26

2021학년도 6월 평가원(나형) 30번

이차함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극대이고, 삼차함수 $g(x)$는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le 0) \\ g(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3)+h'(4)$의 값을 구하시오. [4점] 38

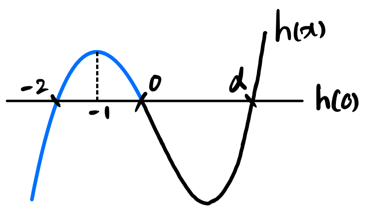
(가) 방정식 $h(x)=h(0)$의 모든 실근의 합은 1이다. (나) 닫힌구간 $[-2,3]$에서 함수 $h(x)$의 최댓값과 최솟값의 차는 $3+4\sqrt{3}$이다.

$f(x)=a(x+1)^2+b \quad (a<0)$

$g(x)=px^3+qx+r$

↳ 기함수 $y=px^3+qx$ 에서 y축으로 r 만큼 평행이동

→ $g(x)$는 $(0,r)$ 에 대하여 대칭



가) → $-2+0+\alpha=1$

$\therefore \alpha=3$

$\lim_{x\to 0-} h(x) = \lim_{x\to 0+} h(x) = h(0)$

$f(0)=g(0)=a+b$

$g(x)-(a+b)=p(x-3)x(x+3)$ ($\because$ $(0, h(0))$ 점대칭)

$g(x)=p(x^3-9x)+a+b$

$g'(x)=3p(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

$f'(x)=2a(x+1)$

26

2021학년도 6월 평가원(나형) 30번

$$\lim_{x \to 0-} h'(x) = \lim_{x \to 0+} h'(x)$$

$2a = -9p$

$\therefore p = -\frac{2}{9}a$

나) $\longrightarrow [-2, 3]$ 최댓값 : f의 극댓값

최솟값 : g의 극솟값

f 극대 : $f(-1) = b$

g 극소 : $g(\sqrt{3}) = -6\sqrt{3}p + a + b$

$= \frac{4}{3}\sqrt{3}a + a + b$

$b - \frac{4}{3}\sqrt{3}a - a - b = -a \times \frac{4\sqrt{3}+3}{3}$

$= 3 + 4\sqrt{3}$

$\therefore a = -3$

$\therefore f'(x) = -6(x+1)$

$g'(x) = 2(x^2 - 3)$

$\therefore h'(-3) + h'(4) = f'(-3) + g'(4)$

$= 38$