

6 부정적분과 정적분



01

부정적분의 정의

함수 $f(x)$ 가 주어져 있을 때 $F'(x)=f(x)$ 인 함수 $F(x)$ 를 $f(x)$ 의 부정적분 또는 원시함수라고 한다.

$$F'(x)=f(x) \leftrightarrow \int f(x)dx = F(x)+C$$

상 증 아

1. 함수 $f(x)=2x+1$ 에 대하여

$F'(x)=f(x)$, $F(1)=3$ 일 때, $F(-1)$ 의 값은?

- ① -3 ② -2
- ③ -1 ④ 1
- ⑤ 2

[수능특강]

상 증 아

2. 이차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x)=2x+4$ 이고 $f(x)$ 의 최솟값이 4일 때, $f(-2)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[수능특강]

상 증 아

3. 함수 $f(x)$ 가 등식 $\int f(x)dx = xf(x) - 2x^3 - x^2$ 을 만족하고 $f(1)=8$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

[수능특강]

상 증 아

4. 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$\int \{3f(x)g(x)+1\}dx = 3x^2 + 10x + C \text{ 일 때, } f(1)g(1) \text{의 값은?}$$

(단, C 는 상수)

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[인티넷수능]

상 증 아

5. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, $g(3)$ 의 값을 구하십시오.

[인티넷수능]

[보 기]

(가) $f(3)=2, f'(3)=1$

(나) $\int g(x)dx = 2x^2f(x) + C$ (C 는 상수)

상 증 아

6. 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f'(x)=g'(x)$ 이고 $f(0)=2, g(0)=1$ 일 때 $f(1)-g(1)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[인티넷수능]

상 증 하

7. 함수 $y=f(x)$ 가 모든 실수에서 연속이고, $|x| \neq 1$ 인 모든 x 의 값에 대하여 미분계수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = \begin{cases} x^2 & (|x| < 1) \\ -1 & (|x| > 1) \end{cases}$$

일 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[2006 대수능 인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. 함수 $y=f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 극값을 갖는다.
- ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)=f(-x)$ 이다.
- ㄷ. $f(0)=0$ 이면 $f(1)>0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 하

8. $F(x)$ 는 함수 $f(x)=x^2-6x+2$ 의 부정적분이고, $F(x)$ 는 $f'(x)$ 로 나누어 떨어진다. 방정식 $F(x)=0$ 의 세 실근 $\alpha, \beta, \gamma (\alpha < \beta < \gamma)$ 라 할 때, $\alpha^2 + \gamma^2$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 20 ② 40 ③ 60
- ④ 80 ⑤ 100

상 증 하

9. 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 세 조건을 만족한다.

[인터넷수능]

[보 기]

- (가) $f(0)=2, g(0)=-1$
- (나) $f'(x)+g'(x)=3$
- (다) $f'(x)g(x)+f(x)g'(x)=4x+3$

이 때, $f(2)+g(1)$ 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 7
- ④ 9 ⑤ 11

상 증 하

10. 삼차 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누면 나머지가 1 이고, $(x+1)^2$ 으로 나누면 나머지가 -1 일 때, $f(0)+f'(0)$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

02

부정적분의 정의의 활용

-부정적분의 공식-

- (1) $\int k dx = kx + C$ (k 는 상수)
- (2) $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$ ($n \neq -1$ 인 실수)
- (3) $\int k \cdot f(x)dx = k \int f(x)dx$ (k 는 상수)
- (4) $\int \{f(x) \pm g(x)\}dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
(복호 동순)
- (5) $\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a(n+1)}(ax+b)^{n+1} + C$
($a \neq 0, n \neq -1$ 인 실수)

상 증 아

11. 두 연속함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$\int \{-f(x) + 3g(x)\}dx = x + 2, \int \{f(x) - 2g(x)\}dx = x^2 - 1$$

일 때, $\int f(x)dx$ 를 구하면?

[수능특강]

- ① x^2 ② $2x^2 + x + 1$ ③ $3x^2 + 2x + 1$
- ④ $4x^2 + 3x + 4$ ⑤ $5x^2 + 4x + 5$

상 증 아

12. $f(x) = \int (x-1)(x-2)dx$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{f'(x)}$ 의 값은?

[수능특강]

- ① -5 ② -4 ③ -3
- ④ -2 ⑤ -1

상 증 아

13. 다항함수 $f(x)$ 와 그 부정적분 $F(x)$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} = 3x^2 - 2x - 3$$

이 성립할 때, 함수 $g(x) = \int f(x)dx$ 라 하자. $g(0) = 3$ 일 때, $g(1)$ 의 값은?

[수능특강]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

상 증 아

14. $f(x) = \int (x^2 - 2x + 4)dx$ 일 때, 양의 정수 n 에 대하여 a_n 을

$$a_n = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(n+nh) - f(n)}{h}$$

이라 한다. 이때, $\sum_{n=1}^6 a_n$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① 335 ② 337 ③ 339
- ④ 341 ⑤ 343

상 증 아

15. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x) = \int xf(x)dx$ 이고 등식

$$f(x) + g(x) = \int (x^4 + x^3 - 12x^2 - 10x - 15)dx$$

가 성립할 때, $f(-2)$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

03

부정적분과 미분의 관계

$$F'(x) = f(x) \Leftrightarrow \int f(x)dx = F(x) + C$$

(1) $\frac{d}{dx} \left(\int f(x)dx \right) = f(x)$

(2) $\int \left(\frac{d}{dx} f(x) \right) dx = f(x) + C$

상 중 아

16. 다음 등식을 만족하는 두 실수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

[수능특강]

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int (ax^2 + 6x + b)dx \right\} = 2x^2 + 6x + 2$$

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

상 중 아

17. 부정적분의 성질에 대하여 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

[수능특강]

[보 기]

ㄱ. $\frac{d}{dx} \left(\int \sqrt{2} dx \right) = \sqrt{2}$

ㄴ. $\int \left(\frac{d}{dx} \sqrt{2} \right) dx = 0$

ㄷ. $\int \sqrt{2} dx = \int \sqrt{2} dy$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

18. $f(x) = \int \left\{ \frac{d}{dx} (x^3 + x - 2) \right\} dx + \frac{d}{dx} \left\{ \int (3x^2 - 2x) dx \right\}$ 에서 $f(0) = 1$ 일 때, $f(1)$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

19. 두 이차함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$\frac{d}{dx} \{f(x) + g(x)\} = 4x, \quad \frac{d}{dx} \{f(x)g(x)\} = 4x^3 - 8x + 12$$

이고 $f(0) = -3, g(0) = 3$ 일 때, $f(10) - g(10)$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 31 ② 32 ③ 33
 ④ 34 ⑤ 35

상 중 아

20. 다음 등식을 만족하는 함수 $f(x)$ 가 $x=3$ 에서 최대값을 가질 때, 상수 k 의 값은?

[인터넷수능]

$$\int \left[\frac{d}{dx} \{f(x) + 2x^2 - kx + 4\} \right] dx = \frac{d}{dx} \left\{ \sum_{n=1}^{10} \int_0^x (t + n^2) dt \right\}$$

- ① -2 ② -1 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

04

다항함수의 부정적분

상 > 중 > 아

21. 부정적분

$$\int (x+1)(x^2-x+1)dx + \int (x-1)(x^2+x+1)dx$$

를 간단히 하면? (단, C는 적분상수이다.)

- ① $\frac{1}{2}x^4 + C$
- ② $\frac{1}{2}x^4 + x^2 + C$
- ③ $\frac{1}{2}x^4 + x + C$
- ④ $\frac{1}{2}x^4 - x + C$
- ⑤ $\frac{1}{2}x^4 - x^2 + x + C$

[수능특강]

상 > 중 > 아

22. 부정적분 $\int ((x-1)(x+1))dx$ 를 구하여라.

[수능특강]

상 > 중 > 아

23. 부정적분 $\int (3x^3 - x^2 + 2)dx + \int (5x^4 - 3x^3 + x^2 - 2x)dx$

를 간단히 하여라.

[수능특강]

상 > 중 > 아

24. 함수 $f(x) = \int dx + 2 \int x dx + 3 \int x^2 dx + \dots + n \int x^{n-1} dx$ 에

대하여 $f(0)=5$, $f(1)=11$ 일 때, 자연수 n의 값은?

[인터넷수능]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

상 > 중 > 아

25. 함수 $f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}$ 의 부정적분을 F(x)라

한다. $\lim_{n \rightarrow \infty} F\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$ 일 때, F(0)의 값은?

[고득점 200제]

- ① 0
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ $\frac{2}{3}$

06

삼각함수를 이용한 부정적분

- (1) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- (2) $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$
- (3) $\cot^2 x + 1 = \operatorname{cosec}^2 x$

상 증 아

26. 함수 $f(x) = \int \sin^2 x dx + \int \cos^2 x dx$ 라 할 때,
 $f(10) = 10$ 이다. 이때, $f(100)$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 증 아

27. 다음 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = \frac{1}{3}$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?

[인터넷수능]

$$f(x) = \int (1 - 2\sin^2 x) dx - \int 2\cos^2 x dx$$

$$+ \int \frac{x^4}{x^2 + 1} dx - \int \frac{1}{x^2 + 1} dx$$

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

07

분수함수와 관련된 부정적분

$$\int \frac{g(x)}{f(x)} dx + \int \frac{h(x)}{f(x)} dx = \int \frac{g(x) + h(x)}{f(x)} dx$$

상 증 아

28. 두 함수 $f(x) = \frac{4x^2 + 8}{x^2 + 2}$, $g(x) = \frac{4x^3 + 8x}{x^2 + 2}$ 에 대하여 함수
 $h(x)$ 를 $h(x) = \int f(x) dx + \int g(-x) dx$ 라 할 때, $h(4) - h(2)$
 의 값은?

[수능특강]

- ① - 12 ② - 14 ③ - 16
- ④ - 18 ⑤ - 20

08

부정적분의 활용

상 중 아

29. 이차함수 $f(x)$ 와 그 부정적분 $F(x)$ 사이에

$F(x) = xf(x) + 2x^3 - x^2 + 1$ 인 관계가 성립한다. 극한값

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2}$ 가 존재할 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9
- ④ 10 ⑤ 11

[인터넷수능]

상 중 아

30. 다음은 다항함수 $F(x) = \int (x+2)^6 dx + \int (x-2)^6 dx$ 에 대하여 $F(x)$ 의 x^3 의 계수와 x^5 의 계수를 구한 것이다.

[고득점 200제]

[증명]

$$\begin{aligned}
 F'(x) &= \frac{d}{dx} F(x) \\
 &= \sum_{r=0}^6 {}_6C_r x^{6-r} \cdot 2^r + \sum_{r=0}^6 {}_6C_r x^{6-r} \cdot (-2)^r \\
 &= \sum_{r=0}^3 \boxed{\text{(가)}} \\
 \therefore F(x) &= \sum_{r=0}^3 \boxed{\phantom{\text{(가)}}} + C \text{ (단, } C \text{는 적분상수)}
 \end{aligned}$$

따라서 $F(x)$ 의 x^3 의 계수는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이고, x^5 의 계수는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|--------------------------------------|-----|-----|
| ① | ${}_6C_{2r} x^{6-2r} \cdot 2^{2r}$ | 160 | 12 |
| ② | ${}_6C_{2r} x^{6-2r} \cdot 2^{2r}$ | 240 | 12 |
| ③ | ${}_6C_{2r} x^{6-2r} \cdot 2^{2r+1}$ | 160 | 12 |
| ④ | ${}_6C_{2r} x^{6-2r} \cdot 2^{2r+1}$ | 240 | 24 |
| ⑤ | ${}_6C_{2r} x^{6-2r} \cdot 2^{2r+1}$ | 160 | 24 |

상 중 아

31. 함수 $f(x) = 4x^2 - 2x - 7$, $g(x) = -2x^2 + 4x + 5$ 의 부정적분을 각각 $F(x)$, $G(x)$ 라 한다. 두 함수 $y = F(x)$, $y = G(x)$ 의 그래프가 서로 다른 세 점에서 만날 때, $F(0) - G(0)$ 의 값 중에서 정수의 개수를 구하시오.

[고득점 200제]

09

부정적분과 함수의 연속성

함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 연속이기 위한 조건은

$$\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = f(a)$$

상 중 아

32. 연속함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여

$f'(x) = (x-1)|x|-1$ 이고 $f(0) = 0$ 일 때, $f(6) + f(-6)$ 의 값은?

- ① 121 ② 144 ③ 169
- ④ 196 ⑤ 225

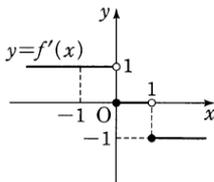
[수능특강]

상 중 아

33. $f(-1) = 1$ 을 만족하는 연속함수

$f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 $y = f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $y = f(x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?

[인터넷수능]



- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

상 중 아

34. 모든 실수 x 에 대하여 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x) = |x-3|$ 일 때, $f(2) - f(4)$ 의 값은?

[고득점 200제]

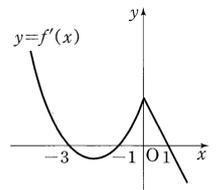
- ① -1 ② 1 ③ 3
- ④ 5 ⑤ 8

상 중 아

35. 오른쪽 그림은 연속함수 $f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프이다.

이때, 방정식 $f(x) - f(0) = 0$ 의 모든 근의 합은? (단, 곡선은 포물선의 일부이다.)

[고득점 200제]



- ① -5 ② -4 ③ -3
- ④ -2 ⑤ -1

010

부정적분과 접선의 기울기

$y = f(x)$ 위의 임의의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식
 $y = f'(a)(x - a) + f(a)$

상 중 아

36. 점 $(2, -1)$ 을 지나는 곡선 $y = f(x)$ 위의 임의의 점 (x, y) 에서의 접선의 기울기가 $3x^2 - 2x + 1$ 일 때, $f(1)$ 의 값은?
 [수능특강]
 ① -2 ② -4 ③ -6
 ④ -8 ⑤ -10

상 중 아

37. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 (x, y) 에서의 접선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 $\theta(x)$ 라 할 때, $\tan\theta(x) = -2x + 4$ 이다. $f(2) = 2$ 일 때, $f(4)$ 의 값은?
 [수능특강]
 ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

상 중 아

38. y 절편이 -1 인 이차곡선 $y = f(x)$ 위의 임의의 점 (x, y) 에서의 미분계수가 $-2x + a$ 이고, 이 이차곡선은 점 $(2, 1)$ 을 지난다. 이때 $f(3)$ 의 값은?
 [인터넷수능]
 ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

상 중 아

39. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 등식 $\int x f(x) dx = 4x^4 + 3x^3 + 2x^2$ 이 성립할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선의 기울기는?
 [수능특강]
 ① 71 ② 72 ③ 73
 ④ 74 ⑤ 75

상 중 아

40. x 축에 접하고 곡선 위의 임의의 점 (x, y) 에서의 접선의 기울기가 $3x(x-2)$ 인 서로 다른 두 곡선 $y = f(x), y = g(x)$ 에 대하여 $|f(x) - g(x)|$ 의 값은?
 [인터넷수능]
 ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

011

적분과 도함수의 정의

다항함수 $f(x)$ 는 모든 실수에 연속이고 미분가능하므로

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

상 중 아

41. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x, y 에 대하여

$$f(x+y) = f(x) + f(y) + xy$$

를 만족하고 $f(2) = 4$ 일 때, $f(x)$ 의 최솟값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{2}$
- ④ -2 ⑤ $-\frac{5}{2}$

[수능특강]

상 중 아

42. 임의의 실수 x, y 에 대하여 다항함수 $f(x), g(x)$ 는

$$f(x+y) = f(x) + f(y), \quad g(x+y) = g(x) - g(y)$$

를 만족한다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

(단, $0 < a < b$)

[고득점 200제]

[보기]

㉠. $\int_{-a}^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$

㉡. $\int_{-a}^a f(x)g(x)dx = 0$

㉢. $\int_{-a}^{-b} f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

상 중 아

43. 다항함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x, y 에 대하여

$$f(x+y) = f(x) + f(y) - 3xy$$

를 만족한다. $f'(4) = f(4)$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[고득점 200제]

012

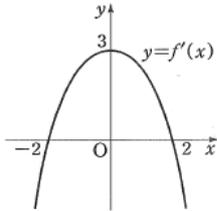
부정적분과 극대·극소

다항함수에서 극대·극소의 판별은
 $f'(x)=0$ 인 점에서
 $f'(x)$ 의 부호가 +에서 -로 바뀌면 극대
 $f'(x)$ 의 부호가 -에서 +로 바뀌면 극소

상 중 아

44. 삼차함수 $y=f(x)$ 의 도함수

$y=f'(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. $f(0)=0$ 일 때, x 에 대한 방정식 $f(x)=kx$ 가 서로 다른 세 실근을 갖기 위한 실수 k 의 값의 범위는?

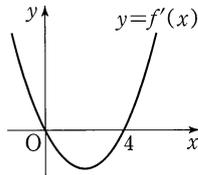


[04 교육청 인터넷수능]

- ① $k > 2$ ② $k > 3$ ③ $k < 3$
- ④ $-4 < k < 4$ ⑤ $k < -2$ 또는 $k > 2$

상 중 아

45. 함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같은 이차함수의 그래프이다. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1$ 일 때, $f(x)$ 의 이차항의 계수는?



[인터넷수능]

- ① -2 ② -3 ③ -4
- ④ -5 ⑤ -6

상 중 아

46. 다음 조건을 만족하는 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(3)$ 의 값을 구하시오

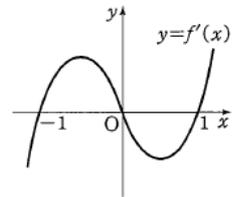
[고득점 200제]

[보 기]

- (가) $f'(x) = 3x^2 + 2x - 5$
- (나) $y=f(x)$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
- (다) $x \geq 0$ 이면 $f(x) \geq 0$

상 중 아

47. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?



[수능특강]

[보 기]

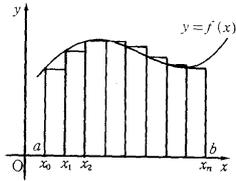
- ㄱ. $f(-x) = f(x)$
- ㄴ. $f(0)f(1) < 0$ 이면 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.
- ㄷ. 극댓값이 2이고 $f(2) = 3$ 이면 극솟값은 1이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

013

구분구적법

도형의 넓이나 부피를 구할 때 잘게 나누어 하나하나의 넓이나 부피의 근사값을 모두 합한 다음 이것의 극한값을 계산하여 도형의 부피를 구하는 방법을 구분구적법이라 한다.



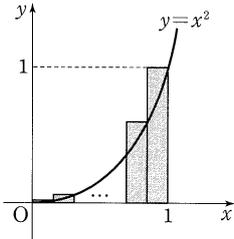
$$\Delta x = \frac{b-a}{n} \text{ 라 하면}$$

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x$$

상 증 아

48. 그림과 같이 폐구간 $[0, 1]$ 을 n 등분하여 곡선 $y=x^2$ 위에 한 꼭짓점이 있도록 직사각형을 만든다. 만들어진 직사각형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[수능특강]



- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{5}$
- ⑤ $\frac{1}{6}$

상 증 아

49. 다음 식은 곡선 $y=x^3$ 과 직선 $x=2$ 및 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S 를 구분구적법을 이용하여 나타낸 것이다.

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (\text{㉠})^3 \cdot \frac{2}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} (\text{㉡})^3 \cdot \frac{1}{n}$$

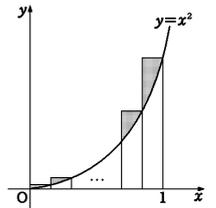
이때, ㉠, ㉡에 알맞은 내용을 차례대로 나열한 것은?

[수능특강]

- ① $\frac{2k}{n}, \frac{k}{n}$
- ② $\frac{k}{n}, \frac{k}{n}$
- ③ $\frac{2k}{n}, \frac{k}{4n}$
- ④ $\frac{2k}{n}, \frac{2k}{n}$
- ⑤ $\frac{4k}{n}, \frac{k}{4n}$

상 증 아

50. 오른쪽 그림과 같이 구간 $[0, 1]$ 을 n 등분하여 곡선 $y=x^2$ 위에 한 꼭짓점이 있도록 그린 n 개의 직사각형의 넓이의 합을 S_n , 어두운 부분의 넓이를 A_n 이라 할 때, A_5 의 값은?

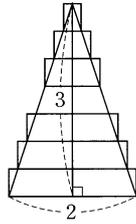


[수능특강]

- ① $\frac{6}{75}$
- ② $\frac{7}{75}$
- ③ $\frac{8}{75}$
- ④ $\frac{11}{75}$
- ⑤ $\frac{12}{75}$

상 중 하

54. 밑변의 길이가 2이고 높이가 3인 이등변 삼각형의 넓이를 S 라 하고, 이 이등변삼각형의 높이를 오른쪽 그림과 같이 n 등분하여 직사각형을 만들고 이 직사각형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $S_n - S \leq \frac{1}{500}$ 을 만족하는 자연수 n 의 최솟값은?

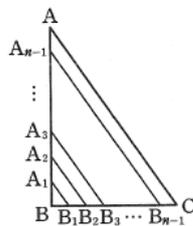


[인터넷수능]

- ① 100 ② 200 ③ 500
- ④ 1000 ⑤ 1500

상 중 하

55. $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 2$ 인 직각삼각형 ABC에 대하여 변 AB, BC를 각각 n 등분한 점을 오른쪽 그림과 같이 각각 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{n-1}, B_1, B_2, B_3, \dots, B_{n-1}$ 이라 하자. 세 점 A_k, B, B_k ($k = 1, 2, 3, \dots, n-1$)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle A_k B B_k$ 의 넓이를 S_k 라 할 때, $30 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} S_k$ 의 값을 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 하

56. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$g(n) = \sum_{k=1}^n f\left(a + \frac{b-a}{n}k\right) \frac{b-a}{n}, \quad h(n) = \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + \frac{b-a}{n}k\right) \frac{b-a}{n}$$

라 할 때, 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, $a < b$ 이고 $f(x) > 0$)

[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. $b = a + 1$ 일 때, $g(1) - h(1) = f(b) - f(a)$

ㄴ. $h(n) > \int_a^b f(x) dx > g(n)$

ㄷ. 임의의 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 일 때, $f(x_1) > f(x_2)$ 이면 $h(20) > g(20) > g(10)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

014

정적분의 정의 및 기본정리

연속함수 $f(x)$ 의 부정적분의 하나를 $F(x)$ 라 하면

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(y) dy$$

상 증 아

57. 함수 $f(x)$ 가

$$f(1) = 2, \int_{-1}^1 f'(x) dx = -1 \text{ 일 때, } f(-1) \text{의 값을 구하여라.}$$

[수능특강]

상 증 아

58. 다음은 정적분 $\int_0^1 (x^2 + 1) dx$ 의 값을 정적분의 정의를 이용하여 구하는 과정이다.

$$\begin{aligned} a = 0, b = 1 \text{로 놓으면 정적분의 정의에 의하여} \\ \Delta x = \boxed{\text{㉠}}, x_k = \boxed{\text{㉡}}, f(x_k) = (\boxed{\text{㉢}})^2 + 1 \\ \therefore \int_0^1 (x^2 + 1) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \{(\boxed{\text{㉢}})^2 + 1\} \cdot \boxed{\text{㉣}} \\ = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^3} \cdot \boxed{\text{㉤}} \right) + 1 = \boxed{\text{㉦}} \end{aligned}$$

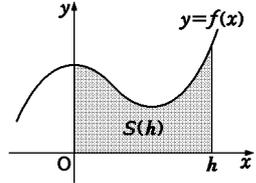
다음 중 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉦에 옳지 않은 것은?

[수능특강]

- ① ㉠ : $\frac{1}{n}$ ② ㉡ : $\frac{k}{n}$ ③ ㉢ : $\frac{k}{n}$
- ④ ㉣ : $\sum_{k=1}^n k^3$ ⑤ ㉤ : $\frac{4}{3}$

상 증 아

59. 오른쪽 그림과 같이 $x \geq 0$ 에서 $f(x) \geq 0$ 인 연속함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x = 0, x = h$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(h)$ 라 하자.



$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(nh)}{h} = n \text{ 일 때, } f(0) \text{의 값은?}$$

[수능특강]

상 증 아

60. 다음은 어떤 하천의 상류 지역에 비가 온 뒤 하천의 하류 부분에 유입되는 물의 양에 대하여 관찰한 결과이다.

[보 기]

상류 지점인 A지역에 비가 온 뒤 t 시간 후의 하천의 하류 부분에 유입되는 물의 양을 F 라 할 때,
 $\frac{dF}{dt} = 3t^2 + 3$ ($0 \leq t \leq 8$)인 관계가 성립한다.

비가 온 뒤 3시간 후부터 5시간 후까지 하천의 하류 부분에 유입된 물의 양은?

[인티넷수능]

- ① 100 ② 102 ③ 104
- ④ 106 ⑤ 108

상 > 중 > 하

65. $f(x) = \frac{d}{dx} \int_{-x}^x (t^2 + 1) dt$ 일 때, $f(-2)$ 의 값은?

- ① -10 ② -5 ③ 1
- ④ 5 ⑤ 10

[수능특강]

상 > 중 > 하

66. 함수 $f(x) = x^3$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 되었다.

$g(0) = 0$ 이고 $\int_a^{3a} g(x) dx - \int_0^{2a} f(x) dx = 32$

일 때, a^4 의 값을 구하시오.

[06 대수능 인터넷수능]

상 > 중 > 하

67. $\frac{1}{1000} \leq \int_0^1 (x^n - x^{n+1}) dx \leq \frac{1}{100}$ 을 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하시오.

[인터넷수능]

상 > 중 > 하

68. $f(9) = 5$ 를 만족하는 일차함수 $f(x)$ 와 자연수 n 에 대하여

$I(n) = \int_{3n-2}^{3n-1} f(x) dx$ 라 할 때, $\sum_{n=1}^6 I(n)$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

상 > 중 > 하

69. 수열 $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의할 때, a_{20} 의 값은?

[고득점 200제]

[보 기]

(가) $a_1 = \int_0^2 (2x + 1) dx$

(나) $a_{n+1} = \int_0^2 (a_n x + 1) dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

- ① $2^{21} - 2$ ② 2^{21} ③ $2^{21} + 2$
- ④ $2^{22} - 2$ ⑤ 2^{22}

상 > 중 > 하

70. $a_1 = 2, a_2 = 4$ 이고 다음 조건을 만족하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

[보 기]

(가) $a_n < a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

(나) $\int_{a_n}^0 a_{n+1} dx - \int_{a_{n+2}}^0 a_{n+1} dx = \int_0^{a_{n+2}} x dx - \int_0^{a_n} x dx$

016

정적분의 계산(2): 절댓값이 포함된 함수

구간을 나누어서 정적분의 공식을 사용한다.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

상 중 아

71. $\int_{-1}^5 |x^2 - 4| dx$ 의 값은?

- ① 32 ② 33 ③ 34
- ④ 35 ⑤ 36

[수능특강]

상 중 아

72. $\int_{-1}^2 (|x|-1)^2 dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
- ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

[수능특강]

상 중 아

73. $\int_0^2 |x^2(x-1)| dx$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
- ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

[07 평가원 인터넷수능]

상 중 아

74. $0 \leq x \leq 1$ 일 때, 함수 $f(x) = \int_x^{x+1} |t^2 - 1| dt$ 는

$x = a + b\sqrt{3}$ 에서 최솟값을 갖는다. 이때, 두 유리수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

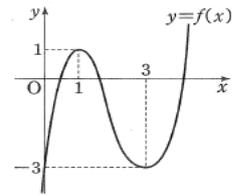
[수능특강]

상 중 아

75. 오른쪽 그림과 같이 삼차함수

$y = f(x)$ 가 극댓값 $f(1) = 1$ 과 극솟값 $f(3) = -3$ 을 가지며, $f(0) = -3$ 이다.

이 때, $\int_0^3 |f'(x)| dx$ 의 값은?



[03 대수능 인터넷수능]

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

상 중 아

76. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x - 1$ 이 있다. 실수 t ($t \geq -1$) 에 대하여 $-1 \leq x \leq t$ 에서 $|f(x)|$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라고 하자.

$\int_{-1}^1 g(t) dt = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로 소인 자연수이다.)

[10 대수능 인터넷수능]

상 증 하

77. 함수 $f(x) = \int_{-1}^x (|t-1|) dt$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 구하시오.

[인터넷수능]

상 증 하

78. 양의 정수 n 에 대하여

$$f(n) = \int_0^{4n} (|x-n| + |x-2n| + |x-3n|) dx$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{(2n-1)^2}$ 의 값은?

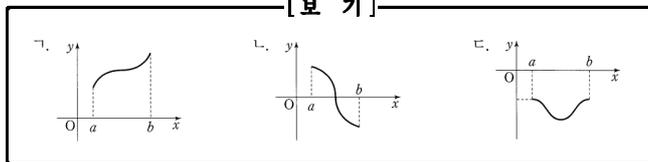
- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
- ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

[고득점 200제]

상 증 하

79. $a \leq x \leq b$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프가 <보기>와 같다.

[보기]



이때, $\int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ 를 만족하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ① 가 ② 가, 나 ③ 가, 다
- ④ 나, 다 ⑤ 가, 나, 다

[수능특강]

017

정적분의 계산(3): 구간에 따라 다르게 정의된

구간에 따라 함수를 결정하여

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

상 증 하

80. 함수 $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & (x \geq 0) \\ -3x^2+2x+1 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 $\int_{-2}^3 f(x) dx$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[수능특강]

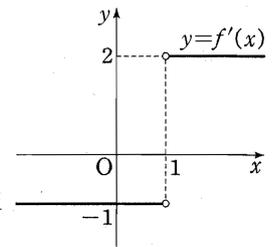
상 증 하

81. 연속함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 의 도함수가 오른쪽 그림과 같고

$f(1) = 2$ 일 때, $\int_0^4 f(x) dx$ 의 값은?

- ① $\frac{31}{2}$ ② 16
- ③ $\frac{33}{2}$ ④ 17 ⑤ $\frac{35}{2}$

[수능특강]



상 증 하

82. 구간 $(-2, 2)$ 에서 연속인 함수

$$f(x) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{(x+1)^{n-1}} & (-2 < x < 0) \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x(2-x)}{(x-1)^{n-1}} & (0 < x < 2) \end{cases}$$

에 대하여 $\int_{-1}^1 f(x) dx$ 의 값은?

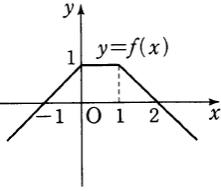
- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

[수능특강]

상 중 하

83. 함수 $f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림

과 같을 때, 정적분 $\int_{-1}^2 xf(|x|)dx$ 의 값은?



[인터넷수능]

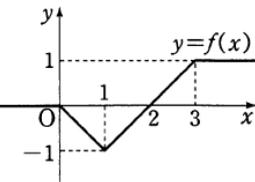
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
- ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

상 중 하

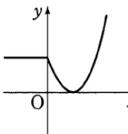
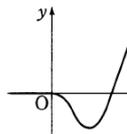
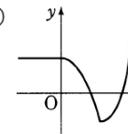
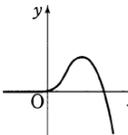
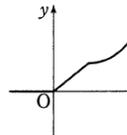
84. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른

쪽 그림과 같을 때, $F(x)=\int_0^x f(t)dt$

에 대하여 다음 중 함수 $y=F(x)$ 의 그래프로 옳은 것은?



[인터넷수능]

- ① 
- ② 
- ③ 
- ④ 
- ⑤ 

상 중 하

85. 함수 $f(x)=\begin{cases} -1 & (x < 1) \\ -x+2 & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수

$g(x)=\int_{-1}^x (t-1)f(t)dt$ 라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[08 평가원인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $g(x)$ 는 구간 $(1, 2)$ 에서 증가한다.
- ㄴ. $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.
- ㄷ. 방정식 $g(x)=k$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 k 가 존재한다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

018

기함수·우함수의 정적분

위끝, 아래끝의 절댓값이 같고, 부호가 다를 때 사용

(1) $f(x)$ 가 우함수이면 $\rightarrow \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$

(2) $f(x)$ 가 기함수이면 $\rightarrow \int_{-a}^a f(x) dx = 0$

상 중 아

86. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)+f(-x)=0$ 이

성립하고 $\int_{-1}^1 (x^4+x^3+x^2+x+1)f(x) dx=10$ 일 때,

$\int_0^1 (x^3+x)f(x) dx$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

[수능특강]

상 중 아

87. 정적분 $\int_{-2}^2 x(x+1)^3 dx$ 의 값은?

- ① $\frac{121}{5}$ ② $\frac{144}{5}$ ③ $\frac{169}{5}$
- ④ $\frac{256}{5}$ ⑤ $\frac{289}{5}$

[수능특강]

상 중 아

88. 정적분 $\int_{-2}^{-1} \frac{x^2}{|x|} dx + \int_1^2 \frac{x^2}{|x|} dx$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ 3
- ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ $\frac{13}{3}$

[고득점 200제]

상 중 아

89. 함수 $f(x)=x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$ 에 대하여

$\int_{-1}^2 f(x) dx = \frac{9}{4}$, $\int_1^2 f(x) dx = \frac{5}{4}$ 일 때, 방정식 $f(x)=0$ 의 두 근의 곱은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

[수능특강]

상 중 아

90. 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x)=-f(x)$ 인 다항함수 $f(x)$ 가

다음 조건을 만족할 때, 정적분 $\int_{-2}^5 f(t) dt$ 의 값은?

[인터넷수능]

[보 기]

(가) $\int_0^2 f(x) dx = -3$ (나) $\int_{-1}^5 f(y) dy = 8$
 (다) $\int_{-1}^0 f(z) dz = 2$

- ① 5 ② 7 ③ 9
- ④ 11 ⑤ 13

상 중 아

91. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 미분가능하고 다음 두 조건을 만족할 때,

[보 기]

- (가) $f(-x)=f(x), g(-x)=-g(x)$
 (나) $f(k)=3, g(k)=2$

$\int_{-k}^k \{f'(x)+f(x)g'(x)+g'(x)+f'(x)g(x)\}dx$ 의 값을 구하시오.
 (단, k 는 상수)
[인터벳수능]

상 중 아

92. 사차함수 $f(x)$ 는 임의의 실수 t 에 대하여 $\int_{-t}^t f'(x)dx=0$ 을 만족한다. $f(-2)=-1$ 이고 $f(4)=17$ 일 때, $\int_{-4}^2 f'(-x)dx$ 의 값은?
[고득점 200제]
 ① -18 ② -16 ③ -14
 ④ 16 ⑤ 18

019 주기함수의 정적분

$f(x+p)=f(x)$ 를 만족하는 최소의 양수 p 를 함수 $f(x)$ 의 주기라고 한다.

상 중 아

93. 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

[보 기]

- (가) $0 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)=|x-1| + \int_0^2 f(x)dx$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2)=f(x)$

이 때, $\int_1^7 f(x)dx$ 의 값은?

[인터벳수능]

- ① -7 ② -6 ③ -5
 ④ -4 ⑤ -3

020

적분구간이 상수인 정적분을 포함한 등식

$$\int_0^a f(x)dx = C \quad (a \text{는 상수})$$

상 > 중 > 아

94. 함수 $f(x) = 3x^2 - 2x - \int_0^1 f(x)dx$ 일 때, $f(10)$ 의 값은?

- ① 260 ② 270 ③ 280
- ④ 290 ⑤ 300

[수능특강]

상 > 중 > 아

95. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = 5x^3 + 4x^2 + \int_0^1 xf(x)dx$$

가 성립할 때, $\int_2^0 xf(x)dx$ 의 값은?

- ① -50 ② -52 ③ -54
- ④ -56 ⑤ -58

[수능특강]

상 > 중 > 아

96. 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여

$$f'(x) = 2x + 3 \int_0^1 f(x)dx \text{ 일 때, } \int_{-1}^2 f'(x)dx \text{ 의 값은?}$$

(단, $f(0) = 1$ 이다.)

- ① -21 ② -22 ③ -23
- ④ -24 ⑤ -25

[수능특강]

021

적분구간에 변수가 있는 정적분을 포함한 등식

- (1) $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x)$
- (2) $\frac{d}{dx} \int_x^{x+a} f(t)dt = f(x+a) - f(x)$
- (3) $\frac{d}{dx} \int_a^x xf(t)dt = \int_a^x f(t)dt + xf(x)$
- (4) $\frac{d}{dx} \int_a^x (x-t)f(t)dt = \int_a^x f(t)dt$
- (5) $\frac{d}{dx} \int_{h(x)}^{g(x)} f(t)dt = f\{g(x)\}g'(x) - f\{h(x)\}h'(x)$

상 > 중 > 아

97. $f(x) = \int_1^x (t^2 - t + 2)dt$ 라 할 때, $f(1) + f'(1)$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 > 중 > 아

98. $\int_1^x f(t)dt = -x^3 + ax^2 + 4$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 의 최댓값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[수능특강]

상 > 중 > 아

99. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_{-1}^x f(t)dt = x^4 - 2x + a$ 일 때, $f'(2) + a$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

- ① 45 ② 46 ③ 47
- ④ 48 ⑤ 49

[수능특강]

상 중 아

100. 다음 등식을 만족하는 다항함수 $f(x)$ 의 극댓값은?

[수능특강]

$$x^5 - 5x^3 - x^2 + 2 = \int_1^x t f(t) dt$$

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

상 중 아

101. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, 상수 k 의 값은?

[인티넷수능]

[보 기]

$$\begin{aligned} \text{(가)} \int_2^x f(t) dt &= xg(x) + kx - 1 \\ \text{(나)} g(x) &= x^2 - 2x \int_0^2 f(t) dt + 3 \end{aligned}$$

- ① -3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ -2
- ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ -1

상 중 아

102. 함수 $f(x) = \int_1^x (t^2 + t + k) dt$ 가 $x = -3$ 에서 극댓값을 가질 때, $f(x)$ 의 극솟값은? (단, k 는 상수)

[인티넷수능]

- ① $-\frac{11}{6}$ ② -2 ③ $-\frac{13}{6}$
- ④ $-\frac{7}{3}$ ⑤ $-\frac{5}{2}$

상 중 아

103. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\{f(x)\}^2 - 1 = 2 \int_{-1}^x (2t + 3)f(t) dt$$

가 성립한다. $f(x)$ 의 차수를 n , $f(2) = m$ 이라 할 때, $n + m$ 의 값을 구하시오. (단, $f(-1) > 0$)

[인티넷수능]

상 중 아

104. 함수 $G(x) = \int_1^{x-2} (t^2 + t - 2) dt$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것만을 있는대로 고른 것은?

[인티넷수능]

[보 기]

$$\begin{aligned} \text{ㄱ. } G(0) &= \frac{11}{6} \\ \text{ㄴ. } G'(3+x) &= G'(3-x) \\ \text{ㄷ. } G(x) &= G(-x) + \frac{2}{3}x^3 + 8x \end{aligned}$$

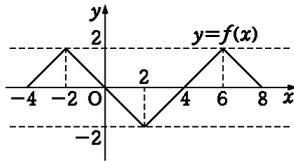
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

022

정적분으로 정의된 함수

상 중 아

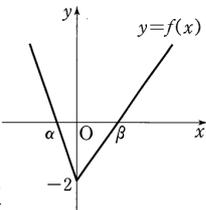
105. 구간 $[-4, 8]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $g(x) = \int_x^{x+2} f(t) dt$ 라 하자. 방정식 $g(x) = 2$ 를 만족하는 실수 x 의 개수를 구하여라.



[수능특강]

상 중 아

106. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 함수 $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ 로 정의한다. 옳은 것만을 보기에서 있는대로 고른 것은? (단, $\alpha < 0 < \beta$)



[고득점 200제]

[보 기]

- ㄱ. $F(x)$ 의 극댓값은 0이다.
- ㄴ. $F(x)$ 의 극솟값은 $\alpha - \beta$ 이다.
- ㄷ. 방정식 $F(x) - f(0)x = 0$ 은 한 개의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

024

적분구간과 피적분함수에 변수가 있는 정적분

상 중 아

107. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x) = x + \int_0^x f(t) dt$ 라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 다음을 만족한다.

[보 기]

- (가) $x = 1, x = 2$ 에서 각각 극솟값 α , 극댓값 β 를 갖는다.
- (나) 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(\frac{3}{2}, g(\frac{3}{2}))$ 에서의 접선의 기울기는 $\frac{3}{2}$ 이다.

이때, $\alpha - \beta + f(1)$ 의 값은?

[수능특강]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

상 중 아

108. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 등식 $\int_0^x f(y) dy + \int_0^1 (x+y)^2 f(y) dy = x^2 + k$ 가 성립하고 $f(-1) = -2$ 일 때, $f(5)$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

109. 미분 가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_a^x f(t) dt = (x-a)f(x) + (1-x)^3$ 이 성립하고, $y = f(x)$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만난다. 이 때, $f(3)$ 의 값은?

[고득점 200제]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

025

정적분으로 표시된 함수의 극한

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_a^{x+a} f(t)dt = f(a)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t)dt = f(a)$$

상 중 아

110. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_{-2}^{-2+x} (t^2 - 3t)dt$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

[수능특강]

상 중 아

111. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x (2t^2 + at - 1)dt = 5$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3
 ④ -2 ⑤ -1

[인턴넷수능]

상 중 아

112. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2-1} \int_1^{x^4} f(t)dt = 10$ 일 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
 ④ 7 ⑤ 9

[수능특강]

상 중 아

113. $f(x) = x^{2010} - x^{2009} + 2010x$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \int_1^{x^3} f(t)dt$ 의 값은?

- ① 0 ② 2009 ③ 2010
 ④ 4020 ⑤ 6030

[인턴넷수능]

상 중 아

114. 다음 조건을 만족하는 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-2)$ 의 값은?

[고득점 200제]

[보 기]

(가) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_{2-2h}^{2+2h} f(x)dx = 8$

(나) $\int_{-2}^2 f'(x)dx = -2$

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{5}{2}$
 ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

026

무한급수와 정적분

연속함수 $f(x)$ 에 대하여

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + \frac{b-a}{n}k\right) \cdot \frac{b-a}{n} = \int_a^b f(x)dx$$

$$= \int_0^{b-a} f(a+x)dx$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + \frac{c}{n}k\right) \cdot \frac{c}{n} = \int_a^{a+c} f(x)dx$$

$$= \int_0^c f(a+x)dx = \int_0^1 c f(a+cx)dx$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{c}{n}k\right) \cdot \frac{c}{n} = \int_0^c f(x)dx$$

여기서 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n$ 대신 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1}$ 이 되어도 마찬가지이다.

상 증 하

115. 등식 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{k}{n}\right)^2 \frac{1}{n} = \int_1^a x^2 dx$

가 성립할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 증 하

116. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(-1 + \frac{k}{n}\right)^2 \cdot \frac{2}{n}$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{6}$
- ② $\frac{4}{5}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

[수능특강]

상 증 하

117. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left\{ \left(2 + \frac{1}{n}\right)^3 + \left(2 + \frac{2}{n}\right)^3 + \dots + \left(2 + \frac{n}{n}\right)^3 \right\}$ 의 값은?

[수능특강]

- ① $\frac{61}{4}$
- ② $\frac{31}{2}$
- ③ $\frac{63}{4}$
- ④ $\frac{65}{4}$
- ⑤ $\frac{33}{2}$

상 증 하

118. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 + (n+2)^4 + \dots + (2n)^4}{n^5}$ 의 값은?

[수능특강]

- ① $\frac{31}{5}$
- ② $\frac{32}{5}$
- ③ $\frac{33}{5}$
- ④ $\frac{36}{5}$
- ⑤ $\frac{37}{5}$

상 증 하

119. $f(x) = x^3, g(x) = x^2$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n f\left(\frac{2k}{n}\right)}{\sum_{k=1}^n g\left(\frac{k}{n}\right)}$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

상 중 아

120. 함수 $f(x) = x^3 + x$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right)$ 의 값을 구하시오.

[10 대수능 인터넷수능]

상 중 아

121. 다음 등식이 성립하기 위한 실수 p 의 값은?

[인터넷수능]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{2k}{n}\right)^4 \frac{10}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n}\right)^2 \frac{p}{n}$$

- ① 96 ② 99 ③ 102
- ④ 105 ⑤ 108

상 중 아

122. 다음 식을 만족하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

[인터넷수능]

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{3k}{n}\right) \frac{1}{n} &= \int_0^1 f(1+ax)dx \\ &= \frac{1}{b} \int_0^3 f(1+x)dx \\ &= \frac{1}{3} \int_1^c f(x)dx \end{aligned}$$

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

상 중 아

123. 무한급수 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(2 + \frac{2k}{n}\right) \left(3 + \frac{2k}{n}\right)^2 \frac{2}{n}$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{200}{3}$ ② $\frac{230}{3}$ ③ $\frac{280}{3}$
- ④ $\frac{310}{3}$ ⑤ $\frac{340}{3}$

상 중 아

124. 함수 $f(x) = \sin \pi x$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(3 + \frac{k}{2n}\right) \cdot \frac{1}{n}$ 과 같은 값을 갖는 것은?

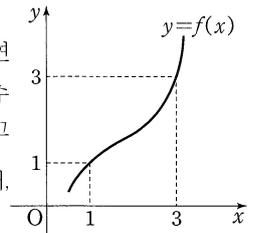
[고득점 200제]

- ① $\frac{1}{2} \int_{-1}^{-\frac{1}{2}} f(x)dx$ ② $\int_{-1}^{-\frac{1}{2}} f(x)dx$ ③ $2 \int_{-1}^{-\frac{1}{2}} f(x)dx$
- ④ $\frac{1}{2} \int_{-1}^0 f(x)dx$ ⑤ $2 \int_{-1}^0 f(x)dx$

상 중 아

125. 오른쪽 그림은 역함수를 갖는 연속함수 $f(x)$ 의 그래프이다. 함수 $y = f(x)$ 의 역함수를 $y = g(x)$ 라 하고

$\int_1^3 f(x)dx = S$ 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n g\left(1 + \frac{2k}{n}\right) \cdot \frac{3}{n}$ 의 값을 S 로 나타내면?



[고득점 200제]

- ① $8 - \frac{1}{2}S$ ② $8 - \frac{2}{3}S$ ③ $8 - \frac{3}{2}S$
- ④ $12 - \frac{2}{3}S$ ⑤ $12 - \frac{3}{2}S$

상 중 하

126. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$f(x) + f(-x) = 0$ 이 성립하고

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{2n}\right) \cdot \frac{1}{2n} = -\frac{1}{4}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{1}{4} + \frac{k}{4n}\right) \cdot \frac{1}{4n} = 2$ 일 때,

$\int_{-\frac{1}{4}}^0 f(x) dx$ 의 값은?

- ① $-\frac{5}{2}$
- ② $-\frac{9}{4}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{9}{4}$
- ⑤ $\frac{5}{2}$

[수능특강]

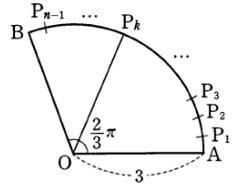
027

무한급수와 정적분의 활용

상 중 하

127. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길

이가 3이고, 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴 OAB 의 호 AB 를 n 등분한 점을 차례대로 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n-1}$ 이라 하고, 호



AP_k 의 길이를 l_k 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} l_k^3$ 의 값은?

- ① π
- ② π^2
- ③ $2\pi^2$
- ④ π^3
- ⑤ $2\pi^3$

[인터넷수능]

상 중 하

128. $x > 0$ 에서 정의된 일차함수 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

[보 기]

- (가) $f_1(x) = x + 1$
- (나) $f_{n+1}(x) = \frac{1}{x} \int_1^{x+1} f_n(t) dt$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

함수 $f_n(x)$ 의 일차항의 계수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은?

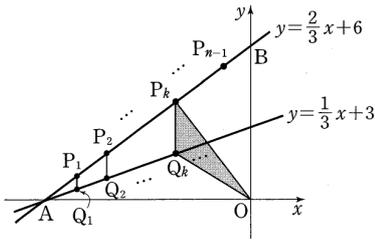
- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

[수능특강]

상 중 아

129. 다음 그림과 같이 직선 $y = \frac{2}{3}x + 6$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 한다. 선분 AB 를 n 등분한 점을 A 에 가까운 순서대로 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n-1}$ 이라 하고, 점 $P_k (k = 1, 2, 3, \dots, n-1)$ 를 지나고 y 축에 평행인 직선이 직선 $y = \frac{1}{3}x + 3$ 과 만나는 점을 Q_k 라 한다. 삼각형 OP_kQ_k 의 넓이를 S_k 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \cdot S_k$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

[고득점 200제]



- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$
- ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

7 정적분의 활용



01

곡선과 x 축 사이의 넓이

상 중 아

1. 곡선 $y = x^2 - x$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{5}$
- ⑤ $\frac{1}{6}$

상 중 아

2. 곡선 $y = x^3 - x^2 - x + 1$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{2}{3}$
- ③ 1
- ④ $\frac{4}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{3}$

상 중 아

3. 곡선 $y = -x^4 + 4x^3 - 4x^2$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[수능특강]

- ① $\frac{16}{15}$
- ② $\frac{17}{15}$
- ③ $\frac{6}{5}$
- ④ $\frac{19}{15}$
- ⑤ $\frac{4}{3}$

상 중 아

4. 연속함수 $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 4x + 5 & (x < 1) \\ -x^2 + 4x + a & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수

$y = f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x = 0, x = 2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는?

[수능특강]

- ① $\frac{20}{3}$
- ② 7
- ③ $\frac{22}{3}$
- ④ $\frac{23}{3}$
- ⑤ 8

상 중 아

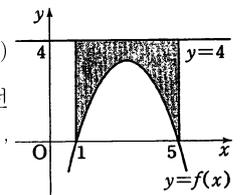
5. 곡선 $y = |x^2 - 1|$ 과 직선 $y = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[인터넷수능]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

상 중 아

6. 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 두 직선 $x = 1, x = 5$ 및 직선 $y = 4$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 9일 때, $\int_1^5 f(x)dx$ 의 값은?



[인터넷수능]

- ① $\frac{11}{2}$
- ② $\frac{9}{2}$
- ③ $\frac{7}{2}$
- ④ $\frac{5}{2}$
- ⑤ 2

상 중 아

7. 함수 $f(x) = \int_0^x (t-a)(t-b)dt$ 가 $x = \frac{1}{2}$ 과 $x = \frac{3}{2}$ 에서 극값을 가질 때, 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? (단, a, b 는 $a < b$ 인 상수이다.)

- ① $\frac{5}{64}$ ② $\frac{7}{64}$ ③ $\frac{1}{8}$
- ④ $\frac{9}{64}$ ⑤ $\frac{5}{32}$

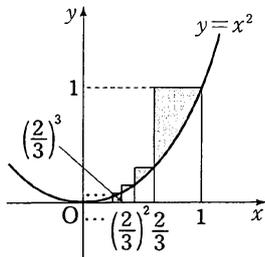
[수능특강]

상 중 아

8. 오른쪽 그림과 같이 x 좌표가 각각

1, $\frac{2}{3}$, $(\frac{2}{3})^2$, $(\frac{2}{3})^3$, ..., $(\frac{2}{3})^{n-1}$, ...

인 x 축 위의 점에서 y 축에 평행한 직선을 그어 곡선 $y = x^2$ 과 만나는 점을 한 꼭짓점으로 하는 직사각형을 한없이 만든다. 이 직사각형들이 곡선 $y = x^2$ 에 의하여 잘려진 윗부분들의 넓이의 합은?

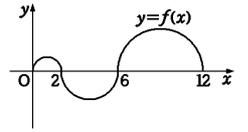


- ① $\frac{5}{57}$ ② $\frac{2}{19}$ ③ $\frac{7}{57}$
- ④ $\frac{8}{57}$ ⑤ $\frac{3}{19}$

[인터넷수능]

상 중 아

9. 오른쪽 그림과 같은 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 조건을 만족한다.



- (가) $0 \leq x < 2$ 에서 x 축의 위쪽에 반지름의 길이가 1인 반원이다.
- (나) $2 \leq x < 6$ 에서 x 축의 아래쪽에 반지름의 길이가 2인 반원이다.
- (다) $6 \leq x \leq 12$ 에서 x 축의 위쪽에 반지름의 길이가 3인 반원이다.

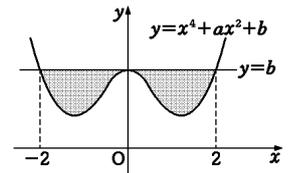
$f(x) = f(-x)$ 일 때, 다음 도형 중 어두운 부분의 넓이가 정적분 $\int_{-12}^{12} f(x)dx$ 의 값과 같은 것은?

[수능특강]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

상 중 아

10. 곡선 $y = x^4 + ax^2 + b$ 와 직선 $y = b$ 가 오른쪽 그림과 같이 $x = 0$ 에서 접하고 $x = -2$, $x = 2$ 에서 만난다고 한다. 이 곡선과 직선 $y = b$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?



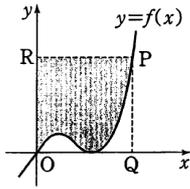
- ① $\frac{45}{5}$ ② $\frac{127}{15}$ ③ $\frac{128}{15}$
- ④ $\frac{43}{5}$ ⑤ $\frac{26}{3}$

[수능특강]

상 중 하

11. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$f(x) = x \cdot g(x)$ 이고 방정식 $g(x) = 1$ 을 만족하는 x 의 값은 $-4, 6$ 이다. 오른쪽 그림과 같이 x 축에 접하는 곡선 위의 점 P 에서 각각, x 축, y 축에 내린 두 수선의 발 $Q(a, 0), R(0, b)$ 에 대하여 사각형 $OQPR$ 는 넓이가 가장 큰 정사각형일 때, 다음 중 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = b$ 및 y 축으로 둘러싸인 넓이를 나타낸 것은?



[인터넷수능]

- ① $9 - \int_0^3 f(x)dx$
- ② $16 - \int_0^4 f(x)dx$
- ③ $20 - \int_0^{2\sqrt{5}} f(x)dx$
- ④ $25 - \int_0^5 f(x)dx$
- ⑤ $36 - \int_0^6 f(x)dx$

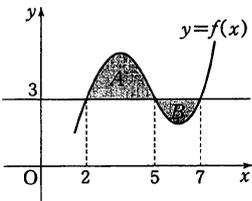
상 중 하

12. 오른쪽 그림과 같이 곡선 $y = f(x)$

와 직선 $y = 3$ 으로 둘러싸인 두 부분 A, B 의 넓이가 각각 10, 6일 때,

$$\int_2^7 \{f(x) - 3\}dx + \int_4^7 \{4 - f(x-2)\}dx$$

의 값은?



[인터넷수능]

- ① 0
- ② -1
- ③ -2
- ④ -3
- ⑤ -4

상 중 하

13. 곡선 $y = x^2 - \frac{1}{n^2}$ 과 직선 $y = \frac{3}{n^2}$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(n)$ 이라 할 때, 다음 보기의 설명중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $S(1) = \frac{32}{3}$
- ㄴ. $S(n) < \frac{1}{21}$ 을 만족하는 최소의 자연수 n 은 7이다.
- ㄷ. $\frac{1}{S(1)} + \frac{1}{S(2)} + \dots + \frac{1}{S(10)} = \frac{3 \cdot 55^2}{32}$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

14. $0 \leq x \leq 1$ 일 때, $f(x) = -(x-1)^2 + 1$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x) + 1$ 이 성립하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x = n, x = 2n$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

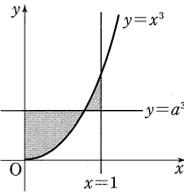
[인터넷수능]

- ① $\frac{n(6n+1)}{3}$
- ② $\frac{n(9n+1)}{3}$
- ③ $\frac{n(12n+1)}{6}$
- ④ $\frac{n(3n+1)}{6}$
- ⑤ $\frac{n(9n+1)}{6}$

상 증 아

15. 오른쪽 그림과 같이 $0 < a < 1$ 일 때, 곡선 $y = x^3$ ($x > 0$) 과 직선 $x = 1$, $y = a^3$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이의 최솟값은?

[고득점 200제]



- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{7}{32}$
- ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{9}{32}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

02

곡선과 y축 사이의 넓이

상 증 아

16. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 과 y 축 및 직선 $y = 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
- ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

상 증 아

17. 곡선 $y = x^3 - x$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 A , 두 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 와 $y = 2$ 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 B 라 할 때, $B - A$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{5}{2}$
- ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

03

곡선과 직선 사이의 넓이

상 중 아

18. 직선 $y = x$ 와 곡선 $y = x^2 - 2x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[수능특강]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2
- ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

상 중 아

19. 곡선 $y = x^2 - 3x$ 와 직선 $y = 2x - 4$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[수능특강]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
- ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

상 중 아

20. 함수 $y = |x^2 - x|$ 의 그래프와 직선 $y = -x + 9$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[수능특강]

- ① $\frac{106}{3}$ ② $\frac{107}{3}$ ③ 36
- ④ $\frac{110}{3}$ ⑤ 37

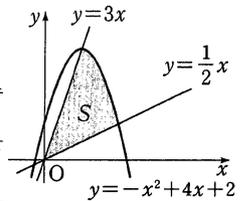
상 중 아

21. 곡선 $y = x(x+1)(x-2)$ 와 직선 $y = 4x$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S 라고 할 때, $12S$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

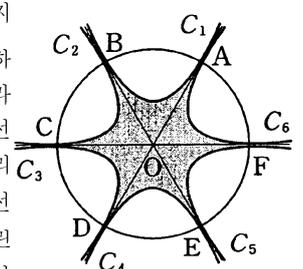
22. 오른쪽 그림에서 세 부등식 $y \leq 3x$, $y \geq \frac{1}{2}x$, $y \leq -x^2 + 4x + 2$ 를 동시에 만족시키는 점 (x, y) 가 존재하는 영역의 넓이를 S 라 할 때, $3S$ 의 값을 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 아

23. 그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 2인 원의 둘레를 6등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 하자. 두 점 A, B 에서 두 직선 OA, OB 에 접하는 포물선 C_1 을 그리고, 두 점 B, C 에서 두 직선 OB, OC 에 접하는 포물선 C_2 를 그린다. 이와 같은 방법으로 포물선 C_3, C_4, C_5, C_6 을 그릴 때, 6개의 포물선으로 둘러싸인 부분의 넓이는?



[인터넷수능]

- ① $2\sqrt{3}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ③ $3\sqrt{3}$
- ④ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

상 증 하

24. 곡선 $y = x^2$ 위의 두 점 $P(p, p^2), Q(q, q^2) (p < q)$ 이 $\overline{PQ} = 1$ 을 유지하며 움직이고 있다. 선분 PQ 와 곡선 $y = x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(p)$ 라 할 때, $\lim_{p \rightarrow \infty} p^3 S(p)$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{24}$ ③ $\frac{1}{36}$
- ④ $\frac{1}{48}$ ⑤ $\frac{1}{60}$

상 증 하

25. 2이상의 짝수에 대하여 곡선 $y = \frac{1}{2^n - 1} x^n$ 과 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $S_2 \times S_4 \times S_6 \times \dots \times S_{14}$ 의 값을 기약분수로 나타내면 $\frac{q}{p}$ 이다. 이때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

04

두 곡선 사이의 넓이 : 적분변수가 x 인 경우

상 증 하

26. 함수 $f(x) = |x(x-a)(x-b)(x-c)|$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 함수를 $y = g(x)$ 라 하자. 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프 및 두 직선 $x = -2, x = 4$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

[수능특강]

상 증 하

27. 곡선 $y = -x^2 + 1$ 에 접하고 x^2 의 계수가 1이면서 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 인 이차함수의 그래프가 두 개 존재한다. 두 이차함수의 그래프와 곡선 $y = -x^2 + 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{9}$
- ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{15}$

상 증 하

28. 포물선 $P : y = ax^2 - 2x - 4a$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 곡선을 P' 이라 할 때, 두 곡선 P, P' 으로 둘러싸인 부분의 넓이는 64이다. 이때, 양수 a 의 값은?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 하

29. 두 곡선 $f_1(x) = -x^3 + a^2$, $f_2(x) = x^2 - a^2x$ 가 서로 다른 세 점에서 만나고 세 교점의 x 좌표를 x_1, x_2, x_3 ($x_1 < x_2 < x_3$) 이라 하자. 구간 $[x_1, x_2]$ 에서 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S_1(a)$, 구간 $[x_2, x_3]$ 에서 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S_2(a)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $a > 0$)

[수능특강]

[보 기]

- ㄱ. $a > 1$ 이면 $x_2 = -1$
- ㄴ. $S_1(2) = \frac{7}{12}$
- ㄷ. $0 < a < 1$ 일 때, $S_1(a) = S_2(a)$ 이면 $a = \frac{1}{3}$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

30. 함수 $f(x) = x^3 - ax^2 + bx$ 에 대하여 방정식 $f'(x) = 0$ 의 해가 단 한 개 존재할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $a > 0$)

[수능특강]

[보 기]

- ㄱ. $a^2 = 3b$
- ㄴ. 부등식 $f(x) \geq x^3$ 의 해는 $0 \leq x \leq \frac{1}{3}a$ 이다.
- ㄷ. 두 곡선 $y = f(x)$, $y = x^3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{162}a^4$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

31. 두 함수 $y = x^n$, $y = x^{n+2}$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_7$ 의 값은? (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

[인턴넷수능]

- ① $\frac{56}{45}$ ② $\frac{58}{45}$ ③ $\frac{4}{3}$
- ④ $\frac{62}{45}$ ⑤ $\frac{64}{45}$

상 중 하

32. 좌표평면에서 $y \leq -x^2 + px + q$ 가 나타내는 영역을 집합 A , 영역 A 와 원점에 대하여 대칭인 영역을 집합 B , $|x| \leq 1$ 이고 $|y| \leq 1$ 인 영역을 집합 C 라 할 때, 다음 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, p, q 는 상수, $q > 0$)

[인턴넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $A \cap B$ 의 원소 중 x 좌표의 최댓값은 \sqrt{q} 이다.
- ㄴ. $A \cap B$ 가 나타내는 영역의 넓이는 $\frac{8}{3}q\sqrt{q}$ 이다.
- ㄷ. $C \subset (A \cap B)$ 를 만족하도록 p, q 의 값을 정할 때, $A \cap B$ 가 나타내는 영역의 넓이의 최솟값은 $\frac{16}{3}\sqrt{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

05

두 부분의 넓이가 같을 때

상 중 아

33. 곡선 $y = x(x-2)(x-a)$ 와 x 축으로 둘러싸인 두 부분의 넓이가 서로 같을 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 2$)

[수능특강]

상 중 아

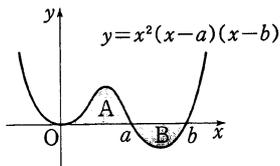
34. 곡선 $y = x^2(x-1)(x-2a)$ 와 x 축으로 둘러싸인 두 부분의 넓이가 같을 때, 상수 a 의 값은? (단, $a > \frac{1}{2}$)

[수능특강]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{5}$
- ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

상 중 아

35. 곡선 $y = x^2(x-a)(x-b)$ 와 x 축으로 둘러싸인 두 부분 A, B의 넓이가 같을 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, $0 < a < b$ 인 실수)



[인터넷수능]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$
- ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

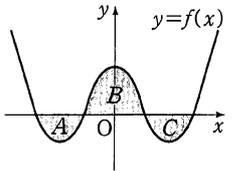
상 중 아

36. 곡선 $x = y^2 - 4$ 와 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 곡선 $x = y^2 - 4$ 와 직선 $y = a$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 같을 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 2$)

[수능특강]

상 중 아

37. 함수 $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 - k)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 세부분의 넓이를 오른쪽 그림과 같이 A, B, C라 하자. $A + C = B$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, $0 < k < 1$)

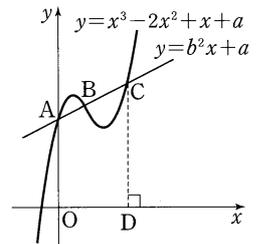


[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

상 중 아

38. 오른쪽 그림과 같이 곡선 $y = x^3 - 2x^2 + x + a$ 와 직선 $y = b^2x + a$ ($a > 0, 0 < b < 1$)가 서로 다른 세 점 A, B, C에서 만나고 점 C에서 x 축에 내린 수선의 발을 D라 한다. 곡선과 세 선분 OA, OD, CD로 둘러싸인 부분의 넓이와 사각형 OACD의 넓이가 같도록 하는 상수 b 의 값은?



(단, O는 원점이다.)

[고득점 200제]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

06

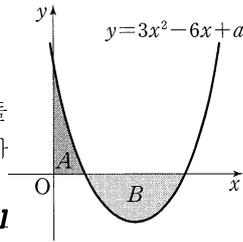
두 곡선 사이의 넓이의 활용

상 중 아

39. 오른쪽 그림과 같이

곡선 $y = 3x^2 - 6x + a$ 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 두 부분 A, B 의 넓이의 비가 $1 : 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

[수능특강]



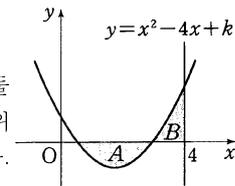
- ① 1 ② 2
- ③ 3 ④ 4
- ⑤ 5

상 중 아

40. 오른쪽 그림과 같이 곡선

$y = x^2 - 4x + k$ 와 x 축 및 직선 $x = 4$ 로 둘러싸인 부분 중 x 축 아래의 부분과 x 축 위의 부분의 넓이를 각각 A, B 라고 하자. $A : B = 2 : 1$ 일 때, 상수 k 의 값은?

[인터넷수능]



- ① $\frac{10}{3}$ ② 3 ③ $\frac{8}{3}$
- ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

07

곡선과 접선으로 둘러싸인 도형의 넓이

상 중 아

41. 곡선 $y = (x - 2)^2$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선을 l 이라 하자.

곡선 $y = (x - 2)^2$ 과 직선 l 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[수능특강]

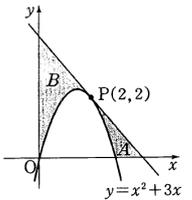
- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

상 중 아

42. 오른쪽 그림과 같이 곡선 $y = -x^2 + 3x$ 위의

점 $P(2, 2)$ 에서의 접선과 곡선 $y = -x^2 + 3x$ 및 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분 중 점 P 의 오른쪽 부분과 점 P 의 왼쪽부분의 넓이를 각각 A, B 라고 할 때, $A + B$ 의 값은?

[인터넷수능]



- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{11}{6}$ ③ $\frac{13}{6}$
- ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

상 중 아

43. 곡선 $y = x^2 + 1$ 과 이 곡선 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

상 중 아

44. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 32$ 의 그래프 위의 점 $P(1, 27)$ 에서의 접선 l 과 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ 7
- ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

[수능특강]

상 중 아

45. 곡선 $y = x^2$ 위의 점 $P(1, 1)$ 을 지나고 점 P 에서의 접선에 수직인 직선과 곡선 $y = x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 기약분수로 나타내면 $\frac{q}{p}$ 이다. 이때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

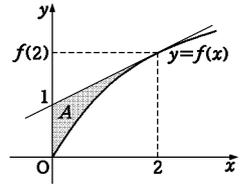
[고득점 200제]

08

역함수의 그래프와 넓이

상 중 아

46. 오른쪽 그림과 같은 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 이다. 곡선 $y = f(x)$ 과 직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 A 일 때, 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 $\int_0^2 g(x)dx$ 의 값은? (단, $0 \leq x \leq 2$ 에서 $f'(x) > 0$ 이고 $f(x) > x$ 이다.)



[수능특강]

- ① $\frac{1}{2}A + 1$ ② $A + 1$ ③ $\frac{3}{2}A + 1$
- ④ $\frac{3}{2}A + \frac{1}{2}$ ⑤ $2A + 1$

상 중 아

47. 다음 조건을 만족하는 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$2 \int_{g(3)}^{g(11)} f(x)dx + \int_{f(0)}^{f(2)} g(x)dx \text{ 의 값은?}$$

[인터넷수능]

(가) $f(x) = x^3 + 3$
 (나) $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

- ① 31 ② 32 ③ 33
- ④ 34 ⑤ 35

09 일치의 부피

상 중 아

48. x 축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $x+1$ 인 입체의 구간 $[1, 3]$ 에 있는 부분의 부피는?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

[수능특강]

상 중 아

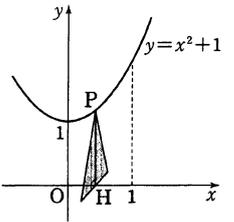
49. 어떤 용기에 물을 담을 때, 그 깊이가 x 일 때의 수면의 모양은 반지름의 길이가 $\sqrt{x+1}$ 인 원이라고 한다. 이 용기에 담긴 물의 깊이가 8일 때, 물의 부피는 $k\pi$ 이다. 이때, 상수 k 의 값은?

- ① 38 ② 40 ③ 42
- ④ 44 ⑤ 46

[인터넷수능]

상 중 아

50. 곡선 $y = x^2 + 1$ 위의 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 오른쪽 그림과 같이 \overline{PH} 를 높이로 하는 정삼각형을 x 축에 수직이 되게 하여 $x=0$ 에서 $x=1$ 까지 세워 나갈 때 생기는 입체의 부피는 $\frac{k\sqrt{3}}{45}$ 이다. 이때, 상수 k 의 값은?

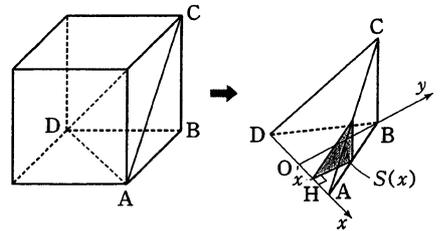


[인터넷수능]

- ① 26 ② 27 ③ 28
- ④ 29 ⑤ 30

상 중 아

51. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 정사각형을 밑면으로 하는 직육면체를 밑면과 45° 를 이루도록 잘라낸 입체 $CABD$ 가 있다. 모서리 AD 를 x 축, \overline{AD} 의 중점을 원점으로 하고, y 축이 점 B 를 지나도록 좌표축을 정하여 원점에서의 거리가 x 인 점 H 에서의 단면의 넓이를 $S(x)$, 이 입체의 부피를 V 라 할 때, $S(\frac{1}{2})$ 과 V 의 값을 차례대로 적은 것은?



[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{6}, \frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{8}, \frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{9}, \frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{8}, \frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}$

상 중 아

52. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 4, 2인 정육각형을 밑면으로 하고 높이가 6인 컵이 있다. 이 컵의 부피가 $k\sqrt{3}$ 일 때, 실수 k 의 값은?

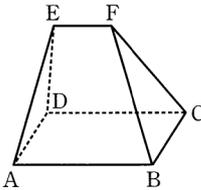


[인터넷수능]

- ① 68 ② 72 ③ 76
- ④ 82 ⑤ 84

상 중 아

53. 오른쪽 그림에서 사각형 $ABCD$ 는 $\overline{AB}=12$, $\overline{BC}=6$ 인 직사각형이고, 삼각형 ADE , BCF 는 $\overline{AE}=\overline{ED}=\overline{FB}=\overline{FC}$ 인 이등변삼각형이고, 사각형 $ABFE$, $CDEF$ 는 등변사다리꼴이다. 다음은 정적분을 이용하여 오면체 $ABCDEF$ 의 부피를 구하는 과정이다. (단, 점 E 에서 사각형 $ABCD$ 에 내린 수선의 길이는 12이고 $\overline{EF}=8$ 이다.)



두 선분 AD , BC 의 중점을 지나는 직선을 x 축, 선분 AD 의 중점을 지나고 직사각형 $ABCD$ 에 수직인 직선을 y 축으로 하는 좌표평면에서 점 $P(x, 0)$ ($0 < x < 12$)을 지나고 x 축과 수직인 평면으로 오면체 $ABCDEF$ 를 자른 단면의 넓이를 $S(x)$ 라 하면

$0 < x < 2$ 일 때, $S(x) = \boxed{\text{(가)}}$

$2 \leq x < 10$ 일 때, $S(x) = \boxed{\text{(나)}}$

이다. 따라서 오면체 $ABCDEF$ 의 부피를 V 라 하면

$$V = 2 \int_0^2 \boxed{\text{(가)}} dx + \int_2^{10} \boxed{\text{(나)}} dx = \boxed{\text{(다)}}$$

위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

[고득점 200제]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|---------------|---------------|-----|
| ① | $18x$ | 36 | 360 |
| ② | $18x$ | $3(4x^2 - x)$ | 360 |
| ③ | $3(4x^2 - x)$ | $18x$ | 384 |
| ④ | $9(4x - x^2)$ | 36 | 360 |
| ⑤ | $9(4x - x^2)$ | 36 | 384 |

010

축을 회전축으로 하는 회전체의 부피

상 중 아

54. 함수 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & (x \geq 0) \\ x + 4 & (x < 0) \end{cases}$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는?

[수능특강]

- ① 38π ② $\frac{192}{5}\pi$ ③ 39π
- ④ $\frac{197}{5}\pi$ ⑤ $\frac{199}{5}\pi$

상 중 아

55. 포물선 $y = x^2$ 을 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 포물선을 $y = f(x)$ 라 하자. 두 곡선 $y = x^2$ 과 $y = f(x)$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는?

[수능특강]

- ① $\frac{\pi}{5}$ ② $\frac{2}{5}\pi$ ③ $\frac{3}{5}\pi$
- ④ $\frac{4}{5}\pi$ ⑤ π

상 중 아

56. 모든 실수 x 에 대하여 연속인 함수 $f(x)$ 가

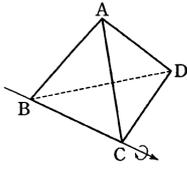
$\int_0^x \{f(t)\}^2 dt = x^2$ 을 만족할 때, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x = 1$, $x = 2$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는?

[수능특강]

- ① π ② 2π ③ 3π
- ④ 4π ⑤ 5π

상 중 아

57. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 변 BC를 회전축으로 하여 정사면체를 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피는?

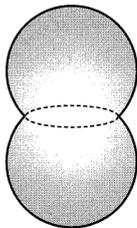


[인터넷수능]

- ① 12π ② 16π ③ 20π
- ④ 24π ⑤ 28π

상 중 아

58. 오른쪽 그림은 크기가 같은 두 개의 구가 만나서 만들어진 입체도형이다. 두 구의 반지름의 길이는 5이고, 두 구가 만나서 만들어진 원의 반지름의 길이가 4일 때, 이 입체도형의 부피는?



[고득점 200제]

- ① $\frac{890}{3}\pi$ ② $\frac{893}{3}\pi$
- ③ $\frac{896}{3}\pi$ ④ $\frac{899}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{902}{3}\pi$

011

축을 회전축으로 하는 회전체의 부피

상 중 아

59. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 를 구간 $[0, 2]$ 에서 y 축의 둘레로 회전시킨 입체의 부피는?

[수능특강]

- ① π ② 2π ③ 3π
- ④ 4π ⑤ 5π

상 중 아

60. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 와 직선 $y=1$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분을 y 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는?

[수능특강]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{4}$
- ④ $\frac{\pi}{5}$ ⑤ $\frac{\pi}{6}$

상 중 아

61. 곡선 $y = -2x^2 + k$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형을 y 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피가 $\frac{9}{4}\pi$ 일 때, 양수 k 의 값은?

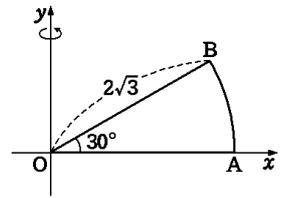
[인터넷수능]

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

7. 정적분의 활용

상 중 아

62. 오른쪽 그림과 같이 중심각의 크기가 30° 이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 부채꼴 OAB를 y 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는? (단, O는 원점이고 $A(2\sqrt{3}, 0)$, B는 제1사분면 위에 있다.)

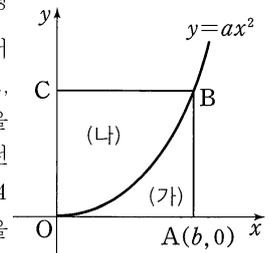


[수능특강]

- ① $6\sqrt{3}\pi$ ② $7\sqrt{3}\pi$ ③ $8\sqrt{3}\pi$
- ④ $9\sqrt{3}\pi$ ⑤ $10\sqrt{3}\pi$

상 중 아

63. 오른쪽 그림과 같이 직사각형 OABC가 곡선 $y=ax^2$ 에 의해 나누어진 두 부분을 각각 (가), (나)라 하고, (가)부분을 x 축의 둘레로, (나)부분을 y 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피를 각각 V_x, V_y 라 한다. 점 A의 좌표가 $A(b, 0)$ 일 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, $a > 0, b > 0$)



[고득점 200제]

[보 기]

- ㄱ. a, b 의 값에 관계없이 (가), (나)부분의 넓이의 비는 항상 1:2이다.
- ㄴ. $ab = 1$ 이면 $V_x : V_y = 2 : 5$ 이다.
- ㄷ. $V_x = V_y$ 이면 $ab = \frac{5}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

64. 곡선 $y = x^2 (0 \leq x \leq \sqrt{5})$ 을 y 축의 둘레로 회전시켜 만든 모양의 컵에 물이 들어 있다. 손가락으로 컵의 테두리를 일정한 속도로 문지를 때, 생기는 공명주파수 f 와 컵의 바닥으로부터 물의 높이 h 의 관계는 다음과 같다.

$$f = \frac{a}{4(5-h)} \quad (\text{단, } a \text{는 상수})$$

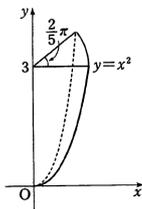
그림과 같이 물의 높이 $h = 1$ 일 때, 공명주파수가 k 이다. 공명주파수 $2k$ 를 얻기 위해서 이 컵에 더 부어야 하는 물의 양을 V 라할 때, $\frac{5V}{\pi}$ 의 값을 구하시오. (단, 컵의 두께는 무시한다.)



[인터넷수능]

상 중 하

65. 오른쪽 그림은 곡선 $y = x^2$ 과 y 축 및 직선 $y = 3$ 으로 둘러싸인 부분을 y 축의 둘레로 $\frac{2}{5}\pi$ 만큼 회전시켜서 생긴 입체이다. 이 입체를 y 축에 수직이 되게 자른 단면의 넓이를 $S(y)$, 이 입체의 부피를 V 라 할 때, $S(2)$ 와 V 를 차례대로 적은 것은?



[인터넷수능]

- ① $\frac{2}{5}\pi, \frac{9}{10}\pi$ ② $\frac{3}{5}\pi, \frac{9}{10}\pi$ ③ $\frac{2}{5}\pi, \frac{11}{10}\pi$
- ④ $\frac{6}{5}\pi, \frac{11}{10}\pi$ ⑤ $\frac{6}{5}\pi, \frac{13}{10}\pi$

012

두 도형으로 둘러싸인 부분의 회전체 : x 축 회전

상 중 하

66. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{15}\pi$ ② $\frac{2}{15}\pi$ ③ $\frac{1}{5}\pi$
- ④ $\frac{4}{15}\pi$ ⑤ $\frac{1}{3}\pi$

상 중 하

67. 포물선 $y = -x^2 + 4x$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. 이때, 서로소인 두 자연수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 하

68. 포물선 $y = -x^2 + 2x$ 와 직선 $y = -x$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. 이때, 서로소인 두 자연수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

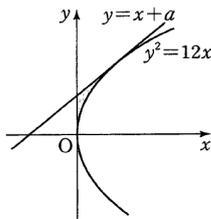
69. 두 함수 $y = x^2$, $y = 2 - |x|$ 의 그래프로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킬 때, 생기는 회전체의 부피가 $\frac{k\pi}{15}$ 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① 62 ② 64 ③ 66
- ④ 68 ⑤ 70

[인터넷수능]

상 중 아

70. 직선 $y = x + a$ 가 포물선 $y^2 = 12x$ 에 접할 때, 포물선 $y^2 = 12x$ 와 직선 $y = x + a$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를 $b\pi$ 라고 하자. 두 상수 a , b 의 곱 ab 를 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 아

71. 포물선 $y = x^2 - 4x + 4$ 위의 점 $(4, 4)$ 에서의 접선과 이 포물선 및 x 축으로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는?

- ① π ② $\frac{16}{15}\pi$ ③ $\frac{17}{15}\pi$
- ④ $\frac{6}{5}\pi$ ⑤ $\frac{19}{15}\pi$

[수능특강]

상 중 아

72. 곡선 $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ 과 원점을 지나고 이 곡선에 접하는 두 직선으로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피는 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. 이때, 서로소인 두 자연수 p , q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하시오.

[고득점 200제]

상 중 아

73. 곡선 $y = x^2 + 2$ 와 직선 $y = x + 4$ 로 둘러싸인 부분을 직선 $y = 2$ 의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피를 V 라 할 때, $\frac{5V}{\pi}$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

74. 곡선 $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{2x-4}$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는?

- ① π ② 2π ③ 3π
- ④ 4π ⑤ 5π

[수능특강]

상 중 하

75. 포물선 $y^2 = -x + 9$ 와 직선 $y = x - 3$ 으로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는?

- ① $\frac{61}{2}\pi$ ② 31π ③ $\frac{63}{2}\pi$
- ④ 32π ⑤ $\frac{65}{2}\pi$

[수능특강]

상 중 하

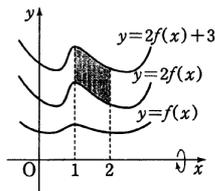
76. 두 곡선 $y = x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ 로 둘러싸인 도형을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는?

- ① $\frac{248}{15}\pi$ ② $\frac{251}{15}\pi$ ③ $\frac{254}{15}\pi$
- ④ $\frac{256}{15}\pi$ ⑤ $\frac{263}{15}\pi$

[수능특강]

상 중 하

77. 오른쪽 그림과 같이 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x = 1$, $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 1일 때, 두 곡선 $y = 2f(x) + 3$ 과 $y = 2f(x)$ 및 두 직선 $x = 1$, $x = 2$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는?



- ① 10π ② 16π ③ 17π
- ④ 19π ⑤ 21π

[인터넷수능]

상 중 하

78. 좌표평면에서 두 곡선 $y = x^2 \sin \theta + \cos \theta$, $y = x^2 \cos \theta + \sin \theta$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피가 $\frac{2}{5}\pi$ 가 되도록 하는 실수 θ 에 대하여 $\sin^2 \theta$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[고득점 200제]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{16}$
- ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

상 중 하

79. 두 곡선 $y = x^n$, $y = x^{n+1}$ 으로 둘러싸인 도형을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피를 V_n 이라 하자. $\sum_{k=1}^n V_k = \frac{10}{33}\pi$ 일 때, 자연수 n 의 값은?

[수능특강]

- ① 12 ② 14 ③ 15
- ④ 17 ⑤ 18

상 중 하

80. 구간 $[1, 4]$ 에서 $0 < g(x) < f(x)$ 이고 연속인 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 가 있다. 구간 $[1, 4]$ 의 임의의 양수 a 에 대하여 다음 두 조건이 성립한다.

(가) 두 점 $A(a, f(a))$, $B(a, g(a))$ 를 잇는 선분의 중점이 나타내는 도형의 방정식은 $y = \frac{1}{2}(3a + 2)$ 이다.

(나) 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프와 두 직선 $x = 1$, $x = a$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는 $\pi(a^3 + a^2)$ 이다.

이때, 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프와 두 직선 $x = 2$, $x = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

013

두 도형으로 둘러싸인 부분의 회전체 : y 축 회전

상 중 아

81. 곡선 $y = x^2$ 과 곡선 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선 및 y 축으로 둘러싸인 도형을 y 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는?

[인터넷수능]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$
- ④ π ⑤ 3π

상 중 아

82. 두 곡선 $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$ 와 직선 $x = 1$ 로 둘러싸인 부분을 y 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피는?

[인터넷수능]

- ① $\frac{2}{3}\pi$ ② $\frac{4}{5}\pi$ ③ $\frac{4}{3}\pi$
- ④ $\frac{12}{5}\pi$ ⑤ 3π

상 중 아

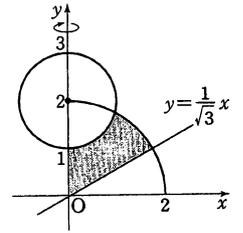
83. 두 곡선 $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x} + 4$ 와 직선 $x = 1$ 로 둘러싸인 부분을 y 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피는?

[고득점 200제]

- ① $\frac{22}{5}\pi$ ② $\frac{26}{5}\pi$ ③ $\frac{48}{5}\pi$
- ④ $\frac{52}{5}\pi$ ⑤ $\frac{56}{5}\pi$

상 중 아

84. 오른쪽 그림과 같이 제1사분면에서 두 원 $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + (y-2)^2 = 1$ 과 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분을 y 축의 둘레로 회전시킬 때, 생기는 회전체의 부피는?



[인터넷수능]

- ① $\frac{17}{8}\pi$ ② $\frac{19}{8}\pi$ ③ $\frac{31}{16}\pi$
- ④ $\frac{35}{16}\pi$ ⑤ $\frac{40}{19}\pi$

014

위치의 위치와 위치의 변화량

상 중 아

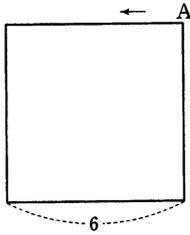
85. 수직선 위를 움직이는 두 점 A, B가 있다. 점 A는 좌표가 -3, 점 B는 좌표가 4인 지점에서 각각 양의 방향으로 동시에 출발하여 t초 후의 A, B의 속도가 각각 (2t-2)m/초, 4m/초로 주어질 때, 두 점 A, B가 만날 때까지 소요된 시간은?

[인터넷수능]

- ① 3초 ② 4초 ③ 5초
- ④ 6초 ⑤ 7초

상 중 아

86. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형의 둘레를 세 점 P, Q, R가 동시에 A지점에서 화살표 방향으로 출발하여 돌고 있다. 출발한 지 t초 후의 P, Q, R의 속도는 각각 2t+1, 5, t+1/2이고, 출발한 지 6초 후의 P, Q, R의 위치를 각각 P', Q', R'이라 하자. 이때, △P'Q'R'의 넓이는?



[인터넷수능]

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

상 중 아

87. 수직선 위를 움직이는 두 점 A, B의 시각 t에서의 속도 v_A, v_B가 각각 v_A = 6t² - 8t + 14, v_B = 3t² + 4t + 5이다. 두 점 A, B가 각각 원점과 3의 위치에서 동시에 출발했다고 할 때, 출발 후 4초 동안 두 점이 만난 횟수는?

[수능특강]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

88. 수직선 위의 원점에서 두 점 A, B가 동시에 같은 방향으로 출발하였다. 출발한 지 t초 후 두 점 A, B의 속도를 각각 v_A(t), v_B(t)라고 할 때,

$$v_A(t) = t(a-t)(2a-t) \quad (a > 0)$$

$$v_B = b - 2t \quad (b \geq 0)$$

이다. 다음 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보기]

- ㄱ. a = 1이면 A, B는 출발 후 한 번 만난다.
- ㄴ. a = 2일 때, A, B가 출발 후 세 번 만나기 위한 b의 값의 범위는 $\frac{100}{27} < b < 4$ 이다.
- ㄷ. a = 2, b = 4이면, A, B가 출발 후 마지막으로 만나는 위치는 원점이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

89. 좌표평면에서 원점을 출발하여 x축 위를 움직이는 점 P의 속도가 $v(t) = \frac{1}{9}t^2 + \frac{2}{9}t$ 이다. 점 P에서 x축에 수직인 직선을 그어 곡선 $y = \sqrt{x}$ 와 만나는 점을 Q라 하고, 선분 PQ를 지름으로 하는 원을 좌표평면에 수직이 되도록 만든다. 점 P가 9초 동안 움직일 때, 원이 만드는 입체의 부피는 kπ이다. 이때, k의 값을 구하시오.

(단, 시간 t의 단위는 초이다.)

[고득점 200제]

015

속도와 움직인 거리

상 중 아

90. 직선 궤도 위를 20m/초로 달리는 열차가 브레이크를 걸면 t 초 후의 속도 $v(t)$ 가 $v(t) = 20 - at$ (m/초) 라고 한다. 열차가 브레이크를 건 다음부터 정지할 때까지 움직인 거리가 300m 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
- ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

[수능특강]

상 중 아

91. 수직선 위를 움직이는 동점 P가 원점에서 출발하여 $v(t) = t - 3$ 의 속도로 5초 동안 움직인 거리는?

- ① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$
- ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

[수능특강]

상 중 아

92. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 출발 후 8초 동안의 속도 $v(t)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $0 \leq t \leq 4$ 일 때, $v(t) = t(t-2)(t-4)$
 (나) $v(t+4) = v(t)$

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보기]

- ㄱ. 점 P는 움직이는 동안 운동 방향을 4번 바꿨다.
- ㄴ. 점 P는 출발한 지 4초 후에 출발점에 있다.
- ㄷ. 점 P가 움직인 거리는 16이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

93. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치가

$x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 5t^2 + 16t$ 이다. $2 \leq t \leq 9$ 에서 점 P의 속력이 최고가 될 때까지 출발 후 점 P가 움직인 거리는?

[수능특강]

- ① 17 ② $\frac{94}{3}$ ③ 32
- ④ $\frac{98}{3}$ ⑤ 34

상 중 아

94. 수직선 위를 같은 방향으로 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 점 P가 점 A(5)를 통과하고 t 초가 지난 후의 속도는 $6t + 4$ 이고, 점 Q가 점 B(45)를 통과하고 t 초가 지난 후의 속도는 $2t + 20$ 이다. 동시에 두 점 A, B를 통과한 두 점 P, Q가 만날 때까지 점 P가 움직인 거리는? (단, A, B는 수직선 위의 점이다.)

[고득점 200제]

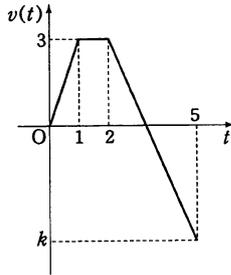
- ① 330 ② 340 ③ 350
- ④ 360 ⑤ 370

016

그래프에서의 위치와 움직인 거리

상 중 아

95. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t와 속도 v(t)사이의 관계는 오른쪽 그래프와 같다. 출발 후 t=5일 때의 점 P의 위치가 $\frac{11}{2}$ 일 때, 상수 k의 값은?

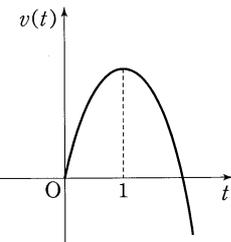


[인터넷수능]

- ① $-\frac{9}{2}$
- ② -4
- ③ $-\frac{7}{2}$
- ④ -3
- ⑤ $-\frac{5}{2}$

상 중 아

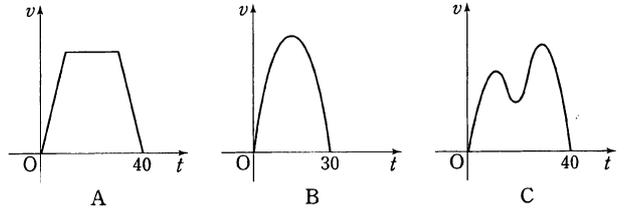
96. 수직선 위를 움직이는 점 P의 출발 후 t초 후의 속도 v(t)의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 포물선의 일부분이다. 점 P가 원점을 출발하여 수직선에서 좌표가 8인 지점에서 처음으로 운동방향을 바꾼다고 할 때, 출발 후 4초 동안 점 P가 실제로 움직인 거리를 구하시오.



[고득점 200제]

상 중 아

97. 다음은 '가'지점에서 출발하여 '나'지점에 도착할 때까지 직선 경로를 따라 이동한 세 자동차 A, B, C의 시간 t에 따른 속도 v를 각각 나타낸 그래프이다.



'가'지점에서 출발하여 '나'지점에 도착할 때까지의 상황에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷수능]

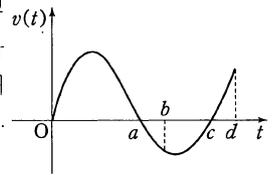
[보기]

- ㄱ. A, C의 평균속도는 같다.
- ㄴ. B와 C 모두 가속도가 0인 순간이 적어도 한 번 존재한다.
- ㄷ. A, B, C 각각의 속도 그래프와 t축으로 둘러싸인 영역의 넓이는 모두 같다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

98. 그림은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t(0 ≤ t ≤ d)에서의 속도 v(t)를 나타내는 그래프이다.



$\int_0^a |v(t)| dt = \int_a^d |v(t)| dt$ 일 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $0 < a < b < c < d$ 이다.)

[인터넷수능]

[보기]

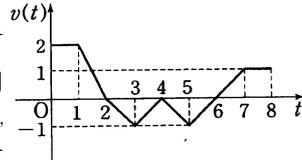
- ㄱ. 점 P는 출발하고 나서 원점을 다시 지난다.
- ㄴ. $\int_0^c v(t) dt = \int_c^d v(t) dt$
- ㄷ. $\int_0^b v(t) dt = \int_b^d |v(t)| dt$

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

99. 원점을 출발하여 수직선 위를

8초 동안 움직이는 점 P 의 t 초 후의 속도 $v(t)$ 가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



[인터벡수능]

[보기]

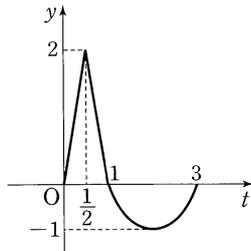
- ㄱ. 출발한 후에 세 번째 멈추었을 때의 점 P 의 위치는 1이다.
- ㄴ. 점 P 가 움직이는 방향을 두 번 바꿀 때까지 실제로 움직인 거리는 5이다.
- ㄷ. 출발 한 후에 점 P 는 수직선 위의 좌표 $\frac{7}{2}$ 을 통과한 적이 있다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

100. 원점을 출발하여 수직선 위를

움직이는 점 P 의 t 초 후의 속도를 $v(t)$ 라 하면 함수 $y = v(t)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 $0 \leq t < 1$ 일 때 꺾인 직선으로 그려지고, $1 \leq t \leq 3$ 일 때 포물선으로 그려진다. 함수 $v(t)$ 가 임의의 음이 아닌 실수 t 에 대하여 $v(t) = v(t+3)$ 을 만족할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는대로 고른 것은?



[고득점 200제]

[보기]

- ㄱ. 점 P 는 출발 후 8초 동안 방향을 5번 바꾼다.
- ㄴ. $t = 100$ 일 때 점 P 의 위치는 -10 이다.
- ㄷ. 점 P 는 출발 후 원점을 지나거나 원점에서 방향을 바꾸는 횟수는 최대 6번이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

I 부정적분

01 부정적분 공식

$$a \neq -1 \text{ 일 때, } \int x^a dx = \frac{1}{a+1} x^{a+1} + C$$

상 > 중 > 하

1. 함수 $f(x) = \int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$ 에 대하여 $f(2) - f(1)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{25}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{9}{2}$
- ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{29}{6}$

상 > 중 > 하

2. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 가 $F(x) = xf(x) - \sqrt{x}$, $F(1) = 0$ 을 만족할 때, $f(4)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

상 > 중 > 하

3. 곡선 $y = f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = \frac{a}{x^3}$ 이고, 이 곡선의 $x = 1$ 에서의 접선의 방정식이 $y = x$ 이다. $f(3) = \frac{n}{m}$ 이라 할 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이고, m, n 은 서로소인 자연수)

[인터넷 수능]

상 > 중 > 하

4. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $f'(x) = \frac{x\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$, $g'(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$, $f(0) = g(0)$ 을 만족할 때, $f(1) - g(1)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

주관식

상 > 중 > 하

5. 다음 부정적분을 구하시오. 하(인터넷수능)

[인터넷 수능]

(1) $\int \frac{1}{x^3} dx$

(2) $\int \sqrt{x} dx$

상 > 중 > 하

6. 다음 부정적분을 구하시오.

[인터넷 수능]

(1) $\int (x+2)^5 dx$

02 삼각함수의 부정적분

삼각함수의 부정적분

- ① $\int \sin x dx = -\cos x + C$
- ② $\int \cos x dx = \sin x + C$
- ③ $\int \sec^2 x dx = \tan x + C$
- ④ $\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + C$
- ⑤ $\int \sec x \tan x dx = \sec x + C$
- ⑥ $\int \operatorname{cosec} x \cot x dx = -\operatorname{cosec} x + C$

상 > 중 > 하

7. 다음 부정적분을 구하시오. 하(인터넷수능)

[인터넷 수능]

(1) $\int (\sin x - \cos x) dx$

(2) $\int \tan^2 x dx$

(3) $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$

상 > 중 > 하

8. 함수 $f(x)$ 가 $f'(x) = \cos 2x$, $f(0) = 0$ 을 만족할 때, $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

상 > 증 > 하

9. 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 (x, y) 에서의 접선의 기울기가 $\tan^2 x$ 이고, 곡선 $y=f(x)$ 가 원점과 점 $(\frac{\pi}{4}, a)$ 를 지날 때, a 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $-\frac{\pi}{4}$ ② $1-\frac{\pi}{4}$ ③ 1
- ④ $2-\frac{\pi}{4}$ ⑤ $1+\frac{\pi}{4}$

상 > 증 > 하

10. 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 (x, y) 에서의 접선의 기울기가 $(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2})^2$ 이고, 곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(0, -1)$ 을 지날 때, $f(\frac{\pi}{2})$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3}{2}\pi$
- ④ 2π ⑤ π^2

상 > 증 > 하

11. 원점을 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 (x, y) 에서의 접선의 기울기가 $\sin 2x \cos 3x$ 일 때, $f(\pi)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{2}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$
- ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

03 지수함수의 부정적분

지수함수의 부정적분
 ① $\int e^x dx = e^x + C$
 ② $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ (단, $a > 0, a \neq 1$)

상 증 아

12. 다음 부정적분을 구하시오.

[인터넷 수능]

(1) $\int (2e^x - 1) dx$

(2) $\int \frac{1}{e^x} dx$

(3) $\int (3^x - 2^x) dx$

상 증 아

13. 함수 $f(x)$ 는 $\frac{8^x - 1}{2^x - 1}$ 의 한 부정적분이고, 함수 $F(x)$ 는

$f(x)$ 의 한 부정적분이다. $f(0) = 0$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+2h) - F(1)}{h}$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{10}{\ln 4} - 2$
- ② $\frac{10}{\ln 4} + 2$
- ③ $\frac{10}{\ln 2} - 2$
- ④ $\frac{10}{\ln 2} + 2$
- ⑤ $\frac{10}{\ln 4}$

04 분수함수의 부정적분

분수함수의 부정적분
 ① $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$
 ② $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$
 ③ $\int \frac{1}{(x-a)^n} dx = \frac{1}{-n+1} (x-a)^{-n+1} + C$
 (단, $n \neq 1$ 인 자연수)
 ④ $\int \frac{1}{(x-a)(x-b)} dx = \frac{1}{a-b} \int \left(\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x-b} \right) dx$
 $= \frac{1}{a-b} \ln \left| \frac{x-a}{x-b} \right| + C$

상 증 아

14. 다음 부정적분을 구하시오.

[인터넷 수능]

(1) $\int \frac{1}{x^2 - 1} dx$

상 증 아

15. 두 함수 $f(x), F(x)$ 가 다음 세 조건을 모두 만족할 때, $f(e)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

(가) $F'(x) = f(x)$
 (나) $F(x) = x\{f(x) - 1\}$
 (다) $F(1) = 0$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

상 증 하

16. 다음은 구간 $(0, \infty)$ 에서 정의되고, 이 구간에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 양수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 를 만족하고, $f'(1) = e$ 일 때, $f(x)$ 를 구하는 과정이다.

구간 $(0, \infty)$ 에 속하는 임의의 x 와 $|h| < x$ 인 실수 h 에 대하여 $y = 1 + \frac{h}{x}$ 로 놓으면 $f(1) = \boxed{\text{(가)}}$ 이므로

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(1 + \frac{h}{x}\right)}{h} = \boxed{\text{(나)}} \text{이다.}$$

따라서, $f(x) = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 차례로 알맞은 것은?

[인터넷 수능]

- | | | |
|-----|---------------|------------------|
| (가) | (나) | (다) |
| ① 0 | $\frac{e}{x}$ | $e \ln x$ |
| ② 0 | ex | $\frac{e}{2}x^2$ |
| ③ 1 | $\frac{e}{x}$ | $e \ln x$ |
| ④ 1 | ex | $\frac{e}{2}x^2$ |
| ⑤ 0 | $\frac{e}{x}$ | $\frac{e}{2}x^2$ |

상 증 하

17. 함수 $f(x)$ 가 $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$, $f(0) = \ln 2$ 를 만족할 때, $f(3)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $-\ln 4$ ② $-\ln 3$ ③ $-\ln 2$
 ④ $\ln 3$ ⑤ $\ln 4$

05

지함적분

- (1) $\int f(x)dx$ 에서 $x = g(t)$ 로 놓으면

$$\int f(x)dx = \int f(g(t))g'(t)dt$$
- (2) $\int f(g(x))g'(x)dx$ 에서 $g(x) = u$ 로 놓으면

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du$$
- (3) $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + C$
- (4) $\int f(x)dx = F(x) + C$ 일 때,

$$\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C$$
- (5) $\int \{f(x)\}^n f'(x)dx = \frac{1}{n+1} \{f(x)\}^{n+1} + C$
 (단, $n \neq -1$)
- (6) $\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a(n+1)} (ax+b)^{n+1} + C$
 (단, $n \neq -1$)
- (7) $\int \sin(ax+b)dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$
- (8) $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$

상 증 하

18. 다음 부정 적분을 구하시오.

[인터넷 수능]

- (1) $\int \frac{2x+1}{x^2+x+2} dx$
- (2) $\int x \sqrt{x-1} dx$

상 중 하

19. 다음 부정적분을 구하시오.

(1) $\int \frac{\ln x}{x} dx$

(2) $\int (e^x + 1)^2 e^x dx$

(3) $\int \sin x \cos x dx$

상 중 하

20. 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = \frac{2}{x(\ln x)^3}$ 를 만족할 때, $f(e^2) - f(e)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

[인터넷 수능]

상 중 하

21. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \int \sin^5 x dx$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ 을 만족할 때, $f(0)$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{7}{15}$
 ④ $-\frac{8}{15}$ ⑤ $-\frac{3}{5}$

[인터넷 수능]

상 중 하

22. 함수 $f(x) = \int \frac{e^{2x}}{e^{2x}-1} dx - \int \frac{e^x}{e^{2x}-1} dx$ 가 $f(0) = 0$ 을 만족할 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② e ③ $\ln 2$
 ④ $\ln(e+1)$ ⑤ $\ln \frac{e+1}{2}$

[인터넷 수능]

상 증 하

23. 구간 $(0, \pi)$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int \cos x \ln(\sin x) dx, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

을 만족할 때, 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근의 개수는?

- [인터넷 수능]
- ① 0 ② 1 ③ 2
 - ④ 3 ⑤ 4

상 증 하

24. $f(x) = \int \frac{x}{x^2+1} dx, f(0) = 0$ 일 때, 방정식 $f(x) = 1$ 의 모든 근의 곱은?

- [인터넷 수능]
- ① $-e^2$ ② $-e$ ③ -1
 - ④ $1-e$ ⑤ $1-e^2$

상 증 하

25. 함수 $f(x) = \int e^x \sqrt{e^x + 3} dx (0 \leq x \leq \ln 13)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은?

- [인터넷 수능]
- ① 32 ② $\frac{100}{3}$ ③ $\frac{104}{3}$
 - ④ 36 ⑤ $\frac{112}{3}$

상 증 하

26. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) + xf'(x) = \sin \sqrt{x}, f\left(\frac{\pi^2}{4}\right) = \frac{8}{\pi^2}$ 을 만족

할 때, $f(\pi^2)$ 의 값은? (단, $x > 0$)

- [인터넷 수능]
- ① $\frac{2}{\pi}$ ② $\frac{4}{\pi}$ ③ $\frac{6}{\pi}$
 - ④ $\frac{8}{\pi}$ ⑤ $\frac{10}{\pi}$

상 증 하

27. 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{1}{\sin x}, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ 을 만족

할 때, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은?

- [인터넷 수능]
- ① $-\ln 3$ ② $-\frac{\ln 3}{2}$ ③ $\frac{\ln 3}{2}$
 - ④ $\ln 2$ ⑤ $\ln 3$

06 부분적분

$$\begin{aligned} (1) \int f(x)g'(x)dx &= f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx \\ \int f'(x)g(x)dx &= f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx \\ (2) \int g(x)dx &= xg(x) - \int xg'(x)dx \\ (3) \int \ln x dx &= x \ln x - x + C \end{aligned}$$

상 중 하

28. 다음 부정적분을 구하시오.

[인터넷 수능]

- (1) $\int x \cos x dx$
- (2) $\int x e^x dx$
- (3) $\int x \ln x dx$

상 중 하

29. $x > 0$ 인 모든 실수 x 에서 정의된 함수 $f(x)$ 를 적분해야 하는데, 실수로 미분하여 $\frac{1}{x}$ 을 얻었다. 옳은 정답을 구하면? (단, $f(1) = 0$ 이고 C 는 적분상수)

[인터넷 수능]

- ① $\ln x$ ② $x \ln x$ ③ $x \ln x - x + C$
- ④ $x \ln x + x + C$ ⑤ $-x \ln x + x + C$

상 중 하

30. $x > 0$ 인 모든 실수 x 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \int \ln x^2 dx & (x \neq 1) \\ 3 & (x = 1) \end{cases} \text{가 } x = 1 \text{에서 연속일 때, } f(2) \text{의 값은?}$$

[인터넷 수능]

- ① $2 \ln 2 - \frac{1}{2}$ ② $2 \ln 2$ ③ $2 \ln 2 + 3$
- ④ $4 \ln 2$ ⑤ $4 \ln 2 + 1$

상 중 하

31. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = x \cos 2x$ ($0 < x < \pi$)이고 $f(x)$ 의 극댓값이 π 일 때, $f(x)$ 의 극솟값은?

[인터넷 수능]

- ① $-\frac{\pi}{2}$ ② $-\frac{\pi}{4}$ ③ 0
- ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

상 중 하

32. $0 \leq x \leq 2$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 $f'(x) = xe^x$ 이고 최솟값이 2일 때, $f(x)$ 의 최댓값은?

- ① $e^2 - 1$ ② e^2 ③ $e^2 + 1$
 ④ $e^2 + 3$ ⑤ $e^2 + 5$

[인터넷 수능]

상 중 하

33. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ 이고 $f(x)$ 의 극솟값이 -1 일 때, $f(e)$ 의 값은?

- ① $-\frac{2}{e}$ ② $-\frac{1}{e}$ ③ $\frac{1}{e}$
 ④ $\frac{2}{e}$ ⑤ e

[인터넷 수능]

상 중 하

34. 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$ 사이에

$h'(x) = g(x), h''(x) = f(x)$ 인 관계가 성립할 때, $\int xf(x)dx$ 를 구하면?(단, C 는 적분상수)

- ① $h(x) + C$ ② $h(x) - g(x) + C$
 ③ $xh(x) - g(x) + C$ ④ $xg(x) - h(x) + C$
 ⑤ $xg(x) + h(x) + C$

[인터넷 수능]

상 중 하

35. 함수 $I_n(x) = \int x^n e^x dx (n=1, 2, 3, \dots)$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷 수능]

[보 기]

㉠. $I_1(x) = xe^x - e^x + C$
 ㉡. $I_n(x) + nI_{n-1}(x) = x^n e^x (n=2, 3, 4, \dots)$
 ㉢. $I_{n-1}(x) + nI_{n-2}(x) = \frac{d}{dx} I_{n-2} (n=3, 4, 5, \dots)$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

07 정적분의 계산

$$\int f(x)dx = F(x) + C \text{라 할 때}$$

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

상 증 하

36. 다음 정적분의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

(1) $\int_4^9 \sqrt{x} dx$

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

(3) $\int_1^e \frac{1}{x} dx$

상 증 하

37. 다음 정적분의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

(1) $\int_1^2 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx - \int_1^2 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 dx$

(2) $\int_{-1}^0 (e^x + e^{-x}) dx + \int_0^1 (e^x + e^{-x}) dx$

상 증 하

38. 다음 정적분의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

(1) $\int_1^4 \frac{1}{x(x+1)} dx$

(2) $\int_0^{\pi} \sin^2 x dx$

상 증 하

39. 정적분 $\int_0^1 (2x + e^{-x}) dx + \int_1^2 (2y + e^{-y}) dy$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $5 - \frac{1}{e^2}$ ② $4 - \frac{1}{e^2}$ ③ $3 - \frac{1}{e^2}$
- ④ $5 - \frac{2}{e^2}$ ⑤ $4 - \frac{2}{e^2}$

상 > 중 > 하

40. $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n + 2x - 1}{x^{n+1} + 1}$ 일 때, $\int_0^{e^2} f(x) dx$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 2 ② $2e - 1$ ③ 4
- ④ $2e + 1$ ⑤ $e^2 + e$

상 > 중 > 하

41. $ab > 0$ 일 때, 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(a \sin x + b \cos x)^2}$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{a}$ ② $\frac{1}{b}$ ③ $\frac{1}{a+b}$
- ④ $\frac{1}{ab}$ ⑤ $\frac{a+b}{ab}$

08 우함수와 기함수의 정적분

(1) $f(x)$ 가 우함수이면 $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$
 (2) $f(x)$ 가 기함수이면 $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$

상 > 중 > 하

42. 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$, $g(-x) = g(x)$ 를 만족하는 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(\pi) = a$, $g(\pi) = b$ 일 때,

$\int_{-\pi}^{\pi} f'(x) dx + \int_{-\pi}^{\pi} g'(x) dx$ 의 값은? (인터넷 수능)

[인터넷 수능]

- ① $2a$ ② $2b$ ③ 0
- ④ $a+b$ ⑤ $2(a+b)$

주관식

상 > 중 > 하

43. 다음 정적분의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

(1) $\int_{-\pi}^{\pi} x \cos x dx$

(2) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx$

09 정적분과 치환적분법

(1) 함수 $x=g(t)$ 가 미분가능할 때, $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$ 이면

$$\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)dt$$

 (2) $g(x)=t$ 일 때, $g(\alpha)=a$, $g(\beta)=b$ 이면

$$\int_a^\beta f(g(x))g'(x)dx = \int_a^b f(t)dt$$

상 중 하

44. 정적분 $\int_0^{\sqrt{3}} 3x\sqrt{x^2+1} dx$ 의 값은? [인터넷 수능]
- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

상 중 하

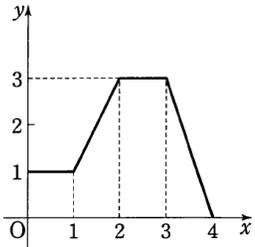
45. 정적분 $\int_0^4 e^{\sqrt{x}} dx$ 의 값은? [인터넷 수능]
- ① e^2+1 ② e^2+2 ③ $2e^2+1$
 ④ $2(e^2+1)$ ⑤ $2(e^2+2)$

상 중 하

46. 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\cos x} dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\sin x}{1+\cos x} dx$ 의 값은? [인터넷 수능]
- ① $\ln 2 - 1$ ② $2\ln 2 - 1$ ③ $\ln 2$
 ④ $2\ln 2$ ⑤ $\ln 2 + 1$

상 중 하

47. 오른쪽 그림은 $0 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프이다.
 정적분 $\int_0^1 f(2x+1)dx$ 의 값은?



- [인터넷 수능]
- ① 1 ② $\frac{3}{2}$
 ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$
 ⑤ 3

상 중 하

48. 1보다 큰 실수 a 에 대하여 $f(a) = \int_1^a \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$ 라 할 때, $f(a^4)$ 과 같은 것은?

- ① $4f(a)$ ② $8f(a)$ ③ $12f(a)$
- ④ $16f(a)$ ⑤ $20f(a)$

[인터넷 수능]

상 중 하

49. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $f'(x) = g(x)$ 를 만족시키고, $f(a) = 3, f(b) = 5$ 일 때, $\int_a^b f(x)g(x)dx$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

[인터넷 수능]

상 중 하

50. 다음은 $f(x)$ 가 주기가 P 인 주기함수이면 $\int_a^{a+P} f(x)dx = \int_0^P f(x)dx$ 가 성립함을 보이는 과정이다.

$$\int_a^{a+P} f(x)dx = \int_a^P f(x)dx + \int_P^{(가)} f(x)dx$$

$x - P = t$ 로 놓으면 $1 = \frac{dt}{dx}$ 이고 $x = P$ 일 때, $t = 0$ 이고, $x = (가)$ 일 때, $t = a$

그런데

$$\int_P^{(가)} f(x)dx = \int_0^a f((나))dt = \int_0^a f(t)dt$$

($\because f(t) = f((나))$)

이므로 다음이 성립한다.

$$\therefore \int_a^{a+P} f(x)dx = \int_0^P f(x)dx$$

이 성질을 이용하면 $\int_0^{3\pi} |2\sin x + \cos x| dx = (다)$ 가 된다. (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 쓰면? -문제이상

[인터넷 수능]

- | | (가) | (나) | (다) |
|----------------|-----|-----|--------------|
| ① $a - Pt + P$ | | | $6\sqrt{5}$ |
| ② $a + Pt + P$ | | | $6\sqrt{5}$ |
| ③ $a + Pt - P$ | | | $12\sqrt{5}$ |
| ④ $a + Pt + P$ | | | $12\sqrt{5}$ |
| ⑤ $a - Pt - P$ | | | $3\sqrt{5}$ |

상 중 하

51. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ 임을 이용하여 정적

분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$ 의 값을 구하면?상(인터넷수능)

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$
- ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

상 중 하

52. 함수 $f(x)$ 가 $0 \leq x \leq 4$ 에서 $f(x) + f(4-x) = 2$ 을 만족할

때, 정적분 $\int_0^4 f(x) dx$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 2 ② 4 ③ 8
- ④ 16 ⑤ 32

상 중 하

53. 함수 $f(x)$ 는 $0 \leq x \leq 1$ 에서 연속이고, $0 < t \leq 1$ 인 모든

t 에 대하여 $\int_0^1 \sqrt{x} f(t\sqrt{x}) dx = e^t$ 을 만족할 때, 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표는?

[고득점 문제]

- ① (-3,0) ② (-2,0) ③ (-1,0)
- ④ (1,0) ⑤ (2,0)

상 중 하

54. 연속함수 $y=f(x)$ 가 $f(x) + f(-x) = 2 \cos x - 1$ 를 만족할

때, $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① -2π ② $-\pi$ ③ 0
- ④ π ⑤ 2π

상 중 아

55. 구간 $[0, a]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(x) + (a-x) \neq 0 \quad (0 \leq x \leq a)$$

이 성립한다. $\int_0^{\frac{a}{2}} \frac{f(x)}{f(x)+f(a-x)} dx = b$ 라 할 때,

$$\int_{\frac{a}{2}}^a \frac{f(x)}{f(x)+f(a-x)} dx \text{의 값은? (단, } a, b \text{는 상수이다.)}$$

[고득점 문제]

- ① 1 ② $a+b$ ③ $\frac{1}{a} + 2b$
- ④ $\frac{a}{2} - b$ ⑤ $\frac{1}{2a+b}$

주관식

상 중 아

56. 다음 정적분의 값을 구하시오. 중(인터넷수능)

[인터넷 수능]

(1) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}\pi} \tan x dx$

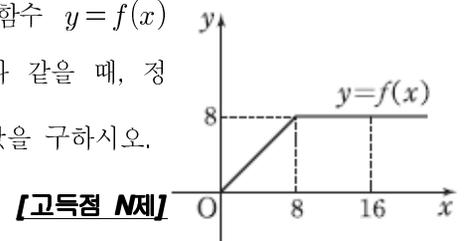
(2) $\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx$

상 중 아

57. $x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$

의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 정

적분 $\int_0^{16} f\left(\frac{x+8}{2}\right) dx$ 의 값을 구하시오.



[고득점 문제]

010 삼각치환

$a > 0$ 일 때
 (1) $\sqrt{a^2 - x^2}$ 꼴의 정적분
 $x = a \sin \theta \left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right)$ 또는 $x = a \cos \theta \ (0 \leq \theta \leq \pi)$
 로 치환한다.
 (2) $\sqrt{x^2 + a^2}, \frac{1}{x^2 + a^2}$ 꼴의 정적분
 $x = a \tan \theta \left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right)$ 로 치환한다.

상 중 하

58. 정적분 $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ 3
- ④ π ⑤ 4

상 중 하

59. 정적분 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$ 의 값을 구하면?

[인터넷 수능]

- ① $\ln(\sqrt{2} - 1)$ ② $\ln(\sqrt{2} + 1)$ ③ $\ln(2\sqrt{2} - 1)$
- ④ $\ln(2\sqrt{2})$ ⑤ $\ln(2\sqrt{2} + 1)$

주관식

상 중 하

60. 정적분 $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

011 정적분과 부분적분법

$$\int_a^b f'(x)g(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f(x)g'(x)dx$$

상 중 하

61. 정적분 $\int_0^\pi e^{-x} \sin x dx$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{2}(e^{-\pi} - 1)$ ② $\frac{1}{2}e^{-\pi}$ ③ $\frac{1}{2}(e^{-\pi} + 1)$
- ④ $\frac{3}{2}(e^{-\pi} - 1)$ ⑤ $\frac{3}{2}(e^{-\pi} + 1)$

상 중 하

62. 정적분 $\int_1^e (x + \ln x)^2 dx - \int_1^e (x - \ln x)^2 dx$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $e - 1$ ② $e + 1$ ③ $e^2 - 1$
- ④ $e^2 + 1$ ⑤ $e^2 + 2$

상 중 하

63. 함수 $f(x) = xe^x$ 에 대하여

$\int_2^4 f(x)dx - \int_3^4 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $e^3 - e$ ② $2e^3$ ③ $3e^3 - e$
- ④ $4e^3$ ⑤ $5e^3$

상 중 하

64. 정적분 $\int_{-\pi}^\pi e^x (\cos x - \sin x) dx$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{e^\pi} - e^\pi$ ② $e^\pi - \frac{1}{e^\pi}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{e^\pi} + e^\pi$ ⑤ $e^\pi + \frac{1}{e^\pi}$

상 중 하

65. 수열 $\{a_n\} (n=0, 1, 2, \dots)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$a_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \, dx$$

$n \geq 2$ 에서 $a_n = f(n)a_{n-2}$ 를 만족할 때, $f(10)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{9}{10}$ ③ $\frac{10}{11}$
- ④ $\frac{10}{9}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

주관식

상 중 하

66. 다음 정적분의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

(1) $\int_1^e \ln x \, dx$

(2) $\int_0^\pi x \sin x \, dx$

012 절대값을 포함하는 함수의 정적분

상 중 하

67. 정적분 $\int_1^3 |x-2| \sqrt{x-1} \, dx$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{6-4\sqrt{2}}{15}$ ② $\frac{8-4\sqrt{2}}{15}$ ③ $\frac{6+2\sqrt{2}}{15}$
- ④ $\frac{6+4\sqrt{2}}{15}$ ⑤ $\frac{8+4\sqrt{2}}{15}$

상 중 하

68. 자연수 n 에 대하여 정적분 $\int_0^{\frac{n}{2}\pi} |\sin x| \, dx$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{n}{2}$ ② n ③ $n+1$
- ④ $\frac{3n}{2}$ ⑤ $2n+1$

상 중 하

69. 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \sin^2 x - \frac{1}{2} \right| \, dx$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

013 역함수의 정적분

상 > 중 > 하

70. $f(x) = \sin x \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$ 의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 에 대하여

$I = \int_0^1 f^{-1}(x) dx$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\pi}{2} - 1$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{\pi}{2} + 1$
- ④ $\pi - 1$ ⑤ π

상 > 중 > 하

71. 정적분 $\int_0^1 2^x dx + \int_1^2 \log_2 x dx$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

014 정정보정으로 정의된 함수의 미분

상 > 중 > 하

(1) $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x)$
 (2) $\frac{d}{dx} \int_x^{x+a} f(t) dt = f(x+a) - f(x)$ (단, a 는 상수)
 (3) $\frac{d}{dx} \int_{h(x)}^{g(x)} f(t) dt = f(g(x))g'(x) - f(h(x))h'(x)$

상 > 중 > 하

72. $\int_0^x f(t) dt = e^x - \cos x$ 일 때, $f(0)$ 의 값은?중(인터넷수능)

[인터넷 수능]

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ e ⑤ $e + 1$

상 > 중 > 하

73. $f(x) = \int_x^{x+1} \ln t dt$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은?중(인터넷수능)

[인터넷 수능]

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ $\ln 2$ ⑤ $\ln 3$

상 중 하

74. $xf(x) = \int_0^x f(t)dt + e^x - 1$ 을 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{e}$ ② 1 ③ $\frac{e}{2}$
- ④ 2 ⑤ e

상 중 하

75. $f(x) = \int_0^x (1-t)e^t dt$ 로 정의된 함수 $f(x)$ 의 최댓값은?

[인터넷 수능]

- ① $e-1$ ② $e-2$ ③ $e-3$
- ④ $2e-1$ ⑤ $2(e-1)$

상 중 하

76. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $\int_0^x f(t)dt = e^x + 2x - a$ 를 만족시킬 때, $a + f(a)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $e+1$ ② $e+2$ ③ $e+3$
- ④ $e+4$ ⑤ $e+5$

상 중 하

77. $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \int_{\frac{x}{2}}^x \sin t dt$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $-\frac{1}{8}$ ③ $-\frac{3}{8}$
- ④ $-\frac{5}{8}$ ⑤ $-\frac{7}{8}$

상 중 하

78. $\int_0^x (x-t)f(t)dt = \sin x + ax + b$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 에

대하여 $a+b+f(\pi)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

상 중 하

79. $F(x) = \int_2^x (e^x + \sin x)dx$ 일 때, 다음 중 $F(-x)$ 는?

[인터넷 수능]

- ① $\int_2^x (e^{-x} + \sin x)dx$ ② $\int_2^x (e^x - \sin x)dx$
- ③ $\int_2^{-x} (e^x + \sin x)dx$ ④ $\int_2^{-x} (e^{-x} - \sin x)dx$
- ⑤ $\int_2^{-x} (e^{-x} - \sin x)(-dx)$

상 중 하

80. $x > 0$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$\int_1^{x^2} f(t)dt = \frac{1}{2}x^2 - \ln x - \frac{1}{2}$ 가 성립할 때, $\int_1^e \frac{1}{t} f\left(\frac{1}{t}\right)dt$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{2}e - 3$ ② $\frac{1}{2}(e - 4)$ ③ $\frac{1}{2}(2 - e)$
- ④ $\frac{1}{2}(4 - e)$ ⑤ $3 - \frac{1}{2}e$

상 중 하

81. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 $g(x) = \int_0^x (x-t)f(t)dt + 1$

이 성립한다. $g(x) = \cos 2x$ 일 때, $f(x)$ 는?

[인터넷 수능]

- ① $f(x) = -4\cos 2x$ ② $f(x) = -2\sin 2x + 2\cos 2x$
- ③ $f(x) = 4\cos 2x$ ④ $f(x) = 4\sin 2x$
- ⑤ $f(x) = 2\sin 2x - 2\cos 2x$

상 중 하

82. 두 함수 $f(x) = ax + b$ 와 $g(x) = e^x$ 이

$f(g(x)) = \int_0^x f(t)g(t)dt - xe^x + 3$ 을 만족할 때, $f(2)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 4
- ② 2
- ③ 0
- ④ -2
- ⑤ -4

상 중 하

83. 모든 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$xf(x) = x^2 \sin x + \int_{\frac{\pi}{2}}^x f(t)dt$ 를 만족할 때, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\sqrt{3}\pi - 3}{6}$
- ② $\frac{\sqrt{3}\pi - 2}{6}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}\pi - 1}{6}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}\pi + 1}{6}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}\pi + 3}{6}$

상 중 하

84. $x \geq 1$ 에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f(x) > 0$ 이고

$\{f(x)\}^2 - 4 = \int_2^x \frac{f(t)}{t} dt$ 를 만족할 때, $f(4) - f(2)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{2} \ln 2$
- ② $\ln 2$
- ③ $\frac{1}{2} + \ln 2$
- ④ $1 + \ln 2$
- ⑤ $2 \ln 2$

상 중 하

85. $x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 $f(x) > 0$ 이고

$2xf(x) - x = \int_1^x \{f(t) - 1\} dt$ 를 만족시킨다. 이 때, $f\left(\frac{1}{4}\right)$ 의 값을 구하면?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 4

상 중 아

86. 함수 $f(x)$ 는 연속함수이고 모든 실수 x 에 대하여 다음 등식이 성립한다.

$$f(x) - 2 \int_0^x e^t f(t) dt = 1$$

이 때, $f''(0)$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑이고, $f''(x)$ 는 $f(x)$ 의 이계도함수이다.)

- [인터넷 수능]
- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

상 중 아

87. 실수 전체에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 어떤 상수 a 에 대하여 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $\int_0^x (f(t) - a \sin t) dt = \left(\frac{\pi}{4} - x\right) \sin x - \cos x$
 (나) $f(x)$ 는 $x = \frac{\pi}{4}$ 에서 극값을 가진다.

이 때, $0 \leq x \leq \pi$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은?

- [고득점 문제]
- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1
 ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{3}{4}\pi$

015 정적분으로 정의된 함수의 극한

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_a^{x+a} f(t) dt = f(a)$
 (2) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt = f(a)$

상 중 아

88. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_1^{x+1} t^2 e^t dt$ 의 값은?

- [인터넷 수능]
- ① e ② $2e$ ③ $3e$
 ④ e^2 ⑤ $2e^2$

상 중 아

89. $f(x) = e^x (\sin \pi x + \cos \pi x)$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 1} \int_1^x f(t) dt$ 의 값은?

- [인터넷 수능]
- ① $-\frac{1}{2}e$ ② $-e$ ③ $-\frac{3}{2}e$
 ④ $-2e$ ⑤ $-\frac{5}{2}e$

상 > 증 > 하

90. $f(x) = x \ln x$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_e^{e+2h} f(t) dt$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① e ② $2e$ ③ $3e$
- ④ $4e$ ⑤ $5e$

상 > 증 > 하

91. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x (\sin^2 t + \cos t) dt$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② $\frac{\pi}{2}$ ③ 2
- ④ π ⑤ 4

상 > 증 > 하

92. $f(x) = 2 \sin x + 3 \cos x$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_{\pi-x}^{\pi+x} f(t) dt$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① -6 ② -4 ③ 2
- ④ 4 ⑤ 6

상 > 증 > 하

93. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^{x^2} (e^t + \cos \pi t - \sin \frac{\pi}{2} t) dt$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $e+2$ ② $2(e-1)$ ③ $2(e-2)$
- ④ $3(e-2)$ ⑤ $4e-3$

상 > 증 > 아

94. 등식 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_{x-h}^{x+h} f(t) dt = \ln x$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 에

대하여 $\int_1^{e^2} f(x) dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$ ② $\frac{1}{2}(e^2 + 1)$ ③ $2(e^2 - 1)$
- ④ $2e^2 - 1$ ⑤ $\frac{1}{2}e^2 + 1$

상 > 증 > 아

95. 함수 $f(x) = \int_0^x (\sin^2 t - \sin t) dt$ 에 대하여 보기 중 옳은 것
을 모두 고른 것은?

[인터넷 수능]

| 보 기 |

$\neg. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$

$\sphericalangle. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{f(x)}{x} = 1$

$\sqsubset. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{2}$

- ① \neg ② \sphericalangle ③ \sqsubset
- ④ $\sphericalangle, \sqsubset$ ⑤ $\neg, \sphericalangle, \sqsubset$

주관식

상 > 증 > 아

96. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{x - \pi} \int_{\pi}^x \cos t dt$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

016 정적분을 포함한 함수의 계산

상 중 하

97. $f(x)$ 가 $f(x) = 3x^2 + \cos \frac{\pi}{2}x + 3 \int_1^2 f(t)dt$ 를 만족할 때, $f(0)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{3}{\pi} - \frac{21}{2}$
- ② $\frac{3}{\pi} - \frac{19}{2}$
- ③ $\frac{3}{\pi} - \frac{17}{2}$
- ④ $\frac{2}{\pi} + \frac{3}{2}$
- ⑤ $\frac{2}{\pi} + \frac{5}{2}$

상 중 하

98. $f(x) = x - \int_1^e \frac{f(t)}{t} dt$ 를 만족시키는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(e)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{e-3}{2}$
- ② $\frac{e-1}{2}$
- ③ $\frac{e+1}{2}$
- ④ $\frac{e+3}{2}$
- ⑤ $e+1$

상 중 하

99. $f(x) = e^x + 2 \int_0^1 f(t)dt$ 가 성립할 때, $f(x) = 2$ 를 만족하는 x 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\ln 2$
- ② $1 + \ln 2$
- ③ $2 + \ln 2$
- ④ $e + \ln 2$
- ⑤ $e + \ln 3$

상 중 하

100. 함수 $f(x) = \cos x + \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(t) \sin t dt$ 에 대하여 $f(0)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{3}{4}$
- ② 1
- ③ $\frac{5}{4}$
- ④ $\frac{3}{2}$
- ⑤ $\frac{7}{4}$

주관식

상 중 하

101. $f(x) = \cos \frac{\pi}{4}x + \int_0^2 f(t)dt$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 를 구하시오.

[인터넷 수능]

017 정적분과 무한급수

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + \frac{b-a}{n}k\right) \frac{b-a}{n} = \int_a^b f(x)dx$
 (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \frac{1}{n} = \int_0^1 f(x)dx$
 (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{p}{n}k\right) \frac{p}{n} = \int_0^p f(x)dx$
 (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + \frac{p}{n}k\right) \frac{p}{n} = \int_a^{a+p} f(x)dx$
 $= \int_0^p f(a+x)dx = \int_0^1 pf(a+px)dx$

상 중 하

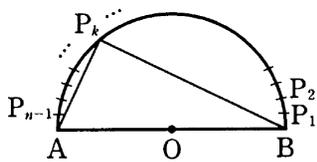
102. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n}\right)$ 의 값은?

- ① e ② 2e ③ 3e
- ④ ln2 ⑤ ln3

[인터넷 수능]

상 중 하

103. 오른쪽 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하고 반지름의 길이가 r인 반원의 호 AB를 n등분한 점들을 $P_k (k=1, 2, 3, \dots, n-1)$ 라 한다.



$\triangle ABP_k$ 의 넓이를 S_k 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n-1} S_k$ 의 값은?

- ① $\frac{r^2}{\pi}$ ② $\frac{2r^2}{\pi}$ ③ $\frac{3r^2}{\pi}$
- ④ $\frac{4r^2}{\pi}$ ⑤ $\frac{5r^2}{\pi}$

[인터넷 수능]

상 중 하

104. 다음은 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}\right)$ 의 값을 구하는 과정이다.

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}$$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n} - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n}\right) = \text{㉠}$$

그러므로 (주어진 식) = $\int_0^1 \text{㉡} dx = \text{㉢}$

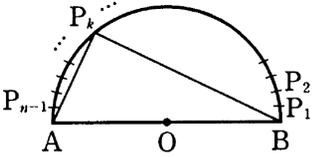
㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 쓰면?

[인터넷 수능]

- | | | | |
|---|---------------------------------|-----------------|-----|
| | ㉠ | ㉡ | ㉢ |
| ① | $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ | $\frac{1}{x}$ | ln2 |
| ② | $\sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$ | $\frac{1}{x}$ | ln2 |
| ③ | $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ | $\frac{1}{1+x}$ | ln3 |
| ④ | $\sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$ | $\frac{1}{1+x}$ | ln2 |
| ⑤ | $\sum_{k=n+1}^{2n} \frac{1}{k}$ | $\frac{1}{1+x}$ | ln3 |

상 중 하

105. 오른쪽 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하고 반지름의 길이가 r인 반원의 호 AB를 n등분한 점들을 $P_k (k=1, 2, 3, \dots, n-1)$ 라 하고, 점 A



를 점 P_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \overline{BP_k}$ 를 정적분을 이용하여 바르게 나타낸 것은?

[인터넷 수능]

- ① $r \int_0^1 \sqrt{2-2\sin\pi x} dx$
- ② $r \int_0^1 \sqrt{\sin\pi x - \cos\pi x} dx$
- ③ $r \int_0^1 \sqrt{2+2\cos\pi x} dx$
- ④ $r \int_0^1 \sqrt{2-2\cos\pi x} dx$
- ⑤ $r \int_0^1 \sqrt{\sin\pi x + \cos\pi x} dx$

상 중 하

106. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\ln \left| \sin \frac{xk}{n} \right| \right) \frac{x}{n}$ 의 이계도함수는?

[고득점 문제]

- ① $-\tan x$
- ② $\tan x$
- ③ $-\cot x$
- ④ $\cot x$
- ⑤ $-\operatorname{cosec} x \cot x$

상 중 하

107. $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{\sqrt[n]{2^n P_n}}{n} \right)$ 의 값은? (단, $2^n P_n$ 은 서로 다른 $2n$ 개에서 n 개를 택하여 일렬로 나열하는 순열의 수이다.)

[인터넷 수능]

- ① $\ln 2 - 1$
- ② $\ln 2 - 2$
- ③ $\ln 2 - 3$
- ④ $2 \ln 2 - 1$
- ⑤ $2 \ln 2 - 2$

주관식

상 중 하

108. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sin \left(\frac{\pi k}{n} \right)$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

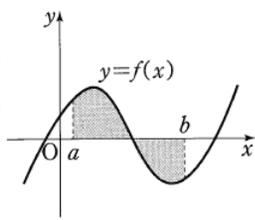
상 중 하

109. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e^{1 + \frac{k}{n}}$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

018 x축으로 둘러싸인 넓이

함수 $f(x)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x=a, x=b$ ($a < b$)로 둘러싸인 도형의 넓이 S 는



$$S = \int_a^b |y| dx = \int_a^b |f(x)| dx$$

상 중 하

110. $y = \ln x$ 와 x 축 및 $x=e$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[인터넷 수능]

- ① 1 ② 2 ③ e
- ④ 4 ⑤ $2e$

상 중 하

111. 곡선 $y = \frac{1}{x} - x$ ($x > 0$)과 x 축 및 두 직선 $x = \frac{1}{2}, x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이 S 는?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ $\frac{9}{8}$
- ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

상 중 하

112. 곡선 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ ($y \geq 0$)과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{3}{4}\pi$
- ④ π ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

주관식

상 중 하

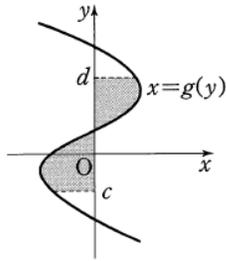
113. 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 곡선 $y = \sin x$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

[인터넷 수능]

019 y축으로 둘러싸인 넓이

함수 $g(y)$ 가 구간 $[c, d]$ 에서 연속일 때, 곡선 $x=g(y)$ 와 y 축 및 두 직선 $y=c, y=d$ ($c < d$)로 둘러싸인 도형의 넓이 S 는

$$S = \int_c^d |x| dy = \int_c^d |g(y)| dy$$



주관식

상 중 하

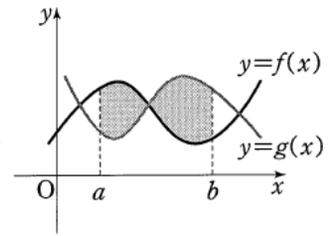
114. 곡선 $y = \ln x$ 와 x 축, y 축 및 직선 $y=1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오

[인터넷 수능]

020 두 곡선으로 둘러싸인 넓이

두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때 두 곡선 $y=f(x), y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a, x=b$ ($a < b$)로 둘러싸인 도형의 넓이 S 는

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$



상 중 하

115. 곡선 $y = e^x$ 과 원점에서 이 곡선에 그은 접선 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

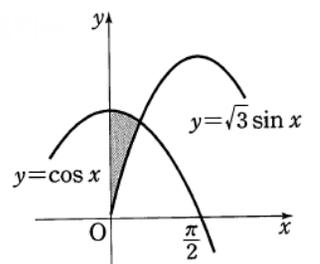
[인터넷 수능]

- ① $\frac{e}{2} - 2$ ② $\frac{e}{2} - 1$ ③ $e - 1$
- ④ $\frac{e}{2} + 1$ ⑤ $e + 1$

상 중 하

116. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 에서 두 곡선 $y = \cos x, y = \sqrt{3} \sin x$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $2 - \sqrt{3}$ ② $3 - \sqrt{3}$
- ③ $1 + \sqrt{3}$ ④ $2 + \sqrt{3}$
- ⑤ $3 + \sqrt{3}$



상 중 하

117. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 와 x 축, 직선 $y = x - 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

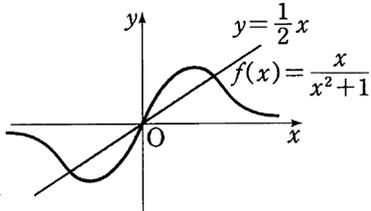
[인터넷 수능]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$
- ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

상 중 하

118. 오른쪽 그림과 같이

$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ 와 $y = \frac{1}{2}x$ 로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합은?



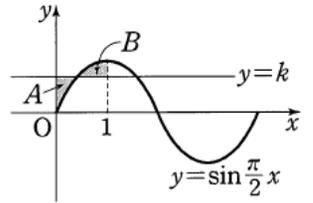
[인터넷 수능]

- ① $\ln 2 - \frac{1}{2}$ ② $\ln 2 - \frac{1}{4}$ ③ $\ln 2 + \frac{1}{2}$
- ④ $2\ln 2 - \frac{1}{2}$ ⑤ $2\ln 2 - \frac{1}{4}$

상 중 하

119. 오른쪽 그림과 같이 구간 $[0, 1]$

에서 곡선 $y = \sin \frac{\pi}{2}x$ 와 직선 $y = k$ 로 둘러싸인 두 부분 A, B의 넓이가 서로 같을 때, 상수 k의 값은?



[인터넷 수능]

- ① $\frac{2}{\pi}$ ② $\frac{4}{\pi}$ ③ $\frac{6}{\pi}$
- ④ $\frac{4}{\pi^2}$ ⑤ $\frac{5}{\pi^2}$

상 중 하

120. 구간 $[0, \pi]$ 에서 두 곡선 $y = \sin x, y = \sin 2x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
- ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

상 > 중 > 하

121. 지수함수 $f(x) = e^{ax}$ 과 그 역함수 $y = g(x)$ 에 대하여 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 가 $x = e$ 에서 서로 접하도록 상수 a 의 값을 정할 때, 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[인터넷 수능]

- ① $e^2 + 1$ ② $2e - 1$ ③ $e + 1$
- ④ $e^2 - 2e$ ⑤ $e^2 + e$

상 > 중 > 하

122. 곡선 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$)와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 곡선 $y = \cos(x - \theta)$ 에 의하여 이등분될 때, θ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\pi}{12}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{4}$
- ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}\pi$

상 > 중 > 하

123. 좌표평면 위의 제 1사분면에서 두 곡선 $xy = 2$, $2xy = 1$ 과 두 직선 $y = 2x$, $2y = x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[고득점 N제]

- ① $\frac{1}{2} \ln 2$ ② $\ln 2$ ③ $\frac{3}{2} \ln 2$
- ④ $2 \ln 2$ ⑤ $\frac{5}{2} \ln 2$

상 > 중 > 하

124. 곡선 $y = a \ln x - 1$ ($a > 0$) 과 원점에서 이 곡선에 그은 접선에 대하여 이 곡선과 접선 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 하자. 이 때, S 가 최소가 되게 하는 접선의 기울기는?

[고득점 N제]

- ① $\frac{1}{e^2 + 1}$ ② $\frac{1}{e^2}$ ③ $\frac{2}{e\sqrt{e}}$
- ④ $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ⑤ $\frac{2}{\sqrt{e} + 1}$

상 중 하

125. 곡선 $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ 와 직선 $x+y=a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 곡선 $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 할 때, $\frac{S_1}{S_2}$ 의 값은? (단, $a > 0$)

[고득점 문제]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

주관식

상 중 하

126. 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 두 곡선 $y = \sin x$, $y = \cos x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

[인터넷 수능]

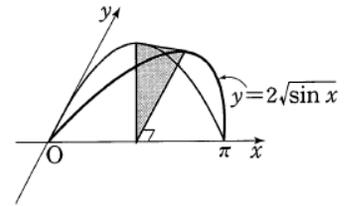
021 입체도형의 부피

구간 $[a, b]$ 의 임의의 점 x 에서 x 축에 수직인 평면으로 자른 입체의 단면의 넓이를 $S(x)$ 라고 할 때, 이 입체의 두 평면 $x=a$, $x=b$ 사이에 있는 부분의 부피 V 는

$$V = \int_a^b S(x)dx$$

상 중 하

127. 입체의 밑면이 곡선 $y = 2\sqrt{\sin x}$ 와 x 축 및 두 직선 $x=0$, $x=\pi$ 로 둘러싸인 입체가 있다. x 축에 수직인 평면으로 입체를 자른 단면이 정삼각형일 때, 이 입체의 부피는?



[인터넷 수능]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

주관식

상 중 하

128. 어떤 입체를 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x) = e^{2x}$ 이라고 할 때, 구간 $[0, 1]$ 에서 이 입체의 부피를 구하시오.

[인터넷 수능]

022 회전체의 부피

① x 축을 회전축으로 하는 회전체의 부피
 함수 $y=f(x)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x=a, x=b$ 로 둘러싸인 도형을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피는

$$V = \pi \int_a^b y^2 dx = \pi \int_a^b \{f(x)\}^2 dx$$

② y 축을 회전축으로 하는 회전체의 부피
 함수 $x=g(y)$ 가 구간 $[c, d]$ 에서 연속일 때, 곡선 $x=g(y)$ 와 y 축 및 두 직선 $x=c, y=d$ 로 둘러싸인 도형을 y 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피는

$$V = \pi \int_c^d x^2 dy = \pi \int_c^d \{g(y)\}^2 dy$$

③ 두 곡선 사이에 있는 도형을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피
 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속인 두 곡선 $y=f(x), y=g(x)$ ($f(x) \geq g(x) \geq 0$)와 두 직선 $x=a, x=b$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피 V 는

$$V = \pi \int_a^b [\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2] dx$$

상 중 하

129. 곡선 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$)와 직선 $y = \frac{1}{2}$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피 V 는?

[인터넷 수능]

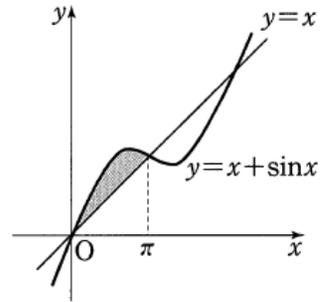
- ① $\frac{1}{12}\pi^2 + \frac{\sqrt{3}}{8}\pi$
- ② $\frac{1}{12}\pi^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}\pi$
- ③ $\frac{1}{12}\pi^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\pi$
- ④ $\frac{1}{6}\pi^2 + \frac{\sqrt{3}}{8}\pi$
- ⑤ $\frac{1}{6}\pi^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}\pi$

상 중 하

130. 곡선 $y = x + \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$)와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피는?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\pi^2}{2}$
- ② π^2
- ③ $\frac{3}{2}\pi^2$
- ④ $2\pi^2$
- ⑤ $\frac{5}{2}\pi^2$



상 중 하

131. 곡선 $y = \sqrt{x} - 1$ ($0 \leq x \leq 1$)을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피 V 는?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\pi}{6}$
- ② $\frac{\pi}{4}$
- ③ $\frac{\pi}{3}$
- ④ $\frac{\pi}{2}$
- ⑤ π

상 중 하

132. 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 을 x 축, y 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피를 각각 V_x, V_y 라 할 때, $V_x : V_y$ 는?

[인터넷 수능]

- ① 1 : 2 ② 2 : 1 ③ 3 : 4
- ④ 4 : 3 ⑤ 9 : 16

상 중 하

133. 곡선 $y = e^x - e^{-x} (0 \leq x \leq 1)$ 을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피 V 는?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\pi}{4} \left(e^2 - 2 - \frac{1}{e^2} \right)$ ② $\frac{\pi}{4} \left(e^2 - 4 - \frac{1}{e^2} \right)$
- ③ $\frac{\pi}{2} \left(e^2 + 4 - \frac{1}{e^2} \right)$ ④ $\frac{\pi}{2} \left(e^2 - 2 - \frac{1}{e^2} \right)$
- ⑤ $\frac{\pi}{2} \left(e^2 - 4 - \frac{1}{e^2} \right)$

상 중 하

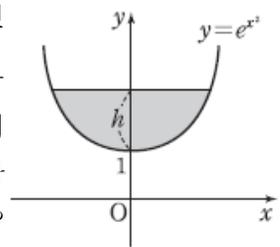
134. 곡선 $y = \sin x + \cos x$ 와 x 축 및 두 직선 $x = 0, x = 2\pi$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피는?

[고득점 N제]

- ① $2\pi^2$ ② $2\pi^2 + 2$ ③ $4\pi^2 - 1$
- ④ $4\pi^2$ ⑤ $8\pi^2$

상 중 하

135. 곡선 $y = e^{x^2}$ 을 y 축의 둘레로 회전시킨 모양의 그릇에 매초 2cm^3 의 비율로 물을 넣는다. 물의 높이가 h 일 때, 수면의 넓이를 S , 물의 부피를 V 라 하면 물의 부피가 πcm^3 가 되는 순간 수면의 넓이의 변화율은? (단, 단위는 $\text{cm}^2/\text{초}$ 이다.)



[고득점 N제]

- ① $\frac{2}{e}$ ② $\frac{2}{\pi}$ ③ $\frac{e}{2}$
- ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2e}$

상 중 아

136. 곡선 $y = \ln \sqrt{4-x^2}$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분을 y 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피는?

[고득점 문제]

- ① $\pi\left(4\ln 2 - \frac{3}{2}\right)$
- ② $\pi(5\ln 2 - 2)$
- ③ $\pi(6\ln 2 - 3)$
- ④ $\pi\left(7\ln 2 - \frac{3}{2}\right)$
- ⑤ $\pi\left(10\ln 2 - \frac{7}{2}\right)$

주관식

상 중 아

137. 곡선 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$)을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 아

138. 곡선 $y = \ln x$ 와 x 축 및 y 축, 직선 $y = 1$ 로 둘러싸인 부분을 y 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 아

139. 두 곡선 $y = 2\sin x$, $y = \sin x$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피를 구하시오. (단, $0 \leq x \leq \pi$)

[인터넷 수능]

상 중 아

140. 곡선 $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ 과 직선 $x = -2$, $x = 2$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피를 구하시오.

[인터넷 수능]

023 직선에서의 운동

직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 속도가 $v(t)$ 이고 점 P 가 $t=a$ 에서 $t=b$ 까지 움직일 때,
 ① 시각 t ($a \leq t \leq b$)에서의 점 P 의 위치 $s(t)$ 는

$$s(t) = s(a) + \int_a^t v(t)dt$$

 ② 점 P 가 움직인 거리 s 는

$$s = \int_a^b |v(t)|dt$$

주관식

상 중 하

141. 원점을 출발하여 x 축 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 가 $v(t) = \cos t$ 이다. $t=0$ 에서 $t = \frac{2}{3}\pi$ 일 때까지 점 P 가 움직인 거리를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 하

142. 밀면이 평평한 빈 용기에 물을 넣기 시작한 지 t 초 후의 수면의 상승 속도가 $\frac{1}{\sqrt{1+t}}$ cm/초일 때, 수면의 높이가 20cm가 되는 것은 물을 넣기 시작한 지 몇 초 후인지 구하시오.

[인터넷 수능]

024 평면에서의 운동

평면 위의 동점 P 의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가 $x=f(t), y=g(t)$ 일 때
 ① 점 P 의 시각 t 에서의 속도

$$\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right) = (f'(t), g'(t))$$

 ② 점 P 의 시각 t 에서의 속력

$$|\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}$$

 ③ 점 P 의 시각 $t=a$ 에서 $t=b$ 까지의 움직인 거리 s 는

$$s = \int_a^b |v(t)|dt = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2} dt$$

$$= \int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2} dt$$

상 중 하

143. 좌표평면 위를 움직이는 동점 P 의 좌표 (x, y) 가 시각 t 의 함수 $x = e^t \cos t, y = e^t \sin t$ 로 주어질 때, $t=0$ 에서 $t=1$ 까지 점 P 가 움직인 거리는?

[인터넷 수능]

- ① $\sqrt{2}(e-1)$ ② $2(e-1)$ ③ $\sqrt{2}(e+1)$
- ④ $\sqrt{2}(e^2-1)$ ⑤ $2(e^2-1)$

상 중 하

144. 좌표평면 위를 움직이는 동점 P 의 좌표 (x, y) 가 시각 t 의 함수 $x = \cos t + 1, y = 1 - \sin t$ 로 주어질 때, $t=0$ 에서 $t=\pi$ 까지 점 P 가 움직인 거리는?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$
- ④ 2π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

상 증 하

145. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 x 좌표와 y 좌표가 각각 $x = \frac{\pi}{2} \cos t(1 + \cos t)$, $y = \frac{\pi}{2} \sin t(1 + \cos t)$ 로 주어질 때, $t=0$ 에서 $t=\pi$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ 2π
- ④ 3π ⑤ 4π

주관식

상 증 하

146. 동점 P(x, y)의 시각 t 에서의 위치가 $x = \cos t$, $y = \sin t$ 이다. $t = \frac{3}{4}\pi$ 일 때, 점 P의 속력을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

147. 동점 P(x, y)의 시각 t 에서의 위치가 $x = \sqrt{3} \sin t + \cos t$, $y = \sqrt{3} \cos t - \sin t$ 이다. $0 \leq t \leq \pi$ 일 때, 점 P가 움직인 거리를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 증 하

148. 동점 P(x, y)의 시각 t 에서의 위치가 $x = 3t + 4$, $y = 4t + 3$ 일 때, $0 \leq t \leq 5$ 에서 점 P가 움직인 거리를 구하시오.

[인터넷 수능]

025 곡선의 길이

(1) $t=a$ 에서 $t=b$ 까지 매개변수로 나타내어진 곡선 $x=f(t)$, $y=g(t)$ 가 겹치는 부분이 없을 때, 곡선의 길이 l 은

$$l = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt = \int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2} dt$$

(2) $x=a$ 에서 $x=b$ 까지 곡선 $y=f(x)$ 의 길이 l 은

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int_a^b \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dx$$

상 중 하

149. $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 곡선 $x=t - \sin t$, $y=1 - \cos t$ 의 길이는?

[인터넷 수능]

- ① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4
- ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ 8

상 중 하

150. $-\sqrt{3} \leq t \leq \sqrt{3}$ 일 때, 곡선 $x=3t^2$, $y=3t-t^3$ 의 길이는?

[인터넷 수능]

- ① $10\sqrt{3}$ ② $12\sqrt{3}$ ③ $14\sqrt{3}$
- ④ $16\sqrt{3}$ ⑤ $18\sqrt{3}$

상 중 하

151. 구간 $[-1, 1]$ 에서 곡선 $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 의 길이는?

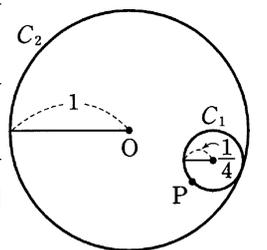
[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{2}\left(e - \frac{1}{e}\right)$ ② $\frac{1}{2}\left(e + \frac{1}{e}\right)$ ③ $2e$
- ④ $e - \frac{1}{e}$ ⑤ $e + \frac{1}{e}$

상 중 하

152. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가

$\frac{1}{4}$ 인 원 C_1 이 반지름의 길이가 1인 원 C_2 와 내접하고 있다. 원 C_1 이 원 C_2 를 따라서 미끄러지지 않고 굴러서 다시 제자리로 돌아올 때까지 원 C_1 위의 한 점 P가 그리는 곡선의 길이는?



[인터넷 수능]

- ① 2 ② π ③ 4
- ④ 6 ⑤ 2π

상 > 중 > 하

153. 점 $(0, 1)$ 에서 출발하여 곡선 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 의 제 1사분면 위를 매초 1의 속력으로 움직이는 점 P에 대하여 7초 후의 점 P의 x 좌표는?

[고득점 문제]

- ① $\ln(7 - \sqrt{2})$ ② $\ln(10 - \sqrt{7})$ ③ $\ln(3 + 2\sqrt{7})$
- ④ $\ln(7 + \sqrt{21})$ ⑤ $\ln(7 + 5\sqrt{2})$

주관식

상 > 중 > 하

154. 곡선 $x = t^2 + 2, y = t^2$ ($0 \leq t \leq 1$)의 길이를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 > 중 > 하

155. 곡선 $y = x\sqrt{x}$ 의 $x=0$ 에서 $x=4$ 까지의 길이를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 > 중 > 하

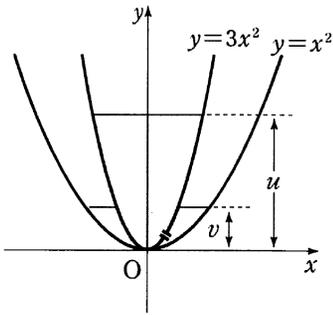
156. $x=0$ 에서 $x=6$ 까지 곡선 $y = \frac{1}{3}(x^2 + 2)^{\frac{3}{2}}$ 의 길이를 구하시오.

[인터넷 수능]

026 통합 유형

상 중 하

157. 곡선 $y=3x^2$ ($0 \leq y \leq 10$)을 y 축의 둘레로 회전시킨 회전체 A 와 곡선 $y=x^2$ ($0 \leq y \leq 10$)을 y 축의 둘레로 회전시킨 회전체 B 가 있다. 처음에는 물이 A 의 안쪽에만 차 있다가 원점 O 부근의 작은 구멍을 통하여 A 의 바깥쪽과 B 의 안쪽으로 둘러싸인 부분으로 흘러 나가기 시작한다. A 의 안쪽 수면의 높이를 u , A 의 바깥쪽 수면의 높이를 v 라 할 때, v 가 u 의 $\frac{1}{2}$ 이 되는 순간의 $\frac{dv}{du}$ 의 값은?

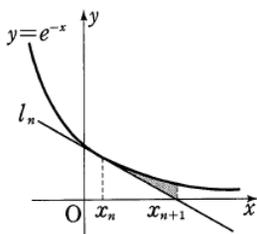


[인터넷 수능]

- ① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

상 중 하

158. 수열 $\{x_n\}$ 은 $x_1=1$ 이고 곡선 $f(x)=e^{-x}$ 위의 점 $(x_n, f(x_n))$ 에서의 접선 l_n 이 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 x_{n+1} 이라 한다. 두 직선 l_n 과 $x=x_{n+1}$ 그리고 곡선 $y=f(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은?



[인터넷 수능]

- ① $\frac{e-1}{e-2}$ ② $\frac{e-2}{e-1}$ ③ $\frac{1}{2e}$
- ④ $\frac{e-2}{2e^2-e}$ ⑤ $\frac{e-2}{2e^2-2e}$

상 중 하

159. 평면 위의 한 점 P에서 곡선 $y=\sin^2 x$ ($0 \leq x \leq \pi$)에 그은 두 접선이 서로 직교할 때, 두 접선과 $y=\sin^2 x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{\pi^2}{16}-1$ ② $\frac{\pi^2}{16}-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\pi^2}{16}-\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{\pi^2}{16}+\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{\pi^2}{16}+\frac{1}{2}$

상 중 하

160. n 이 자연수일 때, 함수 $f_n(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 nx}{\sin^2 x} & (0 < |x| \leq \frac{\pi}{2}) \\ n^2 & (x=0) \end{cases}$$

함수 $y=f_n(x)$ 가 구간 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 에서 연속이고

$I_n = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f_n(x) dx$ 라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 N제]

[보 기]

ㄱ. $I_2 - I_1 = \pi$

ㄴ. $I_3 - 2I_2 + I_1 = 0$

ㄷ. $I_{10} = 10\pi$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

01

사건과 집합

어떤 조건을 만족하는 집합을 사건이라고 하고
사건 A 가 일어나는 경우 전체를 집합 A , 사건 B 가 일어나는 경우 전체를 집합 B 로 나타낼 때

- (1) A 또는 B 가 일어나는 경우 $\Rightarrow A \cup B$
- (2) A, B 가 동시에 일어나는 경우 $\Rightarrow A \cap B$
- (3) A 가 일어난 다음 B 가 일어나는 경우 $\Rightarrow A \times B$

상 중 아

1. 최고차항의 계수가 1인 두 다항식 A, B 에 대하여

$AB = x(x+1)^5(x+2)^{11}$ 이다. A 와 B 의 최대공약수가 6차 다항식일 때, 두 다항식 A 와 B 의 공약수의 개수는?(A 와 B 의 공약수의 최고차항의 계수는 1이고, 공약수 중 상수항도 포함한다.)

[고득점 N제]

- ① 14 ② 15 ③ 16
- ④ 17 ⑤ 18

주관식

상 중 아

2. 0에서 9까지의 숫자가 적혀있는 10장의 카드에서 서로 다른 3장의 카드를 뽑아 세 자리 정수를 만들 때, 만들어진 정수가 3의 배수가 되는 방법의 수를 구하시오.

[인터넷 수능]

02

합의 법칙과 곱의 법칙

(1) 합의 법칙 : 한 사건 A 가 m 가지의 방법으로 일어나고, 다른 사건 B 가 n 가지의 방법으로 일어난다고 할 때

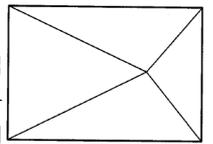
- ① A 와 B 가 동시에 일어나지 않을 때
 A 또는 B 가 일어나는 경우의 수는 $m+n$ (가지)
- ② A 와 B 가 동시에 일어나는 경우가 l 가지 있을 때
 A 또는 B 가 일어나는 경우의 수는 $m+n-l$ (가지)

(2) 곱의 법칙 : 한 사건 A 가 m 가지의 방법으로 일어나고, 그 각각에 대하여 다른 사건 B 가 n 가지의 방법으로 일어난다고 할 때 A 와 B 가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m \times n$ (가지)

상 중 아

3. 빨강, 노랑, 파랑, 검정, 초록의 다섯 가지

색연필을 이용하여 그림과 같은 네 개의 영역을 칠할 때, 이웃하는 영역에는 서로 다른 색을 칠하여 각 영역이 구분되도록 칠하는 방법의 수는? (단, 같은 색을 두 번 이상 사용하여 칠할 수 있다.)

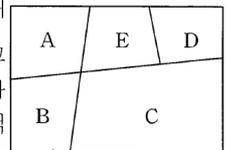


[수능특강]

- ① 160 ② 200 ③ 240
- ④ 260 ⑤ 280

상 중 아

4. 오른쪽 그림과 같은 A, B, C, D, E 5개의 영역에 4가지 색을 사용하여 색을 칠하려고 한다. 같은 색을 몇 번 칠해도 좋으나, 이웃하는 부분은 같은 색을 칠할 수 없다고 할 때, 색을 칠하는 방법의 수는?



[수능특강]

- ① 150 ② 168 ③ 180
- ④ 196 ⑤ 210

상 중 아

5. 1부와 2부로 나누어 진행되는 어느 음악회에서 독창2팀, 중창2팀, 합창3팀이 모두 공연할 때, 다음 두 조건에 따라 7팀의 공연 순서를 정하려고 한다.

- (가) 1부에는 독창, 중창, 합창 순으로 3팀이 공연한다.
- (나) 2부에는 독창, 중창, 합창, 합창 순으로 4팀이 공연한다.

이 음악회의 공연순서를 정하는 방법의 수는?

- ① 18 ② 20 ③ 22
- ④ 24 ⑤ 26

[인터넷 수능]

주관식

상 중 아

6. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 8개의 수에서 서로 다른 4개를 택하여 네 자리의 정수를 만들 때, 4560보다 큰 수의 개수를 구하여라.

[수능특강]

03

화폐의 지불 방법의 가지 수와 지불금액의 가지

- A원짜리 p 장, B원짜리 q 장, C원짜리 r 장으로 지불할 때
- (1) 지불하는 방법의 가지 수 : $(p+1)(q+1)(r+1)-1$ (가지)
 - (2) 지불금액의 가지 수
 - ① 화폐 액면이 중복되지 않을 때 : $(p+1)(q+1)(r+1)-1$ (가지)
 - ② 화폐 액면이 중복될 때 : 큰 액면을 작은 액면으로 바꾸어 ①의 공식 이용

상 중 아

7. 100원짜리 동전 2개, 50원짜리 동전 3개, 10원짜리 동전 3개의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 금액의 수는?

[수능특강]

- ① 31 ② 36 ③ 41
- ④ 43 ⑤ 47

04

부정방정식의 해의 가지 수

$ax + by + cz = k$ 인 부정방정식의 해의 가지 수는 계수가 큰
항을 기준으로 하여 푼다.

상 중 아

8. 주사위를 세 번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때,
 $a + 3b + 5c = 25$ 를 만족시키는 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

[인터넷 수능]

상 중 아

9. 두 주사위 A, B를 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b 라 하고
 $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ 라 할 때, 점 (p, q) 와 원점 사이의 거리가 4보
다 큰 경우는 모두 몇 가지인가?

- ① 28 ② 29 ③ 30
④ 31 ⑤ 32

[수능특강]

상 중 아

10. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이 있다.

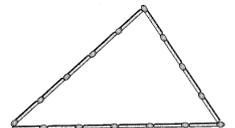
$a \in A, b \in B$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 - 6x + b = 0$ 이 실근을 갖도록
하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

[수능특강]

상 중 아

11. 길이가 같은 15개의 성냥개비를 모두
사용하여 만들 수 있는 서로 다른 삼각형의
개수는?

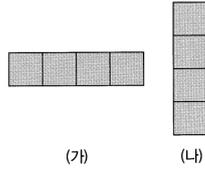


- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

[인터넷 수능]

상 > 중 > 아

12. 크기가 같은 정육면체를 블록10개를 쌓아 위에서 내려다 본 모양이 (가), 옆에서 본 모양이 (나)와 같이 되도록 만들 수 있는 방법의 수는?



[인터넷 수능]

- ① 26 ② 28 ③ 30
- ④ 32 ⑤ 34

주관식

상 > 중 > 아

13. 주사위를 던져 나오는 눈의 수에 따라 일정한 규칙으로 좌표 평면 위를 움직이는 바둑돌이 있다. 주사위를 1번 던져서 1의 눈이 나오면 오른쪽으로 1칸 가고, 2, 3의 눈이 나오면 위로 1칸 가고, 4, 5, 6의 눈이 나오면 왼쪽으로 1칸 간다. 원점 0에서 출발하여 주사위를 4번 던졌을 때, 4번째에 처음으로 점 (-1, 1)에 위치하는 경우의 수를 구하여라.

[수능특강]

05

틀리는 총수 (몬모루 오일러 공식)

1, 2, 3, ..., n 의 번호가 적힌 카드를 1, 2, 3, ..., n 의 번호가 적힌 봉투에 넣을 때, 각 카드가 제 번호의 봉투에 들어가지 않는 모든 경우의 수는

$$n! \left\{ \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots - (-1)^n \cdot \frac{1}{n!} \right\}$$

06

시각적인 나열 (수형도)

중복과 누락을 피하기 위하여 나뭇가지 모양의 그림을 그려 개수를 확인한다.

상 중 아

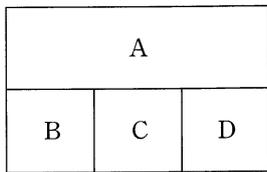
14. 세 개의 주사위 A, B, C를 던져서 나온 눈의 수를 차례로 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리로 하는 세 자리 자연수를 만들 때, 만들 수 있는 4의 배수의 개수는?

- ① 36 ② 42 ③ 48
- ④ 54 ⑤ 60

[인터넷 수능]

상 중 아

15. 숫자 1, 2, 3, 4각 각각 쓰여진 공을 다음 규칙에 따라 오른쪽 그림과 같이 A, B, C, D가 쓰여진 곳에 각각 하나씩 넣는 경우의 수는?



(가) 이웃한 두 공에 쓰여진 두 수의 최대공약수는 1이다.
 (나) 같은 숫자가 쓰여진 공을 중복 사용할 수 있으나 이웃하여 넣을 수 없다.

- ① 10 ② 12 ③ 14
- ④ 16 ⑤ 18

[고득점 N계]

상 중 아

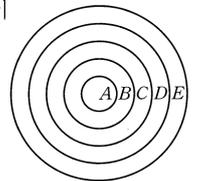
16. A, B, C, D, E, F의 6개의 문자를 한 번씩 써서 사전식으로 배열할 때, DECFA는 n번째 나오는 문자이다. 이때, 자연수n의 값은?

- ① 448 ② 450 ③ 452
- ④ 454 ⑤ 456

[인터넷 수능]

상 중 아

17. 그림과 같이 중심이 같고 반지름의 길이가



각각 1, 2, 3, 4, 5인 다섯 개의 원이 있다. 이 다섯 개의 원을 경계로 하여 안에서부터 다섯 개의 영역 A, B, C, D, E로 나누고, 서로 다른 3가지 색의 물감을 칠하여 색칠된 문양을 만들려고 한다. 각 영역은 1가지 색으로 칠하고, 이웃한 영역은 서로 다른 색을 칠한다. 3가지 색의 물감은 각각 10통 이하만 사용 할 수 있고, 물감1통으로는 영역A의 넓이만큼만 칠할 수 있을 때, 만들 수 있는 서로 다르게 색칠된 문양의 개수는?

- ① 9 ② 12 ③ 15
- ④ 18 ⑤ 21

[인터넷 수능]

주관식

상 중 아

18. 사과, 배, 감, 귤이 각각 2개씩 있다. 이 8개의 과일을 A, B, C, D 네 사람에게 서로 다른 종류로 2개씩 나누어 주려고 한다. 같은 종류의 과일은 서로 구별되지 않는다고 할 때, 네 사람이 과일을 받게 되는 경우의 수를 구하시오.

[인터넷 수능]



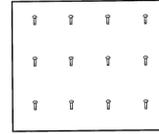
상 중 아

19. 정육면체를 4가지 색으로 칠하려고 한다. 4가지 색을 모두 사용하고, 이웃하는 면은 같은 색으로 칠하지 않는다고 할 때, 칠하는 방법의 수는?

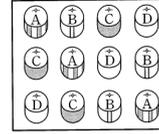
[인터넷 수능]

상 중 아

20. 서로 다른 네 종류의 모자 A, B, C, D가 각각 3개씩 모두 12개 있다. 12개의 모자를 <그림 1>과 같이 일정한 간격으로 배열된 12개의 모자걸이에 각각 걸려고 한다. 이때, 모든 가로 방향과 모든 세로 방향에 서로 다른 종류의 모자가 걸리도록 하려고 한다. <그림 2>는 이와 같은 방법으로 모자를 건 예이다.



<그림 1>



<그림 2>

이와 같은 방법으로 12개의 모자를 모자걸이에 걸 수 있는 방법의 수를 모두 구하시오. (단, 같은 종류의 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.)

[인터넷 수능]

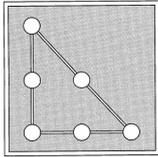
상 중 아

21. 주사위를 두 번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. 이차부등식 $2x^2 - 5ax + 5b < 0$ 의 해가 $x = 4$ 를 포함할 때, 상수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라. [3점]

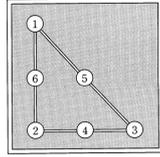
[고득점 N제]

상 중 아

22. <그림 1>과 같이 삼각형 모양의 판에 6개의 원이 삼각형 모양으로 그려져 있다. 각 원 안에 1부터 6까지의 자연수를 각각 하나씩 적어 삼각형의 각 변에 있는 세 원 안에 적힌 수의 합이 모두 같게 하려고 한다. 예를 들어 <그림 2>와 같이 적으면 삼각형의 각 변에 있는 수의 합이 모두 같다.



<그림 1>



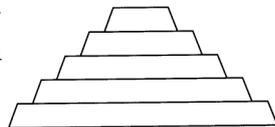
<그림 2>

이와 같이 <그림 1>의 원 안에 수를 적는 방법의 수를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 아

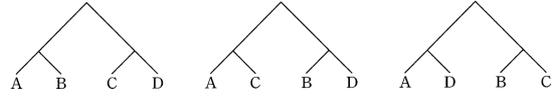
23. 그림과 같은 모양의 종이에 서로 다른 3가지 색을 사용하여 색칠하려고 한다. 이웃한 사다리꼴에는 서로 다른 색을 칠하고, 맨 위의 사다리꼴과 맨 아래의 사다리꼴에 서로 다른 색을 칠한다. 5개의 사다리꼴에 색을 칠하는 방법의 수를 구하시오.



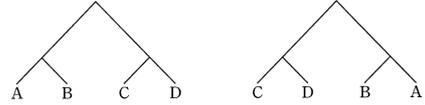
[인터넷 수능]

상 중 아

24. A, B, C, D 4명의 선수가 토너먼트 대회를 할 때, 다음과 같이 3가지의 대진표를 작성할 수 있다.



왜냐하면 아래 그림과 같은 경우들은 동일한 토너먼트 대회를 나타내기 때문이다.



이때, 8명의 선수가 토너먼트 대회를 하는 경우의 수를 구하시오.

[인터넷 수능]

07

적어도 하나의 처리방법

여사건을 찾아라.
 (구하는 경우의 수) = (전체) - (여사건)

주관식

상 중 아

25. 어떤 대학의 면접 시험장은 1시험장부터 7시험장까지 모두 7개가 있다.

1시험장 2시험장 3시험장 4시험장 5시험장 6시험장 7시험장

남학생 4명과 여학생 3명의 응시자가 각 시험장에서 한 명씩 면접 시험을 치르도록 배정할 때, 여학생 중 적어도 한 명이 짝수 번호의 시험장에 배정되는 방법의 수는 $n \times 4!$ 이다. 이 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

[수능특강]

08

순열

(1) ${}_n P_r$ 의 정의 : 서로 다른 n 개의 물건 중에서 r 개를 뽑아 일렬로 배열하는 방법의 총 수

$${}_n P_r = n(n-1)(n-2) \times \dots \times (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

($n \geq r$)

특히 n 개를 모두 뽑는 순열의 수는

$${}_n P_n = n(n-1)(n-2) \times (n-3) \dots 321 = n!$$

(2) ① ${}_n P_n = n!$ ② ${}_n P_0 = 1$ ③ $0! = 1$

④ ${}_n P_r = {}_{n-1} P_r + r {}_{n-1} P_{r-1}$ ⑤ ${}_n P_r = n \cdot {}_{n-1} P_{r-1}$

(3) ${}_n P_r$ 의 다른 뜻 : 서로 다른 r 개의 물건을 일렬로 된 n 자리에 놓는 방법의 총수($n \geq r$)

상 중 아

26. 등식 ${}_n P_2 + {}_{n+1} P_2 = {}_{n+3} P_2$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

상 중 아

27. 정팔각형의 8개의 꼭짓점 중 세 점을 선택하여 삼각형을 만들 때, 정팔각형의 한 변만 공유하는 삼각형의 개수는?

[인터넷 수능]

- ① 16 ② 20 ③ 24
 ④ 28 ⑤ 32

상 중 아

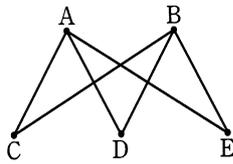
28. 두 인형 A, B에게 색이 정해지지 않은 셔츠와 바지를 모두 입힌 후, 입힌 옷의 색을 정하는 컴퓨터 게임이 있다. 서로 다른 모양의 셔츠와 바지가 각각 3개씩 있고, 각 옷의 색은 빨강과 초록 중 하나를 정한다. 한 인형에게 입힌 셔츠와 바지는 다른 인형에게 입히지 않는다. A 인형의 셔츠와 바지의 색은 서로 다르게 정하고, B 인형의 셔츠와 바지의 색도 서로 다르게 정한다. 이 게임에서 두 인형 A, B에게 셔츠와 바지를 입히고 색을 정할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는?

- ① 252 ② 216 ③ 180
- ④ 144 ⑤ 108

[인터넷 수능]

상 중 아

29. 오른쪽 그림은 5개의 도시 A, B, C, D, E를 연결하는 도로를 나타낸 것이다. 이 도로를 이용하여 5개의 도시를 한 번만 거쳐 모두 여행하는 경우의 수는?
(단, 한 번 여행한 도시는 다시 지나지 않고, 도시가 아닌 교차점에서는 다른 도로로 진입할 수 없다.)



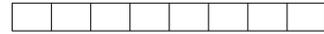
- ① 12 ② 18 ③ 24
- ④ 30 ⑤ 26

[인터넷 수능]

상 중 아

30. 8개의 빈칸 중 3칸에 빨강, 노랑, 파랑을 각각 색칠하고 나머지 칸은 비워두기로 한다. 이 때, 어느 칸도 연달아 색칠하지 않도록 하는 모든 방법의 수는?

[수능특강]



- ① 100 ② 120 ③ 160
- ④ 180 ⑤ 200

상 중 아

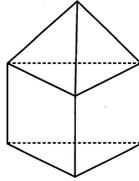
31. 교내 댄스 경연대회에 남학생으로 구성된 2팀과 혼성으로 구성된 4팀이 참가신청을 하였다. 이들 6팀이 무대에 오르는 순서를 정할 때, 남학생으로 구성된 팀들 사이에 혼성으로 구성된 팀이 2팀 이상 들어가도록 하는 방법의 수는?

[수능특강]

- ① 288 ② 300 ③ 324
- ④ 364 ⑤ 392

상 중 아

32. 오른쪽 그림은 모든 모서리의 길이가 같은 정삼각기둥 위에 정사면체를 올려 놓은 것이다. 서로 다른 7개의 색을 모두 이용하여 이 입체도형의 면을 서로 다르게 칠하는 경우의 수는?



[고득점 N계]

- ① 1670 ② 1680 ③ 1690
- ④ 1700 ⑤ 1710

주관식

상 중 아

33. 그림과 같이 x 에 대한 일차식, 이차식, 삼차식, 사차식이 적혀 있는 카드가 각각 10장, 4장, 9장, 6장 있다. 이들 29장의 카드에서 4장을 뽑을 때, 차수도 다르고 상수항도 다른 다항식이 적힌 카드를 뽑는 방법의 수를 구하여라.

[수능특강]

$x+1$	$x+2$	$x+3$	$x+4$	$x+5$	$x+6$	$x+7$	$x+8$	$x+9$	$x+10$	
x^2+1	x^2+2	x^2+3	x^2+4							
x^3+1	x^3+2	x^3+3	x^3+4	x^3+5	x^3+6	x^3+7	x^3+8	x^3+9		
x^4+1	x^4+2	x^4+3	x^4+4	x^4+5	x^4+6					

09

중복 순열

서로 다른 n 개의 물건 중에서 중복을 허용하여 r 개를 취하여 일렬로

배열하는 방법의 총수는 ${}_n P_r = n^r$

(중복순열의 응용)

예1. 모리스 부호로 만들 전신 부호

예2. 여관 투숙방법, 반 편성, 기명 투표 등에 응용

상 중 아

34. 세 수 1, 2, 3으로 중복을 허락하여 6 자리의 정수를 만들 때, 230000 보다 큰 홀수의 개수는?

[수능특강]

- ① 54 ② 162 ③ 216
- ④ 286 ⑤ 324

상 중 아

35. 숫자 0과 숫자 1이 적힌 카드가 각각 2장씩 있고, 숫자 2가 적힌 카드가 4장 있다. 이 8장의 카드를 나열하여 만들 수 있는 8 자리 정수의 개수는?

[수능특강]

- ① 270 ② 285 ③ 300
- ④ 315 ⑤ 330

상 중 아

36. 네 개의 숫자 0, 1, 2, 3을 중복 사용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수 중 홀수의 개수를 x , 세 자리 자연수 중 짝수의 개수를 y 라고 할 때, $x - y$ 의 값은?

- ① 72 ② 76 ③ 80
- ④ 84 ⑤ 88

[인터넷 수능]

상 중 아

37. 어느 중학교의 졸업생은 주변에 있는 남자 고등학교 1개, 여자 고등학교 3개, 남녀공학 고등학교 2개 중 한 학교에 배정된다고 한다. 이 중학교의 남학생 2명과 여학생 3명이 중학교를 졸업할 때, 고등학교를 배정받는 경우의 수는?

- ① 729 ② 1000 ③ 1125
- ④ 2000 ⑤ 2187

[인터넷 수능]

상 중 아

38. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 5개의 공을 3개의 상자 A, B, C에 넣으려고 한다. 어느 상자에도 넣어진 공에 적힌 수의 합이 13 이상이 되는 경우가 없도록 공을 상자에 넣는 방법의 수는? (단, 빈 상자의 경우에는 넣어진 공에 적힌 수의 합을 0으로 한다.)

- ① 233 ② 228 ③ 222
- ④ 215 ⑤ 211

[인터넷 수능]

상 중 아

39. 각 면에 1, 2, 3, 4가 적혀 있는 정사면체 한 개를 4번 던져서 밑면에 놓인 수를 차례로 x_1, x_2, x_3, x_4 라 하자. 두 수 x_1, x_2 의 최댓값이 x_3, x_4 의 최솟값보다 클 때, 네 수 x_1, x_2, x_3, x_4 의 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4) 의 개수는?

- ① 176 ② 182 ③ 186
- ④ 192 ⑤ 196

[수능특강]

상 중 아

40. 어느 학교에서는 국어, 영어, 수학 3과목의 방과 후 학교를 실시한다. 20명이 보충수업을 신청할 때, 20명이 보충수업을 신청할 때, 20명 학생 모두 적어도 2과목 이상 신청하는 경우의 수는?

- ① 2^{20} ② 3^{30} ③ 4^{20}
- ④ 5^{20} ⑤ 6^{20}

[고득점 N제]

주관식

상 중 아

41. 서로 다른 5개의 과일을 서로 다른 세 개의 바구니 A, B, C에 담으려고 한다. 한 바구니에 적어도 한 개의 과일을 담는다고 할 때, 과일을 담는 방법의 수는?

[인터넷 수능]

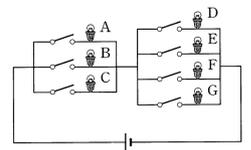
상 중 아

42. a, b, c, d, e 를 중복해서 사용하여 네 자리 문자열을 만들 때, a 를 포함하는 문자열의 개수를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 아

43. 오른쪽 그림과 같이 7개의 스위치와 전구A, B, C, D, E, F, G가 연결되어 있다. 이때, 적어도 하나의 전구에 불이 켜지는 서로 다른 경우의 수를 구하시오.



[인터넷 수능]

010

같은것을 포함 하는 순열

n 개 중에 같은 것이 각각 p 개, q 개, r 개, ... 있을 때, 이 n 개를 모두 택하여 만든 순열의 수

$$\frac{n!}{p!q!r! \dots (p+q+r+\dots = n)}$$

상 중 아

44. 9개의 문자 "ILOVEMATH"를 일렬로 배열할 때, 문자열 MATH를 포함하는 경우의 수는?

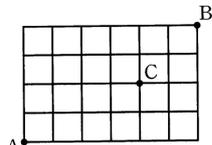
- ① 5! ② $5! \times 4!$ ③ 6!
- ④ $6! \times 2$ ⑤ 9!

[인터넷 수능]

상 중 아

45. 그림과 같은 도로망이 있다.

A 지점에서 출발하여 C 지점을 거치지 않고 B 지점으로 가는 최단 경로의 수는?



[인터넷 수능]

- ① 90 ② 120 ③ 150
- ④ 180 ⑤ 210

상 중 아

46. 1, 3, 3, 5, 7, 7의 6개의 숫자를 모두 사용하여 6자리로 된 암호를 만들려고 한다. 이때, 같은 숫자끼리 이웃하지 않도록 하는 방법의 수는?

[수능특강]

- ① 60 ② 84 ③ 120
- ④ 144 ⑤ 156

상 중 아

47. 여섯 장의 카드 1□2□2□3□4□4를 한 번씩 모두 사용하여 여섯 자리 자연수를 작은 수부터 차례로 만들어 나갈 때, 442213은 몇 번째에 나타나는가?

[수능특강]

- ① 170 ② 172 ③ 174
- ④ 176 ⑤ 178

상 중 아

48. 9개의 문자로 이루어진 단어 exercises에서 4개의 문자를 선택하여 배열하는 방법의 수는?

- ① 624 ② 625 ③ 626
- ④ 627 ⑤ 628

[인터넷 수능]

상 중 아

49. 네 자리의 자연수 중에서 일의 자리의 수를 제외하고 나머지 자리의 숫자가 모두 짝수인 수의 개수는?

- ① 760 ② 825 ③ 900
- ④ 1000 ⑤ 1025

[수능특강]

상 중 아

50. 8개의 팀이 참가한 어느 댄스 대회에서 최우수상1팀, 우수상 3팀을 시상하기로 하였다. 이 댄스 대회에서 시상을 하는 서로 다른 방법의 수는?

- ① 120 ② 160 ③ 200
- ④ 240 ⑤ 280

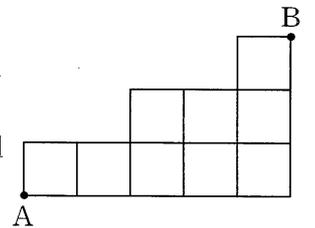
[인터넷 수능]

상 중 아

51. 오른쪽 그림은 두 지점 A, B 사이의 도로망을 나타낸 것이다. A에서 B로 최단 코스로 가는 방법의 수는?

- ① 30 ② 31
- ③ 32 ④ 33
- ⑤ 34

[수능특강]



상 중 아

52. 나이가 모두 다른 남자 4명과 여자 2명을 일렬로 세울 때, 남자 중에서 나이가 가장 적은 학생이 나머지 남자 3 명보다 왼쪽에 서는 경우의 수는?

- ① 180 ② 200 ③ 320
- ④ 400 ⑤ 640

[수능특강]

상 중 아

53. 아마추어 농구리그전에서 A 팀은 B 팀을 상대로 모두 9 번의 시합을 갖기로 하였다. A 팀과 B 팀의 시합이 진행되는 동안 그 시합까지의 전적에서 A 팀이 이긴 경기 횟수가 B 팀이 이긴 경기 횟수보다 항상 많으면서 6승 3패로 9 번의 시합을 마치는 경우의 수는? (단, 무승부는 없다.)

- ① 22 ② 24 ③ 26
- ④ 28 ⑤ 30

[수능특강]

상 중 아

54. 크기가 다른 세 개의 주사위를 던져서 작은 주사위의 눈부터 차례로 a, b, c 라 하자. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 AB 의 모든 성분의 합이 짝수가 되도록 하는 행렬 B 의 개수는?

- ① 54 ② 108 ③ 162
- ④ 216 ⑤ 270

[수능특강]

상 중 아

55. 여섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6을 한 번씩 써서 여섯 자리 자연수를 만들 때, 짝수 3개가 모두 이웃하는 경우의 수는?

- ① 96 ② 108 ③ 120
- ④ 132 ⑤ 144

[인터넷 수능]

상 중 아

56. 어떤 사회봉사센터에서는 다음과 같은 4가지 봉사활동 프로그램을 매일 운영하고 있다.

프로그램	A	B	C	D
봉사활동 시간	1시간	2시간	3시간	4시간

철수는 이 사회봉사센터에서 5일간 매일 하나씩의 프로그램에 참여하여 다섯 번의 봉사활동 시간 합계가 8시간이 되도록 아래와 같은 봉사활동 계획서를 작성하려고 한다. 작성 할 수 있는 봉사활동 계획서의 가짓수는?

봉사활동 계획서		
성명 :		
참여일	참여 프로그램	봉사활동 시간
2009. 1. 5		
2009. 1. 6		
2009. 1. 7		
2009. 1. 8		
2009. 1. 9		
봉사활동 시간 합계		8시간

- ① 47 ② 44 ③ 41
- ④ 38 ⑤ 35

[인터넷 수능]

상 중 아

57. 어른4명과 어린이3명이 한 줄로 서서 함께 사진을 찍을 때, 어린이들은 어느 누구도 이웃하지 않을 경우의 수는?

- ① 960 ② 1080 ③ 1200
- ④ 1320 ⑤ 1440

[인터넷수능]

상 중 아

58. 어느 해안 지역에서는 위험신호를 보낼 때, 울리는 시간의 길이가 각각 6초, 4초인 두 종류의 사이렌을 반복하여 보내기로 하였다. 이때, 사이렌이 멈추고 다음 사이렌이 울릴 때까지 항상 3초의 간격을 둔다고 한다. 예를 들어, 6초짜리와 4초짜리 사이렌을 각각 1번씩 울려 보낼 수 있는 신호는 두 가지이고, 이 신호를 보내는데 각각 13초가 필요하다. 이와 같은 두 가지 종류의 사이렌을 울려 총 67초 동안 보낼 수 있는 신호의 가짓수는?

[수능특강]

- ① 7 ② 8 ③ 9
- ④ 10 ⑤ 11

상 중 아

59. 다섯 명의 학생이 다음과 같은 1기, 2기, 3기로 나누어진 봉사활동에 참여하려고 한다.

	봉사활동명	인원 수
1기	A	인원 제한 없음
	B	인원 제한 없음
2기	P	1명
	Q	1명
	R	1명
	S	1명
	T	1명
	U	1명
	V	1명
3기	X	2명
	Y	2명
	Z	1명

다섯 명 모두 각 기별로 1개씩 봉사활동을 신청하려고 할 때, 참석하는 경우의 수는?

[고득점 N제]

- ① $7! \times 5!$ ② $2 \times 7! \times 5!$ ③ $3 \times 7! \times 5!$
- ④ $4 \times 7! \times 5!$ ⑤ $5 \times 7! \times 5!$

상 중 아

60. 916238457 은 1에서 9까지의 숫자를 정확히 한 번만 사용하여 만든 수이다. 916238457은 1에서 5까지는 작은 수부터 순서대로 나열되어 있지만 1에서 6까지는 작은 수부터 순서대로 나열되어 있지 는 않다. 1에서 9까지의 숫자를 한 번만 사용하여 만든 9 자리 수 중에서 이런 수의 개수는?

[인터넷수능]

- ① 1230 ② 1460 ③ 1680
- ④ 1840 ⑤ 2520

상 중 아

61. 주사위를 던져 나온 눈의 수 n 이 홀수이면 점 P 는 x 축의 양의 방향으로 n 만큼 가고, 짝수이면 점 P 는 y 축의 양의 방향으로 n 만큼 간다. 점 P 가 원점에서 출발하여 점 (a, b) 에 도달하는 방법의 수를 $N(a, b)$ 라 할 때, $N(6, 2) - N(2, 6)$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 0 ② 5 ③ 7
- ④ 9 ⑤ 11

상 중 아

62. 서로 다른 세 종류의 과일이 각각 2개씩 모두 6개가 들어 있는 바구니가 있다. 이 바구니에서 4개의 과일을 선택하여 4명의 학생에게 각각 한 개씩 나누어 주는 방법의 수는?
(단, 같은 종류의 과일은 구별하지 않는다.)

- ① 48 ② 54 ③ 60
- ④ 66 ⑤ 72

[인터넷수능]

상 중 아

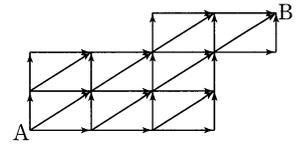
63. x 가 적혀 있는 카드가 5개, y 가 적혀있는 카드가 5개 있다. x 가 적혀있는 카드의 수가 y 가 적혀있는 카드의 수보다 적지 않도록 하면서 10장의 카드를 차례로 배열해 나간다. 10장의 카드를 배열하는 방법의 수는?

- ① 40 ② 41 ③ 42
- ④ 43 ⑤ 44

[인터넷수능]

상 중 아

64. 오른쪽 그림과 같은 도로망에서 지점 A에서 출발하여 화살표 방향으로만 움직여 B지점으로 가려고 한다. 이때, A에서 B로 가는 경우의 수는?



- ① 100 ② 101 ③ 102
- ④ 103 ⑤ 104

주관식

상 중 아

65. 다음과 같은 방법으로 만들 수 있는 2×4 행렬의 개수를 구하시오.

- (가) 각 행에 들어가는 숫자는 1, 2, 3, 3이다.
- (나) 같은 열의 두 성분의 합은 짝수이다.

[인터넷수능]

상 중 아

66. 다음은 어느 극장의 좌석 배치도의 일부분이다.



1번과 2번, 8번과 9번은 커플좌석이고, 3번부터 7번까지는 개인 좌석이다. 두 쌍의 부부를 포함하여 남자 4명과 여자 5명이 위의 좌석에 앉으려고 할 때, 부부는 부부끼리 커플은 커플좌석에 앉고 남은 여자 3명은 이웃하도록 앉는 경우의 수를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 아

67. 좌표평면에서 평행이동 f, g, h 가 다음과 같다.

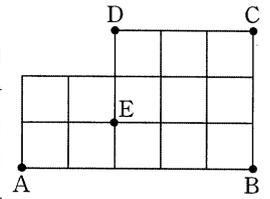
$$\begin{aligned}
 f: (x, y) &\rightarrow (x+1, y+1) \\
 g: (x, y) &\rightarrow (x+1, y+2) \\
 h: (x, y) &\rightarrow (x+2, y+1)
 \end{aligned}$$

예를 들어 원점을 g 에 의하여 평행이동한 후에 f 에 의하여 평행이동하면 점 $(2, 3)$ 이 된다. 평행이동 f, g, h 를 반복하여 원점을 점 $(9, 9)$ 로 이동하는 방법의 수를 구하시오. (단, 순서가 다르다면 다른 경우로 생각한다.)

[인터넷 수능]

상 중 아

68. 그림과 같이 한 변의 길이가 1m인 정사각형 모양의 블록 13개를 붙여 만든 도로가 있다. 어떤 사람이 A를 출발하여 \overline{DC} 중 2m만 지난 다음 E 지점을 지나지 않고 B 지점까지 가는 최단 경로의 수를 구하여라. (단, 같은 길을 두 번 갈 수 없다.)



[수능특강]

상 중 아

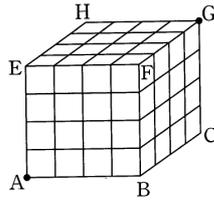
69. 세 개의 문자 a, b, c 를 중복 사용하여 네 자리의 문자열을 만들 때, 다음 두 조건을 만족시키는 문자열의 개수를 구하시오.

[인터넷 수능]

- (가) 적어도 두 종류 이상의 문자를 사용해야 한다.
- (나) 같은 문자는 이웃할 수 없다.

상 > 중 > 아

70. 오른쪽 그림과 같이 정육면체의 각 면이 16등분되어 있다. 꼭짓점 A에서 출발하여 정육면체의 모서리나 각 면을 16등분하는 선을 따라 꼭짓점 G까지 이동할 때, 변 BF 또는 변 EF 위의 점을 거쳐 가는 최단 경로의 수를 구하시오.



[인터넷수능]

012

원 순열

서로 다른 n 개의 물건을 원형으로 배열하는 순열을 원순열이라 한다.

(1) 서로 다른 n 개의 물건 전부를 배열하는 원순열의 수 : $(n-1)!$

(2) 서로 다른 n 개의 물건 중 r 개만 택하여 원형으로 배열하는 원순열의 수 : ${}_n P_r \times \frac{1}{r}$

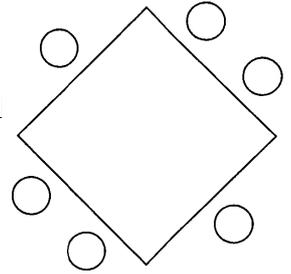
상 > 중 > 아

71. 오른쪽 그림과 같은 정사각형

모양의 탁자에 6 명이 둘러앉는 방법의 수는?

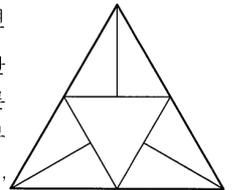
[수능특강]

- ① 120
- ② 240
- ③ 360
- ④ 480
- ⑤ 600



상 > 중 > 아

72. 그림과 같이 작은 정삼각형의 세 변에 합동인 6 개의 직각삼각형을 붙여 커다란 정삼각형으로 만든 도형이 있다. 서로 다른 7 가지 색을 모두 사용하여 이 도형의 각 부분을 구분하도록 칠하는 경우의 수는? (단, 도형은 고정되어 있지 않다.)



[수능특강]

- ① 1440
- ② 1540
- ③ 1680
- ④ 1720
- ⑤ 1840

상 중 아

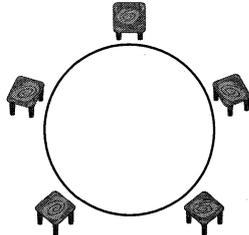
73. 진행자가 2명인 어느 토론 프로그램에 한 쌍의 부부를 포함하여 모두 6명이 초대되었다. 이들 8명이 원형의 탁자에 둘러앉을 때, 진행자는 이웃하고 부부는 서로 마주 보도록 하는 방법의 수는?

[수능특강]

- ① 48 ② 60 ③ 120
- ④ 240 ⑤ 480

상 중 아

74. 부모와 자녀 3명이 오른쪽 그림과 같이 원형 모양의 식탁에 앉아 음식을 주문하려고 한다. 부모는 이웃하여 앉고 3종류의 음식 중 한 가지씩 주문하는 경우의 수는?(단, 주문한 음식의 종류의 수는 3가지이다.)

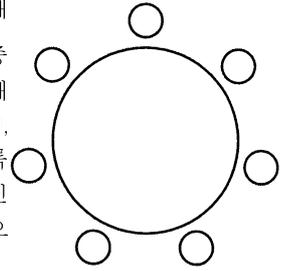


[고득점 N제]

- ① 1200 ② 1400 ③ 1600
- ④ 1800 ⑤ 2000

상 중 아

75. 그림과 같이 원형의 탁자에 7개의 의자가 놓여 있다. 초등학교 1명, 중학생 2명, 고등학교 3명이 7개 중 6개의 의자를 선택하여 둘러앉으려고 할 때, 고등학교 3명은 서로 이웃하지 않도록 하는 방법의 수는? (단, 사람 사이에 빈 의자가 있는 경우도 이웃하지 않는 것으로 생각한다.)

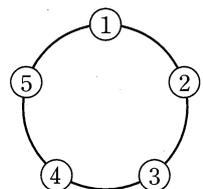
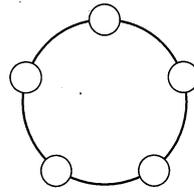


[수능특강]

- ① 36 ② 48 ③ 72
- ④ 108 ⑤ 144

상 중 아

76. 오른쪽 그림과 같이 원을 5등분한 곳에 서로 다른 다섯 개의 수 1, 2, 3, 4, 5를 이웃하는 세 수의 합이 10보다 큰 것이 존재하도록 적으려고 한다. 예를 들면 아래 그림에서 $3+4+5=12$ 이므로 주어진 조건을 만족시킨다.



이때 구하는 경우의 수는?

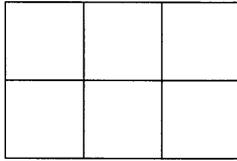
[고득점 N제]

- ① 10 ② 15 ③ 20
- ④ 25 ⑤ 30

상 중 아

77. 오른쪽 그림의 6 개의 정사각형에 서로 다른 6 개의 색을 모두 사용하여 색칠하는 방법의 수는? [3점]

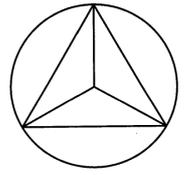
[수능특강]



- ① 360
- ② 300
- ③ 250
- ④ 200
- ⑤ 180

상 중 아

79. 그림과 같이 정삼각형과 정삼각형의 외접원에서 외심과 삼각형의 세 꼭짓점을 연결하여 6개의 영역으로 나누었다. 서로 다른 6개의 색을 모두 이용하여 나누어진 영역을 칠하는 방법의 수를 구하시오. (단, 회전해서 같은 것은 하나로 센다.)



[인터넷수능]

주관식

상 중 아

78. 네 쌍의 부부가 원형의 식탁에 둘러 앉을 때, 부부가 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오.

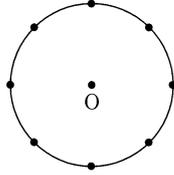
[인터넷수능]

013

도형과 연관된 순열

상 증 아

80. 오른쪽 그림은 중심이 O 인 원을 8등분하여 점을 찍어 놓은 것이다. 이 8개의 점에 $P_n (n=1, 2, 3, \dots, 8)$ 을 임의로 쓰려고 한다. $\sin(\angle P_1OP_2) > 0$, $\cos(\angle P_1OP_3) < 0$ 을 만족시키도록 8개의 점에 P_n 을 쓰는 경우의 수는? (단, 각의 크기는 반직선 OP_1 을 시초선으로 하여 잰다.)



[고득점 N계]

- ① 830 ② 860 ③ 930
- ④ 960 ⑤ 990

014

조건이 있는 순열

- (1) 특정한 것은 이웃하도록: 인접하는 것들을 묶어서 하나로 생각하고, 묶인 부분의 자체 내에서의 순열의 수를 곱한다.
- (2) 특정한 것은 이웃하지 않도록: 인접해도 좋은 것을 먼저 배열하고, 그 사이사이에 인접하지 못하는 것들을 배열하는 순열의 수를 곱해준다.
- (3) 순서가 정해진 경우: 같은 것으로 보고 푼다.

상 증 아

81. 채리는 MP3에 6개의 곡 A, B, C, D, E, F를 순서를 정해 저장하려 한다. 이때, B는 C보다 앞에 저장하고 C는 F보다 앞에 저장하는 경우의 수는?

[인터넷수능]

- ① 60 ② 72 ③ 96
- ④ 120 ⑤ 240

상 증 아

82. 다음 그림과 같은 좌석에 남자 n 명, 여자 2명의 자리를 배정하려고 한다. 이 때, 특별한 한 쌍의 남녀를 ①, ②, ③중 어느 두 자리에 나란히 인접하도록 앉히고, 여자 양 옆에는 남자가 앉도록 좌석을 배치하는 방법의 수는? (단, $n \geq 4$)

[수능특강]

1	2	3	4	...	n	n+1	n+2
---	---	---	---	-----	---	-----	-----

- ① $(2n+7) \times (n-2)!$ ② $(3n+3) \times (n-2)!$
- ③ $(2n+3) \times (n-1)!$ ④ $(3n-7) \times (n-1)!$
- ⑤ $(4n-1) \times (n-1)!$

상 중 아

83. 다섯 장의 카드 [1], [2], [3], [4], [5]를 일렬로 늘어놓아 만든 다섯 자리 자연수를 작은 수부터 차례로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 이라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[수능특강]

[보기]

- ㄱ. 수열 $\{a_n\}$ 중에서 홀수인 항은 모두 72개다.
- ㄴ. $a_{25} - a_{24} = 5913$
- ㄷ. a_{63} 은 짝수이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

84. a, b, c, d, e, f 여섯 명을 일렬로 세울 때, a 와 b 는 이웃하고 d, c, e 또는 e, c, d 의 순서로 서는 경우의 수는?(단, c 와 d, e 는 반드시 이웃하지 않아도 된다.)

[고득점 N제]

- ① 80 ② 82 ③ 84
- ④ 86 ⑤ 88

상 중 아

85. 다음 두 조건을 만족시키는 2×4 행렬을 만들려고 한다.

- (가) 제 1행에는 1, 2, 3, 4의 4개의 수를 나열하고 제 2행에는 5, 6, 7, 8, 9중에 서로 다른 4개의 수를 나열한다.
- (나) 같은 열의 두 성분은 서로소이다.

예를 들면, $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ 는 두 조건을 만족시키는 행렬이다. 이때, 만들 수 있는 행렬의 개수는?

[고득점 N제]

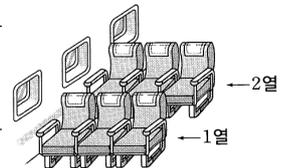
- ① 460 ② 480 ③ 500
- ④ 520 ⑤ 540

주관식

상 중 아

86. 할아버지, 할머니, 아버지, 어머니, 아들, 딸로

구성된 가족이 있다. 이 가족 6명이 그림과 같은 6개의 좌석에 모두 앉힐 때, 할아버지, 할머니가 같은 열에 이웃하여 앉고, 아버지, 어머니도 같은 열에 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오.



[인터넷수능]

상 중 아

87. 어느 모임에 네 가족이 참석했는데 각 가족은 부부와 두 명의 자녀로 이루어져 있다. 이 모임에서 다음 조건을 만족하도록 세 명의 대표를 뽑는 경우의 수를 구하시오.

[인터넷수능]

- (가) 아버지대표, 어머니대표, 자녀대표가 각각 한 명씩 포함된다.
- (나) 한 가족에서 두 명 이상의 대표가 포함되지 않는다.

015 함수의 개수

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 일 때, 함수 $f: X \rightarrow Y$ 에 대하여 $x_i \neq x_j$ ($i, j = 1, 2, \dots, m$)이면 $f(x_i) \neq f(x_j)$ 를 만족시키는 것의 개수는

- (1) $m = n$ 일 때 $n!$
- (2) $m < n$ 일 때 ${}_n P_m$

상 중 아

88. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 A로의 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다. 다음을 만족하는 함수 $f(x)$ 의 개수는?

[수능특강]

- (가) $f(2) \neq f(4)$
- (나) 자연수 c 에 대하여 $2c - 1 \in A$ 이면 $f(2c - 1) \geq 2c - 1$ 이다.

- ① 240 ② 260 ③ 280
- ④ 300 ⑤ 320

상 중 아

89. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합 $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 으로의 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

- (가) 집합 A의 서로 다른 두 원소 a, b 에 대하여 $f(a) \neq f(b)$ 이다.
- (나) $f(x) = x$ 인 x 가 존재하지 않는다.

이 때, 함수 $f(x)$ 의 개수는?

[수능특강]

- ① 78 ② 80 ③ 84
- ④ 88 ⑤ 90

상 중 아

90. 집합 $X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 에서 집합 $Y = \{a, b, c\}$ 로의 함수 $f : X \rightarrow Y$ 중 치역과 공역이 서로 같은 함수의 개수는?

[수능특강]

- ① $3^n - 3 \times 2^n + 3$ ② $3^n - 3 \times 2^{n-1} - 1$
- ③ $3^n - 3 \times 2^n + 2$ ④ $3^n - 2^{n+1} + 3$
- ⑤ $3^n - 2^n - 1$

상 중 아

91. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 로의 함수 f 중 치역의 모든 원소의 합이 짝수인 함수 f 의 개수는?

- ① 60 ② 61 ③ 62
- ④ 63 ⑤ 64

상 중 아

92. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 로의 함수 $f(x)$ 중에서 $f(1) \times f(2) \times f(3)$ 의 값이 정수의 제곱꼴이 되는 것은 모두 몇 개인가?

[수능특강]

- ① 24개 ② 26개 ③ 28개
- ④ 30개 ⑤ 32개

상 중 아

93. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 두 함수 $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow A$ 가 다음 세 조건을 만족한다.

- (가) $f(1) < g(1)$
- (나) $i \in A, j \in A$ 일 때, $i \neq j$ 이면 $f(i) \neq f(j)$ 이다.
- (다) $x \neq 1$ 인 모든 x 에 대하여 $g(f(x)) = x$ 를 만족한다.

이 때, 두 함수 f 와 g 의 순서쌍 (f, g) 의 개수는?

[수능특강]

- ① 324 ② 330 ③ 336
- ④ 342 ⑤ 348

상 중 아

94. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, X 에서 X 로의 일대일 대응인 함수 f 중에서 $f(2) \neq 4, f(4) \neq 2$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수는?

- ① 72 ② 75 ③ 78
- ④ 81 ⑤ 84

상 중 아

95. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수는?

[고득점 N제]

- (가) $a \in X$ 에 대하여 $f(a)$ 는 a 의 양의 약수 중 하나이다.
- (나) 치역의 모든 원소의 곱은 4의 배수이다.

- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14

상 증 아

96. 다음 조건을 만족시키는 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 로의 함수 f 의 개수는?

[고득점 N제]

(가) $i \in X, j \in X$ 에 대하여 $f(i) = f(j)$ 이면 $i = j$ 이다.
 (나) $f(1) + f(2)$ 는 짝수이다.

- ① 1020 ② 1040 ③ 1060
- ④ 1080 ⑤ 1100

상 증 아

97. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 중 $\sum_{k=1}^5 f(k) = 7$ 을 만족시키는 함수 f 의 개수는?

[고득점 N제]

- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 15

주관식

상 증 아

98. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 만족하는 함수 f 가 집합 A 에서 A 로의 일대일 대응일 때, 함수 f 의 개수를 구하시오.

[인터넷수능]

(가) $f(3) \geq 3$
 (나) $|f(1) - f(2)| = 1$

016

조합

(1) ${}_n C_r$ 의 정의 : 서로 다른 n 개에서 r 개를 순서에 관계 없이 택하는 것

(2) 조합의 공식

$$\textcircled{1} \quad {}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (0 \leq r \leq n)$$

②

$${}_n C_r = {}_n C_{n-r} \quad (0 \leq r \leq n), \quad {}_n C_x = {}_n C_y \Leftrightarrow x = y \text{ 또는 } x + y = n$$

$$\textcircled{3} \quad {}_n C_r = {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1} \quad (1 \leq r \leq n-1)$$

④

$${}_n C_r = \frac{n}{r} {}_{n-1} C_{r-1}, \quad \frac{{}_n C_r}{n} = \frac{{}_{n-1} C_{r-1}}{r}, \quad r {}_n C_r = n {}_{n-1} C_{r-1}$$

(3) 배열순서 정해지면 조합으로 본다.

상 중 아

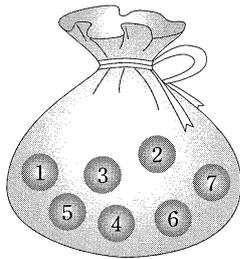
99. 남자 5명, 여자 3명으로 이루어진 동아리가 있다. 이 동아리에서 3명의 대표를 뽑을 때, 적어도 여자 1명이 뽑히는 경우의 수는?

[인터넷 수능]

- ① 42 ② 43 ③ 44
- ④ 45 ⑤ 46

상 중 아

100. 그림과 같이 주머니에 1부터 7까지의 숫자가 각각 적힌 7개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 한 개씩 공을 꺼내 숫자를 확인한 후 다시 주머니에 넣는 시행을 4번 반복하고 공에 적힌 수를 차례로 일의 자리, 십의 자리, 백의 자리, 천의 자리로 하는 자연수를 만든다. 이때, 만들어진 자연수 중에서 2244, 2424, 4224, ...와 같이 같은 숫자가 2쌍인 것의 개수는?



[수능특강]

- ① 62 ② 77 ③ 96
- ④ 126 ⑤ 150

상 중 아

101. 1에서 20까지의 자연수 중에서 서로 다른 세 수를 임의로 선택할 때, 선택된 세 수의 합이 짝수가 되는 경우의 수는?

[인터넷 수능]

- ① 480 ② 510 ③ 540
- ④ 570 ⑤ 600

상 중 아

102. 1부터 19까지의 정수로 이루어진 집합 S 가 있다. S 의 부분집합 A 가 다음 두 조건을 만족한다.

- (가) A 의 원소의 개수는 5이다.
- (나) A 는 연속하는 두 자연수를 원소로 갖지 않는다.

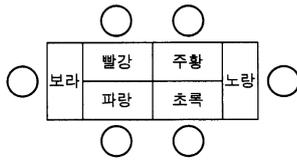
이때, 부분집합 A 의 개수는?

[인터넷 수능]

- ① 1246 ② 2010 ③ 2426
- ④ 2830 ⑤ 3003

상 중 아

103. 6 개의 책상과 의자에 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 보라의 색이 각각 하나씩 칠해져 있다. 6 개의 책상이 오른쪽 그림과 같이 배치되어 있을 때, 3 개의 의자는 의자의 색과 같은 색의 책상 앞에 놓고, 3 개의 의자는 의자의 색과 다른 색의 책상 앞에 놓는 경우의 수는?



[인터넷 수능]

- ① 20
- ② 40
- ③ 60
- ④ 80
- ⑤ 100

상 중 아

104. 어느 파티에 12쌍의 부부가 참석하였다. 이 중 남자들은 그의 배우자를 제외한 모든 사람과 악수를 하였고, 여자들끼리는 악수를 하지 않았다고 한다. 파티에 참석한 24명이 나눈 악수의 총 횟수는?

[고득점 N제]

- ① 172
- ② 184
- ③ 190
- ④ 198
- ⑤ 204

상 중 아

105. 어느 회사원이 처리해야 할 업무는 A, B를 포함하여 모두 6가지이다. 이 중에서 A, B를 포함한 4가지 업무를 오늘 처리하려고 하는데, A를 B보다 먼저 처리해야 한다. 오늘 처리할 업무를 택하고, 택한 업무의 처리 순서를 정하는 경우의 수는?

[인터넷 수능]

- ① 60
- ② 66
- ③ 72
- ④ 78
- ⑤ 84

상 중 아

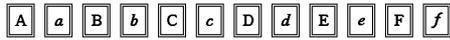
106. 흰색 공이 2개, 검은색 공이 2개, 붉은색 공이 3개 있다. 이 7개의 공을 일렬로 배열할 때, 같은 색의 공이 이웃하지 않게 배열하는 방법의 수는?

[인터넷 수능]

- ① 34
- ② 36
- ③ 38
- ④ 40
- ⑤ 42

상 중 아

107. 다음과 같이 A~F의 대문자와 a~f의 소문자가 각각 적혀 있는 카드 12장이 있다.



여기서 6장을 택할 때, 같은 알파벳의 대문자와 소문자가 적힌 2쌍(4장)만 포함되는 경우의 수는?

[수능특강]

- ① 280 ② 320 ③ 360
- ④ 400 ⑤ 440

상 중 아

108. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3\}$ 으로의 함수 중 $n(\{x|f(x)=1\})=1, n(\{x|f(x)=2\})=2, n(\{x|f(x)=3\})=4$ 를 만족시키는 함수 f 의 개수는? (단 $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수이다.)

[인터넷 수능]

- ① 98 ② 105 ③ 112
- ④ 119 ⑤ 126

상 중 아

109. 세 자리 자연수를 $n_1n_2n_3$ 으로 나타내기로 하자. 예를 들어, 세 자리 자연수 815는 $n_1=8, n_2=1, n_3=5$ 이다. $n_1 < n_2 < n_3$ 을 만족하는 세 자리 자연수의 개수를 A , $n_3 < n_2 < n_1$ 을 만족하는 세 자리 자연수의 개수를 B 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

[수능특강]

- ① $A+10=B$ ② $A+36=B$ ③ $A=B$
- ④ $A=B+10$ ⑤ $A=B+36$

상 중 아

110. 부등식 $(x-3)^2+y^2 \leq 9$ 가 나타내는 영역에서 x 좌표, y 좌표가 모두 자연수인 두 점을 이어 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수는?

[수능특강]

- ① 27 ② 29 ③ 31
- ④ 33 ⑤ 35

상 중 아

111. 6개의 학급이 있는 학교에 6명이 전학을 왔다. 6명의 학생을 학급에 배정할 때, 정확히 한 학급만 학생을 받지 못하는 경우의 수는?

- ① $6! \times 3$ ② $6! \times 6$ ③ $6! \times 9$
 ④ $6! \times 12$ ⑤ $6! \times 15$

[인터넷 수능]

상 중 아

112. 다음은 ${}_{2n+2}C_{n+1}$ 을 다른 방법으로 나타내는 과정이다.

[증명]

특정한 A, B 를 포함하는 서로 다른 $(2n+2)$ 개에서 $(n+1)$ 개를 택하는 조합의 수를 다음 3 가지 경우로 나누어 생각하자.

(i) A, B 를 모두 포함하여 $(n+1)$ 개를 택하는 경우의 수는

이다.

(ii) A, B 중 하나만 포함하여 $(n+1)$ 개를 택하는 경우의 수는

이다.

(iii) A, B 를 모두 포함하지 않고 $(n+1)$ 개를 택하는 경우의 수는 이다.

(i), (ii), (iii) 에서 다음 등식이 성립한다.

${}_{2n+2}C_{n+1} = \text{ (가) }$

위의 과정에서 (가)에 알맞은 식은?

- ① ${}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_n$ ② ${}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_n$
 ③ ${}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_n$ ④ ${}_{2n}C_{n-1} + ({}_{2n}C_n)^2$
 ⑤ $({}_{2n}C_{n-1})^2 + {}_{2n}C_n$

[인터넷 수능]

상 중 아

113. 다음은 조합에 관한 어떤 성질을 증명한 것이다.

[증명]

집합 A 를 $(n+1)$ 개의 원소를 가진 집합이라 하고, 집합 A 의 한 원소 a 에 대하여 $B = A - \{a\}$ 라 하자.

집합 A 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 r 인 것은 (가) 개다.

이 부분집합의 개수는 다음 두 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

(i) a 를 포함하는 경우

a 를 제외한 n 개 중에서 (나)개를 선택한 부분 집합의 수와 같다.

(ii) a 를 포함하지 않는 경우

a 를 제외한 n 개 중에서 r 개를 선택한 부분집합의 수와 같다.

(i), (ii)에서 다음이 성립한다.

$(가) = (다) + {}_n C_r$

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

[고득점 N제]

- | | | | |
|---|---------------|-------|----------------|
| | (가) | (나) | (다) |
| ① | ${}_{n+1}C_r$ | r | ${}_n C_r$ |
| ② | ${}_{n+1}C_r$ | $r-1$ | ${}_n C_r$ |
| ③ | ${}_{n+1}C_r$ | $r-1$ | ${}_n C_{r-1}$ |
| ④ | ${}_n C_r$ | r | ${}_n C_r$ |
| ⑤ | ${}_n C_r$ | $r-1$ | ${}_n C_{r-1}$ |

상 증 아

114. 다음은 등식 ${}_n C_r + {}_n C_{r+1} = {}_{n+1} C_{r+1}$ 을 이용하여 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 을 증명하는 것이다.

[증명]

2 이상인 자연수 k 에 대하여 $k^2 = \boxed{\text{(가)}} + 2 \cdot {}_k C_2$ 로 나타낼 수 있으므로

$$\begin{aligned}
 & 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 \\
 &= {}_1 C_1 + ({}_2 C_1 + 2 \cdot {}_2 C_2) + ({}_3 C_1 + 2 \cdot {}_3 C_2) + \dots \\
 &\quad + ({}_n C_1 + 2 \cdot \boxed{\text{(나)}}) \\
 &= ({}_1 C_1 + {}_2 C_1 + {}_3 C_1 + \dots + {}_n C_1) + \\
 & 2({}_2 C_2 + {}_3 C_2 + \dots + \boxed{\text{(나)}}) \\
 &= {}_{n+1} C_2 + 2 \cdot \boxed{\text{(다)}} \\
 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}
 \end{aligned}$$

위 증명에서 (가), (나), (다) 에 알맞은 것은?

[인터넷 수능]

- | | | | |
|---|----------------|----------------|----------------|
| | (가) | (나) | (다) |
| ① | ${}_k C_1$ | ${}_n C_2$ | ${}_n C_3$ |
| ② | ${}_k C_1$ | ${}_n C_2$ | ${}_{n+1} C_3$ |
| ③ | ${}_k C_1$ | ${}_{n+1} C_2$ | ${}_n C_3$ |
| ④ | ${}_{k+1} C_1$ | ${}_n C_2$ | ${}_n C_3$ |
| ⑤ | ${}_{k+1} C_1$ | ${}_{n+1} C_2$ | ${}_{n+1} C_3$ |

주관식

상 증 아

115. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 A 의 부분집합 B 의 개수를 구하시오.

[인터넷 수능]

- (가) 집합 B 의 원소는 개수는 3 이다.
 (나) 집합 B 의 모든 원소의 곱은 3 의 배수이다.

상 증 아

116. 신체검사장에서 6 명의 학생에게서 휴대폰을 수거하여 검사가 끝난 후 임의로 돌려준다. 이때, 단 두 명의 학생만 자기 휴대폰을 받게 될 경우의 수를 구하여라. [4점]

[수능특강]

017

경우의 수 + 순열 + 조합

- (1) 조건이 있는 일부 순열: 서로 다른 n 개에서 r 개 ($n > r$)를 택하는 순열 중 어떤 조건이 있을 때에는 조합을 구한 뒤 각각에 대한 순열을 계산한다.
 (2) 같은 것이 있는 경우의 일부 순열: 같은 것이 있는 경우에 그 일부를 배열하는 순열은 경우의 수 \Rightarrow 조합 \Rightarrow 순열의 순서에 따라 계산한다.

상 중 아

117. 20이하의 자연수 중에서 서로 다른 세 수를 선택할 때, 선택된 세 수의 합이 짝수가 되는 경우의 수는?

[고득점 N제]

- ① 500 ② 512 ③ 524
 ④ 540 ⑤ 570

상 중 아

118. 등식 ${}_n C_3 = {}_n P_2$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

상 중 아

119. 정의역이 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 이고 공역이

$Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 인 함수 f 가 다음 두 조건을 만족한다.

- (가) $f(3) = 6$
 (나) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 이다.

이때, 함수 f 의 개수는?

[수능특강]

- ① 10 ② 15 ③ 20
 ④ 25 ⑤ 30

상 중 아

120. 1부터 20까지의 자연수가 적힌 20장의 카드 중 3장을 동시에 뽑을 때, 카드에 적힌 세 수의 합이 3의 배수가 될 경우의 수는?

[수능특강]

- ① 288 ② 296 ③ 306
 ④ 314 ⑤ 384

상 중 아

121. 1 부터 10 까지의 자연수가 하나씩 적힌 10 장의 카드에서 2 장의 카드를 뽑을 때, 카드에 적힌 수가 서로소인 경우의 수는?

- ① 31 ② 32 ③ 33
- ④ 34 ⑤ 35

[인터넷 수능]

상 중 아

122. 서현이는 발라드곡 4개와 댄스곡 3개로 이루어진 서로 다른 7개의 곡을 CD에 저장하여 친구에게 선물하려고 한다. 그런데 발라드곡은 3개 이상 연속하여 나오지 않도록 할 때, 이 7개의 곡을 차례로 저장하는 방법의 수는?

- ① 1728 ② 2160 ③ 2592
- ④ 2736 ⑤ 3432

[고득점 N제]

상 중 아

123. 네 학생 A, B, C, D 가 지리산, 한라산, 속리산, 설악산을 다음 조건을 만족하도록 여행하는 경우의 수는?

[인터넷 수능]

(가) 모든 학생은 두 개의 산을 여행한다.
 (나) 모든 산은 A, B, C, D 중 두 명의 학생이 반드시 여행한다.

- ① 36 ② 48 ③ 60
- ④ 72 ⑤ 90

상 중 아

124. 1000 과 2000 사이의 자연수에서 각 자리의 숫자 중 두 개는 같고 나머지 두 개는 다른 수는 모두 몇 개인가?

[인터넷 수능]

- ① 360 ② 382 ③ 412
- ④ 432 ⑤ 452

상 중 아

125. 일의 자리가 0이 아닌 네 자리 자연수 x 의 각 자리 숫자를 역순으로 한 네 자리 자연수를 y 라 하자. 예를 들어 $x = 2468$ 이면 $y = 8642$ 이다. 이때 $x > y$ 를 만족하는 네 자리 자연수 x 의 개수는?

[인터넷 수능]

- ① 3264 ② 3640 ③ 3852
- ④ 4005 ⑤ 4120

상 중 아

126. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 만족시키는 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는?

[인터넷 수능]

(가) $x_1 \in X, x_2 \in Y$ 일 때, $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 이다.
 (나) $f(2)f(3) = 0$

- ① 27 ② 30 ③ 32
- ④ 48 ⑤ 60

상 중 아

127. 세 친구 A, B, C 가 학교 클럽활동 발표회를 보고 나서 우수반에 ♥모양의 스티커를 붙이기로 하였다. A, B 는 각각 2개, C 는 1개를 붙였을 때, 표가 만들어지는 경우의 수는? (단, 한 명이 같은 반에 2개의 스티커를 붙이지는 않으며 아래의 표는 스티커를 붙인 하나의 예이다.)

[인터넷 수능]

클럽	과학반	사진반	방송반	연극반	풍물반	합창반
우수반	▼		▼▼		▼	▼

- ① 125 ② 168 ③ 216
- ④ 243 ⑤ 289

상 중 아

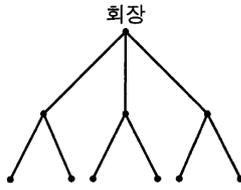
128. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 f 를 정의할 때, 함수 $y = (f \circ f)(x)$ 가 항등함수가 되도록 하는 함수 f 는 모두 몇 개인가? [4점]

[수능특강]

- ① 14 ② 17 ③ 20
- ④ 23 ⑤ 26

상 중 아

129. 회장 1 명을 포함하여 10 명의 회원으로 이루어진 어느 동호회에서 회장은 3 명의 회원에게 연락을 하고, 연락을 받은 회원은 각각 서로 다른 2 명의 회원에게 연락을 하여 모든 회원에게 연락되도록 비상연락망을 작성하려고 한다. 연락을 주고받는 사람이 같으면 서로 같은 비상연락망으로 본다고 할 때, 비상연락망을 작성하는 경우의 수는?(단, 회장은 이미 정해져 있다.)



[인터넷 수능]

- ① 5040 ② 5880 ③ 6720
- ④ 7560 ⑤ 8400

상 중 아

130. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 7\}$ 에서 $B = \{-^5\sqrt{2}, ^5\sqrt{2}, \sqrt{5}\}$ 로의 함수 f 가 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $B = \{f(k) \mid k = 1, 2, 3, \dots, 7\}$
 (나) $f(1) \times f(2) \times f(3) \times \dots \times f(7) = 10$

이때, 함수 f 의 개수는?

[수능특강]

- ① 315 ② 324 ③ 336
- ④ 340 ⑤ 352

주관식

상 중 아

131. 여섯 장의 카드 $\square\square\square\square\square\square$ 에서 세 장을 택하여 만들 수 있는 서로 다른 세 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

[수능특강]

상 중 아

132. a, b, c, c, d, d 의 7개의 문자로 이루어진 문자열 중에서 다음 두 조건을 만족시키는 문자열의 수를 구하시오.

[인터넷 수능]

- (가) bc, ad 가 나온다.
- (나) ad 의 뒤에 bc 가 적어도 한 번 나온다.

상 중 아

133. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 만족시키는 집합 X 의 두 부분집합 A, B 를 선택하는 방법의 수를 구하시오. (단 $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수이다.)

[인터넷 수능]

(가) $n(A) = 3, n(B) = 2$ (나) $n(A \cap B) \leq 1$

상 중 아

134. 다음 표와 같이 3개 과목에 각각 2개의 수준으로 구성된 6개의 과제가 있다. 각 과목의 과제는 수준 I의 과제를 제출한 후에만 수준 II의 과제를 제출할 수 있다. 예를 들어 '국어 A → 수학 A → 국어 B → 영어 A → 영어 B → 수학 B' 순서로 과제를 제출할 수 있다.

수준 \ 과목	국어	수학	영어
I	국어 A	수학 A	영어 A
II	국어 B	수학 B	영어 B

6개의 과제를 모두 제출할 때, 제출 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 아

135. 1부터 9까지의 자연수를 모두 사용하여 만든 9자리의 정수에서 i 번째의 수를 $a_i (i = 1, 2, 3, \dots, 9)$ 라 하고, $a_i > a_{i+1}$ 을 만족하는 $i (1 \leq i \leq 8)$ 의 개수를 r 라 하자. 예를 들어, 135824679에서 $a_4 > a_5$ 이므로 $r = 1$ 이고, 358246179에서 $a_3 > a_4, a_6 > a_7$ 이므로 $r = 2$ 이다. 이때, $a_1 = 9, a_2 \neq 1, r = 2$ 를 만족시키는 9자리의 정수의 개수를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 중 아

136. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오.

[고득점 N제]

(가) $f(x)$ 는 일대일 대응이다.
 (나) 집합 X 의 임의의 원소 x 에 대하여 $(f \circ f \circ f)(x) = x$

018

조 나누기

(1) 서로 다른 n 개의 물건을 p 개, q 개, r 개($p+q+r=n$)의 3 조로 나누는 방법의 수는

- ① p, q, r 가 서로 다르면 $\Rightarrow {}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_{n-p-q} C_r$
- ② p, q, r 중 어느 2 개가 같으면 $\Rightarrow {}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times \frac{1}{2!}$
- ③ $p=q=r$ 이면 $\Rightarrow {}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times \frac{1}{3!}$

(2) 조를 나누는 다음 나누어 주는 방법(분배)

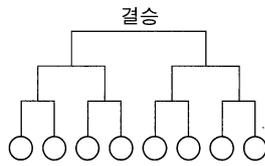
위 (1)의 조편성 방법에서 3 조로 나누어 3 사람에게 분배하는 방법의 수 \Rightarrow 각 경우에 $3!$ 을 곱하여 준다.

상 중 아

137. 어느 도시의 고등학교 유도

대회에 4 개의 학교에서 각각 2 명씩 선수를 내어 오른쪽 그림과 같이 토너먼트로 경기를 하려고 한다. 같은 학교 선수끼리는 결승전에서만 만날 수 있도록 대진표를 만드는 방법의 수는?

(단, 시합 상대는 순서만 바뀐 것은 같은 대진표로 본다.)



[고득점 N제]

- ① 56 ② 60 ③ 64
- ④ 68 ⑤ 72

상 중 아

138. 어느 환경보호단체는 외국인 1 명을 포함하여 모두 8 명의 연구원을 세 개 팀으로 나누어 환경조사를 실시하려고 한다. 외국인 혼자서 구성하는 경우가 없도록 하면서 8 명의 연구원을 세 개 팀으로 나누는 방법의 수는?

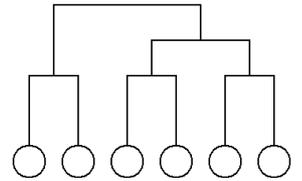
[수능특강]

- ① 515 ② 625 ③ 735
- ④ 825 ⑤ 885

상 중 아

139. 6 명의 선수가 오른쪽 그림과 같은 대진표를 만들어 경기를 하려고 한다. 대진표를 작성하는 모든 경우의 수는? [3점]

[수능특강]



- ① 30 ② 35
- ③ 40 ④ 45
- ⑤ 50

상 중 아

140. 서로 다른 색의 구슬 12 개를 4 개씩 세 묶음으로 나누어서 영하, 서현, 다현 세 사람에게 나누어주는 방법의 수를 A , 12 개를 4 개씩 나누어줄 때, 특정한 2 개의 구슬을 어느 한 사람에게 주는 방법의 수를 B 라 하자. $\frac{B}{A}$ 의 값은?

[수능특강]

- ① $\frac{{}_{10}C_4 \times {}_8C_2}{{}_{12}C_4 \times {}_8C_4}$ ② $\frac{{}_{10}C_4 \times {}_8C_2 \times 3}{{}_{12}C_4 \times {}_8C_4}$
- ③ $\frac{{}_{10}C_2 \times {}_6C_4}{{}_{12}C_4 \times {}_8C_4}$ ④ $\frac{{}_{10}C_4 \times {}_6C_4}{{}_{12}C_4 \times {}_8C_4}$
- ⑤ $\frac{{}_{10}C_4 \times {}_6C_4 \times 3}{{}_{12}C_4 \times {}_8C_4}$

상 중 아

141. 크기가 각각 50KB, 100KB, 150KB, 200KB, 250KB, 300KB 인 여섯 개의 파일을 용량이 각각 1000KB 이고 모양이 구별되지 않는 세 장의 디스켓에 나누어 저장하는 방법의 수는?(단, 모든 디스켓에는 적어도 하나의 파일을 저장해야 하고, 파일을 저장하는 순서는 생각하지 않는다.)

- ① 90 ② 100 ③ 120
- ④ 150 ⑤ 180

[인터넷 수능]

상 중 아

142. 서로 다른 8개의 사탕을 3개의 주머니에 넣으려고 한다. 3개, 3개, 2개의 사탕을 구분되지 않는 주머니에 나누어 넣는 방법의 수는?

- ① 240 ② 250 ③ 260
- ④ 270 ⑤ 280

[인터넷 수능]

상 중 아

143. 2대의 4인승 승용차 A, B에 6명이 나누어 타려고 한다. 6명 중 운전을 할 수 있는 사람이 3명이 있고, 각 승용차에는 운전을 할 수 있는 사람이 적어도 한 명 타야 한다. 이때, 승용차 A, B에 탈 사람을 나누는 방법의 수는?(단, 승용차의 좌석 배정 방법은 고려하지 않는다.)

- ① 40 ② 42 ③ 45
- ④ 48 ⑤ 52

[고득점 N제]

상 중 아

144. 민준이와 희정이를 포함한 10명의 학생을 3개조로 나누어 각각 역사체험, 문화체험, 갯벌체험을 실시하려고 한다. 민준이와 희정이를 같은 조에 넣고 각 조의 인원은 3명 이상이 되도록 하여 체험활동을 실시하는 방법의 수는?

- ① 1680 ② 2160 ③ 2530
- ④ 2940 ⑤ 3360

[고득점 N제]

상 중 아

145. A, B 를 포함한 8 명의 학생을 3 명, 3 명, 2 명의 세 팀으로 나누려고 한다. 이때, A, B 가 같은 팀에 속하도록 팀을 나누는 경우의 수는?

- ① 70 ② 80 ③ 100
- ④ 120 ⑤ 140

[인터넷 수능]

상 중 아

147. 7 개의 클럽 팀이 참가하는 축구 친선 경기에서 오른쪽과 같은 방식으로 대진표를 작성하는 방법의 수는?

- ① 294 ② 301 ③ 308
- ④ 315 ⑤ 322

[수능특강]

상 중 아

146. 부산역에서 출발하여 동대구역, 김천역, 대전역에 정차한 다음 서울역을 종점으로 하는 KTX 가 있다. 이 KTX 를 이용하여 부산역에서 탑승한 4 명의 관광객이 동대구역, 김천역, 대전역, 서울역 중에서 두 개의 역에 모두 하차하는 경우의 수는?

- ① 68 ② 72 ③ 76
- ④ 80 ⑤ 84

[수능특강]

019

도형의 개수

점이나 직선 등을 주고 직선, 삼각형, 사각형의 개수를 묻는 문제가 있다. 주어진 기본 도형 몇 개가 어떻게 모이면 목표하는 도형 하나가 결정되는가를 판단해야 한다. 이 경우에 중복이 되거나 삼각형 또는 사각형이 되지 않는 경우를 빼주는 것이 가장 간편하다.

(1) 직선의 개수

두 점이 주어지면 직선은 유일하게 결정된다. 따라서 주어진 점에서 2개의 점을 선택하면 하나의 직선이 만들어진다. 그러므로 구하는 직선의 수는 주어진 점에서 2개를 뽑는 조합으로 생각할 수 있다.

(2) 삼각형의 개수

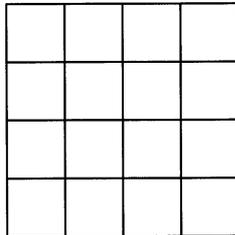
동일한 직선 위에 있지 않은 세 점은 하나의 삼각형을 만든다. 따라서, 삼각형의 개수를 묻는 문제의 경우에는 주어진 점 중에서 세 개를 뽑는 조합의 개수 중에서 동일한 직선 상에 있는 세 점을 뽑는 경우를 제외시켜야 한다.

(3) 사각형의 개수

하나의 사각형이 결정되기 위해서는 점이 4개 주어져야 하며, 4개의 점 중에서 어느 세 점도 동일한 직선 상에 존재하면 안된다. 따라서, 이러한 경우는 상당히 복잡한 경우에 해당된다. 그러므로 사각형의 경우는 점으로 그 개수를 구하는 것보다 4개의 직선이 만나서 하나의 사각형을 결정한다고 생각하는 것이 간편하다.

상 중 아

148. 오른쪽 그림은 정사각형의 각 변을 4등분하여 변에 평행하도록 선분을 그어 만든 도형이다. 이 도형의 선분을 이용하여 만든 사각형 중에서 정사각형이 아닌 직사각형의 개수는?



[고득점 N계]

- ① 60 ② 65 ③ 70
- ④ 75 ⑤ 80

상 중 아

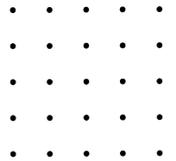
149. 평면 위에 어느 3개도 한 점에서 만나지 않는 직선 6개가 있고, 이 중 2개의 직선만 평행하다. 이 6개의 직선의 교점을 개수를 a , 이 교점을 꼭짓점으로 하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

[고득점 N계]

- ① 286 ② 300 ③ 308
- ④ 316 ⑤ 330

상 중 아

150. 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로 일정한 간격으로 25개의 점이 놓여 있다. 이 중 두 개 이상의 점을 지나는 직선의 개수는?

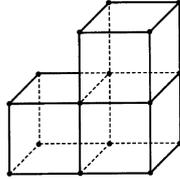


[고득점 N계]

- ① 140 ② 142 ③ 144
- ④ 146 ⑤ 148

상 중 아

151. 오른쪽 그림과 같이 3 개의 정육면체가 겹쳐 있는 입체도형에서 각 정육면체의 꼭짓점의 위치에 16 개의 점이 있다. 이 16 개의 점 중에서 3 개의 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?

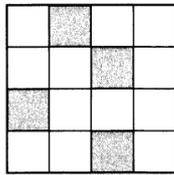


[인터넷 수능]

- ① 544 ② 546 ③ 548
- ④ 550 ⑤ 552

상 중 아

152. 오른쪽 그림과 같이 16 개의 정사각형을 붙여 만든 도형에서 4 개의 정사각형을 검은색으로 칠한다. 이와 같이 칠하여 도형을 구별하는 경우의 수는? (단, 도형을 회전하여 일치하는 경우는 1 가지로 생각한다.)



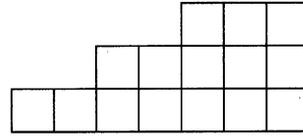
[인터넷 수능]

- ① 455 ② 458 ③ 461
- ④ 464 ⑤ 467

상 중 아

153. 그림은 합동인 정사각형 15 개를 연결하여 만든 도형을 나타낸 것이다. 이 도형의 선들로 이루어질 수 있는 직사각형의 개수는?

[인터넷 수능]



- ① 64 ② 68 ③ 72
- ④ 76 ⑤ 80

상 중 아

154. 정십각형의 10 개의 꼭짓점에서 3 개를 선택하여 삼각형을 만들려고 한다. 직각삼각형의 개수를 a , 정십각형과 한 변도 공유하지 않는 삼각형의 개수를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

주관식

상 > 중 > 아

155. 정십각형의 10개의 꼭짓점에서 2개를 선택하여 선분을 만들 수 있다. 이와같이 꼭짓점을 연결하여 만든 2개의 선분을 그려서 정십각형 내부를 4개의 영역으로 나누는 방법의 수를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 > 중 > 아

156. 7명의 사람이 4인승, 5인승인 두 대의 차량에 나누어 타려고 한다. 7명 중 두 쌍의 부부가 있고, 부부는 같은 차에 탄다고 할 때, 7명이 차에 나누어 타는 방법의 수를 구하시오. (단, 차안에서 앉는 방법은 생각하지 않는다.)

[인터넷 수능]

상 > 중 > 아

157. 좌표평면 위에서 집합 S 를

$$S = \{(a, b) \mid a = 1, 2, 3, 4 \text{ 이고 } b = 1, 2, 3, 4\}$$

로 정의하면 집합 S 는 16개의 정수의 순서쌍을 원소로 갖는다. 집합 S 의 원소 중 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 집합을 T 라 하자. 집합 T 의 원소의 개수를 m 이라 하고, 집합 T 의 원소 중 x 축, y 축과 평행한 두 변을 갖는 삼각형의 개수를 n 이라 할 때, $m - n$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

020

이항정리

(1) 이항정리 : n 이 양의 정수일 때

$$(a + b)^n = {}_n C_0 a^n + {}_n C_1 a^{n-1} b + \dots + {}_n C_n b^n = \sum_{r=0}^n {}_n C_r a^{n-r} b^r$$

(2) 이항계수 : ${}_n C_0, {}_n C_1, {}_n C_2, \dots, {}_n C_r, \dots, {}_n C_n$

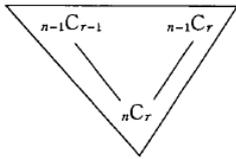
(3) 일반항: ${}_n C_r a^{n-r} b^r$ (a 에 대하여 내림차순으로 정리할 때)

${}_n C_r a^r b^{n-r}$ (a 에 대하여 오름차순으로 정리할 때)

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{항 수} : (n+1)\text{개} \\ \text{일반항}(r+1\text{번째}) : {}_n C_r a^{n-r} b^r \\ \text{이항계수} : {}_n C_0, {}_n C_1, {}_n C_2, \dots, {}_n C_n \end{cases}$$

(4) 파스칼의 삼각형

$$: {}_{n-1} C_{r-1} + {}_{n-1} C_r = {}_n C_r \quad (n=2, 3, 4, \dots)$$



(Pascal의 삼각형)

상 증 아

158. $(x^3 - x)^2 \left(x + \frac{2}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 상수항은?

- ① -80 ② -76 ③ -64
④ -56 ⑤ -52

[고득점 N제]

상 증 아

159. $x(x^2 + y)^5$ 의 전개식에서 $x^3 y^4$ 의 계수는? [2점]

- ① 5 ② 10 ③ 12
④ 20 ⑤ 60

[수능특강]

상 증 아

160. 양의 정수 n 에 대하여 $\left(x^7 + \frac{1}{x^4}\right)^n$ 의 전개식에서 상수항이 나오도록 하는 n 의 값을 작은 것부터 차례로 a_1, a_2, a_3, \dots 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은?

- ① 545 ② 560 ③ 575
④ 590 ⑤ 605

[수능특강]

상 증 아

161. 양수 a, b 에 대하여 $(ax + by)^{10}$ 의 전개식에서 $x^7 y^3$ 의 계수는 1920 이고 $x^3 y^7$ 의 계수는 $\frac{15}{2}$ 일 때, $4(a+b)$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

[인터넷 수능]

상 증 아

162. 198^{10} 을 400으로 나눈 나머지는?

- ① 24 ② 48 ③ 68
④ 126 ⑤ 224

[인터넷 수능]

상 중 아

163. $(4x+a)\left(x-\frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 x 의 계수보다 상수항이 큰 값을 갖도록 하는 자연수 a 의 값의 합은?

[수능특강]

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 10

상 중 아

164. $(x-2)^3(2x+1)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는?

[인터넷 수능]

- ① - 446 ② - 434 ③ - 326
- ④ - 314 ⑤ - 206

상 중 아

165. $(1+x)+(1+x)^2+\dots+(1+x)^{10}$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

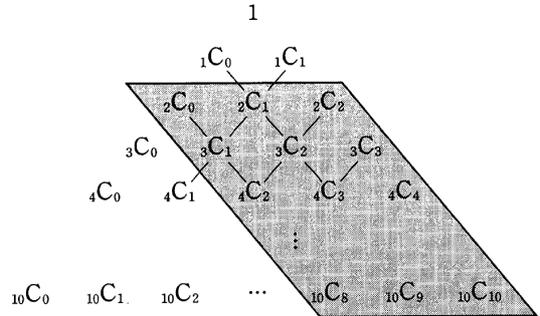
[고득점 N제]

- ① 210 ② 252 ③ 286
- ④ 330 ⑤ 360

상 중 아

166. 그림과 같은 수의 배열을 파스칼의 삼각형이라고 한다. 어두운 부분의 모든 수들의 합은?

[인터넷 수능]



- ① 224 ② 226 ③ 228 ④ 230 ⑤ 232

상 중 아

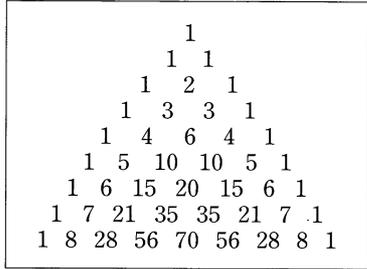
167. $(1+x)^n$ 의 전개식에서 x, x^2, x^3 의 계수가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, 자연수 n 의 값은?(단, $n \geq 3$)

[고득점 N제]

- ① 7 ② 8 ③ 9
- ④ 10 ⑤ 11

상 증 아

168. 오른쪽 그림은 파스칼의 삼각형이다. 그림에 있는 모든 수의 합은?



[고득점 N제]

- ① 400
- ② 456
- ③ 511
- ④ 540
- ⑤ 640

상 증 아

169. 다항식 $\sum_{k=1}^{10} (1+x)^k$ 의 전개식에 대한 설명 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 N제]

[보기]

- ㄱ. 상수항은 10이다.
- ㄴ. 모든 계수의 합은 1023이다.
- ㄷ. x^n 의 계수는 ${}_{11}C_{n+1}$ 이다. (단, $n = 1, 2, 3, \dots, 10$)

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

주관식

상 증 아

170. x 에 대한 다항식

$$(1+x) + (1+x)^2 + (1+x)^3 + \dots + (1+x)^9$$

의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하시오.

[인터넷 수능]

상 증 아

171. 다항식 $(1+x)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 45일 때, 자연수 n 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 > 중 > 하

172. $(x-1)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 -55 일 때, x^3 의 계수를 구하시오. (단 n 은 자연수이다.)

[인터넷 수능]

021

다항 정리

n 이 자연수일 때,

$$(a+b+c)^n = \sum \frac{n!}{p!q!r!} a^p b^q c^r \quad (p, q, r \geq 0 \text{인 정수}, p+q+r=n)$$

상 > 중 > 하

173. $(\sqrt[3]{5}x + \sqrt[3]{3})^{500}$ 의 전개식에서 계수가 유리수인 항의 개수를 구하시오.

[고득점 N제]

022

이항계수의 성질

- (1) ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \dots + {}_nC_n = 2^n$
- (2) ${}_nC_0 - {}_nC_1 + {}_nC_2 - \dots + (-1)^n {}_nC_n = 0$
- (3) ${}_nC_0 + {}_nC_2 + \dots = {}_nC_1 + {}_nC_3 + \dots = 2^{n-1}$
- (4) $({}_nC_0)^2 + ({}_nC_1)^2 + ({}_nC_2)^2 + \dots + ({}_nC_n)^2 = {}_{2n}C_n$
- (5) ${}_rC_r + {}_{r+1}C_r + {}_{r+2}C_r + \dots + {}_nC_r = {}_{n+1}C_{r+1}$
또는 ${}_rC_0 + {}_{r+1}C_r + {}_{r+2}C_2 + \dots + {}_nC_{n-r} = {}_{n+1}C_{n-r}$

상 중 아

174. ${}_{41}C_1 + {}_{41}C_3 + {}_{41}C_5 + \dots + {}_{41}C_{41}$ 은 몇 자리 정수인가? (단, $\log 2 = 0.3010$ 으로 계산한다.)

[고득점 N제]

- ① 12자리 ② 13자리 ③ 14자리
- ④ 15자리 ⑤ 16자리

상 중 아

175. 다음 중 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[수능특강]

[보기]

- ㄱ. ${}_{20}C_2 + {}_{20}C_3 + {}_{20}C_4 + \dots + {}_{20}C_{18} = 2^{20} - 40$
- ㄴ. ${}_{20}C_0 + {}_{20}C_2 + {}_{20}C_4 + \dots + {}_{20}C_{20}$
 $= {}_{20}C_1 + {}_{20}C_3 + {}_{20}C_5 + \dots + {}_{20}C_{19}$
- ㄷ. ${}_{20}C_0 + {}_{20}C_1 + {}_{20}C_2 + \dots + {}_{20}C_{10} = 2^{19}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

176. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2, 4, 6, 8, 10인 부분집합의 개수의 총합은? [3점]

[수능특강]

- ① 128 ② 255 ③ 256
- ④ 511 ⑤ 512

상 중 아

177. $(1+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ (a_i 는 상수)라 할 때, $9a_1, a_2, \frac{a_3}{5}$ 이 이 순서로 등비수열을 이룬다. 이때, n 의 값은? (단, $n \geq 3$)

[인터넷 수능]

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

상 중 아

178. 다항식 $1 + (1+x) + (1+x)^2 + \dots + (1+x)^{10}$ 의 전개식에서 x^k 의 계수를 a_k 라고 할 때, $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_9 - a_{10}$ 의 값은?

- ① -10 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 10

[인터넷 수능]

[고득점 N제]

상 중 아

179. 자연수 n 에 대하여 $(x+x^2)^n$ 의 전개식에서 x^n 의 계수를 a_n 라 하자. $a_0 + a_2 + \dots + a_{2n} = 512$ 일 때, n 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

[고득점 N제]

[인터넷 수능]

상 중 아

180. $(1+i)^{12}$ 의 전개식을 이용하여

$${}_{12}C_0 - {}_{12}C_2 + {}_{12}C_4 - {}_{12}C_6 + {}_{12}C_8 - {}_{12}C_{10} + {}_{12}C_{12}$$

의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① -128 ② -64 ③ 0
- ④ 64 ⑤ 128

상 중 아

181. $(1+i)^{14}$ 의 전개식을 이용하여

${}_{14}C_1 - {}_{14}C_3 + {}_{14}C_5 - \dots + {}_{14}C_{13}$ 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ① -180 ② -128 ③ -64
- ④ 36 ⑤ 72

주관식

상 > 증 > 하

182. 50 이하의 자연수 n 중에서 $\sum_{k=1}^n {}_n C_k$ 의 값이 3의 배수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하시오.

[인터넷 수능]

I. 확률

01

시행과 사건 & 여러 가지 사건

1. 시행 : 같은 조건에서 반복할 수 있고 결과가 우연에 의해 결정되는 실험이나 관찰
2. 표본공간 : 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 결과 전체의 합
3. 사건 : 표본공간의 부분집합
4. 근원 사건 : 어떤 시행에서 더 이상 나눌 수 없는 하나의 원소로 이루어진 집합
5. 전사건 : 어떤 시행에서 반드시 일어나는 사건, 즉 표본공간
6. 공사건 : 어떤 시행에서 절대로 일어나지 않는 사건, 즉 공집합

02

합사건 또는 곱사건을 이용하는 확률

- 표본공간 S 의 부분집합인 두 사건 A, B 에 대하여
1. A 와 B 의 합사건 : A 또는 B 가 일어나는 사건 $\Rightarrow A \cup B$
 2. A 와 B 의 곱사건 : A 와 B 가 동시에 일어나는 사건 $\Rightarrow A \cap B$
 3. 배반사건 : A 와 B 는 배반사건이다. $\Rightarrow A \cap B = \phi$

상 등 아

1. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나온 눈의 수의 차가 4 이상일 확률은?

[수능특강]

- | | | |
|------------------|-----------------|------------------|
| ① $\frac{5}{36}$ | ② $\frac{1}{6}$ | ③ $\frac{7}{36}$ |
| ④ $\frac{2}{9}$ | ⑤ $\frac{1}{4}$ | |

상 등 아

2. 서로 다른 두 개의 주사위를 던질 때 나온 눈의 차가 1 이하일 확률은?

[고득점 노트]

- | | | |
|-----------------|------------------|-----------------|
| ① $\frac{1}{3}$ | ② $\frac{5}{12}$ | ③ $\frac{4}{9}$ |
| ④ $\frac{1}{2}$ | ⑤ $\frac{5}{9}$ | |

상 중 아

3. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ 에서 임의로 2개의 원소를 택할 때, 이 원소가 연속하는 자연수일 확률은?

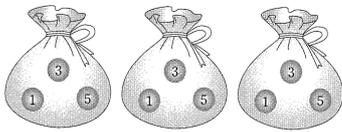
[수능특강]

- ① $\frac{1}{11}$ ② $\frac{2}{11}$ ③ $\frac{3}{11}$
- ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

상 중 아

4. 그림과 같이 색깔이 다른

세 개의 주머니에 각각 1, 3, 5가 적힌 세 개의 구슬이 들어 있다. 이 세 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 세 개의 구슬에 적힌 숫자가 모두 다를 확률은?



[수능특강]

- ① $\frac{5}{27}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{7}{27}$
- ④ $\frac{8}{27}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

상 중 아

5. 한 개의 동전을 6번 던질 때, 앞면이 4번 이상 연속으로 나올 확률은?

[고득점 N시]

- ① $\frac{3}{32}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{5}{32}$
- ④ $\frac{11}{64}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

상 중 아

6. 3장의 카드의 앞면과 뒷면에 각각 A와 B, B와 C, C와 A의 문자가 하나씩 적혀 있다. 3장의 카드를 던져 펼쳐진 면의 문자를 비교할 때, 3장 중 2장의 카드만 문자가 같을 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

상 중 아

7. 3 장의 카드의 앞면과 뒷면에 각각 A와 B, B와 C, C와 A가 적혀 있다. 이 3 장의 카드를 던져 펼쳐진 면의 문자 중 2 장의 카드의 문자가 같으면 갑이 이기고, 문자가 모두 다르면 을이 이기는 게임을 한다. 이 게임에서 갑이 이길 확률은?

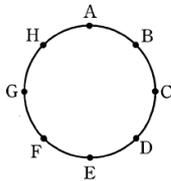
[고득점 문제]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

상 중 아

8. 오른쪽 그림과 같이 원 둘레를 8등분한 8개의 점이 있다. 이 중에서 세 점을 택하여 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 직각삼각형이 될 확률은?

[고득점 문제]



- ① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{11}{28}$
- ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

상 중 아

9. 두 주사위 A, B를 던졌을 때 나온 눈을 각각 p, q 라 하자. 이 때, $\frac{q}{p}$ 를 유한소수로 나타낼 수 없을 확률은?

[고득점 문제]

- ① $\frac{5}{36}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{7}{36}$
- ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

상 중 아

10. 두 개의 주사위를 던져 나온 눈을 각각 a, b 라고 할 때, $\frac{b}{a}$ 또는 $\frac{a}{b}$ 가 정수가 될 확률은?

[고득점 문제]

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{11}{18}$ ③ $\frac{23}{36}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{25}{36}$

상 중 아

11. 서로 다른 두 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수의 합을 a 라 할 때, 두 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 $(x-5)^2 + y^2 = a^2$ 이 두 점에서 만날 확률은? [3점]

- ① $\frac{5}{18}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{7}{18}$
- ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

[수능특강]

상 중 아

12. 1, 2, 3, 4, 5의 번호가 하나씩 적힌 5개의 상자와 1, 2, 3, 4, 5의 번호가 하나씩 적힌 5개의 공이 있다. 각 상자마다 공을 무심코 하나씩 넣을 때, 상자에 적힌 번호와 공에 적힌 번호가 같은 것이 하나도 없게 될 확률은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{4}{15}$
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{11}{30}$

[인터넷 수능]

상 중 아

13. 가격이 서로 다른 4개의 상품 중에서 가격이 가장 높은 상품을 알아맞히는 게임이 있다. 4개의 상품 중에서 하나를 골라 가격이 얼마인지 확인한 후, 그 상품을 선택하거나 내려놓거나 해야 한다. 일단 내려 놓으면 나중에 그 상품은 다시 선택할 수 없다. 가격이 가장 높은 상품을 알아맞히기 위하여 다음과 같은 3가지 전략을 사용한다.

A: 4개의 상품 중에서 첫 번째 상품을 선택한다.
 B: 첫 번째 상품은 가격만 확인하고 내려놓는다. 두 번째 상품은 첫 번째 상품보다 가격이 높으면 선택하고 그렇지 않으면 내려놓는다. 세 번째 상품은 첫 번째와 두 번째 상품보다 가격이 높으면 그것을 선택하고 그렇지 않으면 네 번째 상품을 선택한다.
 C: 첫 번째와 두 번째 상품은 가격만 확인하고 무조건 내려놓는다. 세 번째 상품이 첫 번째와 두 번째 상품보다 가격이 높으면 그것을 선택하고 그렇지 않으면 네 번째 상품을 선택한다.

전략 A, B, C 를 사용하여 가격이 가장 높은 상품을 알아맞힐 확률을 각각 $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

[인터넷 수능]

- ① $P(A) = P(B) < P(C)$ ② $P(A) < P(B) = P(C)$
- ③ $P(A) = P(C) < P(B)$ ④ $P(A) < P(B) < P(C)$
- ⑤ $P(A) < P(C) < P(B)$

상 중 아

14. 1에서 180까지의 자연수가 각각 적힌 180장의 카드 중에서 임의로 택한 카드에 적힌 수를 x 라 하자. 원점과 점 $(\cos x^\circ, \sin x^\circ)$ 를 지나는 직선이 이차함수 $y = x^2 + \frac{1}{4}$ 과 만날 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{91}{180}$ ③ $\frac{23}{45}$
- ④ $\frac{93}{180}$ ⑤ $\frac{47}{90}$

[고득점 N제]

상 증 아

15. 한 개의 주사위를 두 번 던져 나온 눈의 수를 차례대로 a, b 라고 할 때, 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 와 원 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ 위의 임의의 점 Q 에 대하여 \overline{PQ} 의 최댓값이 5이상일 확률은?

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{17}{36}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{19}{36}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

[인터넷 수능]

상 증 아

16. 한 개의 주사위를 4회 던져 나온 눈의 수를 차례로 a, b, c, d 라 할 때, 두 원

$$A : x^2 + y^2 - 2ax - 2by = 0$$

$$B : x^2 + y^2 - 2cx - 2dy = 0$$

이 원점 이외의 공유점을 갖지 않을 확률은?

- ① $\frac{23}{648}$ ② $\frac{47}{1296}$ ③ $\frac{4}{108}$
- ④ $\frac{25}{648}$ ⑤ $\frac{55}{1296}$

[고득점 문제]

주관식

상 증 아

17. 주사위를 두 번 던질 때, 나오는 눈의 수를 차례로 m, n 이라 하자. $i^m \cdot (-i)^n$ 의 값이 1이 될 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[인터넷 수능]

03

순열을 이용하는 확률

서로다른 n 개에서 순서를 고려하여 r 개를 택하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 순열이라 하고, 이 순열의 수를 기호로 ${}_n P_r$ 로 나타내며, 그 방법의 수는 다음과 같다.

$$\Rightarrow {}_n P_r = n(n-1)\cdots(n-r+1) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

(단, $0 \leq r \leq n$)

상 > 중 > 아

18. 5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 5를 모두 나열하여 5자리 자연수를 만들 때, 이 수가 짝수일 확률은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{11}{32}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{15}{32}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{19}{32}$

상 > 중 > 아

19. 그림과 같이 여섯 칸으로 나누어진 직사각형의 각 칸에 6개의 수 1, 2, 4, 6, 8, 9를 임의로 한 개씩 써넣으려고 한다. 이때, 각 가로줄에 있는 세 수의 합이 서로 같을 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$
- ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

04

원순열을 이용하는 확률

서로 다른 n 개를 원형으로 배열하는 것을 원순열이라 하고, 그 방법의 수는 다음과 같다.

$$\Rightarrow \frac{n!}{n} = (n-1)!$$

05

중복순열을 이용하는 확률

서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택하여 일렬로 배열하는 방법을 중복순열이라 하고, 이 중복순열의 수를 기호 ${}_n P_r$ 로 나타내며, 그 방법의 수는 다음과 같다.

$$\Rightarrow {}_n P_r = n^r$$

06

같은 것이 있는 순열을 이용하는 확률

n 개 중에서 같은 것이 각각 p 개, q 개, \dots , r 개씩 있을 때, n 개를 모두 택하여 일렬로 배열하는 순열의 수는

$$\Rightarrow \frac{n!}{p!q!\dots r!} \quad (\text{단, } n = p + q + \dots + r)$$

상 중 아

20. 서로 다른 주사위 3개를 동시에 던질 때 나오는 눈의 합이 6이 될 확률은?

[고득점 문제]

- ① $\frac{1}{36}$
- ② $\frac{1}{27}$
- ③ $\frac{5}{108}$
- ④ $\frac{1}{18}$
- ⑤ $\frac{7}{108}$

상 중 아

21. 7개의 문자 M, O, R, N, I, N, G 를 일렬로 배열할 때, 양끝의 문자가 같을 확률은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{21}$
- ② $\frac{2}{21}$
- ③ $\frac{1}{7}$
- ④ $\frac{4}{21}$
- ⑤ $\frac{5}{21}$

상 중 아

22. 1, 1, 1, 1, 2, 3, 3을 임의로 나열하여 7자리 자연수를 만들 때, 2와 3이 서로 이웃하지 않을 확률은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{11}{21}$ ③ $\frac{4}{7}$
- ④ $\frac{13}{21}$ ⑤ $\frac{14}{21}$

상 중 아

23. 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 던져 짝수의 눈이 나오면 오른쪽으로 1만큼, 홀수의 눈이 나오면 왼쪽으로 1만큼 점 P가 움직인다. 주사위를 4번 던진 후 원점에서 출발한 점 P가 다시 원점으로 돌아왔을 때, 점 P가 점 A(-1)에 들러 왔을 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{7}$
- ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

07

조합을 이용하는 확률

서로다른 n 개에서 순서를 고려하지 않고 r 개를 택하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 조합이라 하고, 이 조합의 수를 기호로 ${}_n C_r$ 로 나타내며, 그 방법의 수는 다음과 같다.

$$\Rightarrow {}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

상 중 아

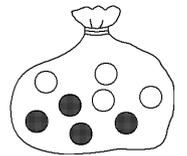
24. 흰 공 2개, 노란 공 2개, 파란 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 공의 색깔이 모두 다를 확률은?(단, 모든 공의 크기와 모양은 같다.)

[인터넷 수능]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
- ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

상 중 아

25. 흰 바둑돌 4개와 검은 바둑돌 4개가 들어 있는 주머니에서 4개의 바둑돌을 무심코 꺼냈을 때, 흰 바둑돌이 3개 이상 나오거나 4개 모두 검은 바둑돌이 나올 확률은?



[수능특강]

- ① $\frac{7}{36}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$
- ④ $\frac{8}{35}$ ⑤ $\frac{9}{35}$

상 중 아

26. 색깔이 서로 다른 10 개의 열쇠로 된 열쇠 꾸러미가 있다. 이 중 5 개는 자물쇠 A 만을, 3 개는 자물쇠 B 만을, 2 개는 자물쇠 C 만을 열 수 있다. 10 개의 열쇠 중에서 3 개를 임의로 선택할 때, 자물쇠 A 와 자물쇠 B 는 모두 열리고 자물쇠 C 는 열리지 않을 확률은?



[수능특강]

- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{3}{8}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ $\frac{5}{8}$

상 중 아

27. 100 원짜리 동전 4 개, 50 원짜리 동전 4 개, 10 원짜리 동전 2 개가 들어 있는 주머니에서 임의로 5 개의 동전을 꺼낼 때, 금액의 합이 400 원 이상일 확률은?

[고득점 N제]

- ① $\frac{5}{42}$
- ② $\frac{8}{63}$
- ③ $\frac{5}{36}$
- ④ $\frac{1}{7}$
- ⑤ $\frac{19}{126}$

상 중 아

28. 10 개의 제품 중 3 개의 불량품이 들어 있는 상자에서 제품을 한 개씩 꺼내어 검사를 하여 불량품 3 개가 모두 발견되면 검사를 끝내기로 하였다. 이때, 5 회째 검사에서 검사가 끝날 확률은?

[고득점 N제]

- ① $\frac{1}{20}$
- ② $\frac{1}{15}$
- ③ $\frac{1}{12}$
- ④ $\frac{1}{10}$
- ⑤ $\frac{7}{60}$

상 중 아

29. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 집합 A 에서 B 로 모든 함수의 집합을 M 이라 하자. M 에서 임의의 원소 f 를 택할 때, 함수 f 가 $f(2) < f(3) < f(4)$ 를 만족할 확률은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{5}{54}$
- ② $\frac{7}{72}$
- ③ $\frac{1}{9}$
- ④ $\frac{7}{54}$
- ⑤ $\frac{11}{72}$

상 중 아

30. 주머니 속에 흰 공 4개, 검은 공 3개가 들어 있다. 주머니에서 임의로 2개의 공을 꺼내어 색을 확인하고, 꺼낸 공과 같은 색의 공을 하나씩 더 넣어 주머니 속의 공이 9개가 되도록 한 다음 2개의 공을 꺼낸다. 이때, 2개 모두 흰 색일 확률은?

- ① $\frac{5}{18}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{37}{126}$
- ④ $\frac{19}{63}$ ⑤ $\frac{13}{42}$

[인터넷 수능]

상 중 아

31. 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 세 장을 뽑아 작은 수가 적힌 카드부터 순서대로 나열할 때, 세장의 카드에 적힌 수가 등차수열이 될 확률은?

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

[인터넷 수능]

주관식

상 중 아

32. 1부터 30까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 수를 임의로 택할 때, 두 수의 합이 4의 배수가 될 확률은 $\frac{p}{q}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[고득점 N제]

상 중 아

33. 파란 구슬이 5개, 빨간 구슬이 n 개가 들어 있는 상자에서 임의로 2개의 구슬을 꺼낼 때, 모두 빨간 구슬이 나올 확률이 $\frac{3}{7}$ 이다. 이때 정수 n 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

상 > 중 > 아

34. 한 개의 주사위를 4번 던져 나온 수를 차례대로 a, b, c, d 라 할 때, 부등식 $a < b \leq c \leq d$ 가 성립할 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. 이때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[인터넷 수능]

상 > 중 > 아

36. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중에서 임의로 서로 다른 두 집합을 택할 때, 두 집합이 서로소일 확률은 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m^2 + n^2$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 서로소인 자연수이다.)

[인터넷 수능]

상 > 중 > 아

35. 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 카드 20장이 있다. 이 중에서 17장의 카드를 동시에 택할 때, 17장의 카드에 적힌 수의 합이 3의 배수가 될 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[고득점 N제]

08

분할과 분배를 이용하는 확률

1. 분할 : 서로 다른 n 개의 물건을 p 개, q 개, r 개 ($p+q+r=n$)의 3류음으로 나누는 방법의 수는

(1) p, q, r 이 모두 다른 수일 때 : ${}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_{n-p-q} C_r$

(2) p, q, r 중 어느 두 수가 같을 때 :

$${}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_{n-p-q} C_r \times \frac{1}{2!}$$

(3) p, q, r 의 세 수가 모두 같을 때 :

$${}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_{n-p-q} C_r \times \frac{1}{3!}$$

2. 분배 : n 류음으로 분할하여 n 명에게 분배하는 경우의 수는 (n 류음으로 분할하는 경우의 수) $\times n!$

상 > 중 > 아

37. 6명의 학생 A, B, C, D, E, F 를 임의로 2명씩 짝을 지어 3개의 조로 편성하려고 한다. A 와 B 는 같은 조에 편성되고, C 와 D 는 서로 다른 조에 편성될 확률은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{2}{15}$
- ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

상 > 중 > 아

38. A, B, C, D 4명을 포함한 12명을 4명씩 3개 팀으로 나누어 게임을 하려고 한다. 이때, A, B, C, D 4명이 한 팀에 있을 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{110}$ ② $\frac{1}{165}$ ③ $\frac{1}{220}$
- ④ $\frac{1}{330}$ ⑤ $\frac{1}{660}$

09

통계적 확률

같은 시행을 n 번 반복하여 사건 A 가 일어난 횟수를 r 이라 할 때, n 을 충분히 크게 하면 $\frac{r}{n}$ 은 일정한 값 p 에 가까워진다. 이때, p 를 사건 A 가 일어날 통계적 확률이라 한다.

010

기하학적 확률

연속적인 변량을 크기로 갖는 전사건의 영역 S 안에서 각각의 점을 잡을 가능성이 같은 정도로 기대될 때, 영역 S 에 포함되어 있는 영역 A 에 대하여 영역 S 에서 임의로 잡은 점이 영역 S 에 속할 확률 $P(A)$ 는

$$\Rightarrow P(A) = \frac{(\text{영역 } A \text{의 크기})}{(\text{영역 } S \text{의 크기})}$$

- (1) 변수의 범위가 수직선 위의 구간으로 주어지면 선분의 길이로 확률을 구한다.
- (2) 점이 존재하는 영역이 평면도형이면 넓이의 비로 확률을 구한다.

상 중 아

39. 수정이와 승민이는 어느 날 오후 7시에서 8시 사이에 영화관 앞에서 만나기로 하였다. 그런데 먼저 도착한 사람이 20분만 기다리고 자리를 뜨기로 하였다. 이때, 두 사람이 만나게 될 확률은?

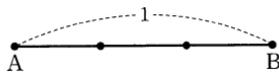
[고득점 문제]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$
- ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

상 중 아

40. 오른쪽 그림과 같이 길이가

1인 선분 AB 위의 임의의 두 점을 잡아 선분 AB를 세 개의 선분으로 나눈다. 이때, 이 세 선분을 변으로 하는 삼각형을 만들 수 있을 확률은?



[고득점 문제]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

011

확률의 기본성질

- 1. $0 \leq (\text{확률}) \leq 1$
- 2. 전사건 \Rightarrow 확률이 1 \Rightarrow 반드시 일어난다.
- 3. 공사건 \Rightarrow 확률이 0 \Rightarrow 절대로 일어날 수 없다.

012

확률의 덧셈정리(배반사건이 아닌 경우)

임의의 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

상 중 아

41. 한 개의 주사위를 던질 때, 2의 배수 또는 3의 배수가 나올 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

상 중 아

42. 다섯 명의 학생 A, B, C, D, E가 각각 자신의 수학 교과서를 한 권씩 꺼내어 5권을 섞어 놓고, 한 권씩 임의로 선택하기로 하였다. 이때, A가 자신의 교과서를 선택하거나 또는 B가 자신의 교과서를 선택할 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{7}{20}$
- ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{9}{20}$

상 중 아

43. 어느 대학의 수시 모집에 합격하려면 면접시험과 인성검사에 모두 합격해야 한다. 어느 지원자가 면접시험에 합격할 확률은 $\frac{1}{2}$, 인성검사에 합격할 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다. 면접시험 또는 인성검사에 합격할 확률이 $\frac{2}{3}$ 라면 이 지원자가 면접시험과 인성검사에 모두 합격할 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{11}{30}$ ② $\frac{13}{30}$ ③ $\frac{7}{15}$
- ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{10}{17}$

상 중 아

44. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 A 로의 일대일 함수 중에서 임의로 한 개의 함수 f 를 택할 때, $f(1) = 1$ 이거나 $f(2) = 2$ 일 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{10}$
- ④ $\frac{7}{20}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

상 중 아

45. 어느 등산 대회에 참가한 사람의 50%가 40세 이상이었다. 참가한 사람 500명 중 여자는 300명이고 남자 중 40%가 40세 이상이라고 한다. 참가한 사람 중 임의로 한 명을 뽑을 때, 뽑힌 사람이 남자이거나 40세 이상일 확률은?

- ① $\frac{33}{50}$ ② $\frac{17}{25}$ ③ $\frac{7}{10}$
- ④ $\frac{18}{25}$ ⑤ $\frac{37}{50}$

[인터넷 수능]

상 중 아

46. 1부터 100까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 100장의 카드가 있다. 이 중에서 임의로 1장을 뽑았을 때, 그 카드에 적혀있는 수가 3의 배수도 아니고 4의 배수도 아닐 확률은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{3}{8}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

[고득점 N제]

상 중 아

47. 어느 지역에 있는 A, B, C 세 은행에 대하여 각 가정에서 가지고 있는 통장의 실태를 조사해 보았더니 A 은행 15%, B 은행 10%, C 은행 20%, A와 B 은행 5%, A와 C 은행 7%, B와 C 은행 3%, A, B, C 은행의 통장을 모두 가진 가정은 2%이었다. 이 지역에서 어느 한 가정을 뽑았을 때, 이 가정이 세 은행 중 한 은행의 통장만 가지고 있을 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{21}{100}$ ③ $\frac{23}{100}$
- ④ $\frac{6}{25}$ ⑤ $\frac{1}{20}$

[수능특강]

013

여사건의 확률1 (적어도가 있는 경우)

(예제) 2개의 불량품을 포함한 10개의 제품 중에서 3개를 꺼낼 때, 적어도 한 개가 불량품일 확률을 구하여라.
 ⇒ 적어도 한 개의 불량품을 뽑는 사건을 A 라 하면 불량품을 한 개도 뽑지 않는 사건은 A^c 이므로

$$P(A^c) = \frac{{}_8C_3}{{}_{10}C_3} = \frac{7}{15}$$

$$\therefore P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$$

▶ [적어도~]의 표현이 포함된 확률은
 ⇒ 여사건의 확률 $\therefore P(A) = 1 - P(A^c)$ 를 이용한다.

상 중 아

48. 3개의 불량품이 포함된 9개의 제품 중에서 2개를 택할 때, 적어도 1개가 불량품일 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

상 중 아

49. 16개의 제품 중 n 개의 불량품이 들어 있는 상자에서 2개의 제품을 임의로 꺼낼 때, 적어도 1개의 불량품이 나올 확률이 $\frac{9}{20}$ 라고 한다. 이때, n 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

상 중 아

50. 어떤 시험에 갑, 을, 병 세 사람이 합격할 확률이 각각 $\frac{2}{5}$, p , $\frac{1}{3}$ 이다. 적어도 한 사람이 합격할 확률이 $\frac{9}{10}$ 일 때, p 의 값은?

[수능특강]

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{7}$
- ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

상 중 아

51. 서로 다른 종류의 양말 5켤레가 있다. 이 중 4개의 양말을 임의로 선택할 때, 짝이 맞는 양말이 적어도 한 켤레 있을 확률은?

[고득점 N제]

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{11}{21}$
- ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{13}{21}$

상 중 아

52. 0, 1, 2, 3, 4의 5개의 숫자로 중복해서 만들 수 있는 네 자리의 정수 중에서 임의로 한 수를 택했을 때, 각 자리에 있는 4개의 숫자 중 적어도 2개 이상이 같은 숫자일 확률은?

- ① $\frac{18}{25}$ ② $\frac{98}{125}$ ③ $\frac{99}{125}$
- ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{101}{125}$

[수능특강]

상 중 아

53. 채리는 친구 3명에게 인형을 1개씩 선물하려고 한다. 큰 곰 인형 3개, 작은 곰인형 2개, 큰 강아지인형 1개, 작은 강아지인형 4개 중에서 3개의 인형을 임의로 고를 때, 적어도 1개의 곰인형이 있고 또한 적어도 1개의 큰 인형이 있을 확률은?

- ① $\frac{41}{60}$ ② $\frac{43}{60}$ ③ $\frac{3}{4}$
- ④ $\frac{47}{60}$ ⑤ $\frac{49}{60}$

[인터넷 수능]

주관식

상 중 아

54. A지점에서 한 번 쓰고, B지점에서 다시 한 번 쓰는 활쏘기 경기가 있다. 이 경기에서 지호가 A지점과 B지점에서 화살을 쏘서 명중할 확률과 실패할 확률은 각각 다음 표와 같다. 지호가 쏜 화살 중 적어도 한 번은 명중할 확률을 p 라 할 때, $100p$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

	명중	실패
A지점	0.6	0.4
B지점	0.7	0.3

상 중 아

55. 세 문자 x, y, z 를 중복을 허락하여 가로로 n ($n=1, 2, 3, \dots$)개를 나열하여 만들어진 문자열을 「길이 n 인 단어」라고 하자. 예를 들면, $xxxx, xyxx, zzxy, \dots$ 는 모두 길이 4인 단어이다. 길이 5인 단어 중에서 임의로 한 개를 선택했을 때, x 가 적어도 1개 포함되어 있을 확률은 $\frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소인 자연수)이다. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

[수능특강]

014

여사건의 확률2 (적어도가 없는 경우)

사건 A 가 일어날 확률이 $P(A)$ 일 때, A 의 여사건이 일어날 확률은 $P(A^c) = 1 - P(A)$

상 중 아

56. 세 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 최솟값이 2 일 확률은?

- ① $\frac{59}{216}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{61}{216}$
 ④ $\frac{37}{108}$ ⑤ $\frac{7}{24}$

[고득점 문제]

상 중 아

57. 그림과 같이

$2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{10}$ 의 숫자가 각각 적힌 10장의 카드가 있다. 카드를 모두 뒤집어 놓고 A, B 두 사람이 각각 두 장의 카드를 동시에 뽑아, 카드에 적힌 두 수의 곱이 큰 쪽이 이기는 놀이를 하였다. A가 2^3 과 2^{10} 의 카드를 뽑았을 때, A가 이기거나 비길 확률은? [3점]

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{9}{28}$ ③ $\frac{5}{7}$
 ④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{23}{28}$

[수능특강]

015

조건부 확률의 계산

확률이 0이 아닌 두 사건 A, B 에 대하여 사건 A 가 일어났다는 가정 하에 사건 B 가 일어날 확률을 사건 A 가 일어났을 때의 사건 B 의 조건부 확률이라 하고, 기호로 $P(B|A)$ 로 나타낸다.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (\text{단, } P(A) > 0)$$

상 중 아

58. 두 사건 A, B 에 대하여

$P(B|A) = \frac{3}{5}, P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{3}{10}$ 일 때, $P(A|B)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

[수능특강]

상 중 아

59. 표본공간 S 의 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{9}, P(B|A) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(A^c)$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$
 ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

[수능특강]

상 중 아

60. 두 사건 A, B에 대하여

$P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$, $P(A^c \cap B^c) = 0.2$ 일 때, $P(B|A)$ 의 값은?

[고득점 문제]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

상 중 아

61. 두 사건 A, B에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{2}, P(A \cap B^c) = \frac{1}{5}$$

일 때, $P(A^c|B)$ 의 값은? [2점]

[수능특강]

- ① $\frac{8}{15}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{11}{15}$ ⑤ $\frac{13}{15}$

상 중 아

62. 두 사건 A, B에 대하여 $P(A^c) = \frac{1}{4}$, $P(B|A) = \frac{1}{3}$,

$P(A|B) = \frac{2}{3}$ 일 때, $P(A \cup B)$ 는?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$
- ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

상 중 아

63. 확률이 모두 양수인 세 사건 A, B, C에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?(단, S는 표본공간이다.)

[인터넷 수능]

[보기]

- ㄱ. $P(A|B) = P(B|A)$ 이면 $P(A) = P(B)$
- ㄴ. $A^c \cup B = S$ 이면 $P(A|C) \leq P(B|C)$
- ㄷ. $P(A|C) \leq P(B|C)$ 이면 $P(A) < P(B)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

016

조건부 확률 (간단한 문장제)

확률이 0이 아닌 두 사건 A, B 에 대하여 사건 A 가 일어났다는 조건 아래에서 사건 B 가 일어날 확률 $P(B|A)$ 를 구할 때에는 표본공간이 A 로 줄어든다고 생각하면 쉽게 풀 수 있다.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (\text{단, } P(A) > 0)$$

상 중 아

64. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드 중에서 임의로 한 장을 뽑을 때, n 의 배수가 적힌 카드를 뽑는 사건을 A_n 이라 하자. 이때, $P(A_4|A_2)$ 의 값은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

상 중 아

65. 어느 고등학교 3학년 학생 100명 중에서 60명은 인문사회 과정, 40명은 자연과학과정이고, 각 과정에서 확률과 통계 과목을 선택한 학생은 각각 20%, 10%이다. 이들 100명의 학생 중에서 임의로 한 명의 학생을 택하여 조사하였더니 확률과 통계 과목을 선택한 학생이었을 때, 이 학생이 자연과학과정일 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

상 중 아

66. 서로 다른 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수의 최솟값이 3이었을 때, 두 눈의 합이 7보다 클 확률은?

[고득점 N시]

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{3}{7}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{4}{7}$

상 중 아

67. 두 개의 주사위 A, B 를 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, 행렬 $M = \begin{pmatrix} a & 2 \\ b & 1 \end{pmatrix}$ 이라 하자. 행렬 M 의 역행렬 M^{-1} 이 존재할 사건을 A , 역행렬 M^{-1} 의 모든 성분이 정수가 될 사건을 B 라 할 때, $P(B|A)$ 의 값은?

[고득점 N시]

- ① $\frac{1}{11}$ ② $\frac{5}{33}$ ③ $\frac{2}{11}$
- ④ $\frac{7}{33}$ ⑤ $\frac{3}{11}$

017

종속인 사건의 곱셈정리

두 사건 A, B 에 대하여 사건 A 가 일어나는 것이 사건 B 가 일어날 확률에 영향을 미치는 경우, 즉, $P(B|A) \neq P(B|A^c)$ 일 때, 사건 A 와 B 를 서로 종속이라 한다.

상 중 아

68. 15개의 제비 중에 3개의 당첨 제비가 들어 있다. 처음에 갑이 한 개를 뽑고, 다음에 을이 한 개를 뽑을 때, 갑, 을 모두 당첨 제비를 뽑을 확률은? (단, 갑이 꺼낸 제비는 다시 넣지 않는다.)

[수능특강]

- ① $\frac{1}{35}$ ② $\frac{1}{30}$ ③ $\frac{1}{15}$
- ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

상 중 아

69. 4명의 남학생과 3명의 여학생으로 이루어진 모임에서 처음 한 명을 임의로 뽑고 나머지 6명 중에서 또 한 명을 임의로 뽑을 때, 두 번째 뽑힌 사람이 여학생일 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

상 중 아

70. 어떤 상자에 검은 공 3개와 흰 공 2개가 들어 있다. 동전 2개를 동시에 한 번 던져서 나오는 앞면의 수만큼 이 상자에 검은 공을 더 넣고 뒷면의 수만큼 흰 공을 더 넣은 다음, 이 상자에서 임의로 2개의 공을 꺼낼 때, 검은 공 2개가 나올 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{11}{42}$ ② $\frac{13}{42}$ ③ $\frac{23}{84}$
- ④ $\frac{25}{84}$ ⑤ $\frac{29}{84}$

상 중 아

71. 상자 A에는 파란 구슬과 빨간 구슬이 각각 3개, 5개 들어있고, 상자 B에는 파란 구슬과 빨간 구슬이 각각 3개씩 들어있다. 상자 A에서 임의로 2개의 구슬을 꺼내어 상자 B에 넣고 잘 섞은 다음 상자 B에서 구슬 한 개를 꺼낼 때, 이 구슬이 빨간 구슬일 확률은?

[고득점 문제]

- ① $\frac{59}{112}$ ② $\frac{17}{32}$ ③ $\frac{15}{28}$
- ④ $\frac{121}{224}$ ⑤ $\frac{31}{56}$

상 중 아

72. 모양과 크기가 같은 노란 공 4 개와 흰 공 6 개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2 개의 공을 꺼내 색을 확인한 후 다시 넣는다. 그런데 꺼낸 2 개의 공의 색이 흰색이면 노란색으로, 노란색이면 흰색으로 색을 바꾸어 칠하여 넣는다고 한다. 이때, 다시 이 주머니에서 1 개의 공을 꺼낼 때, 그것이 흰 공일 확률은?

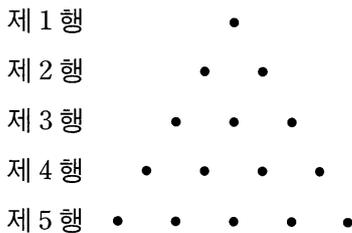
- ① $\frac{11}{25}$ ② $\frac{12}{25}$ ③ $\frac{13}{25}$
- ④ $\frac{14}{25}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

[수능특강]

주관식

상 중 아

73. 그림과 같이 1에서 15 까지 15 개의 자연수를 피라미드 모양으로 배열하였다. 제 k 행에 k 개의 수를 임의로 나열하여 제 k 행에 나열된 수 중 최대의 수를 M_k 라고 하자. 이때, $M_1 < M_2 < M_3 < M_4 < M_5$ 일



확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. 이때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

(단, $k=1, 2, 3, 4, 5$ 이고, p, q 는 서로소인 자연 수이다.) [4점]

[수능특강]

018

조건부 확률(문장제)

먼저 전체 조건을 구할 생각을 한다.

$$P(A) = P(A \cap B^c) + P(A \cap B)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B^c) + P(A \cap B)}$$

상 중 아

74. 철수가 받은 전자우편의 10%는 '여행'이라는 단어를 포함한 다. '여행'을 포함한 전자우편의 50%가 광고이고, '여행'을 포함하지 않은 전자우편의 20%가 광고이다. 철수가 받은 한 전자우편이 광고일 때, 이 전자우편이 '여행'을 포함할 확률은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{5}{23}$ ② $\frac{6}{23}$ ③ $\frac{7}{23}$
- ④ $\frac{8}{23}$ ⑤ $\frac{9}{23}$

상 중 아

75. A 고등학교에서 수학능력시험에 응시하는 3학년 학생 중 70%는 남학생이고 30%는 여학생이다. 수학능력시험 수리영역 응시 유형을 조사한 결과 남학생 중에서 수리영역 가형을 지원한 학생의 비율은 30%이고 여학생 중에서 수리영역 가형을 지원한 학생의 비율은 20%이었다. 이 학교 3학년 한 학생이 수리영역 가형을 선택한 학생일 때, 여학생일 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{2}{9}$
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

상 중 아

76. 주머니 안에 흰 공 4개, 붉은 공 3개, 검은 공 6개가 들어있다. 주머니에서 임의로 꺼낸 2개의 공이 같은 색이었을 때, 이 두 공이 검은 공일 확률은?

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$
- ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

[고득점 문제]

상 중 아

77. 자동차를 생산하는 A, B, C사의 국내 자동차 시장 점유율과 각 회사에서 생산된 자동차 중 소형차가 차지하는 비율을 조사한 결과가 다음 표와 같았다. 어떤 사람이 국내에서 소형차를 한 대 구입하였을 때, 이 자동차가 A사의 자동차일 확률은?

[인터넷 수능]

	A	B	C
자동차 시장 점유율	50%	20%	30%
소형차가 차지하는 비율	10%	10%	20%

- ① $\frac{2}{13}$ ② $\frac{5}{26}$ ③ $\frac{5}{13}$
- ④ $\frac{11}{26}$ ⑤ $\frac{6}{13}$

상 중 아

78. 간염 보균자가 4%인 어떤 집단에서 혈액검사를 할 때, 보균자 중에서는 95%가 양성반응을 나타내고, 보균자가 아닌 사람들 중에서는 10%가 양성반응을 나타낸다고 한다. 이 집단에서 임의로 한 명을 택하여 혈액검사를 하였더니 양성반응이 나타났다. 이 사람이 보균자일 확률은? [3점]

- ① $\frac{11}{67}$ ② $\frac{13}{67}$ ③ $\frac{15}{67}$
- ④ $\frac{17}{67}$ ⑤ $\frac{19}{67}$

[수능특강]

상 중 아

79. 어느 공장에 있는 세 기계 A, B, C는 모두 같은 제품을 생산하는 기계이다. 세 기계가 만드는 제품의 불량률은 각각 5%, 2%, 3%이며, 이 공장의 총 제품 생산량 중에서 A기계는 25%, B기계는 45%, C기계는 30%를 생산한다. 생산된 제품 중 임의로 한 개를 선택한 것이 불량품일 때, 그것이 B기계에서 생산된 것이었을 확률은?

[고득점 문제]

- ① $\frac{83}{305}$ ② $\frac{17}{61}$ ③ $\frac{88}{305}$
- ④ $\frac{18}{61}$ ⑤ $\frac{92}{305}$

상 중 아

80. 주머니 A에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 6, 7, 8, 9, 10의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있다. 두 주머니 A, B에서 각각 카드를 임의로 한 장씩 꺼냈다. 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 홀수일 때, 주머니 A에서 꺼낸 카드에 적혀 있는 수가 짝수일 확률은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{4}{13}$ ③ $\frac{3}{13}$
- ④ $\frac{2}{13}$ ⑤ $\frac{1}{13}$

상 중 아

81. 어떤 의사가 감기에 걸린 사람을 감기에 걸렸다고 진단할 확률은 90%이고 감기에 걸리지 않은 사람을 감기에 걸리지 않았다고 진단할 확률은 95%라고 한다. 이 의사가 실제로 감기에 걸린 사람 100명과 감기에 걸리지 않은 사람 900명을 진단하였을 때, 1000명 중에서 감기에 걸렸다고 진단된 사람이 실제로는 감기에 걸리지 않은 사람이었을 확률은?

[고득점 문제]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{10}$
- ④ $\frac{1}{15}$ ⑤ $\frac{1}{20}$

상 중 아

82. 두 사격선수 A, B가 사격을 하여 명중시킬 확률은 각각 $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ 이다. 두 선수 중 임의로 한 선수를 택하여 4발을 쏘게 하였더니 2발을 명중시켰을 때, 선택된 선수가 B일 확률은?

[고득점 문제]

- ① $\frac{14}{25}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{16}{25}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{18}{25}$

상 중 아

83. 붉은 공 4개와 흰 공 6개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 A가 먼저 공 2개를 꺼낸 다음 B가 2개를 꺼내어 붉은 공을 많이 가진 사람이 이기는 것으로 한다. A, B가 각각 공을 2개씩 꺼내어 A가 이겼을 때, A가 붉은 공 2개를 꺼내어 이겼을 확률은? (단, A가 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

[수능특강]

- ① $\frac{25}{67}$ ② $\frac{27}{67}$ ③ $\frac{29}{67}$
- ④ $\frac{30}{67}$ ⑤ $\frac{32}{67}$

상 중 아

84. 남자와 여자의 비율이 2:1인 어느 회사에서 중국과 인도 두 곳을 해외연수지역으로 선정하여 모든 직원들이 반드시 한 곳을 선택하도록 하였다. 그 결과 남자의 $\frac{3}{5}$ 은 중국을 선택하였고, 인도를 선택한 직원의 $\frac{1}{2}$ 은 여자였다. 이 회사에서 해외연수지역으로 중국을 선택한 사람을 임의로 한 명 택할 때, 그 사람이 남자일 확률은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{9}{14}$
- ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

상 중 아

85. 1번부터 6번까지 번호가 적혀 있는 6개의 상자가 있다. k 번이 적힌 상자에는 k 개의 흰 공과 $(12-k)$ 개의 검은 공이 들어 있다. 상자 하나를 임의로 선택하여 한 개의 흰 공을 꺼냈을 때, 선택한 상자가 5번이 적힌 상자일 확률은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{4}{21}$ ② $\frac{5}{21}$ ③ $\frac{2}{7}$
- ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{8}{21}$

주관식

상 중 아

86. 양궁 선수인 은수는 활을 쏘아 10점 과녁을 한 번 맞혔을 때 그 다음에도 10점 과녁을 맞출 확률이 $\frac{3}{4}$ 이고, 10점 과녁을 맞추지 못했을 때 그 다음에도 10점 과녁을 맞추지 못할 확률이 $\frac{1}{3}$ 이라고 한다. 은수가 활을 3번 쏠 차례에서 첫 번째 화살이 10점 과녁을 맞췄다. 세 번째 화살이 10점 과녁을 맞췄을 때, 두 번째 화살도 10점 과녁을 맞췄을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. 이때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[인터넷 수능]

상 중 아

87. K 대학은 어느 해 정시 모집에서 가, 나, 다 군으로 각각 전체 모집 인원의 50%, 30%, 20%씩 분할 모집을 하였더니 가, 나, 다 군의 합격생 중에서 남학생의 비율이 각각 60%, 50%, 40%이었다고 한다. 이 대학 합격생 중 남학생 한 명을 임의로 택할 때, 이 학생이 가군에 지원하여 합격한 학생일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[수능특강]

019

독립인 사건의 곱셈정리

1. 두 사건 A, B 에 대하여 사건 A 가 일어나거나 일어나지 않는 것이 사건 B 가 일어날 확률에 영향을 미치지 않을 때, 즉,

$$\Rightarrow P(B|A) = P(B|A^c) = P(B)$$

일 때, 사건 A 와 B 는 서로 독립이라 한다.

2. 두 사건 A, B 에 대하여 두 사건 A, B 가 서로 독립이다.

$$\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

상 중 아

88. 세 사건 A, B, C 에 대하여 A 와 B 는 배반사건이고, B 와 C 는 서로 독립이다.

$$P(A \cup B) = \frac{4}{5}, P(B \cup C) = \frac{2}{3}, P(C) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{11}{45}$
- ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{13}{45}$

상 중 아

89. 세 사건 A, B, C 에서 A 와 B 는 서로 배반사건이고, A 와 C 는 서로 독립이다.

$$P(A \cup B) = \frac{3}{4}, P(A \cap C) = \frac{1}{3}, P(C) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{8}$
- ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{5}{24}$

상 중 아

90. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(B|A) = P(A), P(A \cup B) = \frac{7}{16}$$

일 때, $P(A^c)$ 의 값은?(단 A^c 는 A 의 여사건이다.)

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

상 중 아

91. 각 면에 1, 1, 1, 2, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정육면체 모양의 상자를 던져 윗면에 적힌 수를 읽기로 한다. 이 상자를 3번 던질 때, 첫 번째와 두 번째 나온 수의 합이 4이고 세 번째 나온 수가 홀수일 확률은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{7}{25}$ ② $\frac{11}{54}$ ③ $\frac{2}{9}$
- ④ $\frac{13}{54}$ ⑤ $\frac{7}{27}$

상 중 아

92. 한 개의 주사위를 n 번 던져서 나온 눈의 최댓값이 k 일 확률은 $M(n, k)$ 라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} M(n, 5)$ 의 값은? (단, k 는 6이하의 자연수이다.)

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

[인터넷 수능]

주관식

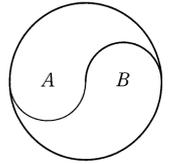
상 중 아

93. 2010 농구대잔치 덩크 슈트 경연대회에 출전한 병우와 현수가 덩크 슈트를 성공할 확률이 각각 $\frac{4}{5}, \frac{5}{6}$ 라 할 때, 병우와 현수 중 한 명만 덩크 슈트를 성공할 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. 이 때 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[인터넷 수능]

상 중 아

94. 각 면에 1, 1, 1, 2의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 던져서 밑면에 적힌 숫자가 1이면 오른쪽 그림의 영역 A 에, 숫자가 2이면 영역 B 에 색을 칠하기로 하였다. 두 영역에 색이 모두 칠해질 때까지 이 상자를 계속 던질 때, 3번째에 마칠 확률을



$\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[인터넷 수능]

020

사건의 독립과 종속의 판정

두 사건 A, B 가

1. 서로 독립일 필요충분조건은 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
2. 서로 종속일 필요 조건은 $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$

상 증 하

95. 다음은 두 사건 A, B 에 대하여 A 와 B 가 서로 독립이면 A^c 와 B^c 가 서로 독립임을 증명한 것이다.

[증명]

$$\begin{aligned}
 A^c \cap B^c &= (\text{가})^c \text{이므로} \\
 P(A^c \cap B^c) &= 1 - P(\text{가}) \\
 &= 1 - \{P(A) + P(B) - P(\text{나})\} \\
 &= \{1 - P(A)\} - P(B)\{1 - P(\text{다})\} \\
 &= \{1 - P(A)\}\{1 - P(B)\} \\
 &= P(A^c)P(B^c)
 \end{aligned}$$

따라서 A^c 와 B^c 가 서로 독립이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

[인터넷 수능]

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| ① $A \cup B, A \cap B, A$ | ② $A \cup B, A \cap B, B$ |
| ③ $A \cup B, A \cup B, A$ | ④ $A \cap B, A \cup B, B$ |
| ⑤ $A \cap B, A \cup B, A$ | |

상 증 하

96. 다음은 사건 A 와 B 가 서로 독립이면 A^c 과 B^c 도 서로 독립임을 증명한 것이다.

[증명]

두 사건 A 와 B 에 대하여

$$B = (A \cap B) \cup (A^c \cap B)$$

사건 $(A \cap B)$ 와 $(A^c \cap B)$ 는 (가)이므로

$$P(B) = P(A \cap B) + P(A^c \cap B)$$

사건 A 와 B 가 독립이므로 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ 이다.

$$\therefore P(A^c \cap B) = (\text{다}) \times P(B)$$

따라서 사건 A^c 과 B^c 도 서로 독립이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

[고득점 노트]

	(가)	(나)	(다)
① 독립사건	+		$1 - P(A)$
② 독립사건	×		$1 - P(A \cap B)$
③ 배반사건	+		$1 - P(A)$
④ 배반사건	+		$1 - P(A \cap B)$
⑤ 배반사건	×		$1 - P(A)$

021

독립과 종속의 성질

1. 두 사건 A, B 가 서로 독립이면
 - ① $P(A) = P(A|B) = P(A|B^c)$
 - ② $P(A \cap B) = P(A)P(B)$
2. 두 사건 A, B 가 서로 종속이면
 $P(B) \neq P(B|A), P(B|A) \neq P(B|A^c)$
3. 두 사건 A, B 가 서로 독립이면
 A^c 와 B, A 와 B^c, A^c 와 B^c 가 모두 서로 독립이다.

상 증 아

97. 표본공간 S 의 부분집합이고 $P(A) \neq 0, P(B) \neq 0$ 인 임의의 두 사건 A, B 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

- ㄱ. A, B 가 배반사건이면 $P(B|A) = 0$ 이다.
- ㄴ. A, B 가 배반사건이고 $P(A \cup B) = 1$ 이면 B 는 A 의 여사건이다.
- ㄷ. A, B 가 독립사건이면 $P(A) + P(B) \leq 1$ 이다.

[고득점 문제]

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

98. 정보이론에서는 사건 E 가 발생했을 때, 사건 E 의 정보량 $I(E)$ 가 다음과 같이 정의된다고 한다.

$$I(E) = -\log_2 P(E)$$

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
 (단, 사건 E 가 일어날 확률 $P(E)$ 는 양수이고, 정보량의 단위는 비트이다.)

[인터넷 수능]

[보 기]

- ㄱ. 한 개의 주사위를 던져 홀수의 눈이 나오는 사건을 E 라 하면
 $I(E) = 1$ 이다.
- ㄴ. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A \cap B) > 0$ 이면
 $I(A \cap B) = I(A) + I(B)$ 이다.
- ㄷ. $P(A) > 0, P(B) > 0$ 인 두 사건 A, B 에 대하여
 $2I(A \cup B) \leq I(A) + I(B)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

022

독립시행의 확률과 활용

1. 같은 시행을 동시에 또는 계속 반복할 때, 대화 일어나는 사건이 모두 서로 독립인 경우 이러한 시행을 독립시행이라 한다.

2. 독립시행의 확률

1회의 시행에서 사건 A가 일어날 확률을 p, 일어나지 않을 확률을 q라 할 때, n회의 독립시행에서 사건 A가 r회 일어날 확률은

$$\Leftrightarrow {}_n C_r p^r q^{n-r} \quad (\text{단, } q = 1 - p; r = 0, 1, 2, \dots, n)$$

상 중 아

99. 5개의 동전을 동시에 던질 때, 앞면이 1개 이하로 나올 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$
- ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

상 중 아

100. A와 B 두 팀이 축구 경기에서 연장까지 0:0으로 승부를 가리지 못하여 승부차기를 하였다. 각 팀당 5명의 선수가 A팀부터 시작하여 1명씩 교대로 승부차기를 할 때, B가 5:4로 이길 확률은? (단, 각 선수의 승부차기는 독립시행이고 성공할 확률은 0.8이다.)

[인터넷 수능]

- ① 0.2×0.8^8 ② 0.8^8 ③ 0.2×0.8^9
- ④ 0.8^9 ⑤ 0.8^{10}

상 중 아

101. 프로야구 한국시리즈에 진출한 A, B 두 야구팀이 7번의 경기를 해서 한 팀이 4번 먼저 이기면 우승하는 것으로 한다. 한 경기에서 A팀이 이길 확률이 $\frac{2}{3}$ 일 때, A팀이 5번째 경기에서 우승할 확률은?(단, 비기는 경우는 없다.)

[인터넷 수능]

- ① $\frac{5}{27}$ ② $\frac{64}{243}$ ③ $\frac{8}{27}$
- ④ $\frac{86}{243}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

상 중 아

102. 흰 공 2개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 그 색깔을 확인하고 다시 주머니 속에 넣는다. 이와 같은 시행을 5회 반복할 때, 흰 공이 3번 나오되, 5번째에는 반드시 흰 공이 나올 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{4}{27}$ ③ $\frac{8}{81}$
- ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{10}{81}$

상 중 아

103. 동전 2 개를 동시에 n 번 던질 때 k 번째 시행에서 모두 앞면 이 나오면 $X_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, 그렇지 않으면 $X_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 로 나타낸다. 이때, $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 일 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{3}{64}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{64}$
- ④ $\frac{3}{32}$ ⑤ $\frac{7}{32}$

상 중 아

104. 주사위 1 개를 한 번 던졌을 때 나온 눈의 수가 3, 6 이면 +4 점, 그 이외의 눈이 나오면 -2 점을 얻는 게임을 하려고 한다. 이때, 주사위 1 개를 세 번 던져 얻은 점수의 합이 양수가 될 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{2}{81}$ ② $\frac{5}{81}$ ③ $\frac{2}{27}$
- ④ $\frac{5}{27}$ ⑤ $\frac{7}{27}$

상 중 아

105. 주사위를 던져서 3의 배수의 눈이 나오면 2점, 3의 배수가 아닌 눈이 나오면 -1 점을 주는 게임이 있다. 주사위를 5 번 던질 때, 점수의 합이 음수가 될 확률은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{11}{27}$
- ④ $\frac{38}{81}$ ⑤ $\frac{112}{243}$

상 중 아

106. 흰 공 3 개, 빨간 공 2 개가 들어 있는 주머니에서 1 개의 공을 꺼내어 그것이 흰 공이면 동전을 4 회 던지고 빨간 공이면 동전을 5 회 던질 때, 앞면이 3 회 이상 나올 확률은?

[고득점 N제]

- ① $\frac{27}{80}$ ② $\frac{7}{20}$ ③ $\frac{29}{80}$
- ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{31}{80}$

상 중 아

107. 좌표평면 위를 움직이는 두 점 A, B가 있다. 처음에 A의 위치는 (0, 0), B의 위치는 (8, 10)이고 한 개의 동전을 한 번씩 던져 다음과 같은 규칙으로 움직인다.

- (가) 앞면이 나오면 A는 (x, y)에서 (x, y+1)로,
B는 (x, y)에서 (x, y-1)로 이동한다.
(나) 뒷면이 나오면 A는 (x, y)에서 (x+1, y)로,
B는 (x, y)에서 (x-1, y)로 이동한다.

한 개의 동전을 던져서 그 결과에 따라 A, B가 위의 규칙대로 이동할 때, 동전을 9번 던져서 A, B가 만날 확률은?

[수능특강]

- ① $\frac{63}{256}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{69}{256}$
④ $\frac{63}{1024}$ ⑤ $\frac{65}{1024}$

상 중 아

108. x축 위를 움직이는 점 P가 원점에 위치해 있다. 주사위를 던져 1 또는 2의 눈이 나오면 오른쪽으로 1만큼 이동하고, 3 또는 4의 눈이 나오면 오른쪽으로 2만큼 이동하고, 5 또는 6의 눈이 나오면 오른쪽으로 3만큼 이동한다. 주사위를 5회 던질 때 점 P가 x=2와 x=4인 위치 모두에 멈춰 서지 않고 지나갈 확률은?

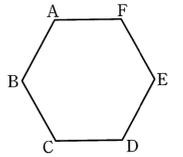
[고득점 N제]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{5}{27}$ ③ $\frac{2}{9}$
④ $\frac{8}{27}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

상 중 아

109. 그림과 같이 정육각형 ABCDEF위를

움직이는 점 P가 꼭짓점 A위에 놓여 있다. 주사위를 던져서 3의 배수의 눈이 나오면 시계 방향으로 이웃한 꼭짓점으로 이동하고, 3의 배수의 눈이 나오지 않으면 시계 반대 방향으로 이웃한 꼭짓점으로 이동한다. 꼭짓점 A에서 출발한 점 P가 꼭짓점 C에 도착하면 더 이상 주사위를 던지지 않고 게임을 끝낸다고 할 때, 주사위를 4번 던지고 게임이 끝날 확률은?



[인터넷 수능]

- ① $\frac{13}{81}$ ② $\frac{5}{27}$ ③ $\frac{17}{81}$
④ $\frac{19}{81}$ ⑤ $\frac{7}{27}$

상 중 아

110. 좌표평면 위의 점 P는 주사위를 던져 3의 배수의 눈이 나오면 x축의 방향으로 1만큼, 3의 배수의 눈이 나오지 않으면 y축의 방향으로 1만큼 움직인다. 주사위를 6번 던질 때, 원점에서 출발한 점 P가 부등식 $(x-2)^2 + (y-4)^2 \leq 2$ 가 나타내는 영역에 놓일 확률은?

[인터넷 수능]

- ① $\frac{386}{729}$ ② $\frac{436}{729}$ ③ $\frac{485}{729}$
④ $\frac{542}{729}$ ⑤ $\frac{592}{729}$

상 중 아

111. 어떤 독립시행에서 나타나는 값 x 가 $0 < x < 3$ 인 값을 갖는데, 어떤 상수 k 에 대하여 $P(x < k) = \frac{2}{3}$ (단, $0 < x < 3$)라고 하자. 원점 0 위에서 출발하는 동점 A가 한 번의 시행에서 y 축의 방향으로는 무조건 1만큼 이동하고, x 축의 방향으로는 x 가 2보다 작으면 +2만큼, 2이상이면 -1만큼 이동한다. 이때, 점 A가 (1, 5)에 있을 확률은? [4점]

[수능특강]

- ① $\frac{15}{243}$ ② $\frac{31}{243}$ ③ $\frac{35}{243}$
- ④ $\frac{40}{243}$ ⑤ $\frac{80}{243}$

상 중 아

112. 한 번의 시행에서 사건 A가 일어날 확률이 $\frac{2}{5}$ 일 때, 이 시행을 10회 반복하는 독립시행에서 사건 A가 k 의 일어날 확률을 P_k 라고 한다. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $k = 0, 1, \dots, 10$)

[인터넷 수능]

[보기]

- ㄱ. $P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_{10} = 1$
- ㄴ. 임의의 k 에 대하여 $P_k = P_{10-k}$
- ㄷ. P_k 중 최대인 것은 P_4 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

주관식

상 중 아

113. 각 면에 1, 2, 3, 4의 수가 하나씩 적혀 있는 정사면체가 있다. 철수와 영희 두 사람이 순서대로 번갈아가며 이 정사면체를 던져 정사면체의 바닥에 깔린 면의 수에 4가 2번 나오면 이기는 게임을 하기로 하였다. 다섯 번째에 철수가 이길 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. 이때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[인터넷 수능]

상 중 아

114. 주머니 속에 자연수 1, 2, 3, ..., 8이 적혀 있는 공이 각각 1개, 2개, 3개, ..., 8개씩 들어 있다. 이 주머니에서 1개의 공을 꺼내는 시행을 5회 반복할 때, 숫자 6이 적혀 있는 공이 3번 나올 확률은 $\frac{a}{2^4 \times 3^5}$ 이다. 이때, 자연수 a 의 값을 구하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣으며 공의 크기와 모양은 같다.)

[인터넷 수능]

상 중 아

115. 병우와 희수가 각각 농구공을 골대에 넣는 사건을 A, B 라 하자. 사건 A, B 는 서로 독립이고 $P(A \cup B) = \frac{2}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ 이 성립한다. 병우가 농구공을 네 번 던져서 세 번 이상 골대에 들어갈 확률이 $\frac{n}{m}$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, $P(A) < P(B)$ 이고 m, n 은 서로소인 자연수이다.)

[인터넷 수능]

상 중 아

116. 한 주머니 안에 흰 공과 검은 공이 모두 합하여 10개 들어 있다. 동전 두 개를 던질 때, 앞면이 나오는 개수만큼의 공을 주머니에서 꺼낸다. 이때, 꺼낸 공 중에서 검은 공이 2개일 확률이 $\frac{1}{60}$ 일 때, 검은 공이 1개 나올 확률은 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 서로소인 자연수이다.) [4점]

[수능특강]

023

점화식과 확률

확률을 점화식을 이용하여 구할 수 있다.

상 중 아

117. 승민이와 윤희는 다음과 같은 규칙에 따라 주사위를 던지는 게임을 하려고 한다.

- (가) 5 이상의 눈이 나오면 던진 사람이 계속 던진다.
- (나) 4 이하의 눈이 나오면 다른 사람이 던진다.

승민이가 먼저 주사위를 던져 게임을 시작하였다. n 번째에 승민이가 주사위를 던질 확률을 p_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ 은?

[고득점 N시]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 1

상 중 아

118. 정사면체 $A_1A_2A_3A_4$ 와 이 정사면체의 꼭짓점 위를 움직이는 점 P 가 있다. 점 P 가 꼭짓점 A_n ($n=1, 2, 3, 4$)에 있을 때, 주사위 한 개를 던져서 나오는 눈에 따라 점 P 는 다음 규칙을 만족시키면서 움직인다.

- (가) 나오는 눈 k 가 $n, 5, 6$ 이면 점 P 는 A_n 에서 움직이지 않는다.
- (나) 나오는 눈 k 가 $n, 5, 6$ 이 아니면 점 P 는 A_k 로 이동한다.

처음 점 P 가 꼭짓점 A_1 위에 있고, 위의 규칙에 따라 주사위를 5번 던져 이동한 후에 점 P 가 다시 꼭짓점 A_1 위에 있을 확률은?

[고득점 N시]

- ① $\frac{41}{162}$ ② $\frac{7}{27}$ ③ $\frac{85}{324}$
- ④ $\frac{29}{108}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

상 중 아

119. 오른쪽 그림과 같은 정육각형 $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$ 에서 다음의 규칙에 따라 게임을 진행한다.

- (가) 점 P_1 에서 출발한다.
- (나) 동전을 던져 앞면이 나오면 시계 반대 방향으로, 뒷면이 나오면 시계 방향으로 한 칸씩 이동한다.
- (다) P_4 에 처음 도착할 때 게임이 끝난다.

자연수 n 에 대하여 $(2n-1)$ 회 동전을 던져 이동하여도 게임이 끝나지 않을 확률을 a_n 이라 하고, 동전을 $(2n-1)$ 회 던져 이동하였을 때 게임이 끝날 확률을 b_n 이라 하자. 이때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 문제]

[보 기]

- ㄱ. $a_2 = \frac{3}{4}$
- ㄴ. $b_{n+1} = \frac{1}{4}a_n$
- ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = 5$

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

주관식

상 중 아

120. 준성이는 동생 준호와 게임을 할 때, 한 판을 이긴 후에 다음 판을 이길 확률이 0.8, 한 판을 졌을 때 다음 판을 또 질 확률은 0.7이라고 한다. n 번째 판에서 준성이가 이길 확률을 p_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (100p_n)$ 의 값을 구하시오. (단, 비기는 경우는 없다.)

[고득점 문제]

상 > 중 > 아

121. 각 면에 1, 1, 2, 2, 3, 5의 숫자가 하나씩 적힌 정육면체 모양의 주사위가 있다. 이 주사위를 n 번 던져서 나온 수의 총합이 홀수가 될 확률을 P_n 이라고 할 때, $20 \lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ 의 값을 구하시오.

[인터넷 수능]

I 통계

01

이산확률분포

이산확률변수 X 가 취할 수 있는 모든 값 x_1, x_2, \dots, x_n 과 그 값을 취하는 확률 p_1, p_2, \dots, p_n 의 대응관계를 이산확률변수 X 의 확률분포라 하며 $P(X=x_i)=p_i$ ($i=1, 2, \dots, n$)

와 같이 나타내거나 다음과 같이 확률분포표로 나타낸다.

X	x_1	x_2	x_3	...	x_n	계
$P(X=x_i)$	p_1	p_2	p_3	...	p_n	1

(1) 평균 $E(X) = m = \sum_{i=1}^n x_i p_i$

(2) 분산 $V(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 p_i = E(X^2) - \{E(X)\}^2$

(3) 표준편차 $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

상 중 아

1. 오른쪽 표는

X	0	1	2	3	4	5
$P(X)$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{24}$	a	b	$\frac{1}{12}$

0, 1, 2, 3, 4, 5를 확률변수 X 로 취하는 확률분포표이다. X 의 평균이 $\frac{67}{24}$ 일 때, $P(X=3)$ 는?

- ① $\frac{5}{24}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

[수능특강]

상 중 아

2. 확률변수 X 의 확률분포가 다음 표와 같을 때, $P(X \geq 4)$ 의 값은?

[수능특강]

X	1	2	3	4	5	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	a	$\frac{1}{10}$	1

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{8}$
- ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

상 중 아

3. 다음 표는 확률변수 X 의 확률분포를 나타낸 것이다. $P(1 \leq X \leq 3)$ 은? (단, a 는 상수)

[인터넷수능]

X	1	2	3	4	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{5}$	1

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{12}$
- ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

상 중 아

4. 이산확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	4	8	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{8}$	b	1

확률변수 X 의 평균이 5일 때, X 의 분산은?

[인터넷수능]

- ① 9.75 ② 8.5 ③ 7.25
- ④ 6.5 ⑤ 4.25

상 중 아

5. 확률변수 X 의 확률분포가 다음과 같을 때, $P(X^2 - 4X + 3 \leq 0)$ 의 값은?(단, a 는 상수)

[인터넷수능]

X	-1	0	1	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$
- ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

상 중 아

6. 주머니에 1, 2, 3, 3의 숫자가 각각 적혀 있는 같은 모양의 카드 4장이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 2장을 동시에 뽑아 나온 카드에 적힌 수의 합을 확률변수 X 라 하고 X 의 평균을 m 이라 할 때, 확률 $P(m-1 \leq X \leq m+1)$ 의 값은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{3}{4}$

상 중 아

7. 한 개의 동전을 5회 던져 앞면과 뒷면이 나온 횟수의 차를 X 라 할 때, X 의 기댓값은?

[수능특강]

- ① $\frac{16}{9}$
- ② $\frac{13}{8}$
- ③ $\frac{15}{8}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

상 중 아

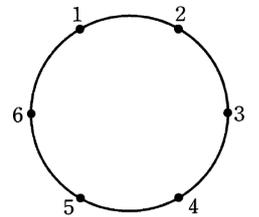
8. 흰 공 5개, 검은 공 3개, 파란 공 2개가 들어 있는 주머니에서 1개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공이 흰색이면 2점, 검은색이면 1점, 파란색이면 3점의 점수를 얻는다. 주머니에서 2개의 공을 동시에 꺼내어 나온 공의 점수의 합을 확률변수 X 라고 할 때, X 의 기댓값은?

[수능특강]

- ① 3
- ② $\frac{19}{6}$
- ③ $\frac{19}{5}$
- ④ $\frac{10}{3}$
- ⑤ 4

상 중 아

9. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원의 둘레를 6등분한 점에 1부터 6까지의 번호를 하나씩 부여하였다. 한 개의 주사위를 두 번 던져 나온 눈의 수에 해당하는 점을 각각 A, B 라 하자. 두 점 A, B 사이의 거리를 확률변수 X 라 할 때, X 의 평균 $E(X)$ 는?



[인터넷수능]

- ① $\frac{1+\sqrt{2}}{3}$
- ② $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$
- ③ $\frac{2+\sqrt{2}}{3}$
- ④ $\frac{2+\sqrt{3}}{3}$
- ⑤ $\frac{1+2\sqrt{3}}{3}$

상 중 아

10. 1, 2, 3, ..., n의 숫자가 적힌 카드가 각각 1, 2, 3, ..., n 장씩 들어 있는 주머니에서 카드를 한 장 꺼낼 때, 카드에 적힌 숫자를 확률변수 X 라 하자. 이 때, X 의 평균은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{2n+1}{6}$ ② $\frac{2n+1}{4}$ ③ $\frac{2n+1}{3}$
- ④ $\frac{2n+1}{2}$ ⑤ $2n+1$

상 중 아

11. 네 개의 동전을 던져 앞면과 뒷면이 나온 개수의 차를 확률변수 X 라 할 때, X 의 분산은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{7}{4}$
- ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

상 중 아

12. 주머니 속에 1, 2, 3, 4, 5의 번호가 각각 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 이 중에서 3개의 공을 꺼낼 때, 공에 적혀 있는 수의 최솟값을 확률변수 X 라고 하면 X 의 기댓값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{13}{10}$ ③ $\frac{7}{5}$
- ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

상 중 아

13. 확률변수 X 의 확률분포가 $P(X=x) = cx$ ($x = 1, 2, \dots, n$) 일 때, X 의 평균을 a_n 이라 하자. 이때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? (단, c 는 상수)

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$
- ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

상 중 아

14. 확률변수 X 의 확률분포가 다음과 같다. $P(|X-3| \leq 1) = \frac{3}{4}$ 일 때, $V(X)$ 는?

X	1	2	3	계
$P(X=x)$	b	a	a^2	1

- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{3}{2}$

[인터넷수능]

상 중 아

15. 서로 다른 5개의 정육각형이 있다. 정육각형의 둘레의 길이의 평균은 60, 표준편차는 12일 때, 정육각형의 넓이의 평균은?

- ① $126\sqrt{3}$
- ② $134\sqrt{3}$
- ③ $142\sqrt{3}$
- ④ $148\sqrt{3}$
- ⑤ $156\sqrt{3}$

[인터넷수능]

상 중 아

16. 남학생 3명과 여학생 3명을 임의로 한 줄로 세우고 앞에서 부터 1, 2, 3, 4, 5, 6의 번호를 부여한다고 한다. 제일 앞에 서 있는 남학생의 번호를 확률변수 X 라고 할 때, X 의 평균은?

- ① $\frac{3}{2}$
- ② $\frac{7}{4}$
- ③ 2
- ④ $\frac{9}{4}$
- ⑤ $\frac{5}{2}$

[인터넷수능]

상 중 아

17. 충전되지 않은 배터리 3개와 충전된 배터리 2개가 섞여 있다. 충전된 배터리 1개를 찾을 때까지 배터리를 하나씩 검사할 때, 검사한 충전되지 않은 배터리의 개수를 확률변수 X 라 하자. 이때, X 의 분산은?

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{4}{5}$
- ③ 1
- ④ $\frac{8}{5}$
- ⑤ 2

[인터넷수능]

상 중 아

18. 두 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수 a, b 에 대하여 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -b \\ a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 을 만족하는 점 $P(x, y)$ 와 원점 $O(0, 0)$ 사이의 거리가 4 이하이면 30점 4 초과이면 15점을 받는다고 한다. 이때, 두 개의 주사위를 한 번 던져 얻을 수 있는 점수의 기댓값은?

- ① 14 ② $\frac{44}{3}$ ③ $\frac{46}{3}$
- ④ 16 ⑤ $\frac{50}{3}$

[인터넷수능]

상 중 아

19. 20 개의 제품 중에 불량품이 2 개 포함되어 있다. 임의로 한 개씩 꺼내어 X 번째의 검사에서 마지막 불량품이 나왔다고 할 때, 확률변수 X 의 기댓값은? (단, 꺼낸 제품은 다시 검사하지 않는다.)

- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 20

[수능특강]

상 중 아

20. 이산확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	...	10	계
$P(X=x)$	p_0	p_1	p_2	...	p_{10}	1

(단, $p_i > 0$ 이고 $i = 0, 1, 2, \dots, 10$ 이다.)
 집합 $\{x | 0 \leq x \leq 10\}$ 에서 정의된 두 함수 $F(x), G(x)$ 가
 $F(x) = P(0 \leq X \leq x), G(x) = P(X > x)$
 일 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. $G(3) = 1 - F(3)$
 ㄴ. $P(3 \leq X \leq 8) = F(8) - F(3)$
 ㄷ. $P(3 \leq X \leq 8) = G(2) - G(8)$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

상 중 아

21. 1이 쓰여 있는 구슬이 1개, 2가 쓰여 있는 구슬이 3개, 3이 쓰여 있는 구슬이 5개, ..., n 이 쓰여 있는 구슬이 $(2n-1)$ 개 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 택하여 얻어진 수를 확률변수 X 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{E(X)}{n+3}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
- ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

[인터넷수능]

상 중 아

22. 확률분포가 $P(X=i) = p_i (i=1, 2, 3)$ 로 주어진 확률변수 X 에 대하여 p_1, p_2, p_3 는 이 순서대로 공차가 양수인 등차수열을 이룬다고 한다. 다음 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. $p_1 + p_3 = \frac{2}{3}$

ㄴ. 공차의 최댓값은 $\frac{1}{3}$ 이다.

ㄷ. 공차가 클수록 분산 $V(X)$ 은 커진다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

23. 확률변수 X 는 1, 2, 3, ..., 10의 값을 취하며

$$P(X \leq k) = ak^2 + bk \quad (k = 1, 2, 3, \dots, 10)$$

으로 나타내어진다. $P(X=1) = \frac{11}{200}$ 이 성립할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. $P(X=2) = \frac{3}{50}$

ㄴ. $E(X) = \frac{253}{40}$

ㄷ. $i < j$ 이면 $P(X=i) < P(X=j)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

상 중 아

24. 한 개의 주사위를 4번 던지는 시행에서 k 번째 나온 눈의 수를 2로 나눈 나머지를 $X_k (k=1, 2, 3, 4)$ 라고 하자. 확률변수 $Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$ 라고 할 때, Y 의 평균은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1 ⑤ 2

상 중 아

25. 상자 안에 1, 2, 3, ..., 10의 숫자가 각각 하나씩 적힌 10장의 카드가 있다. 이 상자에서 카드 한 장을 뽑아 그 번호를 적고 다시 집어넣는다. 이 시행을 2회 반복했을 때 적힌 번호의 최댓값을 확률변수 X 라고 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는대로 고른 것은?

[고득점 N제]

[보 기]

ㄱ. $P(X \leq 3) = \frac{9}{100}$
 ㄴ. $P(X=5) = \frac{9}{100}$
 ㄷ. X 의 기댓값은 $\frac{143}{20}$ 이다

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

주관식

상 중 아

26. 10원, 50원, 100원, 500원짜리 동전이 각각 2, 3, 4, 1개가 들어 있는 주머니에서 임의로 동전 한 개를 꺼낼 때, 나오는 금액을 확률변수 X 라 하자. 이때, X 의 평균을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

27. 주머니 속에 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 적힌 공이 각각 2개씩 있다. 이 주머니에서 6개의 공을 꺼낼 때, 같은 숫자가 적힌 공이 나온 공의 쌍의 수를 확률변수 X 라고 하자. 이때, $E(X) = \frac{n}{m}$ 인 서로소인 두 자연수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

02

평균과 분산, 표준편차의 성질

확률변수 X 와 임의의 상수 a, b 에 대하여

- (1) $E(aX+b) = aE(X)+b$
- (2) $V(aX+b) = a^2 V(X)$
- (3) $\sigma(aX+b) = |a|\sigma(X)$

상 중 아

28. 책상 위에 서로 다른 6 개의 동전이 앞면이 4 개, 뒷면이 2 개가 보이도록 놓여 있다. 이 중에서 임의로 3 개를 뒤집어놓을 때, 앞면이 보이는 동전의 개수를 확률변수 X 라 하자. 이때, $5X-10$ 의 분산은?

[수능특강]

- ① 30 ② 35 ③ 40
- ④ 45 ⑤ 50

상 중 아

29. 1, 2, 3, 4의 숫자가 각 면에 하나씩 적혀 있는 정사면체를 한 번 던지는 시행에서 바닥에 닿는 면을 제외한 세 면에 적힌 수의 합을 확률변수 X 라 하자. 이때, $2X+5$ 의 평균은?

[수능특강]

- ① 10 ② 20 ③ 24
- ④ 30 ⑤ 35

상 중 아

30. 확률변수 X 의 확률분포가 다음과 같다.

X	2	4	a	계
$P(X=x)$	b	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$E(X) = 4$ 일 때, 확률변수 $2X-3$ 의 분산은?

[수능특강]

- ① 17 ② 18 ③ 19
- ④ 20 ⑤ 24

상 중 아

31. 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 와 분산 $V(X)$ 에 대하여

$$E\left(\frac{X-3}{3}\right) = 2, V\left(\frac{X-3}{3}\right) = 2$$

가 성립할 때, $E(X^2)$ 의 값은?

[수능특강]

- ① 97 ② 98 ③ 99
- ④ 100 ⑤ 101

상 중 아

32. 흰 공 4개, 검은 공 2개가 들어 있는 주머니에서 동시에 2개의 공을 꺼낼 때, 그 중에 들어 있는 흰 공의 개수를 X 라 하면 $9X+1$ 의 기댓값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11
- ④ 13 ⑤ 15

[수능특강]

상 중 아

33. 확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	계
$P(X=x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	1

확률변수 $7X$ 의 분산 $V(7X)$ 의 값은?

- ① 14 ② 21 ③ 28
- ④ 35 ⑤ 42

[인터넷수능]

상 중 아

34. 확률변수 X 의 평균을 $E(X)$, 표준편차를 $\sigma(X)$ 라 할 때, $E(X) = 20$, $\sigma(X) = 10$ 이다. $E(aX+b) = 70$, $\sigma(aX+b) = 30$ 이 성립하도록 하는 양수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① 10 ② 15 ③ 20
- ④ 25 ⑤ 30

[인터넷수능]

상 중 아

35. 확률변수 X 에 대하여 $E(X) = 4$, $V(2X+1) = 20$ 일 때, $E(X^2)$ 의 값은?

- ① 21 ② 24 ③ 27
- ④ 30 ⑤ 33

[인터넷수능]

상 중 아

36. 0, 10, 20, 30, 40이 써어진 5장의 카드가 있다. 이 중에서 임의로 3장을 뽑아서 나오는 수 중 가장 작은 수를 확률변수 X 라 하고, X 의 기댓값을 m 이라 하자. 이때, $P(-5 \leq X - m \leq 5)$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{7}{10}$ ③ $\frac{9}{10}$
- ④ $\frac{13}{15}$ ⑤ $\frac{14}{15}$

[수능특강]

상 중 아

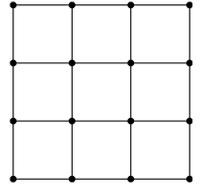
37. 검정, 빨강, 초록색의 볼펜이 각각 한 자루씩 있다. 이들을 임의로 검정, 빨강, 초록색의 상자에 한 자루씩 넣을 때, 볼펜의 색과 상자의 색이 일치하는 경우의 수를 확률변수 X 라고 하자. 이때, 확률변수 $Y = 2X + 1$ 의 분산은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[인터넷수능]

상 중 아

38. 그림과 같이 가로와 세로의 이웃하는 두 점 사이의 거리가 모두 1인 일정한 간격으로 배열된 16개의 점에서 4개의 점을 택하여 정사각형을 만들 때, 만들어지는 정사각형의 넓이를 확률변수 X 라고 하자. X 의 기댓값은?



[고득점 N제]

- ① 2 ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{13}{5}$
- ④ 3 ⑤ $\frac{16}{5}$

상 중 아

39. 주머니 속에 붉은 공 3개, 흰 공 1개, 파란 공 2개가 들어 있다. 여기에서 3개의 공을 꺼낼 때 나오는 붉은 공의 개수를 확률변수 X 라 하자. $Y = \frac{X+1}{3}$ 이라 할 때, 확률변수 Y 의 분산은?

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{3}{20}$
- ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

[고득점 N제]

상 중 아

40. 확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	-2	-1	1	2	계
$P(X)$	$\frac{1}{8}$	p	p	$\frac{3}{8}$	1

확률변수 $Y = aX + b$ 에 대하여 확률변수 Y 의 평균과 표준편차가 각각 5, 6일 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a > 0$)

[고득점 N제]

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

상 중 아

41. 어느 해 학력평가에서는 각 영역별로 평균이 50, 표준편차가 10인 정규분포를 따르는 표준점수를 도입하였다. 이때, 원점수 X 와 표준점수 Y 사이에는

$$Y = aX + b \quad (a, b \text{는 상수이고 } a > 0)$$

인 관계가 성립한다고 하자. 이 시험에서 수리영역의 원점수 X 가 정규분포 $N(60, 8^2)$ 을 따를 때, 수리영역의 원점수가 80점인 학생의 표준점수는?

[수능특강]

- ① 65 점 ② 68 점 ③ 70 점
- ④ 72 점 ⑤ 75 점

상 중 아

42. 상자 안에 흰 공과 검은 공이 모두 합하여 10개가 들어 있다. 동전 두 개를 던질 때, 앞면이 나오는 개수만큼의 공을 상자에서 꺼낸다. 이때, 꺼낸 공에 들어 있는 검은 공의 개수를 확률변수 X 라 하자. $P(X=2) = \frac{1}{30}$ 일 때, $E(5X+2)$ 의 값은?

[고득점 N제]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

43. 한 개의 주사위를 10번 던질 때, 홀수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하자. 확률변수 Y 를 $Y = 10 - X$ 라 할 때, 보기에 서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $P(5 \leq Y \leq 7) = P(3 \leq X \leq 5)$
- ㄴ. Y 의 평균은 X 의 평균과 같다.
- ㄷ. Y 의 분산은 X 의 분산보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

주관식

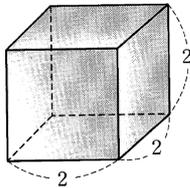
상 > 중 > 하

44. 1학년 4명과 2학년 5명으로 구성된 농구반에서 임의로 3명을 선발하여 농구대회에 출전시키려고 한다. 선발되는 1학년 학생의 수를 확률변수 X 라고 할 때, $6X+5$ 의 평균을 구하시오.

[인터넷수능]

상 > 중 > 하

45. 한 모서리의 길이가 2인 정육면체의 8개의 꼭짓점에서 임의의 세 꼭짓점을 택하여 만든 삼각형의 넓이의 제곱을 확률변수 X 라 할 때, $7X$ 의 분산을 구하시오.



[인터넷수능]

03

이항분포의 평균, 분산

1회의 시행에서 사건 A 가 일어날 확률이 p 인 독립시행을 n 번 시행할 때, 사건 A 가 일어나는 횟수를 확률변수 X 로 하는 확률분포 $P(X=r) = {}_n C_r p^r q^{n-r}$

(단, $r = 0, 1, 2, \dots, n, q = 1-p$)

을 이항분포라 하고, 기호로 $B(n, p)$ 로 나타낸다.

① 평균 : $E(X) = np$

② 분산 : $V(X) = npq$ (단, $q = 1-p$)

※ 이항분포에서도 평균, 분산, 표준편차의 성질이 모두 성립한다

상 중 아

46. 한 개의 주사위를 36회 던질 때, k ($k = 1, 2, \dots, 6$) 이상의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라고 하자. X 의 분산이 9일 때, 확률변수 X^2 의 평균은?

[수능특강]

- ① 290 ② 297 ③ 300
- ④ 330 ⑤ 333

상 중 아

47. 확률변수 X 가 취할 수 있는 값이 $0, 1, 2, \dots, 100$ 이고 X 의 확률분포가

$$P(X=x) = {}_{100}C_x \left(\frac{1}{5}\right)^x \left(\frac{4}{5}\right)^{100-x}$$

으로 주어질 때, X 의 표준편차는?

[수능특강]

- ① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$
- ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

상 중 아

48. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 를 따르는 확률변수 X 에 대하여

$E(X) = 30$ 일 때, 확률변수 $\frac{1}{2}X + 3$ 의 분산은?

[인터넷수능]

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

상 중 아

49. 확률변수 X 는 이항분포 $B(3, p)$ 를 따르고 확률변수 Y 는 이항분포 $B(4, 2p)$ 를 따른다고 한다. $10P(X=3) = P(Y \geq 3)$ 을 만족시킬 때, $E(Y) - E(X)$ 의 값은?

[수능특강]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{25}{12}$
- ④ $\frac{27}{12}$ ⑤ $\frac{55}{24}$

상 중 아

50. 확률변수 X 의 확률분포가

$$P(X=k) = {}_{192}C_k \left(\frac{1}{2}\right)^{2k} \left(\frac{3}{4}\right)^{192-k} \quad (k=0, 1, 2, 3, \dots, 192) \text{ 일 때,}$$

X 의 표준편차는?

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

[인터넷수능]

상 중 아

51. 확률변수 X 가 이항분포 $B(4, p)$ 를 따르고 확률변수 Y 는 이항분포 $B(6, 2p)$ 를 따른다고 한다. $V(X) = V(Y)$ 일 때, $\frac{P(Y=2)}{P(X=2)}$ 의 값은? (단, $p \neq 0$)

- ① $\frac{2}{45}$ ② $\frac{1}{15}$ ③ $\frac{1}{10}$
 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

[인터넷수능]

상 중 아

52. 다음은 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따를 때, X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

$q = 1 - p$ 라 하면

$$E(X) = \sum_{r=0}^n \text{(가)} \cdot P(X=r) = \sum_{r=0}^n \text{(가)} \cdot {}_n C_r p^r q^{n-r}$$

그런데 $\text{(가)} \cdot {}_n C_r = n \cdot \text{(나)}$ 이므로

$$E(X) = \sum_{r=1}^n n \cdot \text{(나)} \cdot p^r q^{n-r}$$

$$= np \sum_{r=1}^n \text{(다)} p^{r-1} q^{n-(r-1)}$$

$$= np \text{(다)} = np$$

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 적은 것은?

[인터넷수능]

- ① $r-1,$ ${}_{n-1}C_{r-1},$ $(p+q)^{n-1}$
 ② $r-1,$ ${}_n C_r,$ $(p+q)^n$
 ③ $r-1,$ ${}_{n-1}C_r,$ $(p+q)^{n-1}$
 ④ $r,$ ${}_{n-1}C_{r-1},$ $(p+q)^{n-1}$
 ⑤ $r,$ ${}_n C_r,$ $(p+q)^n$

상 중 아

53. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고 확률분포표가 다음과 같을 때, 확률 $P(X=2)$ 의 값은? (단, $k > 0$)

[수능특강]

X	0	1	2	...	n	계
$P(X=x)$	k	$8k$	$24k$...		1

- ① $\frac{4}{81}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{8}{27}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{10}{81}$

상 중 아

54. 이항분포 $B(5, p)$ 를 따르는 확률변수 X 에 대하여 $P(X=k) = p_k$ 라고 하자. p_k 중 최대인 값이 p_3 일 때, p 의 값의 범위는?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{2} \leq p \leq \frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{5} \leq p \leq \frac{3}{4}$ ③ $\frac{2}{3} \leq p \leq \frac{3}{4}$
- ④ $\frac{3}{4} \leq p \leq \frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{3}{5} \leq p \leq \frac{4}{5}$

주관식

상 중 아

55. 확률변수 X 가 이항분포 $B(10, p)$ 를 따르고

$$P(X=4) = \frac{1}{3}P(X=5)$$

일 때, $E(7X)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < p < 1$)

[인터넷수능]

상 중 아

56. 확률변수 X 는 이항분포 $B(4, p)$ 를 따르고 $P(X \geq 1) = \frac{65}{81}$

라 한다. 이때 $\sum_{k=0}^4 (3k+1) {}_4C_k p^k (1-p)^{4-k}$ 의 값을 구하시오.

(단, $p \neq 0$)

[인터넷수능]

상 중 아

57. 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{10}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 의 확률분포가

$P(X=k) = p_k$ ($k = 0, 1, 2, \dots, 100$)으로 나타내어질 때, 함수

$$f(x) = \sum_{k=0}^{100} (x-k)^2 p_k$$

의 최솟값을 구하시오.

[고득점 N제]

04

이항분포의 활용

동전이나 주사위를 n 번 던지는 경우처럼 동일한 시행을 반복할 때, 즉 독립시행에서 어떤 사건이 일어날 횟수를 X 라 하면 X 는 $0, 1, 2, 3, \dots, n$ 의 값을 갖는 확률변수가 되며, 한 번의 시행에서 사건 A 가 일어날 확률일 p 이면 확률변수 X 는 이항분포 $B(n, p)$ 를 따른다.

상 중 아

58. 발아율이 90%로 일정한 씨앗이 있다. 이 씨앗 10000 개를 밭에 뿌렸을 때, 발아되는 씨앗의 개수를 확률변수 X 라 하자. 이때, 확률변수 $-2X+100$ 의 표준편차는?

[인터넷수능]

- ① 40 ② 50 ③ 60
- ④ 70 ⑤ 80

상 중 아

59. 정답이 하나인 5지선다형 문항에서 적은 답이 맞으면 5점을 주고 틀리면 1점을 감점한다. 20개의 5지선다형 문항에 임의로 답하여 받는 점수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 표준편차는? (단, 점수는 음수가 될 수도 있다.)

[인터넷수능]

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ③ $2\sqrt{5}$
- ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{24\sqrt{5}}{5}$

상 중 아

60. 한 개의 동전을 4번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하자. 확률변수 $(X-a)^2$ 의 기댓값을 $f(a)$ 라 할 때, $f(a)$ 는 $a = \alpha$ 일 때, 최솟값 β 를 갖는다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? (단, a 는 실수이다.)

[인터넷수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 아

61. 수직선 위의 원점에 인형이 있다. 주사위를 던져서 홀수가 나오면 이 인형을 오른쪽으로 2만큼, 짝수가 나오면 왼쪽으로 1만큼 이동한다. 주사위를 3번 던진 후, 인형의 위치를 X 라고 하면 $P(X \geq 3)$ 의 값은?

[수능특강]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

상 중 아

62. 한 개의 동전을 20번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하자. 확률변수 Y 를 $Y=20-X$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[수능특강]

[보 기]

- ㄱ. $P(10 \leq Y \leq 12) = P(8 \leq X \leq 10)$
- ㄴ. Y 의 평균은 X 의 평균과 같다.
- ㄷ. Y 의 분산은 X 의 분산보다 작다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

상 중 아

63. 좌표평면에서 원점에 동점 P 가 있다. 한 개의 주사위를 던져서 1, 2의 눈이 나오면 x 축의 방향으로 1만큼, 3, 4의 눈이 나오면 제자리에, 5, 6의 눈이 나오면 y 축의 방향으로 1만큼 이동하기로 한다. 주사위를 30번 던져서 위의 규칙에 따라 점 P 가 옮겨간 점의 좌표를 (X, Y) 라고 할 때, $X+Y$ 의 분산은?

[수능특강]

- ① 6 ② $\frac{20}{3}$ ③ 7
- ④ $\frac{23}{3}$ ⑤ $\frac{25}{3}$

상 중 아

64. 어느 공장에서 생산되는 제품은 5개 중 1개의 비율로 불량품이 있고, 이 제품을 포장하는 상자는 4개 중 1개의 비율로 불량품이 있다고 한다. 한 상자에 3개씩 제품을 포장하여 모두 500상자를 만들 때, 제품과 포장상자가 모두가 합격품인 상자의 개수를 확률변수 X 라 하자. 이때, X 의 평균은?

[인터넷수능]

- ① 190 ② 192 ③ 194
- ④ 196 ⑤ 198

상 중 아

65. 두 주사위 A, B 를 동시에 던져 나오는 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, 방정식 $ax^2+bx+1=0$ 이 유리수의 근을 갖는 사건을 C 라 하자. 두 주사위 A, B 를 동시에 던지는 144회의 독립시행에서 사건 C 가 일어나는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 분산 $V(X)$ 의 값은?

[고득점 N제]

- ① $\frac{83}{9}$ ② $\frac{85}{9}$ ③ $\frac{67}{3}$
- ④ $\frac{203}{9}$ ⑤ $\frac{205}{9}$

상 중 아

66. 확률변수 X 의 확률분포가

$$P(X = n) = {}_{100}C_n \left(\frac{1}{2}\right)^{100} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots, 100)$$

으로 주어질 때, 함수 $f(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x) = P(X \leq 5x + 50) \quad (-10 \leq x \leq 10)$$

이때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[수능특강]

[보 기]

- ㄱ. 확률변수 X 의 분산은 25이다.
- ㄴ. $f(0.9) + f(-0.9) = 1$
- ㄷ. $x_1 \leq x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

67. 표는 $k = 0, 1, 2, 3, 4$ 일 때, $P_k = {}_{30}C_k \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{30-k}$ 의 값을 소수점 아래 셋째자리까지 나타낸 것이다.

k	0	1	2	3	4
P_k	0.004	0.025	0.073	0.137	0.185

주사위를 30번 던져 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 할 때,

위의 표를 이용하여 $\sum_{r=3}^{30} rP(X=r)$ 의 값을 구한 것은?

[인터넷수능]

- ① 4.765 ② 4.829 ③ 4.902
- ④ 4.946 ⑤ 4.971

상 중 아

68. 두 개의 주사위를 400회 던질 때, 매회 두 눈의 수의 곱이 a 이하로 나오면 상금을 20원씩 받기로 하였다. 상금 총액의 평균과 분산을 각각 m, σ^2 이라 할 때, $\sigma^2 \leq 15m$ 이 성립하기 위한 자연수 a 의 최솟값은?

[인터넷수능]

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

상 중 아

69. 영화가 2개의 면에는 1, 4개의 면에는 3이 적혀 있는 정육면체 모양의 상자 10개를 동시에 던져 3의 눈이 나오는 상자가 X 개이면 4^X 의 점수를 받는 게임을 한다. 이 게임에서 얻는 점수의 기댓값을 $E(4^X)$ 이라 할 때, $E(4^X)$ 의 값은?

[고득점 N제]

- ① $\left(\frac{4}{3}\right)^{10}$ ② 2^{10} ③ $\left(\frac{5}{2}\right)^{10}$
- ④ $\left(\frac{8}{3}\right)^{10}$ ⑤ 3^{10}

상 중 아

70. 수직선 위를 움직이는 점 A가 있다. 한 개의 동전을 던져 앞면이 나오면 양의 방향으로 차례대로 1, 3, 5, 7, ..., $2n-1, \dots$ 만큼 점 A가 움직인다. 예를 들어, 동전을 10번 던져서 앞면이 5번 나오면 점 A는 $1+3+5+7+9=25$ 만큼 움직인다. 동전을 40번 던졌을 때, 원점에서 출발한 점 A의 좌표를 확률변수 X 라고 하자. 이때, $E(X)$ 의 값은?

- ① 390 ② 400 ③ 410
- ④ 420 ⑤ 430

[고득점 N제]

주관식

상 중 아

71. 세 개의 노란 공과 m 개의 흰 공이 들어 있는 상자에서 한 개의 공을 꺼내어 색을 확인하고 다시 넣는 시행을 45번 반복할 때, 노란 공이 나오는 횟수를 확률변수 X 라고 하자. $E(X) = 15$ 일 때, $V(mX)$ 의 값을 구하시오. (단, m 은 상수)

[인터넷수능]

상 중 아

72. 두 개의 주사위를 80번 던질 때, 두 눈의 합이 4의 배수가 되는 경우의 수를 확률변수 X 라고 하자. $5X^2+k$ 의 평균이 2500일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

73. 한 개의 주사위를 9번 던져서 4의 눈이 나오는 횟수 X 에 대하여 7^X 원의 상금을 받기로 하였다. 상금의 기댓값을 a 원이라 할 때, a 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 > 증 > 아

74. 두 주사위 A, B 를 동시에 던질 때, 나오는 각각의 눈의 수 m, n 에 대하여 $m^2 + n^2 \leq 25$ 가 되는 사건을 E 라 하자. 두 주사위 A, B 를 동시에 던지는 12회의 독립시행에서 사건 E 가 일어나는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 분산 $V(X)$ 는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[인터넷수능]

상 > 증 > 아

75. 세 개의 동전을 동시에 던지는 시행을 반복하여 처음으로 앞면이 세 개가 나올 때까지 동전을 던진 횟수를 확률변수 X 라고 하자. 이때, $P(X \leq n) \geq 0.99$ 를 만족하는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3, \log 7 = 0.85$ 로 계산한다.)

[고득점 N제]

05

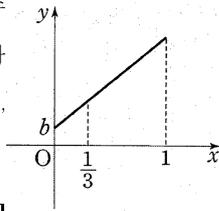
확률밀도함수의 성질

$\alpha \leq x \leq \beta$ 의 모든 값을 가지는 연속확률변수 X 의 확률밀도 함수 $f(x)$ 는 다음 성질을 가진다.

- ① $f(x) \geq 0$ (단, $\alpha \leq x \leq \beta$)
- ② $y = f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x = \alpha$, $x = \beta$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는 1이다.
- ③ $\alpha \leq a \leq X \leq b \leq \beta$ 인 두 실수 a , b 에 대하여 $P(a \leq X \leq b)$ 는 $y = f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x = a$, $x = b$ 로 둘러싸인 부분의 넓이와 같다.

상 중 아

76. $0 \leq X \leq 1$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x) = ax + b$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다. $P(X \leq \frac{1}{3}) = \frac{2}{9}$ 일 때, $P(X \leq \frac{2}{3})$ 의 값은?

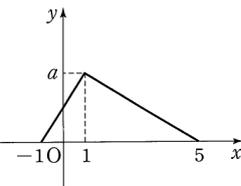


[수능특강]

- ① $\frac{4}{9}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{5}{9}$
- ④ $\frac{11}{18}$
- ⑤ $\frac{2}{3}$

상 중 아

77. $-1 \leq X \leq 5$ 에서 정의된 연속 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $f(1)$ 의 값은?(단, a 는 상수)



[인터넷수능]

- ① $\frac{2}{3}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{4}$
- ⑤ $\frac{1}{6}$

상 중 아

78. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가

$f(x) = 1 - |x|$ ($-1 \leq x \leq 1$)일 때, $P(|X| \leq \frac{1}{2})$ 의 값은?

[인터넷수능]

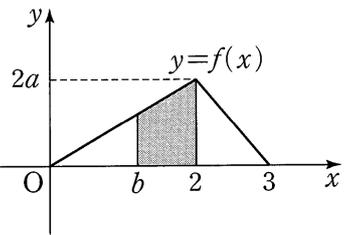
- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{3}{4}$

상 중 아

79. 연속확률변수 X 의 확률밀도 함수가

$$f(x) = \begin{cases} ax & (0 \leq x \leq 2) \\ -2a(x-3) & (2 \leq x \leq 3) \end{cases}$$

이고, $P(b \leq X \leq 2) = \frac{1}{2}$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a + b^2$ 의 값은?



[인터넷수능]

- ① $\frac{4}{3}$
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ $\frac{5}{3}$
- ④ $\frac{11}{6}$
- ⑤ 2

상 중 아

80. $0 \leq X \leq 2$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$$f(x) = \begin{cases} x & (0 \leq x \leq 1) \\ -x+2 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases} \text{ 일 때,}$$

$P(k \leq X \leq k + \frac{1}{3})$ 이 최대가 되는 상수 k 의 값은?

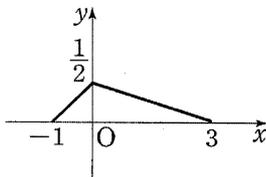
[수능특강]

- ① $\frac{5}{6}$
- ② $\frac{2}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{1}{6}$

상 중 아

81. $-1 \leq X \leq 3$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때,

$P(X \leq k) = P(X \geq k)$ 를 만족시키는 k 의 값은?



[수능특강]

- ① 1
- ② $\sqrt{2}$
- ③ $3 - \sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{6} - 1$
- ⑤ $3 - \sqrt{6}$

상 중 아

82. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 3$ 이고, 확률 $P(X \leq 1)$ 과 확률 $P(X \leq 2)$ 의 값이 이차방정식 $6x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 두 근일 때, 확률 $P(1 < X \leq 2)$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1}{12}$
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{12}$

상 중 아

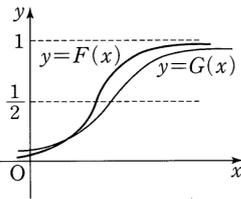
83. 폐구간 $[0, 8]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가 $f(x) = ax$ 일 때, 직선 $y = 2x + X$ 와 포물선 $y = x^2 + 2Xx + 5 - X$ 가 서로 만날 확률은?(단, a 는 상수)

[인터넷수능]

- ① $\frac{11}{16}$
- ② $\frac{3}{4}$
- ③ $\frac{13}{16}$
- ④ $\frac{7}{8}$
- ⑤ $\frac{15}{16}$

상 증 아

84. 연속확률변수 X, Y 가 정규분포를 따르고 각각의 확률밀도함수는 $f(x), g(x)$ 이다. $F(x) = P(X \leq x), G(x) = P(Y \leq x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $f(x) > 0$
- ㄴ. $f(x) < 1$
- ㄷ. $E(X) < E(Y)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 증 아

85. 구간 $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 두 상수 a, b 에 대하여 다음과 같이 정의될 때, b 의 값은? (단, $0 < a < 1$)

[고득점 N제]

$$f(x) = \begin{cases} (a-1)x + b & (-\frac{1}{2} \leq x < 0) \\ (a+1)x + b & (0 \leq x \leq \frac{1}{2}) \end{cases}$$

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

상 증 아

86. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(1-x) = f(1+x)$$

를 만족시킨다. 실수 a, b ($0 < a < 1 < b$)에 대하여

$$P(X \leq a) = P(1 \leq X \leq b) = \frac{1}{4} P(a \leq X \leq b)$$

일 때, $P(X \geq b)$ 의 값은?

[고득점 N제]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{10}$
- ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

주관식

상 > 중 > 하

87. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$$f(x) = a(2-x) \quad (0 \leq x \leq 2)$$

이다. $P(0 \leq X \leq a) = \frac{n}{m}$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오.

(단, a 는 상수이고, m, n 은 서로소인 자연수이다.)

[고득점 N제]

상 > 중 > 하

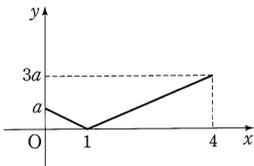
88. 연속확률변수 X 가 갖는 값의

범위는 $0 \leq X \leq 4$ 이고 X 의 확률밀도

함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$100P(0 \leq X \leq 2)$ 의 값을 구하시오

[인터넷수능]

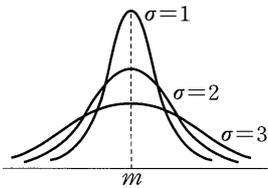


06

정규분포 곡선의 성질

정규분포곡선의 성질

- ① 직선 $x = m$ 에 대하여 대칭이고 점근선은 x 축이다.
- ② 곡선과 x 축 사이의 넓이는 1이다.
- ③ m 이 일정할 때 σ 의 값이 작을수록 곡선의 폭은 좁아지며 σ 의 값이 일정하고 m 이 변하면 곡선의 모양은 그대로이고 대칭축의 위치만 바뀐다.



상 증 아

89. 정규분포를 따르는 확률변수 X 에 대하여 등식

$$P(X \leq 60) = P(X \geq 80) = P(70 \leq X \leq 80)$$

이 성립할 때, $P(X \geq 60)$ 의 값은?

- ① 0.6 ② 0.65 ③ 0.7
- ④ 0.75 ⑤ 0.8

[수능특강]

상 증 아

90. 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때,

$$P(X \leq 10) = P(X \geq 8)$$

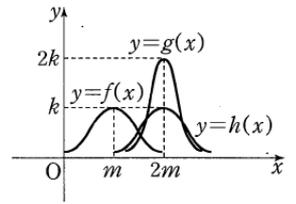
이 성립한다. $P(c \leq X \leq c + 30)$ 의 값이 최대가 되는 상수 c 의 값은?

- ① -6 ② -5 ③ -4
- ④ -3 ⑤ -2

[인터넷수능]

상 증 아

91. 정규분포를 따르는 세 연속확률변수 X, Y, Z 의 확률밀도함수를 각각 $f(x), g(x), h(x)$ 라 하자. 세 함수 $y = f(x), y = g(x), y = h(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단, k, m 은 양수이다.)



[고득점 N제]

[보 기]

- ㄱ. $2E(X) = E(Y)$
- ㄴ. $V(X) = V(Z)$
- ㄷ. $2V(Y) = V(Z)$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

07

정규분포의 표준화

확률변수 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때,

① 확률변수 $Z = \frac{X-m}{\sigma}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

② $P(a \leq X \leq b) = P\left(\frac{a-m}{\sigma} \leq Z \leq \frac{b-m}{\sigma}\right)$

상 중 아

92. 어느 고등학교 학생들의 키를 확률변수 X 라 할 때, X 는 정규분포 $N(170, 5^2)$ 을 따른다고 한다. 이때, $P(X \geq 175)$ 의 값은? (단, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여라.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

[수능특강]

- ① 0.0223 ② 0.1167 ③ 0.1587
 ④ 0.3413 ⑤ 0.4332

상 중 아

93. 확률변수 X 가 정규분포 $N(10, 4)$ 를 따를 때, $P(|X-7| \leq 1)$ 의 값은?
 (단, $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$, $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$)

[수능특강]

- ① 0.4772 ② 0.3413 ③ 0.2386
 ④ 0.1706 ⑤ 0.1359

상 중 아

94. 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여 확률밀도함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(50-x) = f(50+x)$ 를 만족한다. $P(m \leq X \leq m+8) = 0.4772$ 일 때, $P(44 \leq X \leq 60)$ 의 값은?
 (단, 위의 표준정규분포표를 이용하여라.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1	0.3413
1.5	0.4332
2	0.4772
2.5	0.4938
3	0.4987

[수능특강]

- ① 0.9104 ② 0.9270 ③ 0.9710
 ④ 0.9725 ⑤ 0.9759

상 중 아

95. 양의 실수 전체의 집합을 정의역으로 하는 함수 $H(t)$ 는 평균 20, 표준편차 t 인 정규분포를 따르는 확률변수 X 에 대하여 $H(t) = P(X \leq 15)$ 이다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?(단, 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z 에 대하여 $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$, $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$ 이다.)

[인텟넷수능]

[보 기]

- ㄱ. $H(2.5) = P(Z \geq 2)$
 ㄴ. $H(2) < H(2.5)$
 ㄷ. $H(5) < 5H(2)$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

96. 확률변수 X 와 Y 는 각각 정규분포 $N(0, 1^2)$ 과 $N(2, 2^2)$ 을 따르고, 확률 a, b, c 는 다음과 같다.

$$a = P(-1 \leq X \leq 1), \quad b = P(0 \leq Y \leq 4), \quad c = P(-4 \leq Y \leq 0)$$

이 때, a, b, c 의 대소 관계는?

[인터넷수능]

- ① $a = b > c$ ② $b = c < a$ ③ $a < b < c$
- ④ $b < c < a$ ⑤ $c < a < b$

상 중 아

97. 어느 고등학교에서는 키가 작은 학생부터 큰 학생순으로 1번부터 번호를 부여한다고 한다. 각각 정원이 30명인 1, 2, 3반 학생들의 키의 평균과 표준편차는 오른쪽 표와 같다. 1반 학생인 A 의 키는 $175cm$, 2반 학생인 B 의 키는 $172cm$, 3반 학생인 C 의 키는 $177cm$ 이고 각 반 학생들의 키의 분포가 정규분포를 이룬다고 할 때, A, B, C 세명의 학생을 번호가 빠른 순서대로 나열한 것은?

	1반	2반	3반
평균	172	170	173
표준편차	4	3	5

(단위: cm)

- ① A, B, C ② A, C, B ③ B, A, C
- ④ B, C, A ⑤ C, A, B

[인터넷수능]

상 중 아

98. 확률변수 X, Y 가 각각 정규분포 $N(12, 3^2), N(10, 4^2)$ 을 따를 때, $P(6 \leq X \leq 15) = P(6 \leq Y \leq k)$ 가 성립하는 상수 k 의 값은?

[인터넷수능]

- ① 9 ② 10 ③ 12
- ④ 15 ⑤ 18

상 중 아

99. 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, 2^2)$ 을 따르고 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 $f(x) = f(6 - x)$ 를 만족한다. 이때, $P(2 \leq X \leq 5)$ 의 값은?

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

[인터넷수능]

- ① 0.5328 ② 0.6247
- ③ 0.6687 ④ 0.6915
- ⑤ 0.7745

상 중 아

100. 정규분포 $N(3, 2^2)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여 $P(-2 \leq X \leq 4) = a$, $P(-2 \leq X \leq 6) = b$ 가 성립한다. 확률변수 Z 가 표준정규분포 $N(0, 1^2)$ 을 따를 때, $P(4Z^2 - 8Z + 3 \geq 0)$ 을 a, b 를 써서 나타내면?

[인터넷수능]

- ① $\frac{1+a-2b}{2}$ ② $\frac{1+a-b}{2}$ ③ $\frac{1-a+b}{2}$
- ④ $1+a-b$ ⑤ $1-a+b$

상 중 아

101. 상우가 아침에 등교한 데 걸리는 시간은 평균 20분, 표준편차 4분인 정규분포를 따른다고 한다. 어느 날 상우가 등교 시간 25분 전에 집에서 출발하여 학교에 갈 때, 지각할 확률은 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

<표준정규분포표>	
z	P(0 ≤ Z ≤ z)
0.25	0.0987
0.75	0.2734
1.25	0.3944
1.75	0.4599

[인터넷수능]

- ① 0.0401 ② 0.1056 ③ 0.2266
- ④ 0.4013 ⑤ 0.5987

상 중 아

102. 확률변수 X 가 정규분포 $N(m+2, 2^2)$ 을 따를 때, 함수 $f(m)$ 을 $f(m) = P(X \geq 2)$ 라고 한다. 다음 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. $f(0) = \frac{1}{2}$
 ㄴ. $f(2) - f(-2) = 1 - 2f(-2)$
 ㄷ. 임의의 두 실수 m, n 에 대하여 $m < n$ 일 때, $f(m) < f(n)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

103. 확률변수 X, Y 가 평균이 0 이고 표준편차가 각각 $\sigma, \frac{\sigma}{2}$ 인 정규분포를 따를 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[수능특강]

[보 기]

ㄱ. $P(1 \leq X \leq 2) > P(2 \leq X \leq 3)$
 ㄴ. $P(-\sigma \leq X \leq 0) = P\left(0 \leq Y \leq \frac{\sigma}{2}\right)$
 ㄷ. $a > 0, b > 0$ 일 때, $P(|X| \leq a) = P(|Y| \leq b)$ 이면 $a > b$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 하

104. 어느 공장에서 생산되는 병의 내압 <표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
2.2	0.4861
2.3	0.4893
2.4	0.4918
2.5	0.4935

강도는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르고, 내압강도가 40보다 작은 병은 불량품으로 분류한다. 이 공장의 공정능력을 평가하는 공정능력지수 G 는 $G = \frac{m-40}{3\sigma}$ 으로 계산한다. $G=0.8$ 일

때, 임의로 추출한 한 개의 병이 불량품일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

[인터넷수능]

- ① 0.0139 ② 0.0107 ③ 0.0082
- ④ 0.0062 ⑤ 0.0038

주관식

상 중 하

106. 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여 다음이 성립한다.

(가) $P(X \geq 3) = P(X \leq 21)$
 (나) $V\left(\frac{1}{4}X + 10\right) = 4$

$E(\sigma X + m)$ 의 값을 구하시오.

[고득점 N제]

상 중 하

105. 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, 1)$ 을 따를 때, m 에 관한 함수 $f(m)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$f(m) = P(X \geq 0)$$

함수 $f(m)$ 에 대한 설명 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[고득점 N제]

[보 기]

ㄱ. $y = f(m)$ 의 그래프는 점 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ 을 지난다
 ㄴ. 함수 $f(m)$ 의 치역은 $\{y \mid 0 < y < 1\}$ 이다.
 ㄷ. $m_1 < m_2$ 이면 $f(m_1) < f(m_2)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

08

정규분포의 활용

학생 n 명의 X (키, 몸무게, 성적 등)가 정규분포를 따를 때, 조건 $a \leq X \leq b$ 에 맞는 학생들이

- ① 전체의 몇 %인가 $\Rightarrow P(a \leq X \leq b) \times 100$
- ② 몇 명인가 $\Rightarrow P(a \leq X \leq b) \times n$

상 중 아

107. 어떤 사람들은 아침식사로 빵과 우유 한 잔을 먹는다고 한다. 빵에서 섭취할 수 있는 열량은 평균 203 칼로리이고 우유 한 잔으로부터 섭취할 수 있는 열량은 평균 84 칼로리이다. 빵과 우유 한 잔을 같이 식사하는 사람들이 섭취하는 총 열량은 표준편차가 13인 정규분포를 이룬다고 할 때, 300 칼로리 이상의 열량을 섭취하는 사람은 전체의 몇 % 인가? (단, 위의 표준정규분포표를 이용하여라.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

[수능특강]

- ① 12.24%
- ② 13.36%
- ③ 15.87%
- ④ 16.67%
- ⑤ 17.00%

상 중 아

108. 50 점 만점인 수학 수행평가에서 학생들의 성적은 평균이 36 점이고 표준편차가 4 점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 평가에서 38 점에서 42 점까지가 B 등급을 받았고 B 등급을 받은 학생 수가 84 명이었다. 전체 응시 학생 수를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

[고득점 N제]

- ① 320
- ② 350
- ③ 380
- ④ 410
- ⑤ 440

상 중 아

109. 어느 회사의 남자 사원 1000 명을 대상으로 키와 몸무게를 측정하였다. 아래 표는 키를 5 개의 계급으로 나눈 후 각 계급의 상대도수와 그 계급에 속하는 사원들의 몸무게의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다.

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.192
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477

계급 (cm)	구분	상대도수	몸무게 (kg)	
			평균	표준편차
190 이상 ~ 200 미만		0.1	78	8
180 ~ 190		0.2	74	6
170 ~ 180		0.4	72	4
160 ~ 170		0.2	70	4
150 ~ 160		0.1	66	7
계		1		

각 계급에서 몸무게가 정규분포를 따른다고 할 때, 이 회사의 남자 사원 1000 명 중 키가 170cm 이상 190cm 미만이고 몸무게가 80kg 이상인 사원의 수를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

[고득점 N제]

- ① 36 명
- ② 41 명
- ③ 46 명
- ④ 51 명
- ⑤ 56 명

주관식

상 중 아

110. 어느 온도계 제조 회사는 정확한 온도계를 만들기 위해 자동검사장비가 40℃ 일 때, 온도계의 눈금을 검사하여 1℃ 이상의 차이가 나면 그 온도계는 불량품으로 간주한다고 한다. 자동검사장비의 온도가 40℃ 일 때, 이 회사에서 제조된 온도계의 눈금은 정규분포 $N(40, \sigma^2)$ 을 따른다고 한다. 이 회사의 불량률이 17.7% 라 하고 자동검사장비의 온도가 40℃ 일 때, 임의로 뽑은 온도계가 40℃ 보다 2℃ 이상 차이가 날 확률은 p 이다. 이때, $1000p$ 의 값의 위의 표준정규분포표를 이용하여 구하여라.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.28	0.3997
1.35	0.4115
2.33	0.4901
2.70	0.4965

[수능특강]

09

정규분포의 활용 : 최고점(최저점) 구하기

n 개의 자료 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때, 상위 $a\%$ 안에 드는 X 의 최솟값은 다음과 같은 순서로 구한다.

- ① 구하는 최솟값을 t 로 놓는다.
- ② $P(X \geq t) = \frac{a}{100}$ 에서 확률변수를 표준화 한다.
- ③ 표준정규분포표를 거꾸로 이용하여 $Z = \frac{t-m}{\sigma}$ 를 구한다
- ④ t 의 값을 구한다.

상 중 아

111. 어느 농장에서 생산되는 달걀의 무게를 Xg 이라 하면 X 는 정규분포 $N(55, 6^2)$ 을 따른다고 한다. 이 농장에서 생산되는 달걀 중 무게가 상위 10% 이내인 것을 특란으로 포장하여 판다면 특란에 해당하는 달걀의 무게는 대략 몇 g 이상인가?(단, 위의 표준정규분포표를 이용하여라.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.00	0.34
1.04	0.35
1.28	0.40
1.65	0.45

[수능특강]

- ① 57g ② 60.24g ③ 61.38g
- ④ 62.68g ⑤ 63.05g

상 중 아

112. 500 점 만점인 대학수학능력 시험 점수로만 학생을 선발하는 K 대학 H 학과에 지원한 수험생 2000 명의 수능 점수 X 는 정규분포 $N(410, 20^2)$ 을 따른다고 한다. 이 H 학과의 정원이 40 명 일 때, 이 학과의 합격자의 최저 점수는?(단, 위의 표준정규분포표를 이용하여라.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

[수능특강]

- ① 435 ② 440 ③ 445
- ④ 450 ⑤ 455

상 중 아

113. 1000 점 만점인 어느 회사의 입사시험에 지원한 지원자 2000 명의 성적 분포는 평균이 450 점, 표준편차가 75 점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 입사시험의 합격자가 320 명이라 할 때, 합격 점수의 최저점은? (단, $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.34$, $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.48$)

[수능특강]

- ① 500 점 ② 505 점 ③ 510 점
- ④ 520 점 ⑤ 525 점

상 중 아

114. 항공기 조종사에 대한 적성 검사로 몇 가지의 작업을 연속적으로 얼마나 빨리 할 수 있는지를 측정하려고 한다. 이러한 적성 검사의 소요 시간은 평균이 90 분, 분산이 25 분인 정규분포를 따른다고 한다. 지원자 중 상위 5% 에게 자격증을 부여한다면 자격증을 받기 위한 소요 시간의 최댓값은? (단, 위의 표준정규분포표를 이용하여라.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.04	0.35
1.28	0.4
1.65	0.45

[수능특강]

- ① 80.25 분 ② 81.75 분 ③ 82 분
- ④ 82.65 분 ⑤ 82.66 분

상 중 아

115. 경쟁률이 20:1인 어느 대학의 입학시험은 1000점 만점이고 평균 640점, 표준편차 20점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 입학시험에서 합격하려면 몇 점 이상을 받아야 하는지 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.04	0.35
1.28	0.40
1.64	0.45

- ① 660.8 ② 665.6 ③ 668.6
 ④ 672.8 ⑤ 680.6

[인터넷수능]

상 중 아

116. K 고등학교 3학년 학생들의 국어 성적은 평균이 58 점이고, 표준편차가 12 점인 정규분포를 따른다고 한다. 성취도 평가는 상위 점수부터 5%, 10%, 70%, 10%, 5%를 각각 수, 우, 미, 양, 가로 평가할 때, 갑이 우 이상의 평가를 받으려면 국어 성적은 최소 몇 점 이상이어야 하는가? (단, 위의 표준정규분포표를 이용하여라.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.00	0.34
1.04	0.35
1.28	0.40
1.65	0.45

- ① 71 점 ② 72 점 ③ 73 점
 ④ 74 점 ⑤ 75 점

[수능특강]

010 이항분포와 정규분포의 관계

확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고 n 이 충분히 크면 X 는 근사적으로 정규분포 $N(np, npq)$ 를 따른다. (단, $q = 1 - p$)

상 중 아

117. 주머니에 파란 공 3개와 흰 공

2개가 들어 있다. 이 중에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 150번 할 때, 흰 공이 45번 이상 75번 이하로 나올 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣고, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여라.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

[수능특강]

- ① 0.68 ② 0.86 ③ 0.89
 ④ 0.96 ⑤ 0.98

상 중 아

118. 동점 P가 수직선 위에서 다음 규칙에 따라 움직인다. 한 개의 주사위를 던져 6의 눈이 나오면 +5만큼, 그 이외의 눈이 나오면 -1만큼 이동한다. 한 개의 주사위를 180번 던질 때, 원점에서 출발한 동점 P의 좌표가 60 이상일 확률은? (단, 위의 표준정규분포표를 이용하여라.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

[수능특강]

- ① 0.1587 ② 0.0668 ③ 0.0456
 ④ 0.0292 ⑤ 0.0228

상 중 아

119. 어느 공장에서 생산하는 A 제품의 무게는 평균이 60kg, 표준편차가 10kg인 정규분포를 따른다고 한다. 무게가 80kg 이상인 제품을 불량품으로 판정한다고 하면, 생산되는 A 제품 중에서 2500 개를 임의로 추출할 때, 불량품이 57 개 이상일 확률은? (단, 위의 표준정규분포표를 이용하라.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

[수능특강]

- ① 0.01 ② 0.02 ③ 0.07
 ④ 0.12 ⑤ 0.16

상 중 아

120. S 대학의 어느 해 합격자 1차 등록 비율은 75% 이었다. 그 합격자들 중에서 임의로 192 명을 뽑아 1차 등록 여부를 조사하였을 때, 132 명 이상이 등록했을 확률은? (단, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하라.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

[수능특강]

- ① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.8413
 ④ 0.9332 ⑤ 0.9772

상 중 아

121. 어느 나라 국민들은 해외여행을 할 때, 2%가 분실사고를 경험한다고 한다. 이 나라 국민이 해외여행의 분실사고에 대비한 보험에 10000 명이 가입했다고 할 때, 보험회사가 221명 이상에게 보험금을 지급하게 될 확률은 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.25	0.3944
1.5	0.4332
1.75	0.4599

[인터넷수능]

- ① 0.0401 ② 0.0668 ③ 0.1056
 ④ 0.1587 ⑤ 0.2112

상 중 아

122. 확률변수 X 의 확률분포가

$P(X=r) = {}_{100}C_r \left(\frac{9}{10}\right)^r \left(\frac{1}{10}\right)^{100-r}$ ($r=0, 1, 2, 3, \dots, 100$)일 때, $P(X=81) + P(X=82) + \dots + P(X=96)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

[인터넷수능]

- ① 0.8664 ② 0.9104
 ③ 0.9332 ④ 0.9432
 ⑤ 0.9759

상 중 아

123. 확률변수 X 의 확률분포가

$$P(X=r) = {}_{1200}C_r \left(\frac{1}{4}\right)^r \left(\frac{3}{4}\right)^{1200-r} \quad (r=0, 1, 2, 3, \dots, 1200) \text{ 일 때,}$$

$P(X \geq a) = 0.8413$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

[인터넷수능]

- ① 240 ② 255
- ③ 270 ④ 285
- ⑤ 300

상 중 아

124. 점 P 가 수직선 위의 원점에 있다.

점 P 는 동전을 한 개 던져서 앞면이 나오면 오른쪽으로 2만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1만큼 수직선 위의 움직인다. 동전을 100번 던진 후 점 P 의 위치를 확률변수 X 라 할 때, $5 \leq X \leq 65$ 일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1	0.3413
2	0.4772
3	0.4987

[인터넷수능]

- ① 0.8185 ② 0.8400 ③ 0.9759
- ④ 0.9772 ⑤ 0.9987

상 중 아

125. 1회의 시행에서 8점을 얻을 확률이

$\frac{1}{4}$ 이고, 3점을 잃을 확률이 $\frac{3}{4}$ 인 게임에서 0점부터 시작하여 1200회를 독립적으로 시행한 후의 점수가 30점 이상이 될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

[인터넷수능]

- ① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1590
- ④ 0.3085 ⑤ 0.4562

상 중 아

126. 실수의 집합에서 임의로 400개의 실

수를 택할 때 $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ 를 만족하는 실수 x 의 개수를 확률변수 X 라 한다. 이때, $P(195 \leq X \leq 215)$ 를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

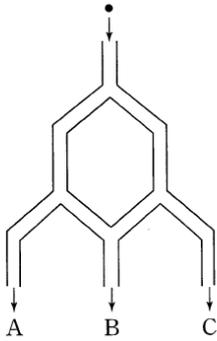
[인터넷수능]

- ① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.6826
- ④ 0.7745 ⑤ 0.8413

상 중 아

127. 아래 그림의 미로형 기구는 좌우 대칭으로 분리되며 입구는 1개, 출구는 3개이다. 이 기구에 구슬 192 개를 넣을 때, 출구 A로 나오는 구슬의 수가 54 이상일 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

[고득점 N제]



<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.1587
- ② 0.1915
- ③ 0.3085
- ④ 0.3413
- ⑤ 0.4332

상 중 아

128. 수직선의 원점을 동시에 출발하는 두 점 P, Q는 다음과 같이 이동한다.

한 개의 주사위를 던져 3의 배수의 눈이 나오면 점 P가 수직선의 양의 방향으로 2만큼 이동하고, 3의 배수가 아닌 눈이 나오면 점 Q가 수직선의 양의 방향으로 1만큼 이동한다.

주사위를 288번 던져 두 점 P, Q가 합하여 288번 이동하였을 때, 두 점 P, Q 사이의 거리가 12 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포를 이용하여 구하면?

[고득점 N제]

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.3174
- ② 0.4772
- ③ 0.5668
- ④ 0.6170
- ⑤ 0.6915

주관식

상 중 아

129. 어느 회사에서 생산되는 과자 1봉지의 무게는 평균 210g, 표준편차 5g인 정규분포를 따르고, 무게가 200g보다 작으면 불량품으로 판정한다고 한다. 이 회사에서 하루에 5000봉지의 과자를 생산할 때, 불량품으로 판정되는 과자의 봉지 수를 확률변수 X 라고 하자. 이때, X 의 평균을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

[인터넷수능]

상 중 아

130. A 공장에서 생산되는 축구공의 무게는 평균이 420g, 분산이 25g인 정규분포를 따른다고 한다. 축구 경기 중에 사용할 수 있는 공의 무게는 410g 이상 430g 이하여야만 한다. A 공장에서 생산된 축구공 중에서 3750개를 임의로 추출할 때, 축구 경기에서 사용할 수 없는 공이 162개 이상 나올 확률은 p 이다. 이때, $100p$ 의 값을 구하여라. (단, 위의 표준정규분포표를 이용하여라.) [4점]

[수능특강]

011

모평균과 표본평균

모평균이 m , 모표준편차가 σ 인 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 \bar{X} 에 대하여 다음이 성립한다.

- ① $E(\bar{X}) = m$
- ② $V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$
- ③ $\sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

상 중 아

131. 다음 표와 같은 분포를 가지는 모집단에서 임의로 크기가 4인 표본을 복원추출하였다.

X	1	2	3	계
$P(X=x)$	0.1	0.6	0.3	1

이때, 표본평균 \bar{X} 에 대하여 \bar{X} 의 분산은?

[수능특강]

- ① 0.4 ② 0.6 ③ 0.8
- ④ 0.09 ⑤ 1

상 중 아

132. 모평균이 5이고 모표준편차가 4인 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하였을 때, 표본평균을 \bar{X} 라 하자. 이때, 확률변수 $3 - 2\bar{X}$ 의 표준편차는?

[수능특강]

- ① 0.4 ② 0.5 ③ 0.6
- ④ 0.7 ⑤ 0.8

상 중 아

133. 정규분포 $N(12, 4^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출하였을 때, 표본평균을 \bar{X} 라 하자. $E(\bar{X}^2)$ 의 값은?

[고득점 N제]

- ① 136 ② 140 ③ 144
- ④ 148 ⑤ 152

상 중 아

134. 다음은 어떤 모집단의 확률분포표이다.

X	10	20	30	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	a	$\frac{1}{2} - a$	1

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 복원추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 하자. \bar{X} 의 평균이 18일 때, $P(\bar{X} = 20)$ 의 값은?

[인터넷수능]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{19}{50}$ ③ $\frac{9}{25}$
- ④ $\frac{17}{50}$ ⑤ $\frac{8}{25}$

상 중 아

139. 어떤 회사에서 하루에 10만 개의 캔 음료를 생산한다. 생산되는 캔 음료 한 개의 용량은 평균이 355mL, 표준편차가 5mL인 정규분포를 따른다고 한다. 제품 검사에서 용량이 350mL 미만인 캔 음료를 불량품으로 판정하고 캔 음료 4개를 묶어서 한 단위로 판매한다고 하자. 제품 검사에서 한 단 위의 용량이 1400mL 미만인 것을 불량품으로 판정한다면, 하루에 평균 몇 단위의 불량품이 생기는가?(단, 위의 표준정규분포표를 이용하여라.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

- ① 500 ② 520 ③ 540
 ④ 560 ⑤ 580

[수능특강]

상 중 아

140. 어느 방송사의 '○○뉴스'의 방송 시간은 평균이 50분, 표준편차가 2분인 정규분포를 따른다. 방송된 '○○뉴스'를 대상으로 크기가 9인 표본을 임의추출하여 조사한 방송 시간의 표본평균을 \bar{X} 라 할 때, $P(49 \leq \bar{X} \leq 51)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
1.6	0.4452
1.7	0.4554
1.8	0.4641

- ① 0.8664 ② 0.8904 ③ 0.9108
 ④ 0.9282 ⑤ 0.9452

[인터넷수능]

상 중 아

141. 어느 병원 응급실을 찾은 환자들의 진료대기시간은 평균 12분, 표준편차 4분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 병원 응급실을 찾은 환자 4명을 임의로 선택하였을 때, 이들의 진료대기시간의 평균이 13분 이상 16분 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.1359 ② 0.1498 ③ 0.2417
 ④ 0.2857 ⑤ 0.3085

[인터넷수능]

상 중 아

142. 어느 과수원에서 판매하는 사과 1개의 무게는 평균 180g, 표준편차 12g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 과수원에서 판매하는 사과 36개를 임의 추출하여 그 표본평균을 \bar{X} 라고 할 때, \bar{X} 가 175g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668
 ④ 0.1223 ⑤ 0.1587

[인터넷수능]

상 중 아

143. 어느 회사에서 생산되는 과자의 무게는 평균 180g, 표준편차가 σg 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산되는 과자 중에서 임의추출한 4개의 무게의 평균이 240g 이상일 확률과 임의추출한 9개의 무게의 평균이 ag 이하일 확률이 같을 때, a 의 값은?

- ① 125 ② 130 ③ 135
- ④ 140 ⑤ 145

[인터넷수능]

상 중 아

144. 어느 공장에서 생산되는 부품의 무게는 모평균이 42g, 모표준편차가 5g인 정규분포를 따른다. 이 공장에서 생산된 부품 중 100개를 임의추출하여 그 표본평균을 \bar{X} 라 할 때, $\bar{X} \leq k$ 일 확률이 0.2이하가 되도록 하는 상수 k 의 최댓값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.25	0.1
0.52	0.2
0.84	0.3

- ① 41.16 ② 41.25 ③ 41.48
- ④ 41.58 ⑤ 41.72

[인터넷수능]

상 중 아

145. 어느 회사에서 만들어진 건전지는 mp3 파일 재생기에 넣어 연속 사용하였을 때, 수명시간은 평균 8시간, 표준편차 2시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사 제품 중 16개를 임의로 추출하여 같은 mp3 파일 재생기에 넣어 연속 사용하였을 때, 이들 건전지의 평균수명이 7시간 이상 9시간 이하일 확률은? (단, 오른쪽 표준정규분포표를 이용한다.)

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.3830 ② 0.6826 ③ 0.8664
- ④ 0.9544 ⑤ 0.9876

[고득점 N제]

상 중 아

146. 어느 회사에서 생산되는 비누 한 개의 무게는 평균이 100g, 표준편차가 2g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서는 비누 4개를 한 세트로 묶어서 판매하는데, 한 세트의 무게가 392g미만인 것을 불량품으로 판정한다. 이 회사에서 생산되는 비누 세트의 불량률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면?

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.192
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477

- ① 0.021 ② 0.022 ③ 0.023
- ④ 0.024 ⑤ 0.025

[고득점 N제]

상 중 아

147. 어느 도시의 가구 소득은 월 평균이 200만원이고 표준편차가 20만원인 정규분포를 따른다고 한다. 100가구를 임의추출하였을 때, 이 100가구의 소득의 평균과 이 도시의 평균 소득과의 차가 4만 원 이상이 될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

[인터넷수능]

- ① 0.02 ② 0.04 ③ 0.07
- ④ 0.16 ⑤ 0.32

상 중 아

148. 어느 공장에서 생산되는 부품의 무게는 정규분포 $N(40, 8^2)$ 을 따른다고 한다. 이 공장에서 생산되는 제품 중에서 임의추출한 16개의 평균 무게를 \bar{X} 라 할 때, 확률 $P(\bar{X} \geq 42 \mid \bar{X} \leq 43) = \frac{b}{a}$ 가 성립한다. 서로소인 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한것은?

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.47

[인터넷수능]

- ① 26 ② 28 ③ 30
- ④ 32 ⑤ 34

상 중 아

149. 모평균이 40, 모분산이 σ^2 인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출할 때, 그 표본평균을 \bar{X} 라 하자. $f(n, \sigma)$ 를 $f(n, \sigma) = P(\bar{X} \leq 42)$ 로 정의할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

ㄱ. $\sigma_1 < \sigma_2$ 이면 $f(n, \sigma_1) < f(n, \sigma_2)$ ㄴ. $n_1 < n_2$ 이면 $f(n_1, \sigma) < f(n_2, \sigma)$ ㄷ. $f(4n, \sigma) = f(n, \frac{1}{2}\sigma)$
--

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

150. 정규분포 $N(50, 4^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 추출하였을 때, 표본평균이 50.5 이상일 확률을 $f(n)$ 이라 하자. $f(16) - f(100)$ 의 값은? (단, 오른쪽 표준정규분포표를 이용한다.)

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.25	0.3944
1.5	0.4332

[고득점 N제]

- ① 0.2027 ② 0.2029 ③ 0.2031
- ④ 0.2033 ⑤ 0.2035

상 중 아

151. 모평균이 m , 모표준편차가 1 인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의로 추출할 때의 표본평균 \bar{X} 에 대하여 $f(m, n)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$f(m, n) = P\left(\bar{X} \leq \frac{2}{\sqrt{n}}\right)$$

이때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $m \geq 0$)

[고득점 N제]

[보 기]

- ㄱ. $f(m, 4) = P(Z \leq 1)$
- ㄴ. $n_1 > n_2$ 일 때, $f(m, n_1) < f(m, n_2)$
- ㄷ. $f(m, n)$ 은 $m = 0$ 일 때 최댓값을 갖는다.

- ① ㄷ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

주관식

상 중 아

152. 어느 학교 학생 1200 명을 대상으로 조사한 인터넷 하루 사용시간은 정규분포를 따르고 평균이 52 분, 표준편차가 4 분이라고 한다. 이 학교의 전체 학생 중 4 명을 임의로 선택하였을 때, 이들의 인터넷 하루 사용시간의 평균을 \bar{X} 라 하자. $P(46 \leq \bar{X} \leq 54) = P(k \leq \bar{X} \leq 58)$ 이 성립할 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

[인터넷수능]

상 중 아

153. 어느 회사에서 생산하는 치약 1 개의

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.192
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477

무게는 평균 251g, 표준편차 8g 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 치약을 임의로 4 개씩 종이 상자에 넣어 포장하여 무게가 980g 이상인 상자만 상품으로 내놓는다. 이 회사에서 치약 1000 상자 를 포장할 때, 상품으로 내놓을 수 있는 치약 상자의 수의 평균을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. (단, 종이 상자의 무게는 생각하지 않는다.)

[인터넷수능]

상 중 아

154. 모평균이 m 이고 모표준편차가 3 인 모집단에서 크기가 100 인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 \bar{X} 에 대하여 함수 $f(m)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$f(m) = P\left(\bar{X} \geq \frac{3}{20}\right)$$

$f(m) \geq \frac{1}{2}$ 을 만족시키는 m 의 최솟값을 m' 이라 할 때, $400m'$ 의 값을 구하시오.

[고득점 N제]

013

표본의 크기 구하기

확률변수 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때, 표본평균 \bar{X} 의 확률을 주어진 조건에 맞도록 표본의 크기를 정하는 방법은

- ① 구하는 표본의 크기를 n 으로 놓는다.
- ② \bar{X} 는 정규분포 $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ 을 따르므로 \bar{X} 를 표준화한다.
- ③ 표준정규분포표를 거꾸로 이용하여 조건에 맞는 $\frac{\bar{X}-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ 을 구한다.
- ④ n 의 값을 구한다.

상 중 아

155. 어느 공장에서 만드는 상품 1개의 무게를 확률변수 X 라 하면 X 는 평균이 550g, 표준편차가 12g인 정규분포를 따른다고 한다. 임의로 상품 n 개를 복원추출하였을 때, 상품 n 개의 무게의 표본평균을 \bar{X} 라 하자. \bar{X} 가 544g 이하일 확률이 0.0668일 때, n 의 값은? (단, 위의 표준정규분포표를 이용하여라.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1	0.3413
1.5	0.4332
2	0.4772
2.5	0.4938
3	0.4987

[수능특강]

- ① 9 ② 16 ③ 25
- ④ 36 ⑤ 49

주관식

상 중 아

156. 정규분포 $N(13, 4)$ 를 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라고 할 때, $P(12 \leq \bar{X} \leq 14) \geq 0.9$ 를 만족하는 자연수 n 의 최솟값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.28	0.4
1.64	0.45
1.96	0.475

[인터넷수능]

상 중 아

157. 정규분포 $N(m, 8^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 복원추출하여 조사한 표본의 평균을 \bar{X} 라 하자. 이때, $P(|\bar{X}-m| \leq 4) \geq 0.95$ 를 만족시키는 n 의 최솟값을 구하시오. (단, $P(0 \leq Z \leq 1.65) = 0.45$, $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.475$ 로 계산한다.)

[고득점 N제]

상 중 아

158. 어느 지역 주민의 하루 TV시청 시간의 평균 m 을 추정하기 위하여 90명의 주민을 임의추출하여 하루 TV시청 시간을 조사하였다. 평균은 3시간, 표준편차는 1시간이었다. 모평균 m 과 표본평균 \bar{X} 에 대하여 $P(|\bar{X}-m| \leq 0.129) \geq 0.99$ 가 성립하려면 적어도 몇 명의 주민을 추출하면 되는지 구하시오. (단, $P(0 \leq Z \leq 2.58) = 0.495$)

[고득점 N제]

014

모평균의 추정

모집단이 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르고 크기가 n 인 표본의 표본평균을 \bar{X} 라 할 때, 모평균 m 은 다음 범위에 있다고 추정할 수 있다.

① 신뢰도 95%일 때, $\bar{X} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{X} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

② 신뢰도 99%일 때, $\bar{X} - 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{X} + 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

※ 모표준편차 σ 가 밝혀지지 않는 경우가 많으므로 n 이 충분히 크면 σ 대신 표본표준편차를 사용할 수도 있다.

상 증 아

159. 정규분포 $N(m, 3^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출하여 조사한 결과 표본평균이 \bar{X} 이었다. 모평균 m 을 95%의 신뢰도로 추정한 신뢰구간이 $8.53 \leq m \leq 11.47$ 일 때, n 의 값은?
(단, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$)

[수능특강]

- ① 9 ② 16 ③ 25
- ④ 36 ⑤ 49

상 증 아

160. 어느 학교 전체 학생의 100m달리기 기록은 표준편차가 1.2초인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 학생 중 25명을 임의추출하여 100m달리기 기록을 조사하였더니 평균이 16초였다. 이 학교 전체 학생의 100m달리기 기록의 평균 m 초에 대한 신뢰도 99%인 신뢰구간은?
(단, $P(0 \leq Z \leq 3) = 0.495$)

[인터넷수능]

- ① [15.76, 16.24] ② [15.52, 16.48] ③ [15.28, 16.72]
- ④ [15.04, 16.96] ⑤ [14.80, 17.20]

주관식

상 증 아

161. 어느 고등학교에서 임의로 100명을 추출하여 통학거리를 조사하였더니 평균 통학거리는 2.3km, 표준편차는 0.2km였다. 모집단은 정규분포를 따를 때, 신뢰도 95%로 모평균을 추정하면 신뢰구간이 $[a, b]$ 라고 한다. $100(a+b)$ 의 값을 구하여라.
(단, $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.475$)

[수능특강]

상 증 아

162. 표준편차가 3으로 알려진 모집단에서 9개의 표본을 임의추출하여 그 값을 조사하였더니 다음과 같았다. 신뢰도 95%로 추정된 모평균 m 의 신뢰구간을 $\alpha \leq m \leq \beta$ 라 할 때, $2\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오.
(단, $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.475$)

[인터넷수능]

20	21	17	19	23	24	15	16	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----

015

신뢰구간의 길이

모평균의 신뢰구간의 길이

- ① 신뢰도 95% : $l = 2 \times 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- ② 신뢰도 99% : $l = 2 \times 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

상 증 아

163. 한 후보가 어느 지역의 전체 유권자 20000 명 중에서 100 명에게 20 개의 항목으로 된 공약을 설문으로 조사한 결과 지지하는 항목 수의 평균은 13 개이고, 표준편차는 3 개이었다. 이 지역의 전체 유권자가 평균적으로 지지하는 평균 항목의 수 m 을 95%의 신뢰도로 추정한 신뢰구간이 $\alpha \leq m \leq \beta$ 일 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$)

[수능특강]

- ① 0.784 ② 1.568 ③ 1.176
- ④ 2.352 ⑤ 3.136

상 증 아

164. 어느 회사에서 생산하는 영양제 1 정에 들어 있는 칼슘의 양은 정규분포를 따른다고 한다. 이 영양제 16 정을 임의추출하여 전체 영양제에 들어 있는 평균 칼슘의 양에 대한 신뢰도 95%인 신뢰구간을 구했더니 [125.2, 127.7] 이었다. 이 영양제 100 정을 임의추출하여 신뢰도 99%인 신뢰구간을 구할 때, 신뢰구간의 길이는?

(단, $P(|Z| \leq 2) = 0.95, P(|Z| \leq 3) = 0.99$)

[인터넷수능]

- ① 1 ② 1.5 ③ 2
- ④ 2.5 ⑤ 3

주관식

상 증 아

165. 모집단 A 는 정규분포 $N(m_1, \sigma^2)$ 을 따르고, 모집단 B 는 정규분포 $N(m_2, (\frac{\sigma}{2})^2)$ 을 따른다. 모집단 A 에서 크기가 n , 모집단 B 에서 크기가 $4n$ 인 표본을 각각 임의추출할 때, m_1 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이를 l_1 , m_2 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이를 l_2 라고 하자. 이때, $\frac{l_1}{l_2}$ 의 값을 구하여라. (단, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

[수능특강]

016

신뢰구간과 표본의 크기

신뢰구간의 길이 $l = 2k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (k 는 신뢰계수)이므로
표본의 크기 n 의 제곱근과 신뢰구간의 길이는 반비례한다.

상 중 아

166. 정규분포를 이루는 모집단의 표준편차를 10 이라 할 때, 이 모집단에서 추출한 크기가 n 인 표본의 평균 \bar{X} 를 이용하여 95%의 신뢰도로 모평균 m 을 추정하려고 한다. 신뢰구간의 길이가 4.9 이하가 되도록 하려고 할 때, 표본의 크기 n 의 최솟값은? (단, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$)

[수능특강]

- ① 36 ② 49 ③ 64
- ④ 81 ⑤ 128

상 중 아

167. 어떤 공장에서 생산되는 정수기의 필터의 수명은 표준편차가 350 시간인 정규분포를 따른다고 한다. 여기서 생산한 필터의 평균 수명 시간을 신뢰도 95%로 추정한다고 할 때, 신뢰구간의 길이를 200 이하로 하려면 표본의 크기를 최소한 몇 개로 하여야 하는가? (단, $P(|Z| \leq 2) = 0.95$)

[수능특강]

- ① 36 ② 42 ③ 49
- ④ 64 ⑤ 80

상 중 아

168. 어느 공장에서 생산되는 제품을 조사한 결과 25 일 동안 임의추출한 불량품의 개수는 평균이 32 개이고 표준편차는 3.5 이었다. 이 공장에서 하루에 나오는 불량품의 수에 대하여 신뢰도 99%로 추정된 신뢰구간의 길이가 3 이하가 되도록 하려면 최소한 며칠 이상 조사하여야 하겠는가? (단, $P(-3 \leq Z \leq 3) = 0.99$)

[수능특강]

- ① 32 ② 36 ③ 40
- ④ 49 ⑤ 50

상 중 아

169. 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서 표본을 임의로 추출하여 모평균 m 을 추정하려고 한다. 이때, 신뢰구간의 길이는 표본의 크기 n 과 신뢰도 k 에 따라 변한다. 다음 각 경우에 대한 신뢰구간의 길이 l_1, l_2, l_3 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

(단, $P(-2 \leq Z \leq 2) = 0.95, P(-3 \leq Z \leq 3) = 0.99$ 로 계산한다.)

[수능특강]

$l_1: n = 100, k = 95\%$ $l_2: n = 1600, k = 99\%$
 $l_3: n = 400, k = 95\%$

- ① $l_1 < l_2 < l_3$ ② $l_2 < l_1 < l_3$ ③ $l_3 < l_1 < l_2$
- ④ $l_3 < l_2 < l_1$ ⑤ $l_2 < l_3 < l_1$

상 중 아

170. 어느 지역에서 생산되는 꿀의 당도는 평균이 m 이고 표준편차가 1.5인 정규분포를 따른다고 한다. 표는 이 지역에서 생산된 꿀 중에서 임의로 9개를 추출하여 당도를 측정한 결과를 나타낸 것이다.

당도	10	11	12	13	계
꿀의 개수	4	2	2	1	9

이 결과를 이용하여 이 지역에서 생산되는 꿀의 당도의 평균 m 을 신뢰도 95%로 추정할 신뢰구간은?

(단, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 이고 당도의 단위는 브릭스이다.)

[인터넷수능]

- ① $10.02 \leq m \leq 11.98$
- ② $9.77 \leq m \leq 12.23$
- ③ $9.53 \leq m \leq 12.47$
- ④ $9.35 \leq m \leq 12.65$
- ⑤ $9.04 \leq m \leq 12.96$

상 중 아

171. 어느 학교 3학년 학생 중 n 명의 몸무게를 측정한 결과 표본표준편차가 $4kg$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 표본평균을 이용하여 이 학교 3학년 전체 학생의 몸무게의 평균 m 을 신뢰도 95%로 추정할 때, 신뢰구간이 $[\alpha, \beta]$ 이었다. $\beta - \alpha = 2$ 일 때, 자연수 n 의 값은?

(단, $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.475$)

[인터넷수능]

- ① 36
- ② 49
- ③ 64
- ④ 81
- ⑤ 100

상 중 아

172. 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르는 어느 모집단에서 표본을 임의추출하여 모평균을 추정할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[인터넷수능]

[보 기]

- ㄱ. 표본의 크기가 일정할 때, 신뢰도를 높게 하면 신뢰구간의 길이가 길어진다.
- ㄴ. 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기를 크게 하면 신뢰구간의 길이는 짧아진다.
- ㄷ. 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기를 2배 하면 신뢰구간의 길이는 $\frac{1}{2}$ 배가 된다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

상 중 아

173. 모표준편차가 2인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 추출하여 그 표본평균을 이용하여 모평균 m 을 신뢰도 95%로 추정하려고 한다. 모평균 m 의 신뢰구간의 길이가 2 이하가 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값은? (단, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$)

[고득점 N제]

- ① 12
- ② 14
- ③ 16
- ④ 18
- ⑤ 20

상 중 아

174. 표준편차가 σ 로 알려진 정규분포를 따르는 모집단에 대하여 모평균에 대한 일정한 신뢰도의 신뢰구간의 길이를 표본평균을 이용하여 구하려고 한다. 표본의 크기가 n 인 신뢰구간의 길이를 $l = l_1$ 이라 하고 표본의 크기가 $2n, 4n, 8n, \dots$ 인 신뢰구간의 길이를 각각 l_2, l_3, l_4, \dots 라 할 때, $\sum_{k=1}^{\infty} l_k$ 를 l 로 나타내면?

- ① $(\sqrt{2}-1)l$ ② $2l$ ③ $(2-\sqrt{2})l$
- ④ $(1+\sqrt{2})l$ ⑤ $(2+\sqrt{2})l$

[인터넷수능]

상 중 아

175. 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출하여 신뢰도 α 로 추정된 모평균 m 의 신뢰구간의 길이를 $f(n, \alpha)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, $n > 2$ 이고 $0.9 \leq \alpha \leq 0.99$ 이다.)

[고득점 N제]

[보 기]

- ㄱ. $f(n, \alpha) = 2f(4n, \alpha)$
- ㄴ. $f(n^2, \alpha) > f(2n, \alpha)$
- ㄷ. $\alpha < \beta$ 이면 $f(n, \alpha) < f(n, \beta)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

주관식

상 중 아

176. 정규분포 $N(10, 3^2)$ 을 따르는 어느 모집단에서 임의로 100명을 추출하여 구한 모평균에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $[10-k, 10+k]$ 이었다. 같은 모집단에서 n 명을 임의로 추출하여 구한 모평균에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $[10-s(n), 10+s(n)]$ 이고 $s(n) = \frac{5}{8}k$ 이다. n 의 값을 구하여라. (단, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$)

[수능특강]

상 중 아

177. 어느 전구 회사에서는 그 회사에서 생산된 전구의 평균 수명이 1000시간을 초과한다고 TV광고를 하고 있다. 이를 확인하기 위해 임의로 n 개의 전구를 추출하여 전구의 수명에 대한 표본평균 \bar{X} , 표본표준편차 s 를 조사해 보니 $\bar{X} = 1010$ (시간), $s = 100$ (시간)이었고, 이를 이용하여 신뢰도 95%인 신뢰구간이 1000시간을 초과하는 범위에 있는지 알아보니 회사의 선전대로 1000시간을 초과하는 것으로 나타났다. 이때, 표본의 크기 n 의 최솟값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

<표준정규분포표>	
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.27	0.3980
1.64	0.4495
1.96	0.4750

[인터넷수능]

017

모평균과 표본평균의 차

표준편차가 σ 인 모집단에서 크기가 n 인 표본평균을 \bar{X} 라 하면 모평균 m 과 표본평균 \bar{X} 와의 차는

① 신뢰도 95% : $|m - \bar{X}| \leq 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

② 신뢰도 99% : $|m - \bar{X}| \leq 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

* 표본평균 \bar{X} 와 모평균 m 과의 차의 최댓값은 $\frac{k\sigma}{\sqrt{n}}$

상 중 아

178. 어느 도시에 거주하는 고등학교 3학년 남학생의 몸무게의 분포는 표준편차가 5.5kg 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 고등학교 3학년 남학생의 몸무게의 평균을 신뢰도 99%로 추정할 때, 표본평균 \bar{X} 와 모평균 m 과의 차를 1.0kg 이하로 하려면 표본의 크기를 최소한 몇 명으로 하여야 하는가? (단, $P(-3 \leq Z \leq 3) = 0.99$)

[수능특강]

- ① 260 ② 264 ③ 270
- ④ 273 ⑤ 275

상 중 아

179. 어느 과수원에서 생산된 배를 임의로 표본을 추출하여 무게를 조사하였더니 표준편차가 10g 이었다. 신뢰도 95%로 추정된 모평균과 표본평균의 차를 2g 이하가 되도록 하고 싶을 때, 표본의 크기를 얼마 이상으로 해야 하는가?(단, $P(|Z| \leq 2) = 0.95$)

[수능특강]

- ① 81 ② 90 ③ 100
- ④ 120 ⑤ 144