2

[수능적 해법]

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{5}{x}}=\lim_{x\to 0}\left\{(1+x)^{\frac{1}{x}}\right\}^5=e^5$$

[정답] ⑤

3

[수능적 해법]

$f'(x)=\cos x-4$에서 $f'(0)=1-4=-3$

[정답] ③

4

[수능적 해법]

$$\int_0^1 2e^{2x}dx=\left[e^{2x}\right]_0^1=e^2-1$$

[정답] ①

5

[수능적 해법][1]

$\vec{a}\cdot(\vec{a}-t\vec{b})=|\vec{a}|^2-t\vec{a}\cdot\vec{b}=4-2t=0$에서 $t=2$

[정답] ②

6

[수능적 해법]

$$\frac{(x+2)(x^2+1)}{x-1}\le 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-1)\le 0 \ \ (x\ne 1)$$

이차부등식이다. 즉, $-2\le x<1$이므로 만족하는 정수 x는 -2, -1, 0으로 총 3개다.

[정답] ③

7

[수능적 해법]

점 A의 좌표는 $(1,0)$이므로 단순 계산으로 풀어도 된다.

$\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}k & 0\\ 0 & k\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}k\\ 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ -k\end{pmatrix}$에서 $-k=-2$이므로 $k=2$ 이다.

1) 두 벡터가 수직이면 내적의 값이 0이다.

[스피드 해법][1)]

행렬 $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$은 $y=-x$에 대하여 대칭이동을 나타내는 변환이며

행렬 $\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$은 k배 닮음변환임을 알 수 있다. 따라서 점 H는 점 E를 대칭이동한 점이라 할 수 있고, 점 E는 점 A의 k배 닮음변환한 점임을 알 수 있다.

따라서 $k=2$

[정답] ⑤

8

[수능적 해법]

$\sin x = \sin 2x \Leftrightarrow \sin x = 2\sin x\cos x \Leftrightarrow \sin x(2\cos x - 1) = 0$

에서 $\sin x = 0$ or $\cos x = \frac{1}{2}$이다.

$\sin x = 0$에서 두 실근의 합은 π, $\cos x = \frac{1}{2}$에서 주어진 범위를 만족하는 실근은 $\frac{\pi}{3}$이다. 즉, $\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4}{3}\pi$

[정답] ④

9

[수능적 해법]

$\mathrm{P}(A\cap B) = \frac{2}{3}\mathrm{P}(A) = \frac{2}{5}\mathrm{P}(B) = a$라 하면

$\mathrm{P}(A\cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A\cap B) = \frac{3}{2}a + \frac{5}{2}a - a = 3a$

이므로 $\frac{\mathrm{P}(A\cup B)}{\mathrm{P}(A\cap B)} = \frac{3a}{a} = 3$

[정답] ①

11

[수능적 해법]

꼭짓점이 $(0,\ 0)$이고 초점이 $(a_n,\ 0)$인 포물선의 방정식은 $y^2 = 4a_n x$이다.

기울기가 n인 접선의 방정식은 $y = nx + \frac{a_n}{n}$이므로 $\frac{a_n}{n} = n+1$에서

$a_n = n^2 + n$이다. $\sum_{n=1}^{5} a_n = \frac{5\times6\times11}{6} + \frac{5\times6}{2} = 55 + 15 = 70$

[정답] ①

1) 변환 $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$의 기하적 의미는 $y=-x$에 대한 대칭이동이다.

13

[수능적 해법]

$\angle \mathrm{P}_{n+k}\mathrm{OP}_{n-k}=\left(\frac{\pi}{2}\right)\times\left(\frac{2k}{2n}\right)=\frac{k}{2n}\pi$이므로 삼각형 $\mathrm{OP}_{n-k}\mathrm{P}_{n+k}$의 넓이는

$\frac{1}{2}(1)(1)\sin\left(\frac{k}{2n}\pi\right)=\frac{1}{2}\sin\left(\frac{k}{2n}\pi\right)$이다.

즉, $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}S_k=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\sin\left(\frac{k}{2n}\pi\right)$에서 $\frac{k}{n}=x_k$라 하면

$=\lim\limits_{n\to\infty}(x_k-x_{k-1})\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}x_k\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}x_k\right)(x_k-x_{k-1})$

$=\int_0^1\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{2}x\,dx=-\frac{1}{\pi}\left[\cos\frac{\pi}{2}x\right]_0^1=-\frac{1}{\pi}(0-1)=\frac{1}{\pi}$

[정답] ①

14

[수능적 해법]

점 P_1, P_5를 선택할 때 넓이의 차는 $\frac{1}{2}(1)^2\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{6}\right)\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{6}$

이므로 $\mathrm{P}\left(X=\frac{\pi}{6}\right)=\frac{2}{5}$

점 P_2, P_4를 선택할 때 넓이의 차는 $\frac{1}{2}(1)^2\left(\frac{4}{6}-\frac{2}{6}\right)\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{12}$

이므로 $\mathrm{P}\left(X=\frac{\pi}{12}\right)=\frac{2}{5}$

점 P_3을 선택할 때 넓이의 차는 0이므로 $\mathrm{P}(X=0)=\frac{1}{5}$이다.

즉, $\mathrm{E}(X)=\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{\pi}{6}\right)+\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{\pi}{12}\right)+\left(\frac{1}{5}\right)(0)=\frac{\pi}{15}+\frac{\pi}{30}=\frac{\pi}{10}$

[정답] ②

15

[수능적 해법]

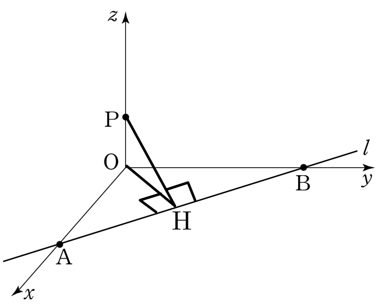
점 $\mathrm{A}(a, 0, 0)$, $\mathrm{B}(0, 6, 0)$이라 하고

점 $\mathrm{P}(0, 0, 4)$라 하면 오른쪽 그림과 같다.

점 P에서 직선 l에 내린 수선의 발을

H라 하면 삼수선의 정리에 의하여

선분 OH와 직선 l도 수직이다.



문제의 조건에서 $\overline{\mathrm{PH}}=5$이므로

$\overline{OH}=3$이다. 그림에서 $\overline{OB}=6$이므로 $\angle HBO=\angle HOA=\frac{\pi}{6}$임을

알 수 있고, $\overline{OA}=\overline{OH}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$이므로 $a=2\sqrt{3}$,

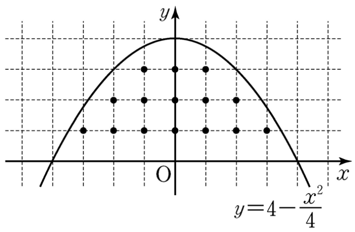
$(2\sqrt{3})^2=12$

[정답] ⑤

17

[수능적 해법]

오른쪽 그림에서 서로 다른 두 점을 선택해서 y좌표가 같은 경우의 수를 세보자.



$y=1$인 경우 ${}_7C_2=\frac{7\times6}{2!}=21$

$y=2$인 경우 ${}_5C_2=\frac{5\times4}{2!}=10$

$y=3$인 경우 ${}_3C_2=3$

이므로 구하는 확률은 $\frac{10}{(21+3)+10}=\frac{10}{34}=\frac{5}{17}$이다.[1)]

[정답] ②

1) 여기서 (21+3)은 $y\neq2$인 경우를 의미하고 10은 $y=2$인 경우를 의미한다.

19

[수능적 해법 1]

A과목 점수가 80점 이상인 학생의 비율이 9%이므로

$P(Z\leq1.34)=0.5+0.41=0.91$에서 $\frac{80-m}{\sigma}=1.34$임을 알 수 있다. ⋯ [2)]

즉, $80=m+1.34\sigma$ ⋯ ①

B과목 점수가 80점 이상인 학생의 비율이 15%이므로

$P(Z\leq1.04)=0.5+0.35=0.85$에서 $\frac{80-(m+3)}{\sigma}=1.04$임을 알 수 있다.

즉, $77=m+1.04\sigma$ ⋯ ②

①과 ②를 연립하면 $3=0.30\sigma$, $\sigma=10$이고 대입하면 $m=66.6$이다.

$66.6+10=76.6$이다.

[수능적 해법 2]

괄호의 내용에서 평균에서 표준편차의 1.04배 떨어진 지점이 85%임을 즉시 알 수 있으므로 $77=m+1.04\sigma$, 마찬가지로 $80=m+1.34\sigma$을 즉시 알 수 있다.

[정답] ⑤

2) 즉, $P(Z\geq1.34)=0.09=9\%$ 이다.

20

[수능적 해법 1]

ㄱ. $f\left(\frac{n}{2}\right)=\left(\frac{n}{2}\right)^{n}e^{-\frac{n}{2}}$이다. $f'(x)=nx^{n-1}e^{-x}-x^{n}e^{-x}=(n-x)x^{n-1}e^{-x}$

이므로 $f'\left(\frac{n}{2}\right)=\left(\frac{n}{2}\right)\left(\frac{n}{2}\right)^{n-1}e^{-\frac{n}{2}}=\left(\frac{n}{2}\right)^{n}e^{-\frac{n}{2}}$이다. 즉, $f\left(\frac{n}{2}\right)=f'\left(\frac{n}{2}\right)$ (참)

ㄴ. $f'(x)=(n-x)x^{n-1}e^{-x}$에서 알 수 있듯이 $x=n$보다 살짝 작은 x에 대해서 $f'(x)>0$이고 $x=n$보다 살짝 큰 x에 대해서 $f'(x)<0$이다. 즉, $f(x)$는 $x=n$에서 극대를 가진다. (참)

ㄷ. $f'(x)=\left(nx^{n-1}-x^{n}\right)e^{-x}$을 미분하면

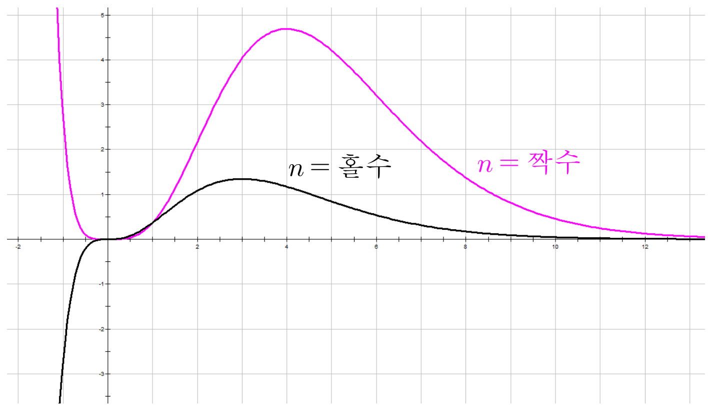
$f''(x)=\left\{n(n-1)x^{n-2}-nx^{n-1}\right\}e^{-x}-\left(nx^{n-1}-x^{n}\right)e^{-x}$

$=\left\{x^{n}-2nx^{n-1}+n(n-1)x^{n-2}\right\}e^{-x}$

이므로 n이 짝수냐 홀수냐에 따라 $x=0$에서 $f''(x)$의 부호가 바뀌는지 여부가 달라진다. n이 짝수면 $f(x)$는 $x=0$에서 변곡점을 가지지 않고, n이 홀수면 $f(x)$는 $x=0$에서 변곡점을 가진다. (거짓)

[수능적 해법 2]

ㄷ. ㄷ을 판단할 때 $x^{n}\times e^{-x}$으로 생각하여 곱함수의 그래프를 그려보면 n이 홀수냐 짝수냐에 따라 다음과 같이 그려진다.



따라서 n이 짝수일 때에는 변곡점이 될 수 없음을 '증가, 감소의 판단' 을 통해 직관적으로 쉽게 알 수 있다.

[정답] ③

24

[수능적 해법]

주어진 직선의 방향벡터는 $(2,\ a,\ 4)$이고 주어진 평면의 법선벡터는 $(2, 5, b)$인데 직선과 평면이 서로 수직이므로 두 벡터는 평행해야 한다.

$(2,\ a,\ 4)=t(2, 5, b)$에서 $t=1$임을 알 수 있고 $a=5$, $b=4$이다.

즉, 평면의 방정식은 $2x+5y+4z+c=0$이고 $(1,\ 1,\ -2)$를 대입하면

$2+5-8+c=0$에서 $c=1$이다. 따라서 $5+4+1=10$

[정답] 10

25

[수능적 해법]

타원의 두 초점은 $\left(0,\ \pm\sqrt{a^2-1}\right)$이고 쌍곡선의 두 초점은 $(\pm\sqrt{2},\ 0)$이다.

따라서 사각형(마름모)의 넓이는 $2\sqrt{2}\sqrt{a^2-1}$임을 알 수 있다.

$2\sqrt{2}\sqrt{a^2-1}=12$, $8(a^2-1)=144$, $a^2-1=18$, $a^2=19$

[정답] 19

26

[수능적 해법 1]

적당히 $n=5$라 하여 주어진 상황을 이해해보자.

$abc=2^5$에서 $a=2^x$, $b=2^y$, $c=2^z$ (단, x, y, z는 양의 정수)

꼴이어야 함을 알 수 있다. 따라서

$x+y+z=5$를 만족하는 양의 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수를 찾으면 되는 것을 알 수 있다.

이와 마찬가지로 자연수 n에 대하여 $x+y+z=n$을 만족하는 양의 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수는 $(x-1)+(y-1)+(z-1)=n-3$에서 ${}_3\mathrm{H}_{n-3}$이다.

즉, ${}_3\mathrm{H}_{n-3}={}_{n-1}\mathrm{C}_{n-3}={}_{n-1}\mathrm{C}_2=\dfrac{(n-1)(n-2)}{2}=28$에서 $n=9$임을 알 수 있다.

[수능적 해법 2]

중복조합의 유도 방법[1]이 익숙하다면 $x+y+z=n$에서 $n=1+1+\cdots+1$로 n개의 1 사이에 칸막이가 있다고 생각하고 $n-1$개의 칸막이 중에서 2개의 칸막이를 고르는 방법을 찾으면 된다. 즉, ${}_{n-1}\mathrm{C}_2=\dfrac{(n-1)(n-2)}{2}=28$

[정답] 9

1) 중복조합 공식을 유도하는 아이디어 자체가 경우의 수에서 가끔 활용되므로 공부해두도록 하자.

27

[수능적 해법]

이차함수의 방정식을 먼저 찾으면 $f(x)=x(x+4)=x^2+4x$이고 $x=-2$에 대하여 대칭임을 쉽게 알 수 있다.[1] 따라서 주어진 식

$$f(\sqrt{x+1}-x)=f(1)=f(-5)$$

에서 $\sqrt{x+1}-x=1$ or $\sqrt{x+1}-x=-5$이다.

a) $\sqrt{x+1}=x+1$을 제곱하면 $x^2+x=0$에서 $x=0$, $x=-1$이다.
그런데 대입해보면 0, -1 모두 실근이 되는 것을 알 수 있다.

b) $\sqrt{x+1}=x-5$을 제곱하면 $x^2-11x+24=0$에서 $x=3$, $x=8$이다.
그런데 대입해보면 $x=3$은 무연근임을 알 수 있다.

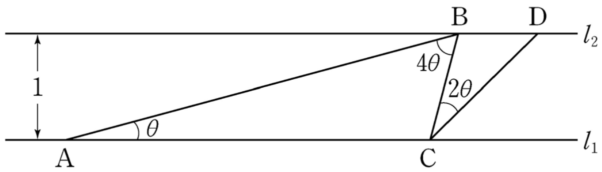
따라서 만족하는 실근은 8, 0, -1이므로 $8+0+(-1)=7$

[정답] 7

28

[수능적 해법 1] … [2][3]

먼저 $\dfrac{T_1}{T_2}=\dfrac{\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}}}{\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}}}=\dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BD}}}$이므로 선분 AC, BD의 길이만 구하면 된다.



그림에서 선분 BC와 직선 l_1이 이루는 각은 $\theta+4\theta=5\theta$이므로
점 B에서 직선 l_1에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AH}}-\overline{\mathrm{CH}}=\frac{1}{\tan\theta}-\frac{1}{\tan5\theta}$$

점 C에서 직선 l_2에 내린 수선의 발을 I라 하면 $\angle\mathrm{CDB}=3\theta$이고, 선분 BC가 직선 l_2와 이루는 각은 5θ이므로

$\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{ID}}-\overline{\mathrm{IB}}=\dfrac{1}{\tan3\theta}-\dfrac{1}{\tan5\theta}$이다. 즉,

1) 결과적으로 보면 주어진 이차함수가 $x=-2$에 대하여 대칭이라는 사실만 알면 문제를 해결할 수 있다.
이는 두 점 $(0, 0)$, $(-4, 0)$을 지난다는 사실로부터 추론할 수 있다.

2) 삼각형 넓이를 구할 때 두 변과 끼인각을 활용하는 공식으로 구해서 푸는 방법도 있다.

[수능적 해법 2]

$\overline{\mathrm{AB}}=\dfrac{1}{\sin\theta}$, $\overline{\mathrm{BC}}=\dfrac{1}{\sin5\theta}$,

$\overline{\mathrm{CD}}=\dfrac{1}{\sin3\theta}$에서

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\sin4\theta\times\dfrac{1}{\sin\theta}}{\sin2\theta\times\dfrac{1}{\sin3\theta}}$$

$$=\frac{\sin4\theta\sin3\theta}{\sin2\theta\sin\theta}$$

이므로

$$\lim_{\theta\to0}\frac{\sin4\theta\sin3\theta}{\sin2\theta\sin\theta}$$

$$=\lim_{\theta\to0}\frac{\left(\dfrac{\sin4\theta}{\theta}\right)\left(\dfrac{\sin3\theta}{\theta}\right)}{\left(\dfrac{\sin2\theta}{\theta}\right)\left(\dfrac{\sin\theta}{\theta}\right)}$$

$$=\frac{4\times3}{2\times1}=6$$

3) 수능에서 삼각형의 넓이를 묻는 대부분의 문제는 다음 두 공식 중 하나로 풀린다.

$\dfrac{1}{2}\times$(밑변)$\times$(높이)

$\dfrac{1}{2}ab\sin\theta$

$$\lim_{\theta\to+0}\frac{T_1}{T_2}=\lim_{\theta\to+0}\frac{\tan3\theta(\tan5\theta-\tan\theta)}{\tan\theta(\tan5\theta-\tan3\theta)}=\lim_{\theta\to+0}\frac{\left(\frac{\tan3\theta}{\theta}\right)\left(\frac{\tan5\theta}{\theta}-\frac{\tan\theta}{\theta}\right)}{\left(\frac{\tan\theta}{\theta}\right)\left(\frac{\tan5\theta}{\theta}-\frac{\tan3\theta}{\theta}\right)}$$

$$=\frac{3\times(5-1)}{1\times(5-3)}=6$$

[정답] 6

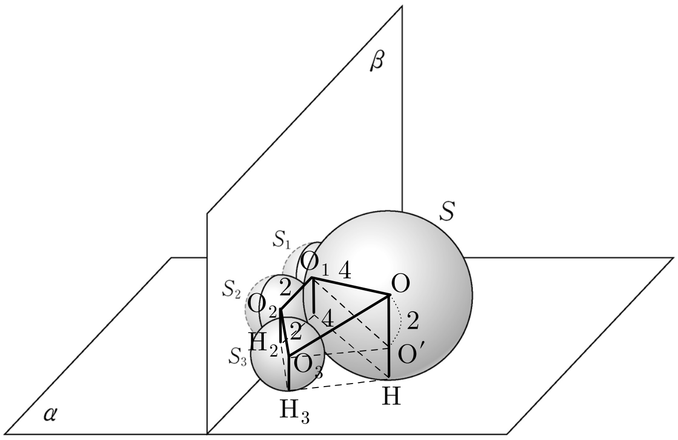
29

[수능적 해법]

두 구가 접할 때는 두 구의 중심을 연결한 직선이 두 구의 접점을 지나는 것을 활용하기 위해 두 구의 중심을 연결하는 작도를 해야 한다.

또한 구가 평면에 접할 때에는 구의 중심에서 접점을 연결한 선분이 평면과 수직이 되는 것을 활용하기 위해 수선을 작도해야 한다. … [1)]

1) 이러한 작도는 수능 문제에서 기본적으로 해야할 일이다. 원과 접선이 있을 때, 두 원이 접할 때에도 마찬가지이다.



위 그림[2)]과 같이 작도한 후 각 구의 중심에서 평면에 내린 수선의 발을 H, H_1, H_2, H_3이라 하면 우리가 구해야할 각의 크기는 두 평면 $O_1O_2H_2H_1$과 $O_2H_2H_3O_3$가 이루는 각임을 알 수 있다. 두 평면의 교선인 직선 O_2H_2과 두 직선 H_2H_3, H_2H_1은 서로 수직이므로 이면각의 크기는 곧 $\angle H_1H_2H_3$ 임을 알 수 있다. … [3)]

2) 그림에서 점 O′는 평면 $O_1O_2O_3$와 직선 OH가 만나는 점이다.

3) 이면각의 정의를 정확하게 알고 있어야 한다.

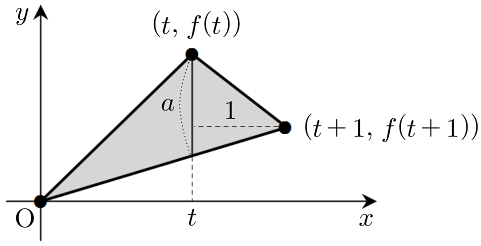
그림의 삼각형 OO_3O'에서 삼각비를 활용하면 $\overline{O_3O'}=\overline{H_3H}=2\sqrt{3}$ 임을 알 수 있고, 마찬가지로 $\overline{H_1H}=2\sqrt{3}$ 이다. 또한 삼각형 OO_2O'에서 $\overline{O_2O'}=\overline{H_2H}=2\sqrt{3}$ 이다. 즉, 사각형 $H_1H_2H_3H$에서 이등변삼각형 H_1H_2H를 보면 $\cos\angle H_1H_2H=\frac{1}{2\sqrt{3}}$ 이고, $\angle H_1H_2H=\alpha$라 하면 $\angle H_1H_2H_3=2\alpha$이므로 $\cos(\pi-2\alpha)=1-2\cos^2\alpha=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$이므로 구하는 넓이는 $\frac{5}{6}\times\pi$이다.

[정답] 11

30

[수능적 해법 1]

함수 $f(x)$는 감소함수이므로 (나)에 주어진 세 점을 그래프에 표시해보면 다음과 같다.



위 그림에서 $a=f(t)-\dfrac{t}{t+1}f(t+1)$이므로 삼각형의 넓이는

$\dfrac{1}{2}a\times t+\dfrac{1}{2}a\times 1=\dfrac{1}{2}\left\{f(t)-\dfrac{t}{t+1}f(t+1)\right\}(t+1)$이다.

식 $\dfrac{1}{2}\left\{f(t)-\dfrac{t}{t+1}f(t+1)\right\}(t+1)=\dfrac{t+1}{t}$을 정리하면

$$\frac{f(t+1)}{t+1}=\frac{f(t)}{t}-\frac{2}{t^2}\quad\cdots\ ①$$

이다. 여기서 (다)의 $\displaystyle\int_1^2\frac{f(x)}{x}dx=2$를 이용하여 $\displaystyle\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}}\frac{f(x)}{x}dx$을 구해야함을 인지할 수 있다. 그런데 $\displaystyle\int_1^2\frac{f(x)}{x}dx=2$을 이용하기 위해

$\dfrac{f(t+1)}{t+1}=\dfrac{f(t)}{t}-\dfrac{2}{t^2}$의 양변을 적분하면 $\displaystyle\int_2^3\frac{f(x)}{x}dx$, $\displaystyle\int_3^4\frac{f(x)}{x}dx$ $\cdots$

등을 알 수 있으므로 $\displaystyle\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}}\frac{f(x)}{x}dx$을 구하기에 조금 무리가 있다.

즉, $\displaystyle\int_1^2\frac{f(x)}{x}dx$이 아닌 $\displaystyle\int_{\frac{3}{2}}^{\frac{5}{2}}\frac{f(x)}{x}dx$ 등을 알아내면 주어진 값을 구할 수 있다는 것을 추론할 수 있는데, $\displaystyle\int_{\frac{3}{2}}^{\frac{5}{2}}\frac{f(x)}{x}dx$을 알아내기 위해 다음과 같이 식을 활용하자.

$$\int_1^2\frac{f(x)}{x}dx=\int_1^{\frac{3}{2}}\frac{f(x)}{x}dx+\int_{\frac{3}{2}}^2\frac{f(x)}{x}dx=\int_2^{\frac{5}{2}}\frac{f(x-1)}{x-1}dx+\int_{\frac{3}{2}}^2\frac{f(x)}{x}dx$$

에서 ①의 식을 활용하면

$$= \int_{2}^{\frac{5}{2}} \left\{ \frac{f(x)}{x} + \frac{2}{(x-1)^2} \right\} dx + \int_{\frac{3}{2}}^{2} \frac{f(x)}{x} dx = \int_{\frac{3}{2}}^{\frac{5}{2}} \frac{f(x)}{x} dx + \frac{2}{3}$$

이므로 $\int_{\frac{3}{2}}^{\frac{5}{2}} \frac{f(x)}{x} dx = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ 이다.

이제 식 $\frac{f(t+1)}{t+1} = \frac{f(t)}{t} - \frac{2}{t^2}$의 양변을 $\frac{3}{2}$에서 $\frac{5}{2}$까지 적분하면

$\int_{\frac{5}{2}}^{\frac{7}{2}} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{4}{5}$임을 알 수 있고, 마찬가지로 $\frac{5}{2}$에서 $\frac{7}{2}$까지 적분하면

$\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{9}{2}} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{4}{7}$, 같은 방법으로 $\int_{\frac{9}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{4}{9}$임을 알 수 있다.

즉, $\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{4}{7} + \frac{4}{9} = \frac{64}{63}$에서 $64 + 63 = 127$

[수능적 해법 2]

①에서 $\frac{f(t)}{t} = g(t)$라 하고 $g(t)$의 한 부정적분을 $G(t)$라 하자. 주어진 식의 양변을 적분하면 $G(t+1) = G(t) + \frac{2}{t} + C \Leftrightarrow \int_{t}^{t+1} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{2}{t} + C$인데, (다) 조건에서 $\int_{1}^{2} \frac{f(x)}{x} dx = 2$이므로 $t = 1$을 대입하면 $C = 0$이다.

즉, $\int_{t}^{t+1} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{2}{t}$에서 $t = \frac{7}{2}$을 대입하면 $\frac{4}{7}$이고 $t = \frac{9}{2}$를 대입하면 $\frac{4}{9}$

이므로 $\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{4}{7} + \frac{4}{9} = \frac{64}{63}$에서 $63 + 64 = 127$

[수능적 해법 3][1)]

①의 양변을 1에서 t까지 정적분하면

$$\int_{1}^{t} \frac{f(x+1)}{x+1} dx = \int_{1}^{t} \frac{f(x)}{x} dx - \int_{1}^{t} \frac{2}{x^2} dx$$

$$\Leftrightarrow \int_{2}^{t+1} \frac{f(x)}{x} dx - \int_{1}^{t} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{2}{t} - 2$$

$$\Leftrightarrow \int_{t}^{t+1} \frac{f(x)}{x} dx - \int_{1}^{2} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{2}{t} - 2 \Leftrightarrow \int_{t}^{t+1} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{2}{t}$$

이므로 [수능적 해법 2]와 마찬가지로 $t = \frac{7}{2}$, $t = \frac{9}{2}$를 대입하면 $\frac{64}{63}$를 구할 수 있다.

[정답] 127

1) 수능적 해법 2와 크게보면 같은 풀이이지만 접근 방법에서 조금 다르다고 느낄 수 있기에 수록한다.