에 있습니다.

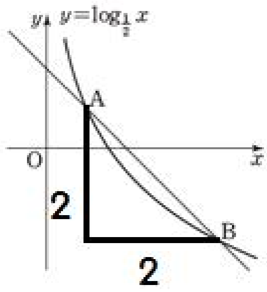
시험에 나올것 같진않지만 역행렬과 연결되어 자주 언급되는 내용이니 (수특에서도 나옴 ㅎㅎ)
기억해두세요.

함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$의 그래프와 기울기가 -1인 직선이 두 점에서 만날 때, 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB}=2\sqrt{2}$일 때, 직선 OA의 기울기는 $\log_{\frac{1}{2}}k$이다. 양수 k의 값은? (단, O는 원점이고, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작다.)



① $\frac{2\sqrt{2}}{9}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{4}{9}$
④ $\frac{2\sqrt{5}}{9}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{6}}{9}$

여기선 보자마자,



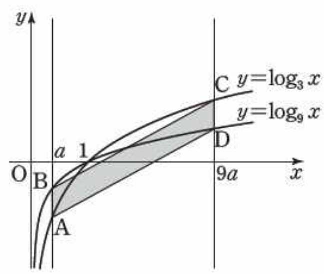
임을 바로 알 수 있어야 합니다.

왜? 기울기가 -1이니깐.

자주나와요. 뒤에서도 또 비슷한 문항등장합니다.

뭐 이제, A의 x좌표를 t 라하면 B의 x좌표는
t+2 겠군요.

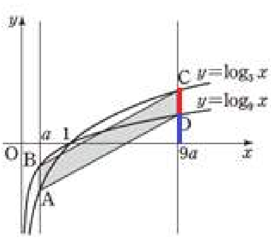
$\frac{1}{9}<a<1$인 실수 a에 대하여 직선 $x=a$가 두 곡선 $y=\log_3 x$, $y=\log_9 x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $x=9a$가 두 곡선 $y=\log_3 x$, $y=\log_9 x$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ABCD가 평행사변형일 때, 사각형 ABCD의 넓이는?



① $\frac{5}{6}$ ② 1 ③ $\frac{7}{6}$
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

로그함수나 지수함수가 두개 등장하면, 각각의
관계를 따지라 했습니다.

$\log_9 x = \frac{1}{2}log_3 x$ 입니다. 즉, 1/2배만큼 축소한거죠.



그래서 빨간줄과 파란줄의 길이는 같습니다.
직접적인 풀이의 도움은 안되지만, 바로 눈치채야합니다.

$0<a<1$인 상수 a에 대하여 정의역이 $\{x|1\le x\le 4\}$인 함수 $y=\log_a(x^2-6x+13)$의 최댓값은 -2이고, 최솟값을 m이라 할 때, $a+m$의 값은?

① -4 ② $-\frac{7}{2}$ ③ -3
④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ -2

쉬운거지만, 노파심에.
구간 양끝 처넣고 최대,최소 하는게 아니라,
" 들어가는 값 " 이 최대여야 결과는 최소.
" 들어가는 값 " 이 최소여야 결과가 최대입니다.
물론 0< a < 1 에서만요.

여기서 들어가는 값은,$x^2-6x+13$ 이겠죠?

x에 대한 지수방정식 $25^x-k\cdot 5^{x+1}+6k-12=0$이 한 개의 음의 실근과 한 개의 양의 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수는?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

항상 주의해야 할것은, 여기서 말하는 " 실근 "은 x입니다.
5^x을 t로 치환하고 그 t가 실근이다. 하고 푸는 분들 계신데, t는 근이 아닙니다.
그러니깐 여기서 t 가 하나는 음, 하나는 양. 이 절대 안되는거죠.
결국, t가 0초과 1미만, + 1 초과 . 이렇게 풀어야죠.

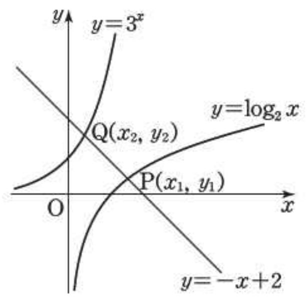
즉, 준식을 치환한 식을 f(t) 라하면,
f(1) < 0 , f(0) > 0 으로 풀어야 합니다.

두 함수 $y=\log_2 x$, $y=3^x$의 그래프와 직선 $y=-x+2$가 만나는 점을 각각 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$, $\mathrm{Q}(x_2, y_2)$라 할 때, 옳은 것만을 **보기**에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $x_2y_1<x_1y_2$
ㄴ. $x_1^2+y_1^2<x_2^2+y_2^2$
ㄷ. $y_1y_2<x_1x_2$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



이 문항은, 확실한 풀이법이 정해져있긴해서 출제되긴 어려울겁니다.
$\log_2 x$ 를 y=x 대칭한 뒤에, 3^x와 비교하면 됩니다.

ㄴ을 예로 들어볼까요?

ㄴ은 중심이 원점인 원의 반지름을 묻는 것이므로, 어느 점이 더 원점에서 많이 떨어졌냐를 묻습니다.

그냥 로그함수랑 지수함수 비교하면 비교가 불가죠?
그래서 y=x 대칭해준뒤에, $2^x, 3^x$ 으로 비교해야합니다.

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2=7$, $a_9=21$일 때,
$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_9+a_{10}$
의 값을 구하시오.

등차중항이죠?
a1 + a10 = a2 + a9 = a3 + a8 ..

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$a_1+a_3=22,\ S_n=3^n+an$$

일 때, 상수 a의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

Sn- Sn-1 = an 을 할땐,

S1= a1 . 잊지마시길.

노파심에 넣었습니다.

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+3 & (a_n<4) \\ a_n-4 & (a_n\geq 4) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{30} a_k$의 값은?

① 81 ② 83 ③ 85 ④ 87 ⑤ 89

마찬가지. 보자마자 a1 부터 바로 나열들어가면서 규칙찾으면 됩니다.

잉?

이럴 틈이 없단겁니다.

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=1,\ a_2=2$
(나) 수열 $\{a_{n+2}-a_n\}$은 첫째항이 2이고 공비가 -1인 등비수열이다.

$a_{25}-a_{10}$의 값을 구하시오.

이렇게 배운적없는 점화식이 나오면,

풀이는 크게 두가지인데,

1. 직접해봐서 새로운 규칙을 파악하여 식세워푼다.

2. 직접해서 구한다. (이건 구하라는게 인간적으로 셀 수 있을 때. 가령 a10 같은건 10번해보면 되니깐.)

공통점이 뭘까요?

넵. 직접하는겁니다.

근데 그걸 누가못해요.

중요한건 속도.

보자마자 " **바로** " 직접하셔야 합니다

수열 $\{a_n\}$이 $a_1=2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$(2n-1)a_{n+1}=(2n+1)a_n+2$$

를 만족시킬 때, a_{20}의 값은?

① 112 ② 114 ③ 116 ④ 118 ⑤ 120

뭐 직접세도 됩니다만. 얜 알아두셔야 할 것 같아서 넣었습니다. 빈칸으로 나올수도 있으니.

양변을 (2n-1)(2n+1) 로 나눈뒤, $\dfrac{a_n}{2n-1}$을 bn으로 치환하고 푸시면 됩니다.

수열 $\{a_n\}$이 $a_1=3$, $a_2=2$이고

$$a_n a_{n+2}=a_{n+1}+1 \ (n\geq 1)$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 값은?

① 160 ② 170 ③ 180
④ 190 ⑤ 200

보자마자 어쩐다구요?

직접하세요 ㅎㅎ

첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$$a_{n+1}=2^n+3S_n \ (n\geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정이다.

$a_{n+1}=2^n+3S_n \ (n\geq 1)$이므로
$a_n=2^{n-1}+3S_{n-1} \ (n\geq 2)$
두 식을 변끼리 빼서 정리하면
$a_{n+1}=\boxed{(가)}+4a_n \ (n\geq 2)$ …… ㉠
이때 $a_1=1$, $a_2=2+3S_1=2+3a_1=5$이므로
㉠은 $n=1$일 때도 성립한다.
$\therefore a_{n+1}=\boxed{(가)}+4a_n \ (n\geq 1)$
양변을 4^{n+1}으로 나누고 $b_n=\frac{a_n}{4^n}$이라 하면
$b_{n+1}=b_n+\boxed{(나)}$
$b_1=\frac{a_1}{4}=\frac{1}{4}$이므로
$b_n=\boxed{(다)}-\frac{1}{2^{n+2}} \ \boxed{(n\geq 2)}$ …… ㉡
㉡은 $n=1$일 때도 성립한다.
따라서 모든 자연수 n에 대하여
$a_n=4^n\left(\boxed{(다)}-\frac{1}{2^{n+2}}\right)$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 k라 할 때, $f(5)\times g(4)\times k$의 값은?

① $\frac{3}{256}$ ② $\frac{3}{128}$ ③ $\frac{3}{64}$
④ $\frac{3}{32}$ ⑤ $\frac{3}{16}$

네모 두개를 쳤는데,
하나는 보자마자 알아야하는겁니다.
바로 계차수열. 두달 남겨놨는데 이거보고
계차수열식이 바로 안써진단건..ㅎㅎ

두번째는, 실수요소입니다.
정말 기출에서 지겹게 나온거니 놓치지마시길
바랍니다.

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에서

$$\frac{a_2}{a_1}+2=\frac{a_4}{a_2},\ a_1+a_2+a_4=33$$

일 때, $a_1a_2a_4$의 값을 구하시오.

등비수열을 제대로 배웠다면, 첫번째 식이 이렇게 보여야 합니다.

$r + 2 = r^2$

일반항 쓰고 그러느라 시간버리지 말길 바랍니다.

다음은 수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=2,\ n(n+2)a_{n+1}=(n+1)^2a_n+1 \ (n\geq 1)$$

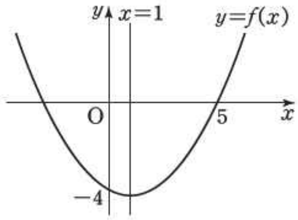
을 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정이다.

$n(n+2)a_{n+1}=(n+1)^2a_n+1$에서 양변을 $n(n+1)$로 나누면
$\frac{(n+2)a_{n+1}}{n+1}=\frac{(n+1)a_n}{n}+\frac{1}{\boxed{(가)}}$이다.
$b_n=\frac{(n+1)a_n}{n}$이라 하면 $\boxed{b_{n+1}=b_n}+\frac{1}{\boxed{(가)}}$, $b_1=\frac{2a_1}{1}=4$이므로
$b_n=4+\boxed{(나)}$
즉, $\frac{(n+1)a_n}{n}=4+\boxed{(나)}$이므로
$a_n=\boxed{(다)}$

아하. 계차수열.

그리고 b1 이므로 이건 n≥1 이 되네요.

이차함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같이 직선 $x=1$에 대하여 대칭이고, 두 점 $(0, -4)$, $(5, 0)$을 지난다.



수열 $\left\{\left(\frac{1}{2}f(x)+1\right)^n\right\}$이 수렴하도록 하는 정수 x의 개수는?

① 4　② 5　③ 6
④ 7　⑤ 8

잊으셨을까봐 ! 복습 !

x^n의 수렴 $= -1 < x \leq 1$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{an^3+n+1}{n(n+1)(n+2)} = b$를 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{3}{4}$
④ 1　⑤ $\frac{5}{4}$

여기서 a는 b 가 절대 아닙니다.

0이죠 0? 왜?

급수가 수렴하려면 일반항의 극한이 0이어야 되잖아요.

헷갈리지 마세요. a는 0.

이차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(-x-2)$이다.
(나) $f(1)+f(-1)=8$

자연수 n에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{f(n)}-n\right)$의 값은?

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

(가) 식을 보고.
“ 이런 식 배운적 없는데 ? ”
가 떠올랐으면 바로 다음과 같은 행동을 해야합니다.

“ 직접 해봐서 식을 파악한다. ”

이건 그 중에서도,
f(x) = x^2+ax+b 로 둔 뒤에, f(x) = f(-x-2) 를 직접 하셔야 합니다.

그러면 a = 2 가 나오네요.

다시. 안배운건뭐? 직접해본다.

다른방식은 뒤에서 배웁니다.