EBS FINAL
미적분 선별 10제
by 파급효과

미적분 수능특강 p57 7번

[22011-0103]

7 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\frac{f(x)+1}{\sin^2(\pi x)+1}$$

이라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $g(-x)=-g(x)$이다.
(나) $f(-1)=f(0)+4$, $f'(-1)=f(1)+3$

$g'(1)$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

문제 Comment

함수의 기함수 성질과 미분을 적절히 활용한 문제라 선정했습니다.

미적분 수능특강 p57 8번

[22011-0104]

8 양의 실수 t와 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2 & (x<0) \\ \log_2(x+1) & (x\geq 0) \end{cases}$에 대하여 직선 $y=-2x+t$가 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 두 점의 x좌표를 각각 $\alpha(t)$, $\beta(t)$ ($\alpha(t)>0$, $\beta(t)<0$)이라 하자. 매개변수 t ($t>0$)으로 나타낸 곡선 $x=\alpha(t)$, $y=\beta(t)$에 대하여 $x=3$에 대응하는 점에서의 접선의 기울기는?

① $-\frac{8\ln 2+1}{16\ln 2}$　② $-\frac{6\ln 2+1}{16\ln 2}$　③ $-\frac{8\ln 2+1}{24\ln 2}$

④ $-\frac{6\ln 2+1}{24\ln 2}$　⑤ $-\frac{4\ln 2+1}{24\ln 2}$

문제 Comment

계산은 다소 복잡하지만 이번 교육과정에서 중요시하는 음함수 미분법의 활용과 201130(가형)에서의 미분법을 적절히 보여주는 문항이라 선정했습니다.

미적분 수능특강 p74 1번

[22011-0134]

1 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 두 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값이 최소가 되도록 하는 a의 값을 a_1, b의 값을 b_1이라 하자. $a_1 \times b_1$의 값은?

> $x \geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $2\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) \leq ax+b$가 성립한다.

① $\frac{\pi}{2}(4-\pi)$ ② $\frac{\pi}{4}(4-\pi)$ ③ $\frac{\pi}{6}(4-\pi)$ ④ $\frac{\pi}{8}(4-\pi)$ ⑤ $\frac{\pi}{10}(4-\pi)$

문제 Comment

그냥 '느낌상' $a+b$일 때 접하는게 아니고 $g(1)=a+b$에서 최솟값이 정해지고 이를 바탕으로 접점에서 최소 이런 식으로 논리적인 흐름이 가능한 문제라 선정했습니다.

미적분 수능특강 p74 2번

[22011-0135]

2 최고차항의 계수가 -1이고 $f(0)=1$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\sin(\pi f(x))$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극소이다.
(나) 함수 $g(x)$가 $x=\alpha$에서 최대가 되는 모든 양수 α를 작은 수부터 크기순으로 나열한 수열을 $\{\alpha_n\}$이라 할 때, $\alpha_2=1$이다.

$f(-4)$의 값을 구하시오.

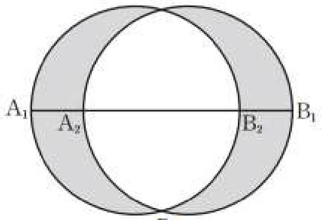
문제 Comment
191130(가형)의 기본적인 발상을 들고 와 낸 문제라 선정했습니다.

미적분 수능완성 p85 20번

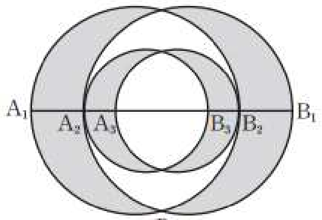
20

▸ 22055-0206

그림과 같이 길이가 5인 선분 A_1B_1을 $1:4$로 내분하는 점을 A_2, $4:1$로 내분하는 점을 B_2라 하자.
선분 A_1B_2를 지름으로 하는 원과 선분 A_2B_1을 지름으로 하는 원을 그리고, 두 원의 공통부분을 제외한 두 원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 A_2B_2를 $1:4$로 내분하는 점을 A_3, $4:1$로 내분하는 점을 B_3이라 하자.
선분 A_2B_3을 지름으로 하는 원과 선분 A_3B_2를 지름으로 하는 원을 그리고, 두 원의 공통부분을 제외한 두 원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\cos\alpha=\frac{1}{4}\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$인 α에 대하여 $\lim_{n\to\infty}S_n+25\alpha$의 값은?



R_1



R_2

⋮

① $\frac{180\pi+25\sqrt{15}}{16}$　② $\frac{190\pi+15\sqrt{15}}{16}$
③ $\frac{190\pi+25\sqrt{15}}{16}$　④ $\frac{200\pi+15\sqrt{15}}{16}$
⑤ $\frac{200\pi+25\sqrt{15}}{16}$

문제 Comment
생각보다 손대다 보면 발상을 떠올리기 꽤 어렵습니다. 익숙하지 않은 꼴이라 선정했습니다.

미적분 수능완성 p98 29번

29

▸ 22055-0235

두 함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^3+4x$, $g(x)=-\frac{2x}{e^{x-1}}$에 대하여 함수 $h(x)$를

$$h(x)=(f\circ g)(x)$$

라 하자. 방정식 $h'(x)=0$의 실근 중에서 가장 작은 값을 α, 가장 큰 값을 β라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? $\left(\text{단, } \lim_{x\to\infty}\frac{2x}{e^{x-1}}=0\right)$

보기

ㄱ. $h(\alpha)+h(\beta)=\frac{5}{4}$

ㄴ. 열린구간 (α, β)에서 함수 $h(x)$가 극값을 갖는 모든 x의 값의 개수는 2이다.

ㄷ. 점 $(\alpha, h(\alpha))$는 곡선 $y=h(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 Comment

2019년 3월 가형 30번을 변형한 듯한 문항이라 선정했습니다. ㄱㄴㄷ 하나하나 잘 만들었고 학생들이 합성함수를 그릴 때 고려해야 하는 포인트를 문제화시켜 좋은 문항이라 봅니다.

미적분 수능완성 p124 30번

30 ▸ 22055-1030

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)>0$
(나) $f'(x)=\frac{1}{4}f(x)f(-x)$
(다) $f''(x)$가 존재한다.

$f(0)+f'(0)=3$일 때, $\int_{-a}^{a} f(-x)dx=4\ln 2$인 양의 상수 a에 대하여 $|f''(a)|=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

문제 Comment
우함수에서 기함수로 넘어가는 아이디어가 괜찮아서 선정했습니다.

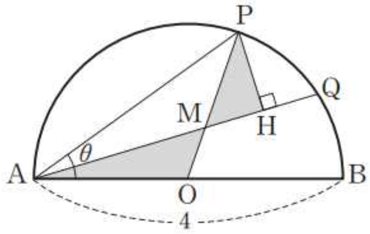
미적분 수능완성 p137 29번

29

▸ 22055-1059

그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle PAB=\theta$이고, 각 PAB의 이등분선이 호 AB와 만나는 점을 Q라 하자. 점 P에서 선분 AQ에 내린 수선의 발을 H, 선분 AB의 중점을 O, 두 선분 AQ, OP가 만나는 점을 M이라 할 때, 두 삼각형 PMH, MAO의 넓이를 각각 $S(\theta)$, $T(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)+T(\theta)}{\theta}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

$\left(\text{단, } 0<\theta<\frac{\pi}{2}\text{이고, } p\text{와 } q\text{는 서로소인 자연수이다.}\right)$ [4점]



문제 Comment

삼각함수 극한 문제 중에선 제법 괜찮은 계산문제라 선정했습니다.

미적분 수능완성 p149 29번

29

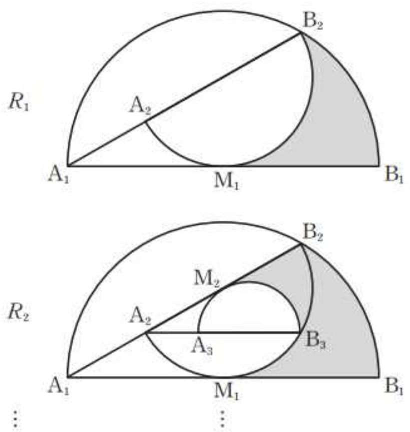
▸ 22055-1089

그림과 같이 길이가 2인 선분 A_1B_1을 지름으로 하는 반원이 있다. 호 A_1B_1 위의 점 B_2와 선분 A_1B_2 위의 점 A_2를 선분 A_2B_2를 지름으로 하는 원이 선분 A_1B_1의 중점 M_1에서 선분 A_1B_1에 접하도록 잡는다. 두 호 B_1B_2, B_2M_1과 선분 M_1B_1로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 호 A_2B_2 위의 점 B_3과 선분 A_2B_3 위의 점 A_3을 선분 A_3B_3을 지름으로 하는 원이 선분 A_2B_2의 중점 M_2에서 선분 A_2B_2에 접하도록 잡는다. 두 호 B_2B_3, B_3M_2와 선분 M_2B_2로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n=\frac{\pi}{12}+\frac{q}{p}\sqrt{3}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



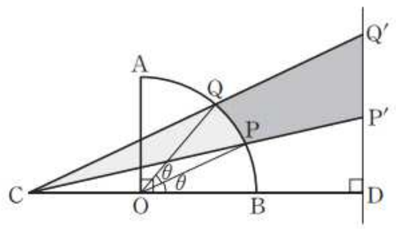
문제 Comment

무등비 문제 중에서는 제법 깔끔하게 풀리는 문제라 선정했습니다.

미적분 수능완성 p160 28번

28 ▸ 22055-1118

그림과 같이 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=1$이고 $\angle\mathrm{AOB}=\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 AOB의 호 AB 위에 $\angle\mathrm{POB}=\theta$ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$인 점 P와 $\angle\mathrm{QOB}=2\theta$인 점 Q를 정한다.
선분 OB를 1 : 2로 외분하는 점을 C, 선분 OB를 2 : 1로 외분하는 점을 D라 하고, 두 직선 CP, CQ가 점 D를 지나고 직선 OB에 수직인 직선과 만나는 점을 각각 P′, Q′이라 하자. 두 선분 CP, CQ와 호 PQ로 둘러싸인 도형의 넓이를 $f(\theta)$라 하고, 세 선분 PP′, P′Q′, QQ′과 호 PQ로 둘러싸인 도형의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta\to0+}\frac{g(\theta)}{f(\theta)}$의 값은? [4점]



① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ 1

④ $\frac{9}{8}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

문제 Comment

삼각함수 극한 연습용으로 괜찮은 문항이라 선정했습니다.

질문은 https://cafe.naver.com/spreadeffect 에서 하시면 됩니다.

페이지	답	페이지	답	페이지	답	페이지	답	페이지	답
1	표지	11	5						
2	2	12	답지						
3	3								
4	4								
5	41								
6	5								
7	5								
8	35								
9	11								
10	9								

EBS는 이 자료에 있는 문제만 푼다면
23학년도 수학 선택과목 미적분 EBS 연계 대비로 충분합니다.
올 한해도 수고 많으셨습니다.
내년에는 멋진 대학생활을 하셨으면 합니다.
저도 올해보다 더욱 나은 내년이 되도록 노력하겠습니다.
-파급효과 올림-