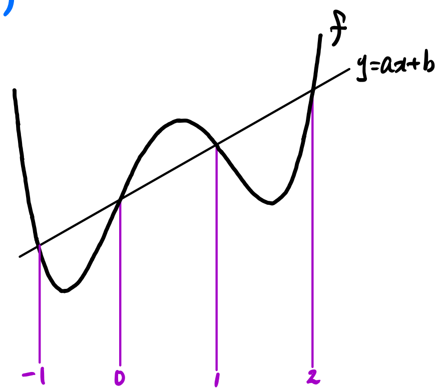
24

2020학년도 9월 평가원(나형) 30번

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 네 개의 수 $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$에서의 접선과 점 $(2, f(2))$에서의 접선이 점 $(k, 0)$에서 만난다.
$f(2k)=20$일 때, $f(4k)$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [4점] 42

sol.)



$f(x)-(ax+b)=(x+1)x(x-1)(x-2)$
$f(x)=x^4-2x^3-x^2+(a+2)x+b$
$f'(x)=4x^3-6x^2-2x+(a+2)$

$f(-1)=-a+b$, $f(2)=2a+b$
$f'(-1)=a-6$, $f'(2)=a+6$

$x=-1$ 에서 접.방. : $y=(a-6)(x+1)-a+b$
$x=2$ 에서 접.방. : $y=(a+6)(x-2)+2a+b$

$0=(a-6)(k+1)-a+b \longrightarrow k=\dfrac{6-b}{a-6}$
$0=(a+6)(k-2)+2a+b \longrightarrow k=\dfrac{12-b}{a+6}$

$\therefore \dfrac{6-b}{a-6}=\dfrac{12-b}{a+6} \longrightarrow a+2b=18$
$\longrightarrow a=18-2b$

$k=\dfrac{6-b}{a-6}=\dfrac{6-b}{12-2b}=\dfrac{1}{2}$

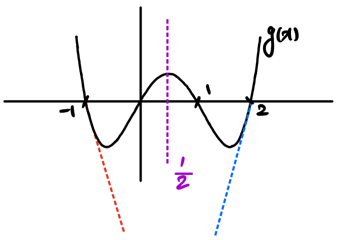
$f(2k)=f(1)=a+b=20$
$\therefore a=22,\ b=-2$
$\therefore f(x)=x^4-2x^3-x^2+24x-2$

$\therefore f(4k)=f(2)=42$

Sol₂)

$g(x) = f(x) - (ax+b)$

$= (x+1)x(x-1)(x-2)$



→ $y=g(x)$는 $x=\frac{1}{2}$에 대하여 대칭

→ $(-1, g(-1))$ 와 $(2, g(2))$ 에서의 접선이 만나는 점의 x좌표 $= \frac{1}{2}$

⋮

※ 참고 : 차의함수