1. 2007 교육청(2점)

$\int_{-a}^{a}(2x+3)\,dx=6$을 만족하는 실수 a의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$

④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2. 2009 교육청(2점)

함수 $f(x)=4x^3+6x^2-2x$일 때, $\int_{-1}^{1}f(x)dx$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0

④ 2 ⑤ 4

3. 2006 교육청(3점)

정적분 $\int_{0}^{9}\frac{x^3}{x+2}dx+\int_{0}^{9}\frac{8}{x+2}dx$의 값을 구하시오.

4. 2007 평가원(3점)

$\int_{0}^{2}|x^2(x-1)|dx$의 값은?

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$

④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

5. 2007 교육청(3점)

$\int_{0}^{6}|2x-4|dx$의 값을 구하시오.

6. 2009 평가원(3점)

함수 $f(x)=\int_{0}^{x}\frac{1}{1+t^6}dt$에 대하여 상수 a가 $f(a)=\frac{1}{2}$을 만족시킬 때,

$$\int_{0}^{a}\frac{e^{f(x)}}{1+x^6}dx$$

의 값은?

① $\frac{\sqrt{e}-1}{2}$ ② $\sqrt{e}-1$ ③ 1

④ $\frac{\sqrt{e}+1}{2}$ ⑤ $\sqrt{e}+1$

7. 2005 평가원(3점)

$\int_{2\pi}^{3\pi}x\sin x\,dx$의 값은?

① π ② 2π ③ 3π

④ 4π ⑤ 5π

8. 2005 교육청(3점)

정적분 $\int_0^1 2xe^{x^2}dx$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑)

① $e-1$ ② e ③ $e+1$
④ e^2-1 ⑤ e^2

9. 2007 교육청(3점)

$\lim_{n\to\infty}\left(n\int_0^{\frac{1}{n}}\frac{1}{\sqrt{x+1}}dx\right)$ 의 값은?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

10. 2010 교육청(3점)

모든 실수 x에 대하여 이차함수 $y=f(x)$가 다음 조건을 만족한다.

(가) $f(0)=-2$
(나) $f(-x)=f(x)$
(다) $f(f'(x))=f'(f(x))$

함수 $F(x)=\int f(x)dx$가 감소하는 구간의 길이는?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

11. 2008 교육청(3점)

다항함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 만족할 때, $f(0)$의 값은?

Ⅰ. $\int f(x)dx=\{f(x)\}^2$
Ⅱ. $\int_{-1}^{1}f(x)dx=50$

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

12. 2005 평가원(3점)

이차함수 $f(x)$ 가

$f(x)=\frac{12}{7}x^2-2x\int_1^2 f(t)dt+\left\{\int_1^2 f(t)dt\right\}^2$ 일 때,

$10\int_1^2 f(x)dx$ 의 값을 구하시오.

13. 2007 교육청(3점)

함수 $f(x)=x^3+3x^2-2x-1$에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}\int_2^x f(t)dt$ 의 값은?

① 7 ② 9 ③ 11
④ 13 ⑤ 15

14. 2008 교육청(3점)

$\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{(n+1)^4}{n^5}+\frac{(n+2)^4}{n^5}+\frac{(n+3)^4}{n^5}+\cdots+\frac{(n+n)^4}{n^5}\right\}=\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수)

15. 2009 교육청(3점)

모든 실수 x에 대하여 함수 $f(x)$는 $f(x+2)=f(x)$를 만족시키고, $-1\leqq x\leqq 1$에서 다음과 같이 정의된다.

$f(x)=30x^2+15$

이 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(10+\frac{2k}{n}\right)$의 값을 구하시오.

16. 2007 교육청(3점)

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{2n}\frac{\sqrt{k}}{n\sqrt{n}}=\int_a^b\sqrt{x}\,dx$ 일 때, $a+b$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

17. 2006 평가원(3점)

양수 a에 대하여 삼차함수 $f(x)=-x(x+a)(x-a)$의 극대점의 x좌표를 b라 하자.

$\int_{-b}^{a} f(x)dx=\mathrm{A}$, $\int_{b}^{a+b} f(x-b)dx=\mathrm{B}$일 때,

$\int_{-b}^{a}|f(x)|dx$의 값은?

① $-\mathrm{A}+2\mathrm{B}$ ② $-2\mathrm{A}+\mathrm{B}$ ③ $-\mathrm{A}+\mathrm{B}$
④ $\mathrm{A}+\mathrm{B}$ ⑤ $\mathrm{A}+2\mathrm{B}$

18. 2010 교육청(3점)

두 함수 $f(x)=x^2-4x$와 $y=g(x)$가 임의의 실수 h에 대하여 $g(x+h)-g(x)=\int_x^{x+h} f(t)\,dt$일 때, 방정식 $g(x)=0$의 모든 근의 합은?

① 6 ② 5 ③ 4
④ 3 ⑤ 2

19. 2009 교육청(3점)

함수 $f(x)=e^x\sin\frac{\pi}{2}x$에 대하여

$S(t)=\int_0^t 2x\{f(t)-f(x)\}\,dx$ 일 때, $S'(2)$의 값은?

① $-2\pi e^2$ ② $-\pi e^2$ ③ πe^2
④ $2\pi e^2$ ⑤ $\pi^2 e^2$

20. 2007 평가원(3점)

곡선 $y=6x^2+1$과 x축 및 두 직선 $x=1-h$, $x=1+h\,(h>0)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(h)$라 할 때, $\lim_{h\to+0}\frac{S(h)}{h}$의 값을 구하시오.

21. 2006 교육청(3점)

연속함수 $y=f(x)$는 구간 $[a,\ t]$에서 $f(x)>0$이다. 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=t$로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t\to a}\frac{S(t)}{t-a}$의 값은? (단, $a<t$이다.)

① $f'(a)$　② $f'(t)$　③ $f(a)$
④ $f(t)-f(a)$　⑤ $(t-a)f'(a)$

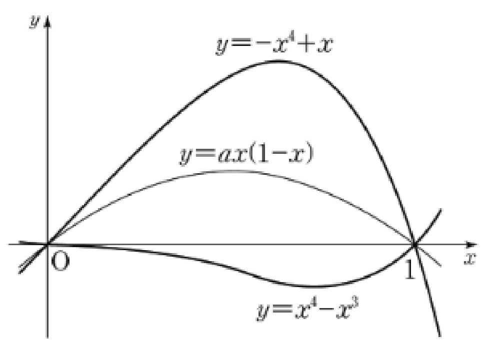
22. 2004 교육청(3점)

자연수 n에 대하여 구간 $[0\ ,\ \pi]$에서 두 곡선 $y=\frac{1}{n}\sin x$, $y=\frac{1}{n+1}\sin x$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}S_k$의 값은?

① 1　② $\sqrt{2}$　③ 2
④ $\frac{\pi}{2}$　⑤ π

23. 2009 평가원(3점)

두 곡선 $y=x^4-x^3$, $y=-x^4+x$로 둘러싸인 도형의 넓이가 곡선 $y=ax(1-x)$에 의하여 이등분할 때, 상수 a의 값은? (단, $0<a<1$)

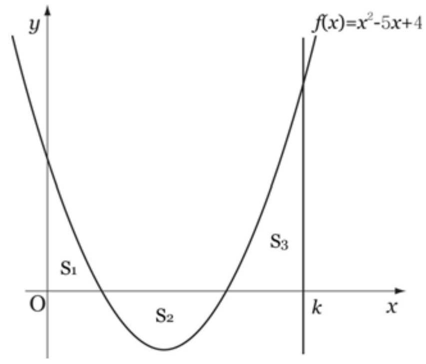


① $\frac{1}{4}$　② $\frac{3}{8}$　③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{3}{4}$　⑤ $\frac{7}{8}$

24. 2009 교육청(3점)

그림과 같이 곡선 $f(x)=x^2-5x+4$와 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 $x=k(k>4)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_3이라 하자.

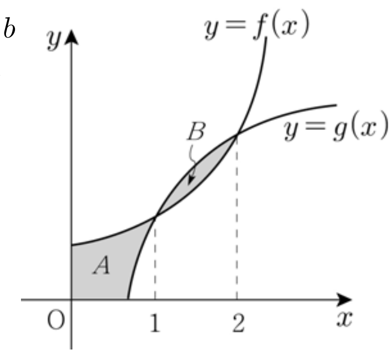
S_1, S_2, S_3이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\int_0^k f(x)dx$의 값은?



① 3　② $\frac{7}{2}$　③ 4
④ $\frac{9}{2}$　⑤ 5

25. 2009 교육청(3점)

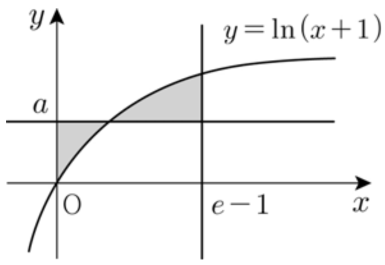
그림과 같이 함수 $f(x)=ax^2+b$ $(x\geq 0)$의 그래프와 그 역함수 $g(x)$의 그래프가 만나는 두 점의 x좌표는 1과 2이다. $0\leq x\leq 1$에서 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 A라 하고, $1\leq x\leq 2$에서 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 하자. 이때, $A-B$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)



① $\frac{1}{9}$　② $\frac{2}{9}$　③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{4}{9}$　⑤ $\frac{5}{9}$

26. 2009 교육청(3점)

곡선 $y=\ln(x+1)$과 두 직선 $x=0$, $y=a$로 둘러싸인 부분의 넓이와 곡선 $y=\ln(x+1)$과 두 직선 $x=e-1$, $y=a$로 둘러싸인 부분의 넓이가 서로 같을 때, 실수 a의 값은?



① $\frac{1}{e-1}$ ② $\frac{2}{e-1}$ ③ $\frac{2}{e}$ ④ $\frac{1}{e+1}$ ⑤ $\frac{2}{e+1}$

27. 2008 평가원(3점)

좌표평면에서 곡선 $y=\frac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}$과 직선 $y=\frac{2}{3}x$로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합은?

① $\frac{5}{3}\ln2-\ln3$ ② $2\ln3-\frac{5}{3}\ln2$ ③ $\frac{5}{3}\ln2+\ln3$ ④ $2\ln3+\frac{5}{3}\ln2$ ⑤ $\frac{7}{3}\ln2-\ln3$

28. 2004 교육청(3점)

자연수 n에 대하여 구간 $[0, \pi]$에서 두 곡선 $y=\frac{1}{n}\sin x$, $y=\frac{1}{n+1}\sin x$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} S_k$의 값은?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

29. 2010 평가원(3점)

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 t에 대하여 $\int_0^2 xf(tx)dx=4t^2$을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

30. 2010 교육청(3점)

함수 $f(x)$는

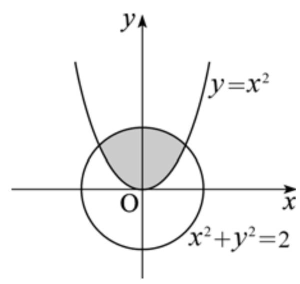
$$f(x)=\begin{cases}-2x+2 & (0\le x<2)\\ -2e^{2-x} & (x\ge 2)\end{cases}$$

이다. 양수 a에 대하여 $S(a)=\int_0^a |f(x)|dx$라 할 때, $\lim_{a\to\infty}S(a)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

31. 2006 교육청(3점)

그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=2$와 포물선 $y=x^2$으로 둘러싸인 어두운 부분을 x축 둘레로 회전하여 생기는 회전체의 부피는?



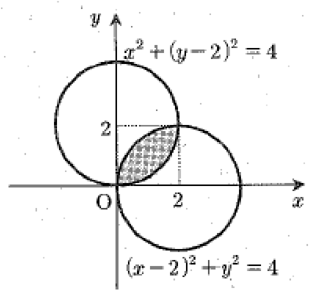
① $\frac{41}{15}\pi$ ② $\frac{44}{15}\pi$ ③ $\frac{47}{15}\pi$ ④ $\frac{43}{13}\pi$ ⑤ $\frac{45}{13}\pi$

32. 2009 교육청(3점)

좌표평면 위의 두 원

$x^2+(y-2)^2=4$, $(x-2)^2+y^2=4$

로 둘러싸인 어두운 부분을 x축 둘레로 회전하여 얻은 입체의 부피를 $p\pi+q\pi^2$이라 할 때, p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.)



33. 2005 교육청(3점)

좌표평면에서 두 곡선 $y=x^2$, $y^2=x$로 둘러싸인 부분을 x축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는?

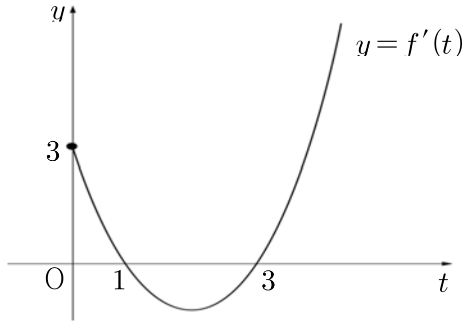
① $\frac{3}{5}\pi$ ② $\frac{3}{7}\pi$ ③ $\frac{3}{8}\pi$
④ $\frac{1}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{10}\pi$

34. 2005 교육청(3점)

어떤 전망대에 설치된 엘리베이터는 1층에서 출발하여 꼭대기층까지 올라가는 동안, 출발 후 처음 2초까지는 3m/초^{2}의 가속도로 올라가고 2초 후부터 10초까지는 등속도로 올라가며 10초 후부터는 -2m/초^{2}의 가속도로 올라가서 멈춘다. 이 엘리베이터가 출발하여 멈출 때까지 움직인 거리는 몇 m인지 구하시오.

35. 2007 교육청(3점)

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $f(t)$에 대하여 이차함수 $y=f'(t)$의 그래프는 그림과 같다.



점 P가 출발할 때의 운동 방향에 대하여 반대 방향으로 움직인 거리를 d라 할 때, $12d$의 값을 구하시오.

36. 2004 평가원(4점)

함수 $f(x)$는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $-2\leq x\leq 2$ 일 때, $f(x)=x^3-4x$
(나) 임의의 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+4)$

정적분 $\int_1^2 f(x)\,dx$와 같은 것은?

① $\int_{2004}^{2005} f(x)\,dx$ ② $-\int_{2004}^{2005} f(x)\,dx$
③ $\int_{2005}^{2006} f(x)\,dx$ ④ $-\int_{2005}^{2006} f(x)\,dx$
⑤ $\int_{2006}^{2007} f(x)\,dx$

37. 2006 교육청(4점)

다음 세 조건을 만족시키는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^4 f(x)\,dx$ 이 최솟값을 가질 때, k 의 값은?

(가) 임의의 실수 x 에 대하여 $f(2+x)=f(2-x)$

(나) $\int_{-2}^{2} f(x)dx = 2k+4$

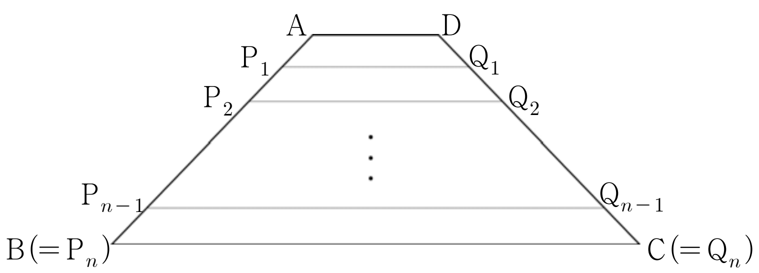
(다) $\int_0^6 f(x)dx = k^2$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

38. 2007 교육청(4점)

$\overline{\mathrm{AD}}=1$, $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{BC}}=3$인 등변사다리꼴 ABCD에서 변 AB 를 n등분한 점을 각각 P_1, P_2, P_3, $\cdots$, P_{n-1}이라 하고 각 점에서 변 BC에 평행한 직선을 그어 변 CD와 만나는 점을 각각 Q_1, Q_2, $\cdots$, Q_{n-1}이라 할 때,

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{Q}_1}^3+\overline{\mathrm{P}_2\mathrm{Q}_2}^3+\overline{\mathrm{P}_3\mathrm{Q}_3}^3+\cdots+\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}^3\right)$의 값을 구하시오.



39. 2010 평가원(4점)

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 있다. 2 이상인 자연수 n에 대하여 폐구간 $[0,1]$을 n등분한 각 분점 (양 끝점도 포함)을 차례대로 $0=x_0, x_1, x_2, \cdots, x_{n-1}, x_n=1$이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $n=2m$(m은 자연수)이면 $\sum_{k=0}^{m-1}\frac{f(x_{2k})}{m} \le \sum_{k=0}^{n-1}\frac{f(x_k)}{n}$이다.

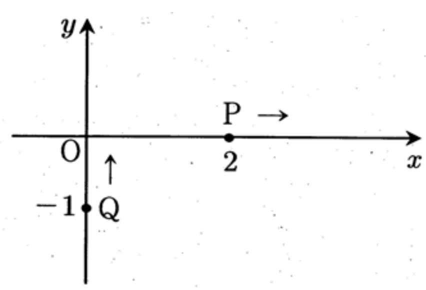
ㄴ. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n}\left\{\frac{f(x_{k-1})+f(x_k)}{2}\right\}=\int_0^1 f(x)dx$

ㄷ. $\sum_{k=0}^{n-1}\frac{f(x_k)}{n} \le \int_0^1 f(x)dx \le \sum_{k=1}^{n}\frac{f(x_k)}{n}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

40. 2010 교육청(4점)

그림과 같이 두 점 P, Q 는 각각 $(2,0)$, $(0,-1)$ 에서 동시에 출발하여 점 P 는 매초 3 의 속도로 x 축의 양의 방향으로 움직이고, 점 Q 는 매초 1 의 속도로 y 축의 양의 방향으로 움직인다.



출발한 지 t 초 후의 위치를 각각 P′, Q′ 라 하고 △OP′Q′ 의 넓이를 $S(t)$ 라 하자. $\int_0^2 S(t)dt=\frac{q}{p}$ 일 때, p^2+q^2 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

41. 2007 교육청(4점)

함수 $f_n(x)=\left(nx-\sum_{k=1}^{n}a_k\right)^2$가 $\int_0^1 f_n{}'(x)dx=-n^3$을 만족할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

(단, a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_n은 상수)

[보 기]

ㄱ. $\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{n(n+1)}{2}$

ㄴ. $f_2(2)=3$

ㄷ. $\int_0^{n+1}f_n(x)dx=2\int_0^{\frac{n+1}{2}}f_n(x)dx$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ

42. 2008 교육청(4점)

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x에 대하여
(가) $f(x)g(x)=x^3+3x^2-x-3$
(나) $f'(x)=1$
(다) $g(x)=2\int_1^x f(t)dt$

$\int_0^3 3g(x)dx$의 값을 구하시오.

43. 2010 교육청(4점)

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=2$
(나) $x>0$이면 $f'(x)>0$이다.

2이상인 자연수 n과 $1\le k\le n$인 자연수 k에 대하여, 곡선 $y=f'(x)$와

세 직선 $x=\frac{k-1}{n}$, $x=\frac{k}{n}$, $y=0$으로 둘러싸인 도형의 넓이를

$A_n(k)$라 하면 $n^3\{A_n(1)+A_n(2)+\cdots+A_n(k)\}=\frac{1}{2}k^3+2n^2k$가 성립한다.

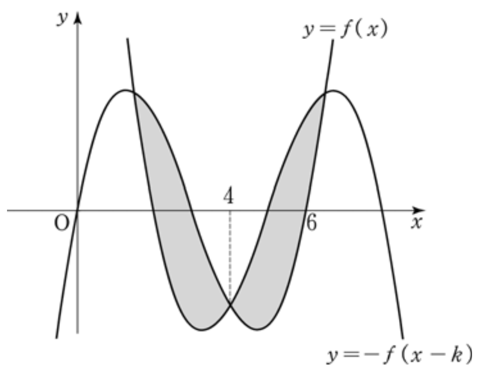
곡선 $y=xf(x)$와 x축, y축, $x=1$로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

44. 2006 평가원(4점)

최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $y=f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=f(6)=0$
(나) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$ 의 그래프가 서로 다른 세 점 $(\alpha, f(\alpha)), (\beta, f(\beta)), (\gamma, f(\gamma))$ (단, $\alpha<\beta<\gamma$)에서 만나면 k 의 값에 관계없이 $\int_{\alpha}^{\gamma}\{f(x)+f(x-k)\}dx=0$ 이다.

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 서로 다른 세 점에서 만나고 가운데 교점의 x 좌표의 값이 4 일 때, $\int_0^k f(x)dx$ 의 값을 구하시오.



45. 2005 교육청(4점)

실수전체의 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가

$$f(x)=e^x-1+\int_0^x f(t)\,dt$$

를 만족할 때, <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, e 는 자연로그의 밑)

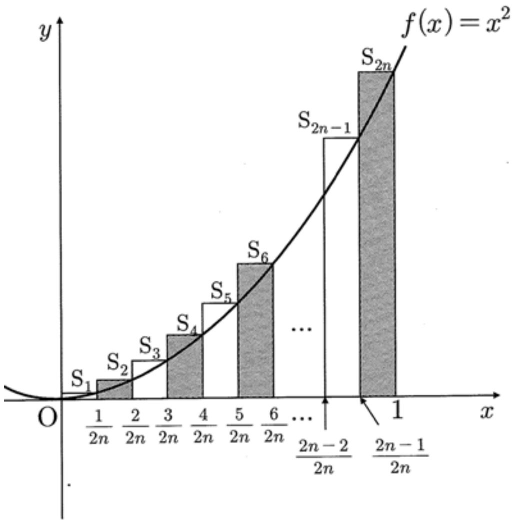
[보 기]

ㄱ. $f(0)=0$ 이다.
ㄴ. $f'(0)=0$ 이다.
ㄷ. 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x)>f(x)$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

46. 2006 평가원(4점)

함수 $f(x)=x^2$에 대하여 그림과 같이 구간 $[0,\ 1]$을 $2n$ 등분한 후, 구간 $\left[\dfrac{k-1}{2n},\ \dfrac{k}{2n}\right]$를 밑변으로 하고 높이가 $f\left(\dfrac{k}{2n}\right)$인 직사각형의 넓이를 S_k라 하자. (단, n은 자연수이고 $k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 2n$이다.)



<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}S_k=\int_0^{\frac{1}{2}}x^2\,dx$

ㄴ. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}(S_{2k}-S_{2k-1})=0$

ㄷ. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}S_{2k}=\frac{1}{2}\int_0^1 x^2\,dx$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

47. 2009 평가원(4점)

함수 $f(x)=\sin\dfrac{x^2}{2}$에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $0<x<1$일 때, $x^2\sin\dfrac{x^2}{2}<f(x)<\cos\dfrac{x^2}{2}$이다.

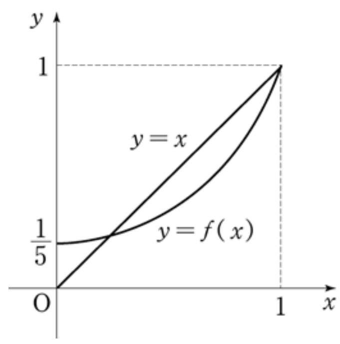
ㄴ. 구간 $(0,1)$에서 곡선 $y=f(x)$는 위로 볼록하다.

ㄷ. $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx\le\frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ

48. 2005 평가원(4점)

오른쪽 그림은 직선 $y=x$와 다항함수 $y=f(x)$의 그래프의 일부이다. 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\geqq 0$이고 $f(0)=\dfrac{1}{5}$, $f(1)=1$일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



[보 기]

ㄱ. $f'(x)=\dfrac{4}{5}$인 x가 개구간 $(0,1)$에 존재한다.

ㄴ. $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx+\int_{\frac{1}{5}}^1 f^{-1}(x)\,dx=1$

ㄷ. $g(x)=(f\circ f)(x)$일 때, $g'(x)=1$인 x가 개구간 $(0,1)$에 존재한다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

49. 2006 교육청(4점)

$a_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x \, dx \ (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$으로 정의할 때, 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $a_1 + a_3 = \dfrac{1}{2}$

ㄴ. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{100} a_k = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} + \cdots + \dfrac{1}{51}$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

50. 2008 교육청(4점)

$0 \leq x \leq 1$에서 정의된 다항함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 만족한다.

Ⅰ. $1 < f(x) < 2$
Ⅱ. $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) < f(x_2)$

이 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $0 < x < 1$인 임의의 실수 x에 대하여 $f'(x) \geq 0$이다.
ㄴ. 방정식 $f(x) - 2x = 0$의 해가 개구간 $(0\ ,\ 1)$에 적어도 한 개 존재한다.
ㄷ. $\sum_{k=0}^{n-1} f\left(\dfrac{k}{n}\right)\dfrac{1}{n} < \int_0^1 f(x)dx < \sum_{k=1}^{n} f\left(\dfrac{k}{n}\right)\dfrac{1}{n}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

51. 2008 평가원(4점)

다항함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $f(0) = 0$
(나) $0 < x < y < 1$인 모든 $x,\ y$에 대하여 $0 < xf(y) < yf(x)$

세 수 $A = f'(0),\ B = f(1),\ C = 2\int_0^1 f(x)dx$ 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $B < C < A$ ⑤ $C < A < B$

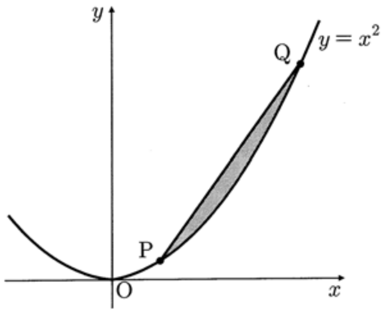
52. 2007 교육청(4점)

자연수 n에 대하여 $f(x) = x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 $\dfrac{1}{n}$만큼 평행이동한 그래프를 $y = f_n(x)$라고 하자. 곡선 $y = f_n(x)$와 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n라 할 때, $\lim_{n \to \infty} n^3 S_n$의 값은?

① 2 ② 1 ③ $\dfrac{1}{2}$
④ $\dfrac{1}{3}$ ⑤ $\dfrac{1}{6}$

53. 2004 평가원(4점)

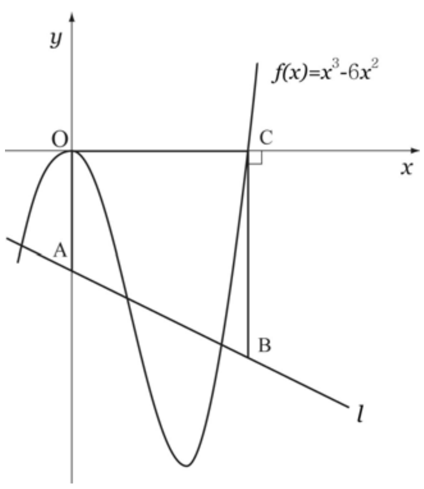
포물선 $y=x^2$위에서 두 점 $\mathrm{P}(a,\ a^2)$, $\mathrm{Q}(b,\ b^2)$가 조건 『선분 PQ와 포물선 $y=x^2$으로 둘러싸인 도형의 넓이는 36』 을 만족하면서 움직이고 있다. $\lim_{a\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{a}$의 값을 구하시오.



54. 2009 교육청(4점)

그림과 같이 임의로 그은 직선 l이 y축과 만나는 점을 A, 점 C(6, 0)을 지나고 y축과 평행하게 그은 직선과의 교점을 B라 하자. 사다리꼴 OABC의 넓이가 곡선 $f(x)=x^3-6x^2$과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 같을 때, 임의의 직선 l은 항상 일정한 점 D를 지난다. 이 때, △ODC의 넓이를 구하시오.

(단, $\overline{\mathrm{AB}}$는 $\overline{\mathrm{OC}}$아래에 있다.)

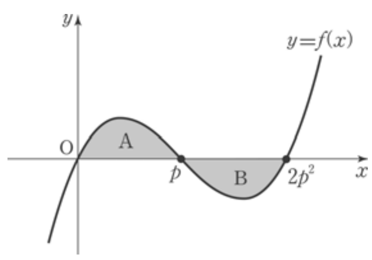


55. 2006 평가원(4점)

자연수 n에 대하여 구간 $[(n-1)\pi,\ n\pi]$에서 곡선 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^n\sin x$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty}S_n=\alpha$일 때, 50α의 값을 구하시오.

56. 2004 평가원(4점)

연속함수 $f(x)$의 그래프는 그림과 같다. 이 곡선과 x축으로 둘러싸인 두 부분A ,B 의 넓이가 각각 α, β일 때, 정적분 $\int_0^p x f(2x^2)dx$ 의 값은? (단, $p>\frac{1}{2}$)



① $\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ ② $\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ ③ $\alpha+\beta$

④ $\frac{1}{4}(\alpha+\beta)$ ⑤ $\frac{1}{4}(\alpha-\beta)$

57. 2007 평가원(4점)

곡선 $y=5\sqrt{\ln x}$와 x축 및 직선 $x=e$로 둘러싸인 부분을 x축 둘레로 회전하여 생기는 회전체의 부피를 V라 할 때, $\frac{V}{\pi}$의 값을 구하시오.

58. 2010 교육청(4점)

함수 $f(x)=\begin{cases} 2x \ (0 \leq x < 1) \\ 2 \ \ (x \geqq 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=\int_0^x f(t)dt \quad (x \geqq 0)$

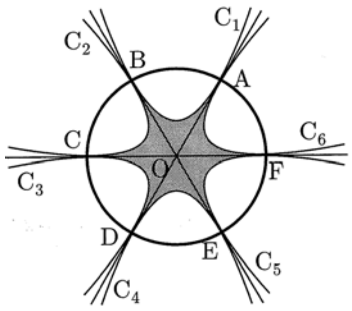
이라 하자. 곡선 $y=g(x)$와 x축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분을 x축 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $q-p$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

59. 2010 평가원(4점)

함수 $f(x)=\frac{a}{3}x^3-ax+a \ (a>0)$이 있다. 함수 $g(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)=g'(x)$를 만족시키고 $g(0)=a+1$이다. 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=-1$, $x=1$로 둘러싸인 부분을 x축 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피가 50π일 때, a의 값을 구하시오.

60. 2007 교육청(4점)

그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 2인 원의 둘레를 6등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 하자.
두 점 A, B 에서 두 직선 OA, OB 에 접하는 포물선 C_1을 그리고, 두 점 B, C 에서 두 직선 OB, OC 에 접하는 포물선 C_2를 그린다.



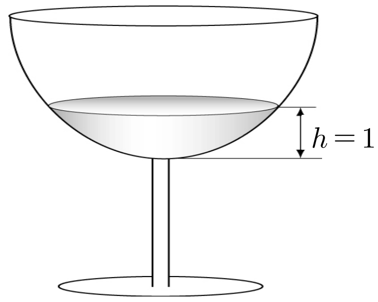
이와 같은 방법으로 포물선 C_3, C_4, C_5, C_6을 그릴 때, 6개의 포물선으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $2\sqrt{3}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ③ $3\sqrt{3}$

④ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

61. 2008 교육청(4점)

곡선 $y=x^2 \ (0 \leqq x \leqq \sqrt{5})$을 y축을 둘레로 회전시켜 만든 모양의 컵에 물이 들어 있다. 손가락으로 컵의 테두리를 일정한 속도로 문지를 때 생기는 소리의 공명주파수 f와 컵의 바닥으로부터 물의 높이 h의 관계는 다음과 같다.



$f=\frac{a}{4(5-h)}$ (단, a는 상수)

그림과 같이 물의 높이 $h=1$일 때, 공명주파수가 k이다. 공명주파수 $2k$를 얻기 위해서 이 컵에 더 부어야 하는 물의 양을 V라 할 때, $\frac{5V}{\pi}$의 값을 구하시오.

(단, 컵의 두께는 무시한다.)

62. 2009 교육청(4점)

함수 $f(x)=\sqrt{[x]+1-(x-[x])^2}$ $(x \geq 0)$과 직선 $x=n-1$, $x=n$ 및 x축으로 둘러싸인 도형을 x축 둘레로 회전시킨 도형의 부피를 V_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\sum_{k=1}^{n} V_k}{n^2}$ 의 값은?

(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수)

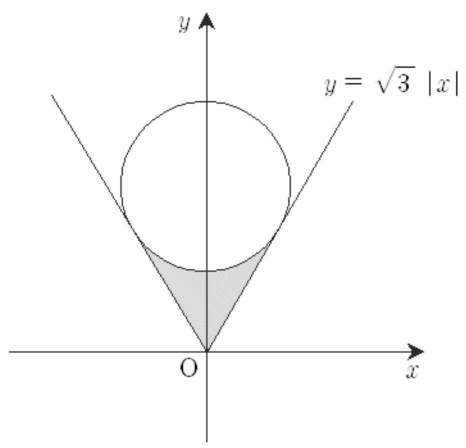
① $\dfrac{\pi}{2}$　② π　③ $\dfrac{3\pi}{2}$

④ 2π　⑤ $\dfrac{5\pi}{2}$

63. 2007 교육청(4점)

함수 $y=\sqrt{3}\,|x|$의 그래프와 원 $x^2+(y-a)^2=1\,(a>0)$이 서로 접하고 있다. 아래 그림에서 어두운 영역을 y축 둘레로 회전시켰을 때 얻어지는 입체의 부피는 $\dfrac{q}{p}\pi$이다. 이 때, $p+q$의 값은?

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

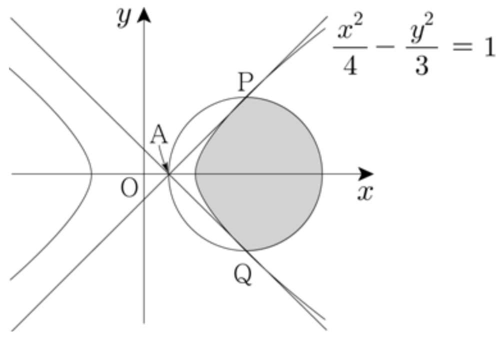


① 7　② 9　③ 11

④ 13　⑤ 14

64. 2009 교육청(4점)

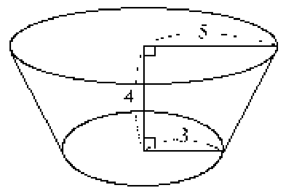
그림과 같이 점 A$(1,0)$에서 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$ 에 그은 접선이 쌍곡선과 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하자.



세 점 A, P, Q 를 지나는 원의 내부가 쌍곡선에 의해 나뉘어서 생긴 두 영역 중에서 넓이가 큰 영역을 x축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는 V이다. $\dfrac{V}{\pi}$의 값을 구하시오.

65. 2004 교육청(4점)

그림과 같이 윗면의 반지름의 길이가 5, 아랫면의 반지름의 길이가 3, 높이가 4인 원뿔대 모양의 그릇이 있다. 이 그릇에 물을 가득 채울 때, 다음 중 담긴 물의 양을 나타낸 식으로 옳은 것은?



(단, 그릇의 두께는 무시한다.)

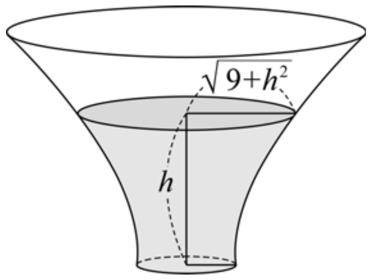
① $\pi\displaystyle\int_0^4\left(3+\frac{x}{4}\right)^2 dx$　② $\pi\displaystyle\int_0^4\left(3+\frac{x}{3}\right)^2 dx$

③ $\pi\displaystyle\int_0^4\left(3+\frac{x}{2}\right)^2 dx$　④ $\pi\displaystyle\int_0^4 (3+x)^2 dx$

⑤ $\pi\displaystyle\int_0^4 (3x)^2 dx$

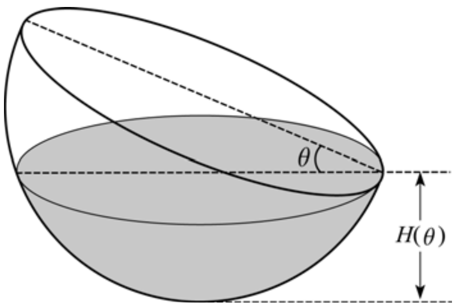
66. 2006 평가원(4점)

어떤 그릇에 깊이가 $h\text{cm}$가 되도록 물을 넣을 때 수면은 반지름의 길이가 $\sqrt{9+h^2}\text{ cm}$인 원이 된다. 이 그릇에 매초 $260\pi\text{cm}^3$의 비율로 물을 넣을 때, 수면의 높이가 2cm인 순간의 수면이 상승하는 속도는 몇 cm/초인지 구하시오.
(단, 그릇의 높이는 2cm보다 크다.)



67. 2008 교육청(4점)

반지름의 길이가 1인 반구 모양의 그릇에 물이 가득 차 있었다. 그림과 같이 이 그릇을 $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$만큼 기울였을 때 수면의 높이를 $H(\theta)$, 수면의 넓이를 $S(\theta)$, 물의 부피를 $V(\theta)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



[보 기]

ㄱ. $H(\theta)=1-\sin\theta$

ㄴ. $S(\theta)=\pi\cos^2\theta$

ㄷ. $\frac{d}{d\theta}V(\theta)=-S(\theta)\cos\theta$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

68. 2009 평가원(4점)

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 양수 x에 대하여 $\int_0^x (x-t)\{f(t)\}^2dt=6\int_0^1 x^3(x-t)^2dt$를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $x=1$, x축, y축으로 둘러싸인 도형을 x축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를 $a\pi$라 할 때, a의 값을 구하시오.

69. 2009 교육청(4점)

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치벡터를 $\vec{p}=(x, y)$라 하면

$$x=\frac{e^t+e^{-t}}{2},\quad y=\frac{e^t-e^{-t}}{2}$$

이 성립한다. 이때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $t=1$에서 점 P의 속도 $\vec{v}$와 위치벡터 $\vec{p}$는 서로 수직이다.

ㄴ. 임의의 시각 t에서 점 P의 가속도 $\vec{a}$와 위치벡터 $\vec{p}$는 서로 같다.

ㄷ. 점 P가 $t=0$에서 $t=1$까지 움직인 거리는 1 이상이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

70. 2008 교육청(4점)

두 전신주 사이에 늘어져 있는 전신줄이나 현수교의 케이블 등에서 볼 수 있는 곡선은 '현수선'이라 불리며,

$f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ 꼴의 곡선의 방정식으로 표현된다. $f(x)$에 대한 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f(3)>f(2)+f'(2)$

ㄴ. $x\geqq 0$일 때, $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g'\left(\dfrac{e^2+e^{-2}}{2}\right)=\dfrac{e^2-e^{-2}}{2}$ 이다.

ㄷ. 점 $(0,\ 1)$에서 출발하여 곡선 $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$의 제 1사분면 위를 매초 1의 속력으로 움직이는 점 P에 대하여, t초 후의 점 P의 x좌표는 $\ln\left(t+\sqrt{t^2+1}\right)$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

71. 2009 교육청(4점)

좌표평면 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$의 시각 t에서의 위치가
$x=9\cos t-\cos 9t,\ y=9\sin t-\sin 9t$
로 나타내어지는 곡선이 있다. 점 P가 $t=0$에서 $t=\dfrac{\pi}{8}$까지 움직인 거리를 s라 할 때, $2s$의 값을 구하시오.

72. 2007 평가원(3점)

실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖고
$f(0)=0,\quad f(1)=\sqrt{3}$
을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여
$\displaystyle\int_0^1 \sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx$
의 최솟값은?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $1+\sqrt{2}$
④ $\sqrt{5}$ ⑤ $1+\sqrt{3}$

73. 2008 수능 (2점)

함수 $f(x)=6x^2+2ax$가 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx=f(1)$을 만족시킬 때, 상수 a의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

74. 2006 수능 (3점)

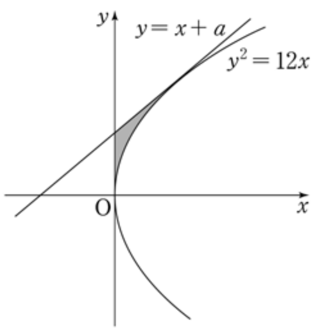
곡선 $y=a(1-x^2)$과 x축으로 둘러싸인 도형을 y축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피가 16π일 때, 양수 a의 값을 구하시오.

75. 2008 수능 (3점)

곡선 $y=\frac{1}{4}x^2$과 직선 $y=4$로 둘러싸인 부분을 y축 둘레로 회전시킨 회전체의 부피가 $k\pi$일 때, 상수 k의 값을 구하시오.

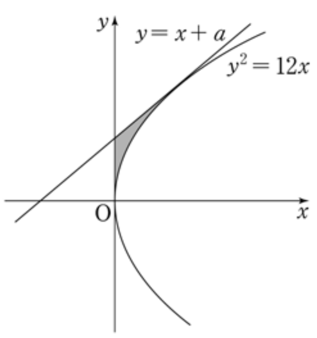
76. 2008 수능 (3점)

직선 $y=x+a$가 포물선 $y^2=12x$에 접할 때, 포물선 $y^2=12x$와 직선 $y=x+a$ 및 y축으로 둘러싸인 부분을 x축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를 $b\pi$라 하자. 두 상수 a, b의 곱 ab의 값을 구하시오.



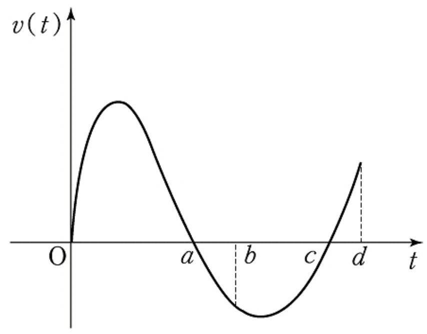
77. 2011 수능 (3점)

두 곡선 $y=\sqrt{x}$, $y=\sqrt{-x+10}$과 x축으로 둘러싸인 부분을 x축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피가 $a\pi$일 때, a의 값을 구하시오.



78. 2006 수능 (3점)

다음은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(0 \leq t \leq d)$에서의 속도 $v(t)$를 나타내는 그래프이다.



$\int_0^a |v(t)|dt=\int_a^d |v(t)|dt$ 일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $0<a<b<c<d$이다.)

[보 기]

ㄱ. 점 P는 출발하고 나서 원점을 다시 지난다.

ㄴ. $\int_0^c v(t)dt=\int_c^d v(t)dt$

ㄷ. $\int_0^b v(t)dt=\int_b^d |v(t)|dt$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

79. 2006 수능 (3점)

1보다 큰 실수 a에 대하여 $f(a)=\int_1^a \frac{\sqrt{\ln x}}{x}dx$라 할 때, $f(a^4)$과 같은 것은?

① $4f(a)$ ② $8f(a)$ ③ $12f(a)$
④ $16f(a)$ ⑤ $20f(a)$

80. 2006 수능 (3점)

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = x^3 - 2ax^2 + ax$$

를 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오 . (단, a는 상수이다.)

81. 2006 수능 (3점)

함수 $f(x)=x^3$의 그래프를 x축 방향으로 a만큼, y축 방향으로 b만큼 평행이동 시켰더니 함수 $y=g(x)$의 그래프가 되었다.

$g(0)=0$이고 $\int_a^{3a} g(x)dx - \int_0^{2a} f(x)dx = 32$

일 때, a^4의 값을 구하시오.

82. 2008 수능 (3점)

함수 $f(x)=x^3+x$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(1+\frac{2k}{n}\right)$의 값을 구하시오.

83. 2006 수능 (3점)

함수 $y=f(x)$가 모든 실수에서 연속이고, $|x|\neq 1$인 모든 x의 값에 대하여 미분계수 $f'(x)$가

$$f'(x) = \begin{cases} x^2 & (|x|<1) \\ -1 & (|x|>1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 함수 $y=f(x)$는 $x=-1$에서 극값을 갖는다.
ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(-x)$이다.
ㄷ. $f(0)=0$이면 $f(1)>0$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

84. 2008 수능 (3점)

폐구간 $[0, 1]$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 $f(0)=0$, $f(1)=1$이며, 개구간 $(0, 1)$에서 이계도함수를 갖고 $f'(x)>0$, $f''(x)>0$일 때, $\int_0^1 \{f^{-1}(x)-f(x)\}dx$의 값과 같은 것은?

① $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{2n}$ ② $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{2}{n}$

③ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{n}$ ④ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{2n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{n}$

⑤ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{2k}{n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{n}$

85. 2011 수능 (3점)

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 있다. 모든 실수 x에 대하여 $f(2x)=2f(x)f'(x)$이고,

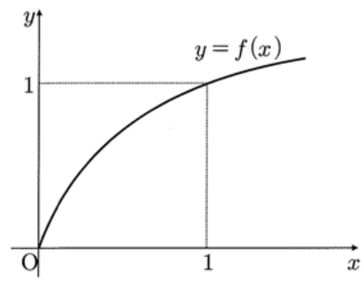
$f(a)=0,\ \int_{2a}^{4a} f(x)dx = k\ (a>0,\ 0<k<1)$ 일 때,

$\int_{a}^{2a} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2}dx$의 값을 k로 나타낸 것은?

① $\frac{k^2}{4}$　② $\frac{k^2}{2}$　③ k^2
④ k　⑤ $2k$

86. 2005 수능 (4점)

다음은 연속함수 $y=f(x)$의 그래프이다.



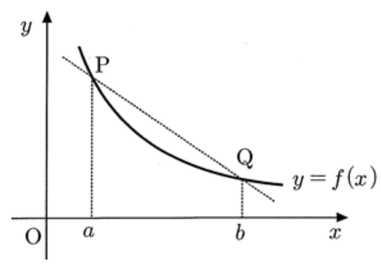
구간 $[0,\ 1]$에서 함수 $f(x)$의 역함수 $g(x)$가 존재하고 연속일 때,

극한값 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{g\left(\frac{k}{n}\right)-g\left(\frac{k-1}{n}\right)\right\}\frac{k}{n}$와 같은 값을 갖는 것은?

① $\int_0^1 g(x)dx$　② $\int_0^1 xg(x)dx$
③ $\int_0^1 f(x)dx$　④ $\int_0^1 xf(x)dx$
⑤ $\int_0^1 \{f(x)-g(x)\}dx$

87. 2005 수능 (4점)

다음은 연속함수 $y=f(x)$의 그래프와 이 그래프 위의 서로 다른 두 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$, $\mathrm{Q}(b,\ f(b))$를 나타낸 것이다.



함수 $\mathrm{F}(x)$가 $\mathrm{F}'(x)=f(x)$를 만족시킬 때, 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

ㄱ. 함수 $\mathrm{F}(x)$는 구간 $[a,\ b]$에서 증가한다.
ㄴ. $\frac{\mathrm{F}(b)-\mathrm{F}(a)}{b-a}$는 직선 PQ 의 기울기와 같다.
ㄷ. $\int_a^b \{f(x)-f(b)\}dx \le \frac{(b-a)\{f(a)-f(b)\}}{2}$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

88. 2008 수능 (4점)

함수 $f(x)$를 $f(x)=\int_a^x \{2+\sin(t^2)\}\mathrm{dt}$ 라 하자.
$f''(a)=\sqrt{3}\,a$일 때, $(f^{-1})'(0)$의 값은? (단, a는 $0<a<\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ 인 상수이다.)

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

89. 2007 수능 (4점)

$x=0$에서 $x=6$까지 곡선 $y=\frac{1}{3}(x^2+2)^{\frac{3}{2}}$의 길이를 구하시오.

90. 2010 수능 (4점)

삼차함수 $f(x)=x^3-3x-1$이 있다. 실수 $t(t\geq -1)$에 대하여 $-1\leq x\leq t$에서 $|f(x)|$의 최댓값을 $g(t)$라고 하자.
$\int_{-1}^{1} g(t)dt=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

91. 2011 수능 (4점)

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0\leq t\leq 5)$에서의 속도 $v(t)$가 다음과 같다.

$$v(t)=\begin{cases}4t & (0\leq t<1)\\ -2t+6 & (1\leq t<3)\\ t-3 & (3\leq t\leq 5)\end{cases}$$

$0<x<3$인 실수 x에 대하여 점 P가
시각 $t=0$에서 $t=x$까지 움직인 거리,
시각 $t=x$에서 $t=x+2$까지 움직인 거리,
시각 $t=x+2$에서 $t=5$까지 움직인 거리
중에서 최소인 값을 $f(x)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]
ㄱ. $f(1)=2$
ㄴ. $f(2)-f(1)=\int_1^2 v(t)dt$
ㄷ. 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

92. 2011 수능 (4점)

실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^2 f(x)dx$의 최솟값은

4

(가) $f(0)=1,\ f'(0)=1$
(나) $0<a<b<2$이면 $f'(a)\leq f'(b)$이다.
(다) 구간 $(0,1)$에서 $f''(x)=e^x$이다.

① $\frac{1}{2}e-1$ ② $\frac{3}{2}e-1$ ③ $\frac{5}{2}e-1$
④ $\frac{7}{2}e-2$ ⑤ $\frac{9}{2}e-2$

1. 2005 교육청(3점)

7 개의 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3 을 일렬로 배열할 때, 맨 앞자리에는 1 이 오고 맨 뒷자리에는 3 이 오지 않는 경우의 수는?

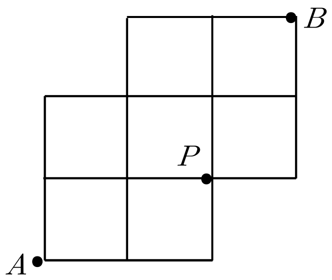
① 20 ② 30 ③ 40
④ 50 ⑤ 60

2. 2006 교육청(3점)

6 개의 숫자 1, 2, 3, 5, 7, 9 를 이용하여 다섯 자리 자연수를 만들 때 7 만 중복하여 사용할 수 있다. 7 을 2 개 이상 포함하고, 7 끼리는 이웃하지 않는 서로 다른 자연수의 개수를 구하시오.

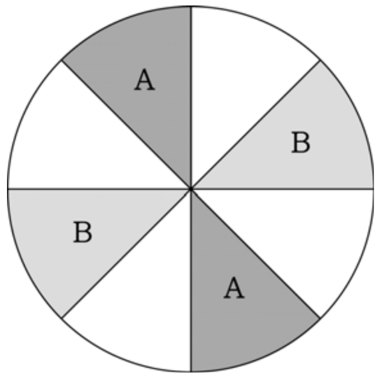
3. 2005 교육청(3점)

그림과 같은 도로망이 있다. A 지점에서 P 를 거치지 않고 B 지점으로 갈 때, 최단 거리로 가는 방법의 수를 구하시오.



4. 2009 교육청(3점)

8 등분된 원판에 A, B, C, D, E, F 의 6 가지 색을 모두 사용하여 영역을 구분하려고 한다. 그림과 같이 A, B 두 가지 색은 이미 칠해져 있을 때, 칠해져 있지 않은 영역에 칠할 수 있는 방법의 수를 구하시오. (단, 한 영역에는 한 가지 색을 칠하고, 회전하여 같은 경우에는 한 가지 방법으로 한다.)



5. 2010 교육청(3점)

집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$에 대하여 함수 $f: X \to X$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(3)$은 짝수이다.
(나) $x<3$이면 $f(x)<f(3)$이다.
(다) $x>3$이면 $f(x)>f(3)$이다.

함수 f의 개수를 구하시오.

6. 2008 평가원(3점)

a, b, c, d, e를 모두 사용하여 만든 다섯 자리 문자열 중에서 다음 세 조건을 만족시키는 문자열의 개수는?

(가) 첫째 자리에는 b가 올 수 없다.
(나) 셋째 자리에는 a도 올 수 없고 b도 올 수 없다.
(다) 다섯째 자리에는 b도 올 수 없고 c도 올 수 없다.

① 24 ② 28 ③ 32
④ 36 ⑤ 40

7. 2010 평가원(3점)

지수는 다음 규칙에 따라 월요일부터 금요일까지 5일 동안 하루에 한 가지씩 운동을 하는 계획을 세우려 한다.

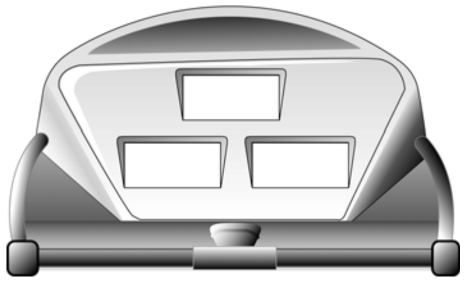
(가) 5일 중 3일을 선택하여 요가를 한다.
(나) 요가를 하지 않는 2일 중 하루를 선택하여 수영, 줄넘기 중 한 가지를 하고, 남은 하루는 농구, 축구 중 한 가지를 한다.

지수가 세울 수 있는 계획의 가짓수는?

① 50 ② 60 ③ 70
④ 80 ⑤ 90

8. 2010 교육청(3점)

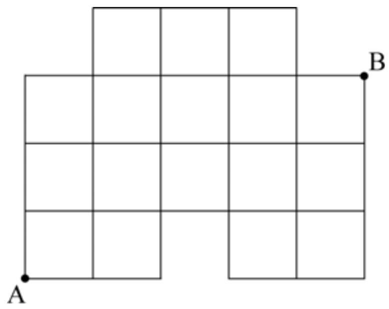
체력단련장에서 사용하는 운동기구에는 그림과 같이 운동 관련 정보 안내 화면이 3개 있다. 한 화면이 최소 1가지, 최대 2가지의 정보를 동시에 보여줄 수 있다. 다섯 가지 정보인 속도, 거리, 시간, 심장 박동수, 칼로리 소모량을 동시에 모두 보여줄 수 있는 방법의 수는? (단, 한 화면에서 두 정보의 위치는 고려하지 않는다.)



① 90 ② 91 ③ 92
④ 93 ⑤ 94

9. 2008 교육청(3점)

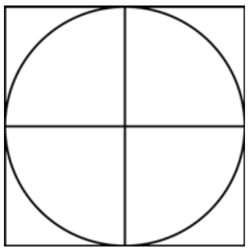
그림과 같은 도로망에서 A에서 출발하여 B까지 최단거리로 가는 방법의 수는?



① 46 ② 48 ③ 50
④ 52 ⑤ 54

10. 2008 교육청(3점)

정사각형에 내접하는 원을 4등분하여 그림과 같은 도형을 만들었다. 도형의 한 영역에 한 가지 색만 사용하여, 8개의 영역에 서로 다른 8가지 색을 모두 칠하는 방법의 수는? (단, 회전에 의하여 겹쳐지는 것들은 같은 것으로 한다.)



① $\frac{8!}{5}$ ② $\frac{8!}{4}$ ③ $\frac{8!}{3}$
④ $\frac{8!}{2}$ ⑤ $8!$

11. 2008 교육청(3점)

갑, 을 두 사람이 어떤 게임을 해서 다음과 같은 규칙에 따라 사탕을 갖는다고 한다.

(가) 이긴 사람은 3개, 진 사람은 1개의 사탕을 갖는다.
(나) 비기면 두 사람이 각각 2개씩 사탕을 갖는다.

갑, 을 두 사람이 이 게임을 다섯 번 해서 20개의 사탕을 10개씩 나누어 갖게 되는 경우의 수를 구하시오. (단, 사탕은 서로 구별되지 않는다.)

12. 2008 교육청(3점)

$\left(2x-\frac{1}{x}\right)^7$의 전개식에서 x^3의 계수를 구하시오.

13. 2009 교육청(3점)

$\left(x-\frac{3}{x}\right)^6$의 전개식에서 x^2의 계수를 구하시오.

14. 2008 교육청(3점)

$\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^5$의 전개식에서 x의 계수를 구하시오.

15. 2010 평가원(3점)

$\left(\frac{x}{2}+\frac{2}{x}\right)^6$의 전개식에서 상수항을 구하시오.

16. 2010 교육청(3점)

$\sum_{k=1}^{10}\left(x+\frac{1}{x^3}\right)^k$의 전개식에서 상수항을 구하시오.

17. 2007 평가원(3점)

다항식 $(x-1)^n$의 전개식에서 x의 계수가 -12일 때, n의 값을 구하시오.

18. 2007 평가원(3점)

다항식 $(x+a)^6$의 전개식에서 x^4의 계수가 x^5의 계수의 50배일 때, 양의 상수 a의 값을 구하시오.

19. 2005 교육청(3점)

다음 중 $\left(2x^2+\dfrac{1}{x}\right)^7$의 전개식에서 x^5의 계수와 같은 것은?

① $16\times{}_7\mathrm{C}_2$　② $16\times{}_7\mathrm{C}_3$　③ $8\times{}_7\mathrm{C}_3$
④ $8\times{}_7\mathrm{C}_2$　⑤ $4\times{}_7\mathrm{C}_2$

20. 2009 교육청(3점)

$(x-1)^n$의 전개식에서 x^2의 계수가 -55일 때, x^3의 계수를 구하시오. (단, n은 자연수이다.)

21. 2005 평가원(3점)

다항식 $(1+2x)^6(1-x)$의 전개식에서 x^4의 계수는?

① 40　② 50　③ 60
④ 70　⑤ 80

22. 2010 평가원(3점)

다항식 $(x^2-1)^7$의 전개식에서 x^6의 계수를 구하시오.22.

23. 2006 평가원(3점)

$(3x+y)^6$의 전개식에서 x^2y^4의 계수를 구하시오.

24. 2006 평가원(3점)

다항식 $x^{10}+x^9+\cdots+x^2+x+1$을 $x-1$로 나눈 몫을 $f(x)$라고 할 때, $f(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는?

① $2^{10}-10$　② $2^{10}+11$　③ $2^{11}-12$
④ $2^{11}-10$　⑤ $2^{11}+11$

25. 2007 평가원(3점)

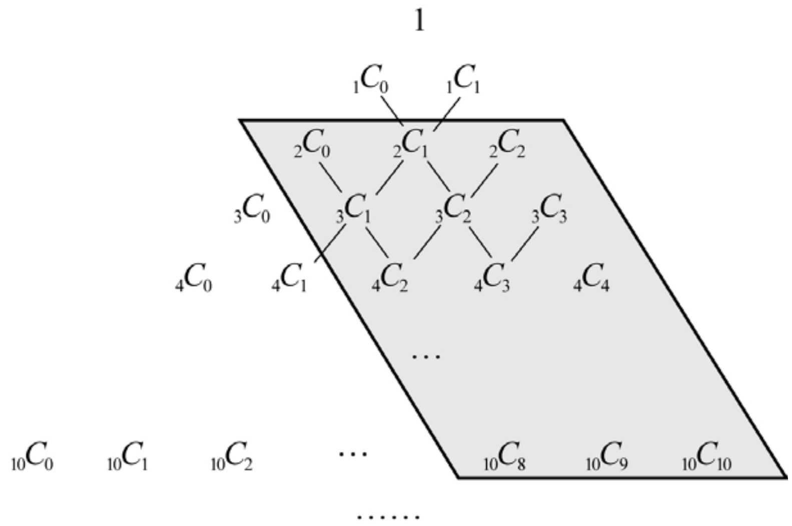
동주는 5개의 서로 다른 알사탕과 5개의 똑같은 박하사탕을 가지고 있다. 이 중에서 5개를 택하여 진서에게 주는 방법의 수를 구하시오.


26. 2007 교육청(3점)

$\log_2\left({}_{100}C_0 + {}_{100}C_1 + {}_{100}C_2 + \cdots + {}_{100}C_{100}\right)$의 값을 구하시오.

27. 2007 교육청(3점)

그림과 같은 수의 배열을 파스칼의 삼각형이라고 한다. 어두운 부분의 모든 수들의 합은?



① 224　② 226　③ 228
④ 230　⑤ 232

28. 2008 교육청(3점)

다음은 n이 소수일 때, ${}_{2n}\mathrm{C}_n-2$는 n^2의 배수임을 증명한 것이다.

[증 명]

$$(1+x)^{2n}=\sum_{k=0}^{2n}{}_{2n}\mathrm{C}_k\,x^k$$

에서 $\boxed{(가)}$ 의 계수는 ${}_{2n}\mathrm{C}_n$이다.

한편 $(1+x)^n(1+x)^n=\left(\sum_{k=0}^{n}{}_n\mathrm{C}_k\,x^k\right)\left(\sum_{k=0}^{n}{}_n\mathrm{C}_{n-k}\,x^{n-k}\right)$

에서 $\boxed{(가)}$ 의 계수는 $\sum_{k=0}^{n}\left({}_n\mathrm{C}_k\cdot\boxed{(나)}\right)$이다.

따라서

${}_{2n}\mathrm{C}_n=\left({}_n\mathrm{C}_0\right)^2+\left({}_n\mathrm{C}_1\right)^2+\left({}_n\mathrm{C}_2\right)^2+\cdots+\left({}_n\mathrm{C}_n\right)^2$이다.

그런데 n이 소수이므로 $\boxed{(다)}$ 인 자연수 k에 대하여 ${}_n\mathrm{C}_k$는 n의 배수이다.

따라서 $\boxed{(다)}$ 인 자연수 k에 대하여 $\left({}_n\mathrm{C}_k\right)^2$은 n^2의 배수이고 ${}_n\mathrm{C}_0={}_n\mathrm{C}_n=1$이므로 ${}_{2n}\mathrm{C}_n-2$는 n^2의 배수이다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

	(가)	(나)	(다)
①	x^n	${}_n\mathrm{C}_{n-k}$	$1\leq k\leq n$
②	x^n	${}_n\mathrm{C}_{n-k}$	$1\leq k\leq n-1$
③	x^n	${}_{2n}\mathrm{C}_{n-k}$	$1\leq k\leq n$
④	x^{2n}	${}_n\mathrm{C}_{n-k}$	$1\leq k\leq n-1$
⑤	x^{2n}	${}_{2n}\mathrm{C}_{n-k}$	$1\leq k\leq n$

29. 2008 교육청(4점)

여섯 개의 숫자 1, 1, 1, 2, 3, 4를 일렬로 나열하여 만든 여섯 자리 자연수들의 집합을 A라 할 때, 집합 $X=\left\{\left[\frac{x}{100}\right]\,\middle|\,x\in A\right\}$의 원소의 개수를 구하시오.

(단, $[x]$ 는 x를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

30. 2010 평가원(4점)

1개의 본사와 5개의 지사로 이루어진 어느 회사의 본사로부터 각 지사까지의 거리가 표와 같다.

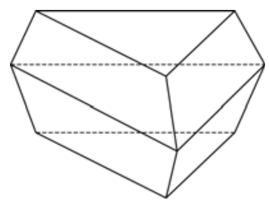
지사	가	나	다	라	마
거리(km)	50	50	100	150	200

본사에서 각 지사에 A, B, C, D, E를 지사장으로 각각 발령할 때, A보다 B가 본사로부터 거리가 먼 지사의 지사장이 되도록 5명을 발령하는 경우의 수는?

① 50 ② 52 ③ 54
④ 56 ⑤ 58

31. 2010 교육청(4점)

그림과 같이 합동인 정삼각형 2개와 합동인 등변사다리꼴 6개로 이루어진 팔면체가 있다. 팔면체의 각 면에는 한 가지의 색을 칠한다고 할 때, 서로 다른 8개의 색을 모두 사용하여 팔면체의 각 면을 칠하는 경우의 수는? (단, 팔면체를 회전시켰을 때 색의 배열이 일치하면 같은 경우로 생각한다.)



① 6520 ② 6620 ③ 6720
④ 6820 ⑤ 6920

32. 2009 교육청(4점)

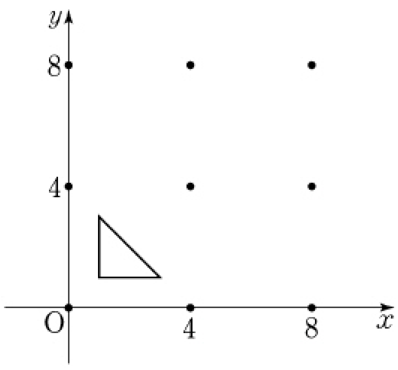
집합 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B에 대하여 $A \subset B$를 만족하는 순서쌍 (A, B)의 개수를 구하시오.

33. 2010 평가원(4점)

A, B 두 사람이 서로 다른 4개의 동아리 중에서 2개씩 가입하려고 한다. A와 B가 공통으로 가입하는 동아리가 1개 이하가 되도록 하는 경우의 수를 구하시오. (단, 가입 순서는 고려하지 않는다.)

34. 2010 평가원(4점)

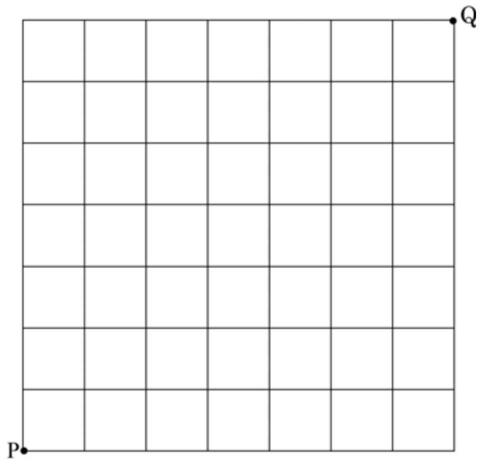
좌표평면 위에 9개의 점 (i, j) $(i=0, 4, 8,\ j=0, 4, 8)$이 있다. 이 9개의 점 중 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형 중에서 내부에 세 점 $(1, 1)$, $(3, 1)$, $(1, 3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 포함하는 사각형의 개수는?



① 13　　② 15　　③ 17
④ 19　　⑤ 21

35. 2010 교육청(4점)

그림과 같은 바둑판 모양의 도로망이 있다.



P 지점에서 출발하여 Q 지점까지 도로를 따라 최단 거리로 갈 때, 도중에 방향을 바꾸는 횟수가 x번인 경로의 수를 $f(x)$라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f(1)=2$
ㄴ. $f(2)=f(12)$
ㄷ. $f(x)$의 최댓값은 $f(7)$이다.

① ㄱ　　② ㄷ　　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

36. 2006 교육청(4점)

6 개의 문자 a, a, a, b, b, c 중에서 4 개를 선택하여 일렬로 나열할 때, 만들 수 있는 서로 다른 문자열의 개수는?

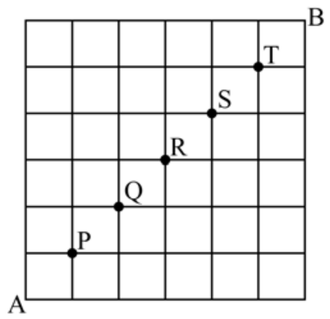
① 36　　② 38　　③ 40
④ 42　　⑤ 44

37. 2004 평가원(4점)

좌표평면 위에서 상하 또는 좌우방향으로 한 번에 1 만큼씩 움직이는 점 P 가 있다. 이때 원점을 출발한 점 P 가 6 번 움직여서 최종 위치가 점 $A(1, 3)$ 이 되는 경우의 수를 구하시오.

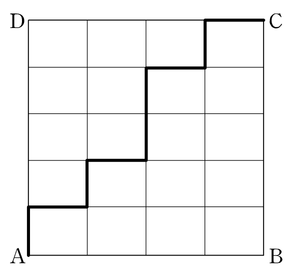
38. 2006 교육청(4점)

그림과 같은 직선 도로망이 있다. 5 개의 지점 P, Q, R, S, T 중 어느 한 지점도 지나지 않고 A 지점에서 B 지점까지 최단거리로 갈 수 있는 모든 경로의 수를 구하시오.



39. 2004 평가원(4점)

그림과 같은 바둑판 모양의 도로망이 있다. 갑은 A 에서 C 까지 굵은 선을 따라 걷고, 을은 C 에서 A 까지 굵은 선을 따라 걸으며, 병은 B 에서 D 까지 도로를 따라 최단거리로 걷는다.



갑, 을, 병 세 사람이 모두 만나도록 병이 B 에서 D 까지 가는 경우의 수를 구하시오. (단, 갑, 을, 병은 동시에 출발하고 같은 속력으로 걷는다고 가정한다.)

40. 2005 교육청(4점)

철수는 국가 대표팀의 축구 경기를 시청하고 있었다. 그런데 우리 나라 국가 대표팀이 전반전 경기를 1 : 0 으로 이기고 난 후 중간 휴식 시간에 갑자기 철수네 집이 정전이 되어 후반전 경기를 시청할 수 없었다. 다음날 친구들로부터 후반전 경기까지 마친 결과 5 : 3 으로 우리 나라 국가 대표팀이 승리하였다는 사실을 알게 되었지만, 두 팀이 골을 넣은 순서는 알 수 없었다. 철수는 <표1>과 같은 표를 만들어 후반전 경기에서 두 팀이 골을 넣어 가는 상황 중 한 가지를 <표2>와 같이 적어 보았다. 이와 같이 철수가 <표1>의 어두운 부분을 완성할 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오.

<표1>

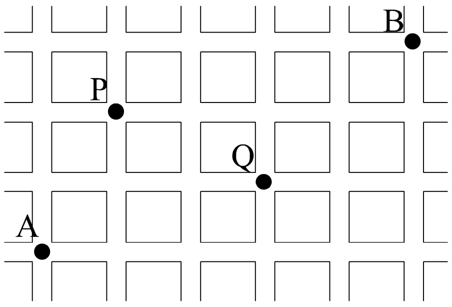
구 분	국가대표팀	상대팀
전반전	1	0
후반전		
최종 득점 결과	5	3

<표2>

구 분	국가대표팀	상대팀
전반전	1	0
후반전	2	0
	2	1
	2	2
	2	3
	3	3
	4	3
	5	3
최종 득점 결과	5	3

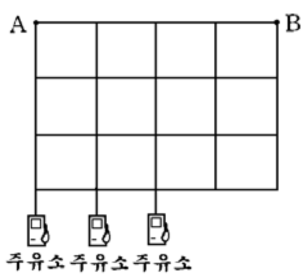
41. 2004 교육청(4점)

그림과 같이 바둑판 모양의 도로망이 있다. 교차로P 와 교차로Q 를 지날 때에는 직진 또는 우회전은 할 수 있으나 좌회전은 할 수 없다고 한다. 이때, A 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 방법의 수를 구하시오.



42. 2004 교육청(4점)

그림과 같이 직사각형 모양으로 도로가 나있는 지역에 3 개의 주유소가 있다. 3 개의 주유소 중 어느 한 곳은 꼭 들러서 간다고 할 때, A 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수를 구하시오.

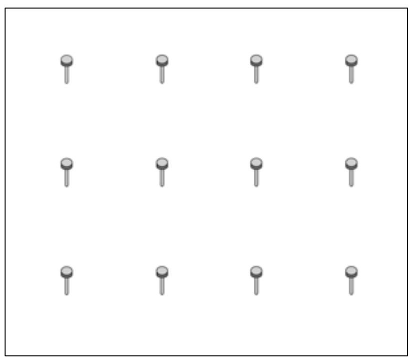


43. 2010 평가원(4점)

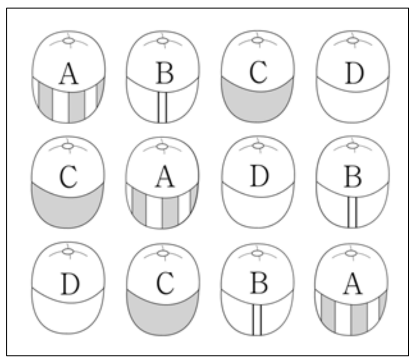
0을 한 개 이하 사용하여 만든 세 자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 3인 자연수는 111, 120, 210, 102, 201이다. 0을 한 개 이하 사용하여 만든 다섯 자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 5인 자연수의 개수를 구하시오.

44. 2009 교육청(4점)

서로 다른 네 종류의 모자 A, B, C, D 가 각각 3 개씩 모두 12 개 있다. 12 개의 모자를 <그림1>과 같이 일정한 간격으로 배열된 12 개의 모자걸이에 각각 걸려고 한다. 이때, 모든 가로 방향과 모든 세로 방향에 서로 다른 종류의 모자가 걸리도록 하려고 한다. <그림2>는 이와 같은 방법으로 모자를 건 예이다.



<그림1 >



<그림2 >

이와 같은 방법으로 12 개의 모자를 모자걸이에 걸 수 있는 방법의 수를 모두 구하시오.

(단, 같은 종류의 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.)

45. 2008 평가원(4점)

$\frac{4}{4}$박자는 4분음을 한 박으로 하여 한 마디가 네 박으로 구성된다. 예를 들어 $\frac{4}{4}$박자 한 마디는 4분 음표(♩) 또는 8분 음표(♪)만을 사용하여 ♩♩♩♩ 또는 ♪♩♪♩♩와 같이 구성할 수 있다. 4분 음표 또는 8분 음표만 사용하여 $\frac{4}{4}$박자의 한 마디를 구성하는 경우의 수를 구하시오.

46. 2009 평가원(4점)

다음 표와 같이 3개 과목에 각각 2개의 수준으로 구성된 6개의 과제가 있다. 각 과목의 과제는 수준 Ⅰ의 과제를 제출한 후에만 수준 Ⅱ의 과제를 제출할 수 있다. 예를 들어 '국어 A → 수학 A → 국어 B → 영어 A → 영어 B →수학 B' 순서로 과제를 제출할 수 있다.

과목 / 수준	국어	수학	영어
Ⅰ	국어 A	수학 A	영어 A
Ⅱ	국어 B	수학 B	영어 B

6개의 과제를 모두 제출할 때, 제출 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오.

47. 2009 평가원(4점)

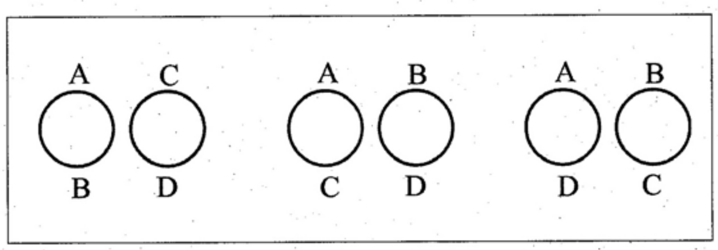
좌표평면 위의 점들의 집합 $S=\{(x,y)\mid x, y$와 y는 정수$\}$가 있다. 집합 S에 속하는 한 점에서 S에 속하는 다른 점으로 이동하는 '점프'는 다음 규칙을 만족시킨다.

> 점 P에서 한 번의 '점프'로 점 Q로 이동할 때, 선분 PQ의 길이는 1 또는 $\sqrt{2}$ 이다.

점 $A(-2,0)$에서 점 $B(2,0)$까지 4번만 '점프'하여 이동하는 경우의 수를 구하시오.
(단, 이동하는 과정에서 지나는 점이 다르면 다른 경우이다.)

48. 2008 교육청(4점)

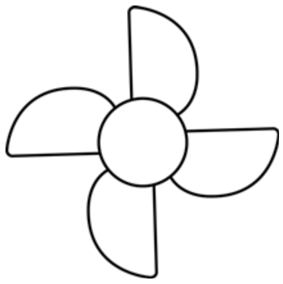
n명의 사람을 r개의 조로 나누고, 각 조의 구성원들로 원순열을 만들 때 나올 수 있는 경우의 수를 $\mathrm{G}(n, r)$로 정의하자. (단, 각 조의 구성원은 적어도 2명 이상이다.) 예를 들어 $\mathrm{G}(4, 2)$은 4명을 2개의 조로 나누고 각 조의 구성원들로 원순열을 만드는 방법의 수로, 4명을 A, B, C, D라 할 때, 다음의 3가지이다.



이 때, $\mathrm{G}(6, 2)$의 값을 구하시오.

49. 2007 평가원(4점)

A, B, C, D 4가지 색의 일부 또는 전부를 사용하여 그림과 같은 프로펠러의 중앙 부분과 4개의 날개 부분을 모두 칠하려고 한다. 인접한 중앙 부분과 날개 부분은 서로 다른 색으로 칠하기로 할 때, 칠할 수 있는 방법의 수는? (단, 4개의 날개는 모두 합동이고, 회전하여 같은 경우에는 한 가지 방법으로 한다.)



① 60 ② 72 ③ 84
④ 96 ⑤ 108

50. 2008 교육청(4점)

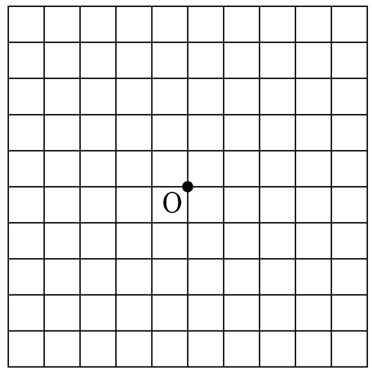
하나의 동전을 5번 던져서 앞면이 나온 횟수만큼 크기와 모양이 같은 검정색 바둑알을 정오각형 모양의 나무판 꼭짓점 위에 하나씩 놓는다. 바둑알이 놓인 나무판을 회전시켜 같은 모양이면 같은 경우로 볼 때, 만들어질 수 있는 모양의 가지 수는?

(단, 모두 뒷면이 나오는 경우는 제외한다.)

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

51. 2008 평가원(4점)

그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 1인 바둑판 모양의 도로망이 있다. 로봇이 한 번 움직일 때마다 길을 따라 거리 1만큼씩 이동한다. 로봇은 길을 따라 어느 방향으로도 움직일 수 있지만, 한 번 통과한 지점을 다시 지나지는 않는다. 이 로봇이 지점 O에서 출발하여 4번 움직일 때, 가능한 모든 경로의 수는? (단, 출발점과 도착점은 일치하지 않는다.)



① 88 ② 96 ③ 100
④ 104 ⑤ 112

52. 2009 평가원(4점)

다음은 n이 2 이상의 자연수일 때 $\sum_{k=1}^{n} k({}_nC_k)^2$ 의 값을 구하는 과정이다.

[증 명]

두 다항식의 곱

$(a_0+a_1x+\cdots+a_{n-1}x^{n-1})(b_0+b_1x+\cdots+b_nx^n)$에서

x_{n-1}의 계수는 $a_0b_{n-1}+a_1b_{n-2}+\cdots+a_{n-1}b_0$ …… (＊)

이다.

등식 $(1+x)^{2n-1}=(1+x)^{n-1}(1+x)^n$의 좌변에서

x^{n-1}의 계수는 $\boxed{(가)}$이고, (＊)을 이용하여 우변에서

x_{n-1}의 계수를 구하면 $\sum_{k=1}^{n}({}_{n-1}C_{k-1}\times\boxed{(나)})$이다.

따라서 $\boxed{(가)}=\sum_{k=1}^{n}({}_{n-1}C_{k-1}\times\boxed{(나)})$ 이다.

한편 $1\leq k\leq n$일 때, $k\times{}_nC_k=n\times{}_{n-1}C_{k-1}$이므로

$$\sum_{k=1}^{n}k({}_nC_k)^2=\sum_{k=1}^{n}(n\times{}_{n-1}C_{k-1}\times\boxed{(나)})$$

$$=n\times\sum_{k=1}^{n}({}_{n-1}C_{k-1}\times\boxed{(나)})$$

$$=\boxed{(다)}$$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

	(가)	(나)	(다)
①	${}_{2n}C_n$	${}_nC_{n-k+1}$	$\frac{n}{2}\times{}_{2n}C_{n+1}$
②	${}_{2n-1}C_{n-1}$	${}_nC_{n-k+1}$	$\frac{n}{2}\times{}_{2n}C_n$
③	${}_{2n-1}C_{n-1}$	${}_nC_{n-k}$	$\frac{n}{2}\times{}_{2n}C_n$
④	${}_{2n}C_n$	${}_nC_{n-k+1}$	$n\times{}_{2n}C_{n+1}$
⑤	${}_{2n-1}C_{n-1}$	${}_nC_{n-k}$	$n\times{}_{2n}C_n$

53. 2009 평가원(4점)

50이하의 자연수 n중에서 $\sum_{k=1}^{n}{}_nC_k$의 값이 3의 배수가 되도록 하는 n의 개수를 구하시오.

54. 2010 교육청(4점)

$(1+2x+3x^2+4x^3+\cdots+11x^{10})^2$ 의 전개식에서 x^{10} 의 계수를 구하시오.

55. 2009 교육청(4점)

$\left(x^2+\frac{1}{x^3}\right)^n$의 전개식에서 어떤 자연수 n에 대하여 $\frac{1}{x^2}$의 항이 존재한다. n이 최소일 때, $\frac{1}{x^2}$의 계수는?

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

56. 2005 평가원(4점)

1 부터 100 까지의 자연수 중에서 서로 다른 4 개의 수를 선택할 때, 4 개의 수 중에서 두 번째로 작은 수가 k 인 경우의 수를 a_k 라 하자. 예를 들어, a_{98} 은 선택된 4 개의 수 중에서 98 보다 작은 수가 한 개이고 98 보다 큰 수가 2 개인 경우의 수이므로 $a_{98}=97$ 이다.<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $a_3={}_2C_1\times{}_{97}C_2$　　ㄴ. $a_{10}=a_{90}$

ㄷ. $\sum_{k=2}^{98}a_k={}_{100}C_4$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

57. 2005 평가원(4점)

자연수 n 에 대하여

$f(n)=\sum_{k=1}^{n}\left({}_{2k}C_1+{}_{2k}C_3+{}_{2k}C_5+\cdots+{}_{2k}C_{2k-1}\right)$ 일 때,

$f(5)$ 의 값을 구하시오.

58. 2006 평가원(4점)

다항식 $(1+ax)^7$ 의 전개식에서 x 의 계수가 14 일 때, x^2 의 계수를 구하시오.　(단, a는 상수이다.)

59. 2006 평가원(4점)

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(x+\frac{1}{x}\right)^3+\left(x+\frac{1}{x}\right)^4+\left(x+\frac{1}{x}\right)^5+\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$ 을 전개한 식에서 x^2 항의 계수는?

① 16　② 20　③ 24
④ 28　⑤ 32

60. 2008 교육청(4점)

다음은 10명의 학생을 두 팀으로 나누는 방법의 수를 구하는 과정이다.

> 10명 중에서 몇 명의 학생을 선택하여 한 킨을 만들면 나머지학생들은 자연히 다른 한 팀이 된다.
> 먼저, 한 팀의 구성원이 결정되는 경우의 수를 나누어 생각하자.
> i) 한 팀의 구성원이 1명인 경우의 수는 ${}_{10}C_1$ 이다.
> ii) 한 팀의 구성원이 2명인 경우의 수는 ${}_{10}C_2$ 이다.
> … (중략)…
> 그러므로, 10명의 학생을 두 팀으로 나누는 방법의 수는 $\boxed{(가)}({}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 + \cdots + {}_{10}C_9)$ 이다.
> 그리고, ${}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 + \cdots + {}_{10}C_9 + {}_{10}C_{10} = \boxed{(나)}$
> 이므로, 10명의 학생을 두 팀으로 나누는 방법의 수는 $\boxed{(다)}$ 이다.

위에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

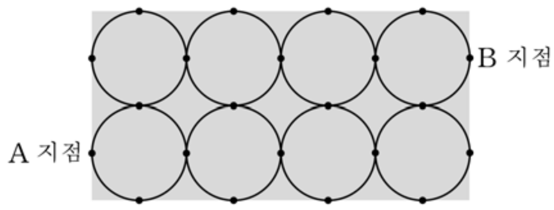
	(가)	(나)	(다)
①	1	2^{10}	$2^{10}-2$
②	1	2^{9}	$2^{9}-2$
③	1	2^{9}	$2^{9}-1$
④	$\frac{1}{2}$	2^{10}	2^{9}
⑤	$\frac{1}{2}$	2^{10}	$2^{9}-1$

61. 2011 수능 (3점)

등식 $2\times {}_nC_3 = 3\times {}_nP_2$를 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오.[61]

62. 2008 수능 (4점)

직사각형 모양의 잔디밭에 산책로가 만들어져 있다. 이 산책로는 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 원 8개가 서로 외접하고 있는 형태이다.



A 지점에서 출발하여 산책로를 따라 최단 거리로 B 지점에 도착하는 경우의 수를 구하시오. (단, 원 위에 표시된 점은 원과 직사각형 또는 원과 원의 접점을 나타낸다.)

63. 2008 수능 (4점)

여섯 개의 문자 A, B, C, D, E, F를 모두 사용하여 만든 6자리 문자열 중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 문자열의 개수는?

> (가) A의 바로 다음 자리에 B가 올 수 없다.
> (나) B의 바로 다음 자리에 C가 올 수 없다.
> (다) C의 바로 다음 자리에 A가 올 수 없다.

(예를 들어 CDFBAE는 조건을 만족시키지만 CDFABE는 조건을 만족시키지 않는다.)

① 380　② 432　③ 484　④ 536　⑤ 598

64. 2008 수능 (4점)

$\left(x+\frac{1}{x^3}\right)^4$의 전개식에서 $\frac{1}{x^4}$의 계수는?

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

65. 2010 수능 (3점)

어느 회사원이 처리해야 할 업무는 A, B를 포함하여 모두 6가지이다. 이 중에서 A, B를 포함한 4가지 업무를 오늘 처리하려고 하는데, A를 B보다 먼저 처리해야 한다. 오늘 처리할 업무를 택하고, 택한 업무의 처리 순서를 정하는 경우의 수는?

① 60 ② 66 ③ 72
④ 78 ⑤ 84

66. 2011 수능 (3점)

어느 행사장에는 현수막을 1개씩 설치할 수 있는 장소가 5곳이 있다. 현수막은 A, B, C 세 종류가 있고, A는 1개, B는 4개, C는 2개가 있다. 다음 조건을 만족시키도록 현수막 5개를 택하여 5곳을 설치할 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수는?(단, 같은 종류의 현수막끼리는 구분하지 않는다.)

[보 기]

(가) A는 반드시 설치한다.
(나) B는 2곳 이상 설치한다.

① 55 ② 65 ③ 75
④ 85 ⑤ 95

1. 2008 교육청(2점)

서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{5}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{2}{5}$일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은?

① $\frac{11}{25}$ ② $\frac{12}{25}$ ③ $\frac{13}{25}$
④ $\frac{14}{25}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

2. 2010 교육청(2점)

두 사건 A, B에 대하여

$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4}$, $\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{7}{12}$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$\

3. 2007 교육청(2점)

두 사건 A, B가 서로 독립이고 $\mathrm{P}(B)=0.5$, $\mathrm{P}(A^C\cap B)=0.2$일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$는?

① 0.5 ② 0.6 ③ 0.7
④ 0.8 ⑤ 0.9

4. 2007 교육청(2점)

두 사건 A, B가 서로 독립이고 $\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{2}{3}$, $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3}$을 만족시킬 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

5. 2006 교육청(2점)

두 사건 A, B에 대하여

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{3}{20}$, $\frac{1}{\mathrm{P}(A)}-\frac{1}{\mathrm{P}(B)}=\frac{2}{5}$ 가 성립할 때,

$\mathrm{P}(A|B)-\mathrm{P}(B|A)$의 값은?

① $-\frac{3}{50}$ ② $-\frac{1}{50}$ ③ $\frac{1}{50}$
④ $\frac{3}{50}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

6. 2010 교육청(2점)

한 개의 주사위를 세 번 던져서 나온 수를 차례로 a, b, c라 하자. 이 때, 함수 $f(x)=ax^2+bx-c$의 그래프가 점 $(1,\ 0)$을 지나고 꼭짓점의 x좌표가 -1이 될 확률은?

① $\frac{1}{216}$ ② $\frac{1}{108}$ ③ $\frac{1}{72}$
④ $\frac{1}{54}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

7. 2008 교육청(3점)

사건 A가 일어날 확률은 $\frac{3}{4}$이고, 사건 B가 일어날 확률은 $\frac{2}{3}$이다. 두 사건 A, B가 동시에 일어날 확률 p의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?

① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{11}{12}$
④ $\frac{13}{12}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

8. 2010 평가원 (3점)

서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여

$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{9}$, $\mathrm{P}\left(A^C\cap B\right)=\frac{2}{9}$일 때, $\mathrm{P}(A\cap B)$의 값은?

① $\frac{1}{63}$ ② $\frac{2}{63}$ ③ $\frac{1}{21}$
④ $\frac{4}{63}$ ⑤ $\frac{5}{63}$

9. 2005 평가원(3점)

임의의 두 사건 A, B에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $0 \leq P(A) \leq 1$
ㄴ. $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$
ㄷ. $P(A\cup B)\leq P(A)+P(B)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ

10. 2007 평가원(3점)

흰 공 2개, 노란 공 2개, 파란 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 공의 색깔이 모두 다를 확률은? (단, 모든 공의 크기와 모양은 같다.)

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

11. 2010 교육청(3점)

두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 4이하일 확률은?

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

12. 2010 교육청(3점)

네 면에 숫자 1, 2, 3, 3이 각각 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 주사위와 여섯 면에 숫자 1, 2, 2, 3, 3, 3이 각각 하나씩 적혀 있는 정육면체 모양의 주사위를 평평한 바닥에 던졌다. 두 주사위의 바닥에 닿은 면에 적힌 숫자의 합이 짝수일 때, 정육면체 모양의 주사위의 바닥에 닿은 면에 적힌 숫자가 짝수일 확률은?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

13. 2010 교육청(3점)

어떤 고등학교 학생회장 선거에 갑과 을, 두 명의 후보가 출마했다. 갑과 을의 선거운동 시작 전 지지율은 각각 70%, 30%이었으나 선거 운동 후 갑을 지지하던 학생 중 60%가 을에게 투표하여 을이 57%의 득표율로 당선되었다. 투표 후 을에게 투표한 학생 중 한 명을 선택했을 때 이 학생이 선거운동 시작 전에도 을 후보를 지지하던 학생일 확률은? (단, 기권과 무효표는 없다.)

① $\frac{3}{19}$ ② $\frac{4}{19}$ ③ $\frac{5}{19}$ ④ $\frac{6}{19}$ ⑤ $\frac{7}{19}$

14. 2010 교육청(3점)

철수는 3개의 예선문제와 결과에 따라 1개의 찬스문제가 주어지는 퀴즈대회에 참가하는데, 찬스문제는 예선문제를 2개 맞히고 1개 틀린 경우만 주어진다. 3개의 예선문제를 모두 맞히거나 찬스문제를 맞혀야 예선을 통과한다. 각각의 예선문제를 맞힐 확률이 $\frac{1}{3}$이고, 찬스문제를 맞힐 확률이 $\frac{1}{4}$일 때, 예선을 통과할 확률은?

① $\frac{5}{54}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{7}{54}$ ④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

15. 2010 교육청(3점)

주머니 속에 빨간색 구슬 3개, 노란색 구슬 2개, 파란색 구슬1개가 들어있다. 이 주머니에서 구슬을 임의로 한 개를 꺼내어 색깔을 확인한 후 다시 넣는다. 색깔이 빨간색, 노란색, 파란색이면 각각 1,2,3점의 점수를 얻는다. 이 시행을 3번 할 때 얻은 점수의 합이 5점일 확률은? [15.]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{7}{24}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

16. 2010 교육청(3점)

50원, 100원, 500원짜리 동전이 각각 3개씩 모두 9개가 들어있는 지갑에서 동전 3개를 임의로 꺼낼 때, 꺼낸 모든 동전 금액의 합이 250원 이상일 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. 이 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

17. 2009 교육청(3점)

A고등학교의 학생들은 점심 식사를 하기 위하여 학생증이나 주민등록번호 중 하나의 인증도구를 이용하여 컴퓨터에 연결된 인증시스템을 거쳐야 한다. 어느 날 점심 식사를 마친 학생 1200명에 대한 인증도구별 인원 현황은 다음과 같다.

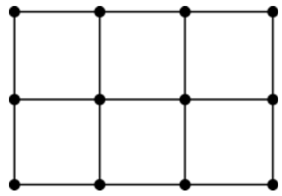
인증도구 / 학년	학생증(명)	주민등록번호(명)
1학년	386	14
2학년	358	42
3학년	316	84

점심 식사를 마친 1200명의 학생 중에서 임의로 한 명을 택하였더니 주민등록번호로 인증을 받아 점심 식사를 한 학생이었다. 이 때, 그 학생이 3학년일 확률은?

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

18. 2006 교육청(3점)

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 6개를 붙여놓은 도형이 있다. 12개의 꼭지점 중에서 임의의 두 점을 연결한 선분의 길이가 무리수일 확률이 $\frac{a}{b}$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로소인 자연수이다.)



19. 2006 교육청(3점)

흰 공이 2개, 검은 공이 8개 들어있는 주머니에서 두 개의 공을 동시에 꺼낼 때, 적어도 한 개가 흰 공일 확률은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{11}{45}$ ③ $\frac{13}{45}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{17}{45}$

20. 2006 평가원(3점)

주머니 속에 흰 구슬 4개와 검은 구슬 5개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 흰 구슬 1개와 검은 구슬 2개가 나올 확률은? (단, 모든 구슬은 크기와 모양이 같다고 한다.)

① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

21. 2006 평가원(3점)

어느 학급은 35명으로 이루어져 있다. 이 학급의 모든 학생 중 대학수학능력시험 사회탐구 영역에서 국사를 선택한 학생은 22명이고 세계사를 선택한 학생은 17명이다. 국사와 세계사 중 어느 것도 선택하지 않은 학생은 4명이다. 이 학급에서 한 명의 학생을 뽑을 때, 이 학생이 국사와 세계사를 모두 선택하였을 확률은?

① $\frac{6}{35}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{8}{35}$
④ $\frac{9}{35}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

22. 2006 교육청(3점)

대표 2명, 부대표 3명, 부원 4명인 어느 모임에서 대표 2명은 각자 나머지 7명과 모두 악수를 하였다. 그리고 부대표 3명은 각자 나머지 4명의 부원과 모두 악수를 하였다. 이 모임의 9명 중 임의로 3명을 택했을 때, 3명이 모두 서로 악수를 나눈 사람일 확률은?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

23. 2007 교육청(3점)

BANANA의 6개의 문자 B, A, N, A, N, A를 일렬로 나열할 때, 두 개의 N이 서로 이웃할 확률은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

24. 2009 평가원(3점)

1부터 9까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수 a, b, c $(a<b<c)$가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

(가) $a+b+c$는 홀수이다.
(나) $a\times b\times c$는 3의 배수이다.

① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{8}{21}$ ③ $\frac{17}{42}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{19}{42}$

25. 2006 교육청(3점)

다음은 두 학생 A, B가 나눈 대화의 일부이다.

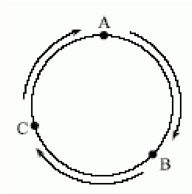
A: 너희 반의 남학생, 여학생은 몇 명이니?
B: 남학생은 18 명이고 여학생은 16 명이야.
A: 너희 반은 학업성취도평가에서 수리영역을 모두 선택했니?
B: 응. 모두 선택했어. 수리 가형을 선택한 남학생은 12 명이고, 수리 나형을 선택한 여학생은 7 명이야.
A: 그럼 너희 반에서 수리 가형을 선택한 학생들 중 한 명을 뽑을 때, 그 학생이 여학생일 확률은 얼마일까?

이 대화에서 A의 마지막 질문에 대한 옳은 답은?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

26. 2005 교육청(3점)

그림과 같이 둘레의 길이가 3인 원을 삼등분하는 세 점 A, B, C가 있고, 각 점 위를 움직이는 말이 있다. 이 말은 한 개의 주사위를 던져 홀수의 눈이 나오면 시계방향으로 1 만큼 움직이고, 짝수의 눈이 나오면 그 수만큼 시계방향으로 움직인다. 예를 들면, 말이 A에서 출발할 때 주사위를 던져 3이 나오면 B로 움직이고, 다시 주사위를 던져 2가 나오면 B에서 A로 움직인다.



A에서 출발한 말이 주사위를 n번 던진 후 A, B, C에 있을 확률을 각각 p_n, q_n, r_n이라 하면 $p_{n+1}=a\,p_n+b\,q_n+c\,r_n$ 이 성립한다. 세 상수 a, b, c의 곱 abc의 값은?

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{27}$ ④ $\frac{1}{36}$ ⑤ $\frac{1}{54}$

27. 2007 교육청(3점)

$0, 1, 2, 3, \cdots, 9$의 정수가 각각 하나씩 적혀 있는 10장의 카드 중 임의로 꺼낸 한 장의 카드에 적힌 수를 a라 하고, 남은 9장의 카드 중 임의로 꺼낸 한 장의 카드에 적힌 수를 b라 하자. 이때 백의 자리의 수, 십의 자리의 수, 일의 자리의 수가 각각 5, a, b인 세 자리 자연수가 6의 배수가 될 확률은?

① $\frac{7}{45}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{14}{45}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

28. 2007 평가원(3점)

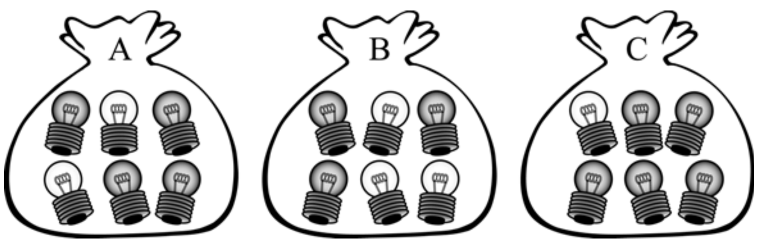
1부터 9까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 4개의 수를 선택하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 백의 자리의 수와 십의 자리의 수의 합이 짝수가 될 확률은?

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{9}$

④ $\frac{11}{18}$ ⑤ $\frac{13}{18}$

29. 2006 교육청(3점)

세 개의 주머니 A, B, C 에 모양과 크기가 같은 전구가 들어 있다. A 에는 노란 전구 2 개와 파란 전구 4 개, B 에는 노란 전구 3 개와 파란 전구 3 개, C 에는 노란 전구 1 개와 파란 전구 5 개가 들어 있다. 각 주머니에서 전구를 한 개씩 꺼냈더니 노란 전구가 두 개 나왔다고 한다. 이 때, A 에서 꺼낸 전구가 노란 전구일 확률은?



① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

30. 2010 평가원(3점)

어떤 시행에서 나올 수 있는 모든 결과의 집합을 S라 하자. S의 부분집합인 세 사건 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $A \cup B \cup C = S$
> (나) A, B, C 중 어느 두 사건도 동시에 일어나지 않는다.
> (다) $\mathrm{P}(A) = 2\mathrm{P}(B) = 4\mathrm{P}(C)$

S의 부분집합인 사건 D에 대하여 $\mathrm{P}(D|A) = \frac{1}{10}$, $\mathrm{P}(D|B) = \frac{1}{5}$, $\mathrm{P}(D|C) = \frac{3}{10}$일 때, $\mathrm{P}(D)$의 값은?

① $\frac{9}{70}$ ② $\frac{11}{70}$ ③ $\frac{13}{70}$

④ $\frac{3}{14}$ ⑤ $\frac{17}{70}$

31. 2007 교육청(3점)

주머니에 흰 공 2개, 검은 공 2개가 들어 있다. 공을 1개 뽑아 흰 공이면 주머니에 넣지 않고 검은 공이면 다시 넣는 과정을 반복한다. 3회 시행 후 처음으로 주머니에 검은 공만 남아 있을 확률은?

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{5}{36}$

④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{7}{36}$

32. 2004 교육청(3점)

어느 학교에서 수학 여행지를 결정하기 위해 A반 25명, B반 22명의 학생을 대상으로 경주, 설악산 중 반드시 한 곳만을 선택하도록 하는 설문조사를 실시하였다. 그 결과 A반에서는 경주 10명, 설악산 15명인 반면, B반에서는 경주 12명, 설악산 10명으로 조사되었다. A, B 두 학급 학생들 중에서 임의로 뽑힌 한 명의 학생이 설악산을 선택한 학생일 때, 그 학생이 B반 학생일 확률은?

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$
④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

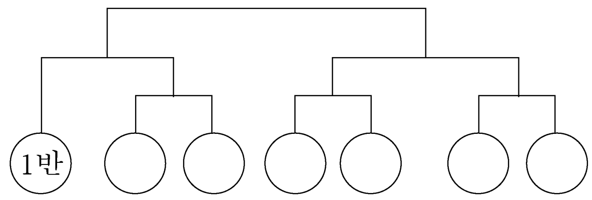
33. 2007 평가원(3점)

학생 9명의 혈액형을 조사하였더니 A형, B형, O형인 학생이 각각 2명, 3명, 4명이었다. 이 9명의 학생 중에서 임의로 2명을 뽑을 때, 혈액형이 같을 확률은?

① $\frac{13}{36}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{11}{36}$
④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

34. 2006 평가원(3점)

3학년에 7개의 반이 있는 어느 고등학교에서 토너먼트 방식으로 축구 시합을 하려고 하는데 이미 1반은 부전승으로 결정되어 있다. 다음과 같은 형태의 대진표를 만들어 시합을 할 때, 1반과 2반이 축구 시합을 할 확률은? (단, 각 반이 시합에서 이길 확률은 모두 $\frac{1}{2}$이고, 기권하는 반은 없다고 한다.)



① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

35. 2009 교육청(3점)

흰 공 5개와 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 1개씩 공을 꺼내는 시행을 반복하여 검은 공 3개가 모두 나오면 이 시행을 멈추기로 할 때, 5번 이상 공을 꺼낼 확률은 p이다. $70p$의 값을 구하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

36. 2004 교육청(3점)

갑, 을, 병 세 사람이 갑, 을, 병의 순서로 주사위를 던져서 가장 먼저 3의 눈이 나오는 사람이 승자가 되는 게임을 하고자 한다. 갑이 먼저 시작하여 3의 눈이 나올 때까지 주사위를 던진다고 할 때, 을이 승자가 될 확률은? (단, 주사위의 각 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$이다.)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{36}$ ③ $\frac{30}{91}$
④ $\frac{75}{154}$ ⑤ $\frac{25}{216}$

37. 2005 평가원(3점)

2 개의 당첨제비가 포함되어 있는 10 개의 제비 중에서 임의로 3 개의 제비를 동시에 뽑을 때, 적어도 한 개가 당첨제비일 확률은?

① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

38. 2009 교육청(3점)

두 사건 A, B가 다음 조건을 만족시킬 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은?

(가) $\mathrm{P}(A \cup B) = 0.6$
(나) $\mathrm{P}(A)\{1 - \mathrm{P}(B|A)\} = 0.2$

① 0.1 ② 0.2 ③ 0.3
④ 0.4 ⑤ 0.5

39. 2004 교육청(3점)

다음은 두 사람의 대화 내용의 일부분이다.

A : 당신의 자녀는 몇 명입니까?
B : 세 명입니다.
A : 그러면 첫째 자녀가 딸입니까?
B : 예! 그렇습니다.

위의 대화 내용에서 B의 자녀 세 명 모두가 딸일 확률은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 1

40. 2004 교육청(3점)

다음은 남학생 20명, 여학생 15명으로 이루어진 어느 학급에서 동생이 있는지 없는지를 조사한 후 그 결과를 표로 나타낸 것이다.

학생 \ 동생	있다	없다	합계
남학생	5	15	20
여학생	8	7	15
합계	13	22	35

이 학급에서 임의로 남학생 한 명을 뽑을 때, 그 학생에게 동생이 있을 확률은?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{13}$
④ $\frac{13}{35}$ ⑤ $\frac{22}{35}$

41. 2009 평가원(3점)

두 사건 A, B에 대하여 $P(A)=P(B/A)=\frac{2}{3}$일 때, $P(A \cap B)$의 값은?

① $\frac{5}{18}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{7}{18}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

42. 2009 교육청(3점)

서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{2}{3}$일 때, $\mathrm{P}(B^C)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.)

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

43. 2009 교육청(3점)

세 사건 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

[조 건]

(가) $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{1}{12}$

(나) 두 사건 A, B는 서로 독립이다.

(다) 사건 $A\cup B$와 사건 C는 서로 배반이다.

이때, 확률 $\mathrm{P}(A\cup B\cup C)$ 의 값은?

① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

44. 2008 교육청(3점)

서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(A\cap B^C)=\frac{1}{2}$일 때, $\mathrm{P}(A\cap B)$ 의 값은?

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{15}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

45. 2008 평가원(3점)

두 사건 A, B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^{\mathrm{C}})=\frac{1}{5},\ \mathrm{P}(\mathrm{A}^{\mathrm{C}}\cap\mathrm{B})=\frac{1}{4}$$

일 때, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.)

① $\frac{9}{20}$ ② $\frac{11}{20}$ ③ $\frac{13}{20}$ ④ $\frac{17}{20}$ ⑤ $\frac{19}{20}$

46. 2008 교육청(3점)

서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A|B) = \mathrm{P}(B|A) = \frac{3}{4}$$

이 성립할 때, $\mathrm{P}(A \cup B)$의 값은?

① $\frac{15}{16}$ ② $\frac{13}{16}$ ③ $\frac{11}{16}$
④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

47. 2005 평가원(3점)

두 사건 A와 B가 독립이고 $P(B) = \frac{3}{5}$,

$P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ 일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{11}{15}$ ③ $\frac{4}{5}$
④ $\frac{13}{15}$ ⑤ $\frac{14}{15}$

48. 2005 평가원(3점)

서로 독립인 두 사건 A와 B에 대하여 갑은 두 사건이 서로 독립이라고 생각하여 $P(A \cup B) = 0.7$ 의 값을 얻었고, 을은 두 사건이 서로 배반이라고 잘못 생각하여
$P(A \cup B) = 0.9$ 의 값을 얻었다. $|P(A) - P(B)|$ 의 값은?

① 0.1 ② 0.2 ③ 0.3
④ 0.4 ⑤ 0.5

49. 2007 교육청(3점)

공사건이 아닌 두 사건 A, B가 서로 독립일 때, 확률의 성질에 대한 설명으로 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면?

[보 기]

ㄱ. $\mathrm{P}(A^C | B) = 1 - \mathrm{P}(A)$
ㄴ. $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$
ㄷ. $\mathrm{P}(B) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B) + \mathrm{P}(A^C) \cdot \mathrm{P}(B)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

50. 2007 평가원(3점)

서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P(A)} = \frac{1}{3}$,

$\mathrm{P(A \cup B)} = \frac{4}{5}$일 때, $\mathrm{P(B^c)}$의 값은? (단, B^c은 B의 여사건이다.)

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

51. 2006 평가원(3점)

두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P(A \cap B)} = \frac{1}{9}, \mathrm{P(B|A)} = \frac{1}{2}$ 일 때, $\mathrm{P(A)}$의 값은?

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$
④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

52. 2008 평가원(3점)

두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=\frac{5}{8}$, $\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{1}{4}$일 때, $\mathrm{P}(\mathrm{A}|\mathrm{B}^{C})$의 값은? (단, B^{C}는 B의 여사건이다.)

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{1}{5}$　⑤ $\frac{1}{6}$

53. 2010 평가원(3점)

두 사건 A와 B는 서로 독립이고, $P(A)=P(B)$, $P(A)+P(B)=\frac{2}{3}$일 때, $P(A\cap B)$의 값은?

① $\frac{1}{15}$　② $\frac{1}{12}$　③ $\frac{1}{9}$　④ $\frac{1}{6}$　⑤ $\frac{1}{3}$

54. 2010 교육청(3점)

$\sum_{k=0}^{5}{}_{5}\mathrm{C}_{k}\left(\frac{3}{8}\right)^{k}\left(\frac{13}{8}\right)^{5-k}$ 의 값을 구하시오.

55. 2009 평가원(3점)

어느 공항에는 A, B 두 대의 검색대만 있으며, 비행기 탑승 전에는 반드시 공항 검색대를 통과하여야 한다.

남학생 7명, 여학생 7명이 모두 A, B 검색대를 통과하였는데, A 검색대를 통과한 남학생은 4명, B 검색대를 통과한 남학생은 3명이다. 여학생 중에서 한 학생을 임의로 선택할 때, 이 학생이 A 검색대를 통과한 여학생일 확률을 p라 하자. B 검색대를 통과한 학생 중에서 한 학생을 임으로 선택할 때, 이 학생이 남학생일 확률을 q라 하자.

$p=q$일 때, A 검색대를 통과한 여학생은 모두 몇 명인가? (단, 두 검색대를 모두 통과한 학생은 없으며, 각 검색대로 적어도 1명의 여학생이 통과하였다.)

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

56. 2010 교육청(3점)

$1, 2, 3, 4, 5, 6$의 숫자가 하나씩 적힌 6개의 주머니에 가가 6개의 공이 들어 있다. 각 주머니에 들어 있는 흰 공의 개수는 주머니에 적힌 숫자와 같다. 6개의 주머니 중에서 임의로 하나를 택하여 한 개의 공을 꺼낸다. 꺼낸 공이 흰 공일 때, 이 공이 짝수가 적힌 주머니에서 나왔을 확률은?

① $\frac{5}{14}$　② $\frac{3}{7}$　③ $\frac{1}{2}$　④ $\frac{4}{7}$　⑤ $\frac{9}{14}$

57. 2008 평가원(3점)

어느 산악회 전체 회원의 60%가 남성이다. 이 산악회에서 남성의 50%가 기혼이고 여성의 40%가 기혼이다. 이 산악회의 회원 중에서 임의로 뽑은 한 명이 기혼일 때, 이 회원이 여성일 확률은?

① $\frac{6}{23}$　② $\frac{8}{23}$　③ $\frac{10}{23}$　④ $\frac{12}{23}$　⑤ $\frac{14}{23}$

58. 2008 교육청(3점)

최근에 상품을 개발한 어느 회사에서 상품에 대한 평가단으로 남자 300명, 여자 200명을 선정하였다. 이 평가단이 상품에 대한 평가를 한 결과 남자 중에서 60%, 여자 중에서 50%가 긍정적인 평가를 하였다. 상품 평가단 500명 중에서 임의로 선택한 사람이 상품에 대해 긍정적인 평가를 하였을 때, 이 사람이 남자일 확률은?

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$

④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

59. 2009 교육청(3점)

어느 공장에서 세 개의 생산라인 A, B, C는 각각 전체 제품 생산량의 50%, 30%, 20%를 생산하고, 그 중 각각 1%, 3%, 2%는 불량품이라고 한다. 어떤 제품이 불량품일 때, 이 제품이 A라인에서 생산되었을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

60. 2005 교육청(3점)

3학년 전체 학생에 대한 남학생의 비율이 48%인 어느 고등학교에서 이들 학생을 대상으로 수시모집 응시 여부를 조사하였다. 그 결과 응시를 희망한 남학생은 3학년 전체 학생의 30%가 되었다. 이 때, 이 학교 3학년 전체 학생 중에서 임의로 한 학생을 뽑았더니, 남학생이었다. 이 학생이 수시모집 응시에 희망했을 확률은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{8}$

④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{3}{16}$

61. 2008 평가원(3점)

다음은 어느 고등학교 학생 1000명을 대상으로 혈액형을 조사한 표이다.

남학생 (단위: 명)

	A형	B형	AB형	O형
Rh^+형	203	150	71	159
Rh^-형	7	6	1	3

여학생 (단위: 명)

	A형	B형	AB형	O형
Rh^+형	150	80	40	115
Rh^-형	6	4	0	5

이 1000명의 학생 중에서 임의로 선택한 한 학생의 혈액형이 B형일 때, 이 학생이 Rh^+형의 남학생일 확률은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

62. 2005 평가원(3점)

어느 고등학교에서 선택과목별로 반 편성을 하려고 한다. A, B과목 중 한 과목과 C, D과목 중 한 과목을 반드시 선택하도록 하여 희망 과목을 조사하였더니 표와 같았다. D과목을 희망한 학생 중 임의로 1명을 뽑을 때, 그 학생이 A과목을 희망한 학생일 확률은?

과목	A	B	계
C	24	20	44
D	30	26	56
계	54	46	100

① $\frac{5}{11}$ ② $\frac{6}{11}$ ③ $\frac{13}{28}$

④ $\frac{15}{28}$ ⑤ $\frac{27}{50}$

63. 2007 교육청(3점)

갑, 을, 병 세 사람이 시장 선거에 출마하였다. 갑, 을, 병 세 사람이 당선될 확률이 각각 $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$이고, 당선되었을 때 버스 노선을 개편할 확률은 각각 $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{5}$이다. 선거가 끝난 후 버스 노선이 개편될 확률은?

① 0.23 ② 0.24 ③ 0.37
④ 0.40 ⑤ 0.45

64. 2009 교육청(3점)

주머니 속에 8개의 공이 들어 있다. 이 중 k개는 흰 공이고, 나머지는 검은 공이다. 흰 공에는 1부터 k까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있고, 검은 공에는 $k+1$부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있다. 이 주머니에서 임의로 하나의 공을 꺼낼 때, 흰 공이 나오는 사건을 A라 하고, 홀수가 적힌 공이 나오는 사건을 B라 하자. 두 사건 A, B가 서로 독립이 되도록 자연수 k의 값을 정할 때, 모든 k의 값의 합을 구하시오. (단, $1 \leq k \leq 7$이다.)

65. 2007 교육청(3점)

1 부터 10 까지 자연수가 각각 하나씩 적힌 10 장의 카드 중에서 임의로 한 장을 뽑을 때, n 의 배수가 적힌 카드를 뽑는 사건을 A_n이라 하자. 이때 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. A_3과 A_4는 서로 배반사건이다.

ㄴ. $\mathrm{P}(A_4 | A_2) = \frac{1}{5}$

ㄷ. A_2와 A_5는 서로 독립이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

66. 2008 교육청(3점)

진서와 윤서는 각각 주사위를 한 개씩 한 번만 던져서 더 큰 수의 눈이 나온 사람이 이기고, 같은 수의 눈이 나오면 비기는 것으로 하였다. 진서가 던진 주사위가 홀수인 눈이 나왔을 때, 진서가 이길 확률은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

67. 2008 교육청(3점)

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 두 눈의 수의 곱이 짝수일 때, 나온 두 눈의 수의 합이 6 또는 8일 확률은?

① $\frac{2}{27}$ ② $\frac{5}{27}$ ③ $\frac{8}{27}$
④ $\frac{11}{27}$ ⑤ $\frac{14}{27}$

68. 2008 교육청(3점)

한 개의 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a, 두 번째 나온 눈의 수를 b라 하자. 이 때, 일차방정식 $ax-b=0$이 2 이상의 해를 가질 확률은?

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

69. 2008 교육청(3점)

한 개의 주사위를 5 번 던질 때, 소수가 3 번 나올 확률은?

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

70. 2008 평가원(3점)

1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10개의 공이 주머니에 들어있다. 이 주머니에서 철수, 영희, 은지 순서로 공을 임의로 한 개씩 꺼내기로 하였다. 철수가 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 6일 때, 남은 두 사람이 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 하나는
 6보다 크고 다른 하나는 6보다 작을 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

71. 2008 교육청(3점)

집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에서 A로의 일대일 대응 중에서 한 개를 선택할 때, 자기 자신으로 대응되는 원소가 3개인 함수일 확률은?

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

72. 2006 교육청(3점)

1 회의 시행에서 어떤 사건 A 가 일어날 확률을 $\frac{1}{3}$ 이라고 하자. 10 회의 독립시행에서 사건 A 가 r 회 일어날 확률을 $\mathrm{P}(r)$ 라고 할때, $\frac{\mathrm{P}(2)}{\mathrm{P}(9)}$ 의 값을 구하시오.

73. 2005 교육청(3점)

어떤 음료 회사는 사은행사로 음료수를 구입할 때 경품을 주기로 하고, ‘컵 1 개’, ‘컵 2 개’, ‘다음 기회에’ 중 하나의 문구를 병뚜껑의 안쪽에 써 넣었다. 이 때, ‘컵 1 개’가 나올 확률은 $\frac{p}{10}$, ‘컵 2 개’가 나올 확률은 $\frac{p}{100}$, ‘다음 기회에’가 나올 확률은 p 이다. 이와 같은 행사에서 음료수 3 병을 구입하였을 때, 경품으로 3 개의 컵을 받을 확률은? (단, ‘다음 기회에’는 경품이 없음을 뜻한다.)

① $\frac{3}{1000}p^3$ ② $\frac{7}{1000}p^3$ ③ $\frac{9}{1000}p^3$
④ $\frac{11}{1000}p^3$ ⑤ $\frac{13}{1000}p^3$

74. 2005 평가원(4점)

네 학생 A, B, C, D가 각각 자신의 수학 교과서를 한 권씩 꺼내어 4 권을 섞어 놓고, 한 권씩 임의로 선택하기로 하였다. D가 먼저 A 의 교과서를 선택하였을 때, 나머지 세 학생이 아무도 자신의 교과서를 선택하지 못할 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $10(p+q)$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

75. 2007 평가원(4점)

○표가 있는 4개의 제비와 ×표가 있는 4개의 제비가 있다. 이 8개의 제비 중에서 4개를 뽑았을 때, ○표가 있는 제비가 3개 이상이 나오거나 4개 모두 ×표인 제비가 나올 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

76. 2010 교육청(4점)

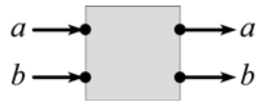
빨간색 공 1개, 노란색 공 2개, 파란색 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 색깔을 확인한 후, 그 공을 주머니에 다시 넣는다. 이 시행을 6번 할 때, 빨간색 공 1번, 노란색 공 2번, 파란색 공 3번이 뽑힐 확률은? (단, 모든 공의 크기와 모양은 같다.)

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{5}{36}$

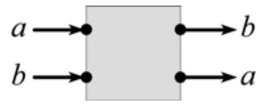
④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{7}{36}$

77. 2007 교육청(4점)

그림은 왼쪽의 입력 신호 a, b를 오른쪽으로 전달하여 신호를 출력하는 장치를 나타낸 것이다. 이 장치가 [그림1]과 같이 출력할 확률은 $\frac{1}{3}$이고, [그림2]와 같이 출력할 확률은 $\frac{2}{3}$이다.

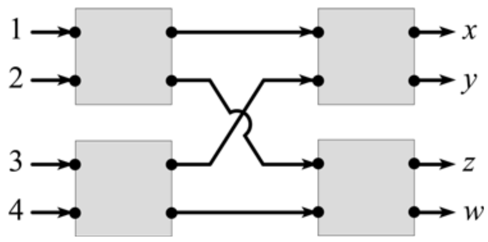


[그림1]



[그림2]

이 장치 4개를 아래 그림과 같이 연결하고, 입력신호를 1, 2, 3, 4로 하였을 때의 출력신호를 x, y, z, w라 하자. 이때, $y=3$ 또는 $z=1$일 확률은? (단, 각 장치들은 독립적으로 작동한다.)

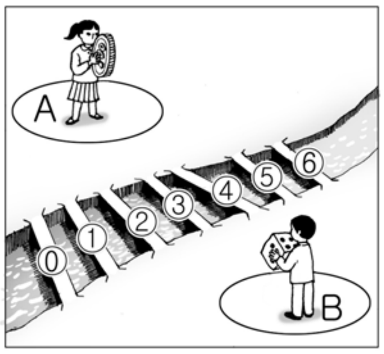


① $\frac{22}{81}$ ② $\frac{23}{81}$ ③ $\frac{25}{81}$

④ $\frac{26}{81}$ ⑤ $\frac{29}{81}$

78. 2004 교육청(4점)

그림과 같이 강을 사이에 두고 있는 두 지역 A, B 가 $0 \sim 6$까지의 번호가 붙여져 있는 7개의 다리로 연결되어 있다. 지수는 동전 6개를 던져 나오는 앞면의 개수가 n이면 번호가 n 인 다리를 건너고, 상우는 1부터 6까지 쓰여진 주사위 한 개를 던져 나오는 수가 m이면 번호가 m 인 다리를 건너기로 하였다.



지수는 A에서 B로, 상우는 B에서 A로 가기로 할 때, 지수와 상우가 같은 다리를 건너게 될 확률은?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{21}{128}$ ③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{23}{128}$ ⑤ $\frac{25}{128}$

79. 2006 교육청(4점)

어느 스포츠용품점에서는 운동화를 사는 고객에게 양말 또는 장갑 중 한 켤레를, 등산화를 사는 고객에게 양말과 장갑을 모두 한 켤레씩 사은품으로 주는 행사를 하였다. 다음 표는 이 행사 기간에 판매한 신발의 수와 지급한 사은품의 수를 나타낸 것이다.

<판매한 신발의 수>

(단위 : 켤레)

운동화	등산화
350	250

<지급한 사은품의 수>

(단위 : 켤레)

양말	장갑
400	450

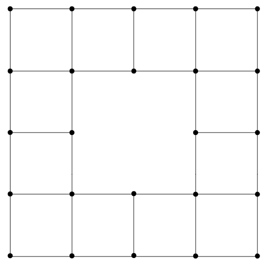
양말을 사은품으로 받은 고객이 운동화를 산 고객일 확률은? (단, 두 켤레 이상의 신발을 구입한 고객은 없다.)

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{7}$

④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

80. 2005 평가원(4점)

한 변의 길이가 1 인 정사각형 12 개를 그림과 같이 배치하여 나타나는 24 개의 점들 중 임의의 2 개의 점을 선택하여 선분을 만들 때, 선분의 길이가 $\sqrt{10}$ 일 확률은?



① $\frac{2}{69}$ ② $\frac{4}{69}$ ③ $\frac{2}{23}$

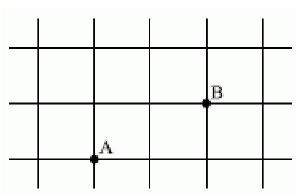
④ $\frac{8}{69}$ ⑤ $\frac{10}{69}$

81. 2005 교육청(4점)

그림과 같은 도로망에서 동점 P는 주사위를 한 번 던질 때마다 다음 규칙에 따라 움직인다.

- ○ 3 이하의 눈이 나오면 오른쪽으로 1 칸 이동한다.
- ○ 4 또는 5 의 눈이 나오면 왼쪽으로 1 칸 이동한다.
- ○ 6 의 눈이 나오면 위쪽으로 1 칸 이동한다.

한 개의 주사위를 5 번 던질 때, A 지점에 있는 동점 P가 B 지점에 있게 될 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)



82. 2007 교육청(4점)

세 집합 $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{4, 5, 6\}$, $C=\{7, 8, 9\}$가 있다. 각 집합에서 원소를 한 개씩 뽑았을 때, 나온 세 수의 곱이 3의 배수가 될 확률은?

① $\frac{11}{27}$ ② $\frac{13}{27}$ ③ $\frac{5}{9}$
④ $\frac{17}{27}$ ⑤ $\frac{19}{27}$

83. 2010 교육청(4점)

두 사건 A, B가 서로 독립이고, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4}$일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)=k-\frac{1}{4}$이 되도록 하는 실수 k의 최솟값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ $\frac{7}{8}$ ⑤ 1

84. 2006 평가원(4점)

9개의 수 2^1, 2^2, 2^3, $\cdots$, 2^9이 오른쪽 표와 같이 배열되어 있다. 각 행에서 한 개씩 임의로 선택한 세 수의 곱을 3으로 나눈 나머지가 1이 될 확률은?

2^1	2^2	2^3
2^4	2^5	2^6
2^7	2^8	2^9

① $\frac{10}{27}$ ② $\frac{4}{9}$
③ $\frac{14}{27}$ ④ $\frac{16}{27}$
⑤ $\frac{2}{3}$

85. 2006 교육청(4점)

집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$가 있다. A의 부분집합 중에서 임의로 서로 다른 두 집합을 택하였을 때, 한 집합이 다른 집합의 부분집합이 될 확률은?

① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{11}{20}$
④ $\frac{13}{24}$ ⑤ $\frac{15}{28}$

86. 2009 교육청(4점)

한 개의 동전을 한 번 던지는 시행을 5번 반복한다. 각 시행에서 나온 결과에 대하여 다음 규칙에 따라 표를 작성한다.

(가) 첫 번째 시행에서 앞면이 나오면 △, 뒷면이 나오면 ○를 표시한다.
(나) 두 번째 시행부터
  (1) 뒷면이 나오면 ○를 표시하고,
  (2) 앞면이 나왔을 때, 바로 이전 시행의 결과가 앞면이면 ○, 뒷면이면 △를 표시한다.

예를 들어 동전을 5번 던져 '앞면, 뒷면, 앞면, 앞면, 뒷면'이 나오면 다음과 같이 표가 작성된다.

시행	1	2	3	4	5
표시	△	○	△	○	○

한 개의 동전을 5번 던질 때 작성되는 표에 표시된 △의 개수를 확률변수 x라 하자. $\mathrm{P}(\mathrm{X}=2)$의 값은?

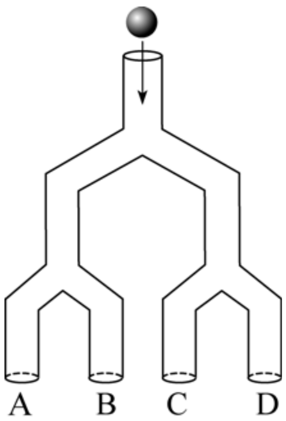
① $\frac{13}{32}$ ② $\frac{15}{32}$ ③ $\frac{17}{31}$
④ $\frac{19}{32}$ ⑤ $\frac{21}{32}$

87. 2006 교육청(4점)

A, B, C, D 4개의 축구팀이 있다. 이들은 각각 다른 모든 팀과 1경기씩을 치르게 되고, 각각의 팀이 경기에서 이길 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다. 경기에서 모두 이기거나, 경기에서 모두 진 팀이 생길 확률을 $\frac{n}{m}$ (m, n은 서로소인 자연수)이라 할 때, $m+n$의 값을 구하시오. (단, 비기는 경기는 없다.)

88. 2006 교육청(4점)

오른쪽 그림은 어떤 오락기를 단순화하여 그린 것이다. 이 오락기는 입구에 공을 넣으면 A, B, C, D 중 어느 한 곳을 지나면서 그 위치의 꺼져 있는 전등은 켜지고, 켜져 있는 전등은 꺼지도록 되어 있다. 예를 들어 전구가 모두 꺼진 상태에서 공을 두 번 넣어 두 번 모두 A를 지나면 A위치의 전등은 켜졌다 꺼지고, 각각 A, B를 지나면 A, B 두 위치에 있는 전등은 모두 켜지게 된다. 이와 같이 공이 지날 때마다 전등이 켜지거나 꺼지기를 반복하다가 A, B, C, D 네 곳 모두 전등이 켜지면 게임은 끝난다. 여섯 번째 공을 넣었을 때 이 게임이 끝나게 될 확률을 $\frac{a}{b}$ (a, b는 서로소인 자연수)라고 하자. 이때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, 처음 상태는 전등이 모두 꺼져 있으며, 갈림길에서 양쪽 방향으로 공이 지나갈 확률은 서로 같다.)



89. 2008 교육청(4점)

주사위를 5번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 라 하자.
$(a_1-a_2)(a_2-a_3)(a_3-a_4)(a_4-a_5)\neq 0$일 때, $(a_1-a_3)(a_3-a_5)\neq 0$일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.(단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

90. 2008 평가원(4점)

A, B, C 세 명이 이 순서대로 주사위를 한 번씩 던져 가장 큰 눈의 수가 나온 사람이 우승하는 규칙으로 게임을 한다. 이때 가장 큰 눈의 수가 나온 사람이 두 명 이상이면 그 사람들끼리 다시 주사위를 던지는 방식으로 게임을 계속하여 우승자를 가린다. A가 처음 던진 주사위의 눈의 수가 3일 때, C가 한 번만 주사위를 던지고 우승할 확률은?

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

91. 2010 평가원(4점)

주머니 안에 스티커가 1개, 2개, 3개 붙어 있는 카드가 각각 1장씩 들어 있다. 주머니에서 임의로 카드 1장을 꺼내어 스티커 1개를 더 붙인 후 다시 주머니에 넣는 시행을 반복한다. 주머니 안의 각 카드에 붙어 있는 스티커의 개수를 3으로 나눈 나머지가 모두 같아지는 사건을 A라 하자. 시행을 6번 하였을 때, 1회부터 5회까지는 사건 A가 일어나지 않고, 6회에서 사건 A가 일어날 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

92. 2010 평가원(4점)

어느 여객선의 좌석이 A구역에 2개, B구역에 1개, C구역에 1개 남아 있다. 남아 있는 좌석을 남자 승객 2명과 여자 승객 2명에게 임의로 배정할 때, 남자 승객 2명이 모두 A구역에 배정될 확률을 p라 하자. $120p$의 값을 구하시오.

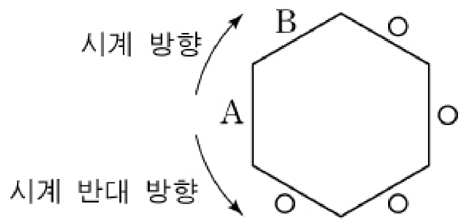
93. 2010 교육청(4점)

다섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4를 중복 사용하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수를 $a_1\,a_2\,a_3\,a_4$라 한다. 예를 들면, 1230인 경우 $a_1=1$, $a_2=2$, $a_3=3$, $a_4=0$이다. 이와 같이 네 자리 자연수 $a_1\,a_2\,a_3\,a_4$가 $a_1<a_2<a_3$, $a_3>a_4$를 만족할 확률은 $\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

94. 2010 평가원(4점)

A, B를 포함한 6명이 정육각형 모양의 탁자에 그림과 같이 둘러 앉아 주사위 한 개를 사용하여 다음 규칙을 따르는 시행을 한다.

주사위를 가진 사람이 주사위를 던져 나온 눈의 수가 3의 배수이면 시계 방향으로, 3의 배수가 아니면 시계 반대 방향으로 이웃한 사람에게 주사위를 준다.



A부터 시작하여 이 시행을 5번 한 후 B가 주사위를 가지고 있을 확률은?

① $\dfrac{4}{27}$ ② $\dfrac{2}{9}$ ③ $\dfrac{8}{27}$

④ $\dfrac{10}{27}$ ⑤ $\dfrac{4}{9}$

95. 2010 평가원(4점)

어느 지역에서 발생한 식중독과 음식 A의 연관성을 알아보기 위해 300명을 조사하여 다음 결과를 얻었다.

(단위: 명)

	식중독에 걸린 사람	식중독에 걸리지 않은 사람	합계
A를 먹은 사람	22	28	50
A를 먹지 않은 사람	24	226	250
합계	46	254	300

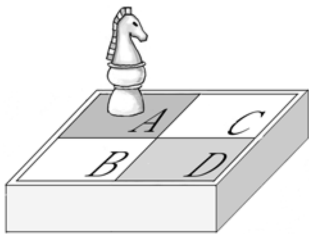
조사 대상 300명 중에서 임의로 선택된 사람이 A르 ㄹ먹은 사람일 때 이 사라이 식중독에 걸렸을 확률을 p_1, A를 먹지 않은 사람일 때 이 사람이 식중독에 걸렸을 확률을 p_2라고 하자. $\dfrac{p_1}{p_2}$의 값은?

① $\dfrac{11}{3}$ ② $\dfrac{25}{6}$ ③ $\dfrac{55}{12}$

④ $\dfrac{21}{4}$ ⑤ $\dfrac{35}{6}$

96. 2010 교육청(4점)

그림과 같은 말과 말판이 있다. 말은 한 번에 한 칸씩 인접한 칸으로 움직이는 데 인접한 각 칸으로 이동할 확률은 모두 $\frac{1}{2}$이다. 예를 들어 A에 있던 말이 A와 인접한 칸인 B, C로 이동할 확률은 각각 $\frac{1}{2}$이다. 최초 A에 있던 말이 n번 이동하여 처음으로 D에 도착할 확률을 P_n이라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[보 기]

ㄱ. $P_2 = \frac{1}{2}$

ㄴ. $P_{2n+2} = \frac{1}{2^{2n}}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{10} P_k = \frac{1023}{1024}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

97. 2008 교육청(4점)

집합 $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 16\}$에서 선택한 임의의 두 수 m, n에 대하여 $3^m + 8^n$의 일의 자리의 숫자가 3일 확률이 $\frac{b}{a}$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로소인 자연수)

98. 2008 교육청(4점)

집합 X를

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \middle|\ a,\ b,\ c,\ d\text{는 3 이하의 자연수} \right\}$$

라 하자. 집합 X에서 임의로 하나의 행렬을 선택할 때, 그 행렬이 역행렬을 가질 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

99. 2008 교육청(4점)

자연수 24의 양의 약수들 중 서로 다른 세 수를 택했을 때, 그 합이 3의 배수일 확률은?

① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{9}{14}$

100. 2009 교육청(4점)

5 이하의 자연수 중에서 중복을 허락하여 차례대로 뽑은 수 $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5$를 각각 xy평면 위의 점
$(1,\ a_1)$, $(2,\ a_2)$, $(3,\ a_3)$, $(4,\ a_4)$, $(5,\ a_5)$
에 대응시키는 시행을 한다.
이때, 대응된 5개의 점 $(k,\ a_k)$ $(k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$가 모두 영역 $\begin{cases} y < x+1 \\ y > \log x \end{cases}$에 속할 확률은 $\frac{b}{a}$이다. 이때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로소인 자연수이다.)

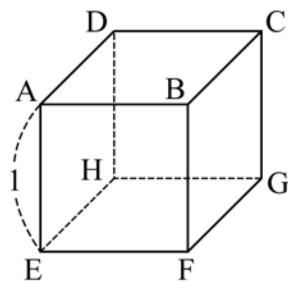
101. 2009 교육청(4점)

주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 m, n이라 하고 $x^3=1$의 한 허근을 ω라 하자.

$\omega^m+\omega^n+1$이 실수가 될 확률이 $\frac{b}{a}$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로소인 자연수이다.)

102. 2008 교육청(4점)

한 모서리의 길이가 1인 정육면체 ABCD－EFGH 위에 동점 P가 있다. 점 P는 한 번 이동할 때마다 한 꼭짓점에서 그 꼭짓점과 이웃한 세 꼭짓점 중 임의의 한 점으로 이동한다. 예를 들어 점 P가 점 A에서 이동할 때는 세 점 B, D, E 중 한 점으로 이동하고, 이 세 꼭짓점으로 이동할 확률은 각각 $\frac{1}{3}$이다.이와 같은 방법으로 점 P가 점 A에서 출발하여 세 번 이동할 때, 두 점 A, P 사이의 거리가 1일 확률은?



① $\frac{7}{9}$ ② $\frac{22}{27}$ ③ $\frac{23}{27}$
④ $\frac{8}{9}$ ⑤ $\frac{25}{27}$

103. 2009 교육청(4점)

보리, 팥, 수수, 조, 콩의 다섯 가지 잡곡 중 한 가지 이상의 잡곡과 쌀을 섞어서 모든 종류의 잡곡밥을 지었다. 이 중 임의로 하나의 잡곡밥을 선택할 때 2가지 잡곡만 들어간 잡곡밥을 선택할 확률은 $\frac{q}{p}$이다. 서로소인 두 자연수 p, q의 합 $p+q$의 값을 구하시오. (단, 각 잡곡밥을 선택할 확률은 모두 같고 잡곡이 섞인 비율은 무시한다.)

104. 2007 평가원(4점)

검은 공 3개, 흰 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 꺼내어 색을 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 반복할 때, 흰 공 2개가 나올 때까지의 시행 횟수를 X라 하면 $\mathrm{P}(X>3)=\frac{\mathrm{q}}{\mathrm{p}}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

105. 2005 평가원(4점)

세 명의 양궁 선수가 화살을 한 번 쏘아 10점 과녁에 맞힐 확률이 각각 $\frac{4}{5}$, p, $\frac{2}{5}$이다. 적어도 한 사람이 10점 과녁에 맞힐 확률이 $\frac{119}{125}$일 때, p의 값은?

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{7}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

106. 2008 평가원(4점)

집합 $X=\{1, 2, 3\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4\}$, $Z=\{0, 1\}$에 대하여 조건 (가)를 만족시키는 모든 함수 $f : X \to Y$ 중에서 임의로 하나를 선택하고, 조건 (나)를 만족시키는 모든 함수 $g : Y \to Z$ 중에서 임의로 하나를 선택하여 합성함수 $g \circ f : X \to Z$를 만들 때, 이 합성함수의 치역이 Z일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

(가) X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$이다.
(나) g의 치역은 Z이다.

107. 2007 교육청(4점)

서로 독립인 세 사건 A, B, C에 대하여 <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\mathrm{P}(A \cup B \cup C) = \mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(C)$
ㄴ. $\mathrm{P}(A \cap B \cap C) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C)$
ㄷ. 사건 A와 $B \cup C$도 독립이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

108. 2005 평가원(4점)

어느 회사의 전체 직원은 기혼남성 6명, 미혼남성 20명, 기혼여성 36명, 미혼여성 x명이다. 이 회사에서 직원 중 한 사람을 선택하여 선물을 주기로 하였다. 선택된 직원이 남성인 경우를 사건 A라 하고, 미혼인 경우를 사건 B라 하자. 두 사건 A와 B가 서로 독립일 때, x의 값을 구하시오. (단, 각 직원이 선택될 확률은 같다고 가정한다.)

109. 2005 교육청(4점)

어느 도시에서 야간에 뺑소니 사건이 일어났다. 이 도시 전체 차량의 80%는 자가용이고, 20%는 영업용이다. 그런데 한 목격자가 뺑소니 차량을 자가용이라고 증언하였다. 이 증언의 타당성을 알아보기 위해 사고와 동일한 상황에서 그 목격자가 자가용 차량과 영업용 차량을 구별 할 수 있는 능력을 측정해본 결과 바르게 구별할 확률이 90%이었다. 그렇다면 목격자가 본 뺑소니 차량이 실제로 자가용일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. 이때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이고, 모든 차량이 뺑소니 사건을 일으킬 가능성은 같다고 가정한다.)

110. 2005 평가원(4점)

어느 과일 가게에서는 사과를 3 개씩 묶어 사과의 총 무게가 $850g$ 이상이면 1 등급, $850g$ 미만이면 2 등급으로 분류하여 판매한다. 무게 $300g$ 인 사과 4 개와 $250g$ 인 사과 2 개 중에서 임의로 3 개씩 선택하여 2 개의 묶음으로 만들었다. 하나의 묶음이 1 등급으로 분류되었을 때, 다른 묶음도 1 등급일 확률은?

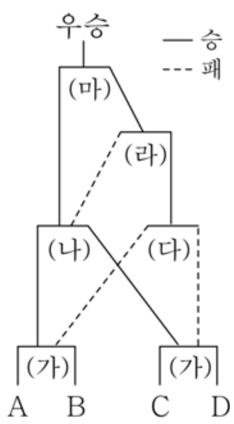
① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

111. 2009 교육청(4점)

4 개의 야구팀 A , B , C , D 가 다음과 같은 방법으로 우승팀을 결정하기로 하였다.

(가) A 팀과 B 팀이 경기를 하고, C 팀과 D 팀이 경기를 한다.
(나) (가)에서 이긴 팀끼리 경기를 한다.
(다) (가)에서 진 팀끼리 경기를 한다.
(라) (나)에서 진 팀과 (다)에서 이긴 팀이 경기를 한다.
(마) (나)에서 이긴 팀과 (라)에서 이긴 팀이 경기를 한다.
(바) (마)에서 이긴 팀이 우승팀이 된다.



매 경기에서 각 팀이 이길 확률은 모두 $\frac{1}{2}$ 로 같다고 하자.

A 팀이 우승했을 때, A 팀이 (가)에서 이겼을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. 이때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 두 자연수이다.)

112. 2007 교육청(3점)

표는 갑, 을 두 사람이 평소 가위 바위 보를 할 때의 습관을 조사하여 가위, 바위, 보를 낼 확률을 나타낸 것이다.

	가위	바위	보
갑	0.4	0.2	0.4
을	0.3	0.4	0.3

갑, 을 두 사람이 가위 바위 보를 하여 갑이 이겼을 때, 갑이 가위를 내서 이겼을 확률은?

① $\frac{6}{17}$ ② $\frac{5}{17}$ ③ $\frac{4}{17}$

④ $\frac{3}{17}$ ⑤ $\frac{2}{17}$

113. 2008 교육청(4점)

모양과 크기가 같은 두 장의 플라스틱 카드가 있다. 한 장은 노란색과 파란색 면으로 되어 있고, 다른 한 장은 양쪽 면 모두 노란색이다. 두 카드 중에 한 장을 임의로 뽑아 두 번 던져 모두 노란색이 나왔을 때, 이 카드가 양쪽 면이 다른 색인 카드일 확률을 p 라 하자. 이 때, $100p$ 의 값을 구하시오.

(단, 카드를 던졌을 때 각 면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 로 같다.)

114. 2007 평가원(4점)

여학생 100명과 남학생 200명을 대상으로 영화 A와 영화 B의 관람 여부를 조사하였다. 그 결과 모든 학생은 적어도 한 편의 영화를 관람하였고, 영화 A를 관람한 학생 150명 중 여학생이 45명이었으며, 영화 B를 관람한 학생 180명 중 여학생이 72명이었다. 두 영화 A, B를 모두 관람한 학생들 중에서 한 명을 임의로 뽑을 때, 이 학생이 여학생일 확률은?

① $\frac{31}{60}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{11}{20}$
④ $\frac{17}{30}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

115. 2007 교육청(4점)

세 사람 A, B, C가 한 번의 시행으로 승부를 결정하는 '가위, 바위, 보' 게임을 하려고 한다. 오른쪽 표는 이 세 사람이 게임을 할 때 '가위, 바위, 보'를 낼 각각의 확률을 나타낸 것이다. C가 혼자 이겼다고 할 때, '보'를 내어 이겼을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. 이 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

	A	B	C
가위	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
바위	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
보	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$

116. 2007 교육청(4점)

승용차를 타던 사람 중에서 2007년에 새 승용차로 바꾸어 구입한 사람을 대상으로 승용차를 소형차와 중대형차로 나누어 구매실태를 조사하였다. 조사 결과에 따르면 대상자의 60%가 소형차를 타던 사람이었다. 그리고 소형차를 타던 사람의 60%는 2007년에도 소형차를 구입하였고, 중대형차를 타던 사람의 80%는 2007년에도 중대형차를 구입하였다. 대상자 중에서 임의로 한 사람을 택하였더니 2007년에 중대형차를 구입한 사람이었다. 이 사람이 소형차를 타던 사람이었을 확률은?

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{2}{7}$
④ $\frac{3}{14}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

117. 2008 교육청(4점)

어느 퀴즈 프로그램의 우승자는 노란 공 4개, 빨간 공 1개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 꺼내고, 꺼낸 공의 색과 같은 색의 문 중에서 하나를 선택하여 그 문 뒤에 있는 상품을 받는다. 표는 모든 문 5개의 색과 그 문 뒤에 있는 상품을 나타낸 것이다.

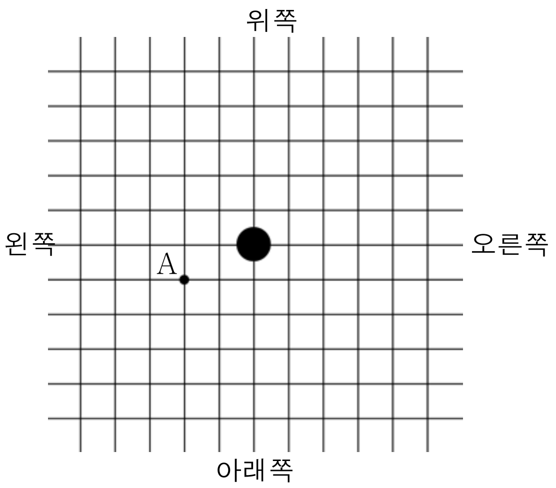
문의 색	상품
노란색	노트북컴퓨터
노란색	인라인스케이트
노란색	자전거
빨간색	노트북컴퓨터
빨간색	해외여행권

이 프로그램의 우승자가 상품으로 노트북컴퓨터를 받았을 때, 꺼낸 공이 노란색이었을 확률은? (단, 문을 선택하기 전에는 문 뒤에 있는 상품을 볼 수 없다.)

① $\frac{3}{11}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{8}{11}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

118. 2008 교육청(4점)

그림과 같이 바둑판의 중앙에 바둑돌 한 개가 놓여 있다.



한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수에 따라 다음과 같은 규칙으로 바둑돌을 이동시킨다.

나온 눈의 수	이동 방법
1 또는 2	오른쪽으로 1칸
3 또는 4	왼쪽으로 1칸
5	아래쪽으로 1칸
6	위쪽으로 1칸

한 개의 주사위를 5번 던졌을 때, 바둑돌이 A지점에 놓이게 될 확률은?

① $\frac{49}{972}$ ② $\frac{17}{324}$ ③ $\frac{53}{972}$

④ $\frac{55}{972}$ ⑤ $\frac{19}{324}$

119. 2007 평가원(4점)

어느 스포츠 용품 가게에서는 별(★) 모양이 그려져 있는 야구공 한 개를 포함하여 모두 20개의 야구공을 한 상자에 넣어 상자 단위로 판매한다. 한 상자에서 5개의 야구공을 임의 추출하여 별(★) 모양이 그려져 있는 야구공이 있으면 축구공 한 개를 경품으로 준다. 어느 고객이 이 가게에서 야구공 3상자를 구입하여 경품 당첨 여부를 모두 확인할 때, 축구공 2개를 경품으로 받을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

120. 2008 교육청(4점)

네 명이 동전을 한 개씩 동시에 던져서 다음과 같은 방법으로 두 명씩 두 개 조로 나누려고 한다.

(가) 앞면과 뒷면이 각각 두 개씩 나오면 같은 면이 나온
사람끼리 같은 조가 된다.
(나) 앞면과 뒷면의 개수가 다르면 앞면과 뒷면의 개수가
같게 나올 때까지 네 명 모두 동전을 다시 던진다.

이와 같은 방법으로 네 명을 두 개 조로 나눌 때, 동전을 두 번씩 던지게 될 확률은 $\frac{q}{p}$ (p, q는 서로소인 자연수)이다. 이때 $p+q$의 값을 구하시오.

121. 2007 교육청(4점)

주사위 1개와 동전 6개를 동시에 던질 때, 나온 주사위의 눈의 수와 앞면이 나온 동전의 개수가 서로 같을 확률은?

① $\frac{21}{128}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{11}{64}$

④ $\frac{25}{128}$ ⑤ $\frac{15}{64}$

122. 2009 교육청(4점)

A대학교에서는 수시모집과 정시모집으로 입학생을 선발한다. 수시모집은 정시모집보다 먼저 실시하고, 수시모집에 지원하여 합격한 학생은 정시모집에 지원할 수 없다고 한다. 어떤 고등학생 3명이 A대학교의 수시모집에 지원하였을 때 합격할 확률은 각각 $\frac{1}{2}$이고, 정시모집에 지원하였을 때 합격할 확률은 각각 $\frac{1}{3}$이라고 하자. 이 학생 3명이 A대학교의 수시모집에 모두 지원하고, 이 중 불합격한 학생은 다시 A대학교의 정시모집에 지원한다고 할 때, 3명 중 2명이 합격할 확률은? (단, 각 학생이 A대학교에 합격하는 사건은 서로 독립이다.)

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{14}{27}$ ③ $\frac{5}{9}$
④ $\frac{16}{27}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

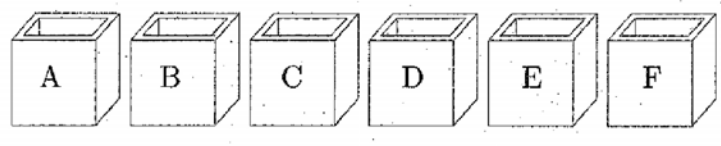
123. 2009 평가원(4점)

어느 창고에 부품 S가 3개, 부품 T가 2개 있는 상태에서 부품 2개를 추가로 들여왔다. 추가된 부품은 S 또는 T이고, 추가된 부품 중 S의 개수는 이항분포 $B\left(2,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다. 이 7개의 부품 중 임의로 1개를 선택한 것이 T일 때, 추가된 부품이 모두 S였을 확률은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

124. 2009 교육청(4점)

A, B, C, D, E, F가 각각 적힌 6개의 상자가 있다. 이들 상자에 서로 다른 10개의 공을 임의로 넣을 때, A, B, C 세 상자에 들어가는 공의 개수의 합이 4일 확률은? (단, 각 상자에 들어가는 공의 개수에는 제한이 없다.)



① $\frac{45}{256}$ ② $\frac{105}{512}$ ③ $\frac{15}{64}$
④ $\frac{135}{512}$ ⑤ $\frac{75}{256}$

125. 2006 교육청(4점)

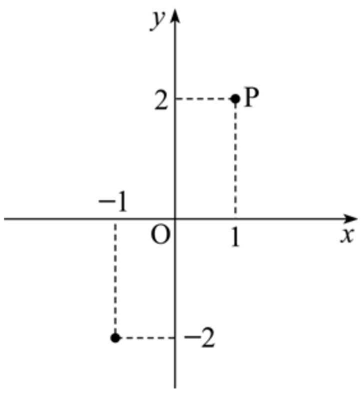
한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수 n에 대하여

$f(n)=n+2(-1)^n-2\left[\frac{n}{2}\right]$이라 하자.

한 개의 주사위를 5번 던져서 나온 눈의 수 n_1, n_2, n_3, n_4, n_5에 대하여 $f(n_1)+f(n_2)+f(n_3)+f(n_4)+f(n_5)=4$일 확률을 $\frac{a}{b}$라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수이고, a, b는 서로소인 자연수이다.)

126. 2007 교육청(4점)

좌표평면 위를 움직이는 점 P가 있다. 동전 1개를 던져서 앞면이 나오면 점 P를 x축에 대하여 대칭이동하고, 뒷면이 나오면 점 P를 y축에 대하여 대칭이동하기로 하자. 동전을 6번 던질 때, 점 $(1, 2)$에서 출발한 점 P가 점 $(-1, -2)$에 있을 확률은?



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

127. 2007 평가원(4점)

가수 A의 팬클럽 회원 150명과 가수 B의 팬클럽 회원 200명을 대상으로 가수 C에 대한 선호도를 조사하였다. 그 결과, 가수 A의 팬클럽 회원 중에서 70%, 가수 B의 팬클럽 회원 중에서 50%가 가수 C를 선호하였다. 가수 A와 가수 B의 팬클럽 회원 전체 350명 중에서 임의로 선택된 한 사람이 가수 C를 선호하였을 때, 이 사람이 가수 A의 팬클럽 회원일 확률은? (단, 가수 A의 팬클럽과 가수 B의 팬클럽에 동시에 가입한 회원은 없고, 모든 회원이 선호도 조사에 응답하였다.)

① $\frac{15}{41}$ ② $\frac{17}{41}$ ③ $\frac{19}{41}$
④ $\frac{21}{41}$ ⑤ $\frac{23}{41}$

128. 2009 교육청(4점)

다음 조건을 만족하는 상자가 $n(n \geq 2)$개 있다.

[상자1] 흰 구슬 1개, 검은 구슬 $n-1$개
[상자2] 흰 구슬 2개, 검은 구슬 $n-2$개
[상자3] 흰 구슬 3개, 검은 구슬 $n-3$개
⋮
[상자n] 흰 구슬 n개, 검은 구슬 0개

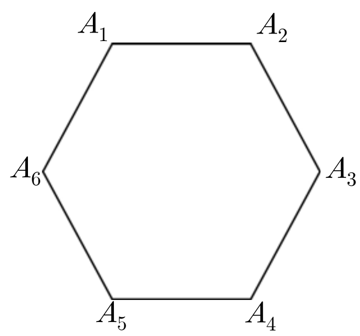
n개의 상자에서 임의로 한 상자를 택하여 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 모두 흰 구슬이 나올 확률을 P_n이라 하자. P_{10}의 값은?

① $\frac{19}{60}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{7}{20}$
④ $\frac{11}{30}$ ⑤ $\frac{23}{60}$

129. 2007 교육청(4점)

꼭짓점이 A_1, A_2, A_3, $\cdots$, A_6인 정육각형 모양의 게임판에서 다음 규칙에 따라 게임이 진행된다.

규칙1. A_1을 출발점으로 한다.
규칙2. 동전을 던져 앞면이 나오면 시계 방향의 이웃한 꼭짓점으로 이동하고 뒷면이 나오면 반시계 방향의 이웃한 꼭짓점으로 이동한다.
규칙3. A_4에 도달하면 더 이상 동전을 던지지 않고 게임은 끝난다.

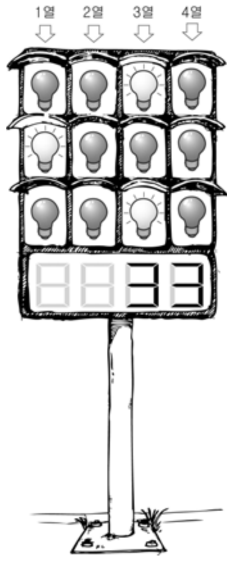


동전을 다섯 번 던져서 게임이 끝날 확률은?

① $\frac{7}{32}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{5}{32}$
④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{3}{32}$

130. 2009 교육청(4점)

그림과 같이 12개의 전구와 전광판으로 이루어진 신호기가 있다. m열의 전구가 n개 켜져 있는 경우 $n\cdot 4^{m-1}$으로 계산되고, 네 개의 열이 계산된 수의 합이 전광판에 나타난다. 예를 들어 1열에서 1개, 3열에서 2개의 전구가 켜진 경우, 전광판에 33이 나타난다. 12개의 전구 중 임의로 2개를 켤 때, 전광판에 짝수가 나타날 확률을 $\frac{q}{p}$(p, q는 서로소)라 하자. $p+q$의 값을 구하시오.



131. 2009 교육청(4점)

어느 고등학교의 3학년 학생들을 대상으로 주거형태를 조사한 결과 A형과 B형 두 가지였다. 주거형태가 B형인 남학생의 수는 주거형태가 A형인 여학생수의 2배이고, 주거형태가 A형인 학생 중 여학생의 비율은 40%이다. 3학년 학생 중 임의로 한명을 뽑았더니 남학생이었다. 이 학생의 주거형태가 A형일 확률은?

① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{4}{7}$
④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

132. 2008 수능 (3점)

두 사건 A, B에 대하여

$\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(\mathrm{B}^{\mathrm{C}})=\frac{2}{3}$이며 $\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A})=\frac{1}{6}$일 때,

$\mathrm{P}(\mathrm{A}^{\mathrm{C}}|\mathrm{B})$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

133. 2004 수능 (3점)

키가 서로 다른 네 사람이 있다. 이들을 일렬로 세울 때, 앞에서 세 번째 사람이 자신과 이웃한 두 사람보다 키가 작을 확률은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

134. 2005 수능 (3점)

사건 전체의 집합 S의 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이고, $\mathrm{A}\cup\mathrm{B}=\mathrm{S}$, $\mathrm{P}(\mathrm{A})=2\mathrm{P}(\mathrm{B})$일 때, $\mathrm{P}(\mathrm{A})$의 값은?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{5}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

135. 2005 수능 (3점)

어느 학급은 남학생 18명, 여학생 16명으로 이루어져 있다. 이 학급의 모든 학생은 중국어와 일본어 중 한 과목만 수업을 받는다고 한다. 남학생 중에서 중국어 수업을 받는 학생은 12명이고, 여학생 중에서 일본어 수업을 받는 학생은 7명이다. 이 학급에서 선택된 한 학생이 중국어 수업을 받는다고 할 때, 이 학생이 여학생일 확률은?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

136. 2006 수능 (3점)

두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{1}{4},\ \mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{2}{3},\ \mathrm{A}\subset\mathrm{B}$$

일 때, $\mathrm{P}(\mathrm{A}|\mathrm{B})$의 값은?

① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

137. 2011 수능 (3점)

두 사건 A와 B는 서로 독립이고, $P(A)=\frac{2}{3}$, $P(A\cap B)=P(A)-P(B)$ 일 때, $P(B)$의 값은?

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

138. 2007 수능 (3점)

두 사건 A, B가 서로 독립이고

$\mathrm{P}(\mathrm{A}^C)=\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{1}{3}$일 때, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$의 값은? (단, A^C는 A의 여사건이다.)

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

139. 2007 수능 (3점)

주머니 A에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 6, 7, 8, 9, 10의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있다. 두 주머니 A, B에서 각각 카드를 임의로 한 장씩 꺼냈다. 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 홀수일 때, 주머니 A에서 꺼낸 카드에 적혀 있는 수가 짝수일 확률은?

① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{4}{13}$ ③ $\frac{3}{13}$ ④ $\frac{2}{13}$ ⑤ $\frac{1}{13}$

140. 2008 수능 (3점)

1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합이 7 이상이고 9 이하일 확률은?

① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

141. 2009 수능 (3점)

두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고,

$$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B),\ \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{9}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

142. 2009 수능 (3점)

철수가 받은 전자우편의 10%는 '여행'이라는 단어를 포함한다. '여행'을 포함한 전자우편의 50%가 광고이고, '여행'을 포함하지 않은 전자우편의 20%가 광고이다. 철수가 받은 한 전자우편이 광고일 때, 이 전자우편이 '여행'을 포함할 확률은?

① $\frac{5}{23}$ ② $\frac{6}{23}$ ③ $\frac{7}{23}$
④ $\frac{8}{23}$ ⑤ $\frac{9}{23}$

143. 2004 수능 (4점)

다음은 어느 회사에서 전체 직원 360명을 대상으로 재직 연수와 새로운 조직 개편안에 대한 찬반 여부를 조사한 표이다.

(단위: 명)

찬반 여부 / 재직 연수	찬성	반대	계
10년 미만	a	b	120
10년 이상	c	d	240
계	150	210	360

재직 연수가 10년 미만일 사건과 조직 개편안에 찬성할 사건이 서로 독립일 때, a 의 값을 구하시오.

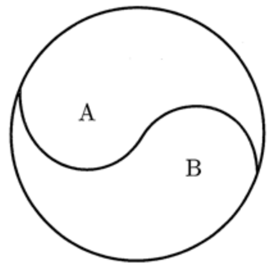
144. 2004 수능 (4점)

두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 한 주사위 눈의 수가 다른 주사위 눈의 수의 배수가 될 확률은?

① $\frac{7}{18}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{11}{18}$
④ $\frac{13}{18}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

145. 2005 수능 (4점)

각 면에 1, 1, 1, 2의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 던져서 밑면에 적힌 숫자가 1이면 오른쪽 그림의 영역 A에, 숫자가 2이면 영역 B에 색을 칠하기로 하였다.



두 영역에 색이 모두 칠해질 때까지 이 상자를 계속 던질 때, 3번째에 마칠 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

146. 2011 수능 (3점)

어느 디자인 공모 대회에서 철수가 참가하였다. 참가자는 두 항목에서 점수를 받으며, 각 항목에서 받을 수 있는 점수는 표와 같이 3가지 중 하나이다. 철수가 각 항목에서 점수 A를 받을 확률은 $\frac{1}{2}$, 점수 B를 받을 확률은 $\frac{1}{3}$, 점수 C를 받을 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다. 관람객 투표 점수를 받는 사건과 심사 위원점수를 받는 사건이 서로 독립일 때, 철수가 받는 두 점수의 합이 70일 확률은?

점수 / 항목	점수 A	점수 B	점수 C
관람객 투표	40	30	20
심사 위원	50	40	30

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{11}{36}$ ③ $\frac{5}{18}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

147. 2006 수능 (4점)

1, 2, 3, $\cdots$, $3n$ (n은 자연수)의 숫자가 하나씩 적혀 있는 $3n$장의 카드 중 임의로 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수를 각각 $a, b\,(a<b)$라 하자. $3a<b$일 확률을 $\mathrm{P_n}$이라 할 때, 다음은 $\lim\limits_{n\to\infty}\mathrm{P_n}$의 값을 구하는 과정이다.

[과 정]

$3n$장의 카드 중 2장의 카드를 꺼내는 경우의 수는 ${}_{3n}\mathrm{C}_2$이다.
$3a<b$인 경우에는 $b\leq 3n$이므로 $1\leq a<n$이다.
따라서 $a=k$라 하면 $3a<b$를 만족시키는 b의 경우의 수는 $\boxed{(가)}$이므로

$$\mathrm{P_n}=\frac{\boxed{(나)}}{{}_{3n}\mathrm{C}_2}$$이다.

그러므로 $\lim\limits_{n\to\infty}\mathrm{P_n}=\boxed{(다)}$이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

	(가)	(나)	(다)
①	$3(n-k)$	$\frac{3}{2}n(n-1)$	$\frac{1}{3}$
②	$3(n-k)$	$\frac{3}{2}n(n-1)$	$\frac{2}{3}$
③	$3(n-k)$	$3n(n-1)$	$\frac{2}{3}$
④	$3(n-k+1)$	$3n(n-1)$	$\frac{1}{3}$
⑤	$3(n-k+1)$	$3n(n-1)$	$\frac{2}{3}$

148. 2006 수능 (4점)

채널이 1부터 100까지 설정된 텔레비전이 있다. 이 텔레비전의 리모콘의 일부는 오른쪽 그림과 같고, 현재 켜져 있는 채널은 50이다. 채널증가 버튼 채널▲과 채널감소 버튼 채널▼ 두 개 중 한 번에 한 개의 버튼을 임의로 여섯 번 누를 때, 채널이 다시 50이 될 확률은? (단, 버튼을 한 번 누르면 채널은 1씩 변한다.)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

149. 2006 수능 (4점)

3개의 동전을 동시에 던질 때, 앞면이 나오는 동전이 1개 이하인 사건을 A, 동전 3개가 모두 같은 면이 나오는 사건을 B라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\mathrm{P(A)}=\frac{1}{2}$

ㄴ. $\mathrm{P(A\cap B)}=\frac{1}{8}$

ㄷ. 사건 A와 사건 B는 서로 독립이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

150. 2007 수능 (4점)

6명의 학생 A, B, C, D, E, F를 임의로 2명씩 짝을 지어 3개의 조로 편성하려고 한다. A와 B는 같은 조에 편성되고, C와 D는 서로 다른 조에 편성될 확률은?

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{2}{15}$
④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

151. 2008 수능 (4점)

정보이론에서는 사건 E가 발생했을 때, 사건 E의 정보량 $I(E)$가 다음과 같이 정의된다고 한다.

$I(E)=-\log_2 \mathrm{P}(\mathrm{E})$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 사건 E가 일어날 확률 P(E)는 양수이고, 정보량의 단위는 비트이다.)

[보 기]

ㄱ. 한 개의 주사위를 던져 홀수의 눈이 나오는 사건을 E라 하면 $I(E)=1$이다.
ㄴ. 두 사건 A, B가 서로 독립이고 $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})>0$이면 $I(A\cap B)=I(A)+I(B)$이다.
ㄷ. $\mathrm{P}(\mathrm{A})>0$, $\mathrm{P}(\mathrm{B})>0$인 두 사건 A, B에 대하여 $2I(A\cup B)\leq I(A)+I(B)$이다.

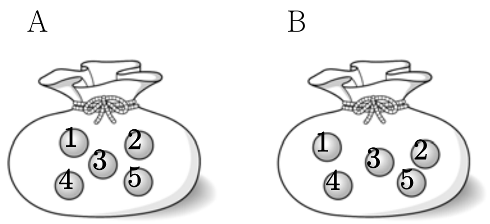
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

152. 2008 수능 (4점)

주사위를 두 번 던질 때, 나오는 눈의 수를 차례로 m, n이라 하자. $i^m \cdot (-i)^n$의 값이 1이 될 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, $i=\sqrt{-1}$이고 p, q는 서로소인 자연수이다.)

153. 2008 수능 (4점)

주머니 A와 B에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 다섯 개의 구슬이 각각 들어 있다. 철수는 주머니 A에서, 영희는 주머니 B에서 각자 구슬을 임의로 한 개씩 꺼내어 두 구슬에 적혀 있는 숫자를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 반복할 때, 첫 번째 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자가 서로 다르고, 두 번째 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자가 같을 확률은?



① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{7}{20}$

154. 2009 수능 (4점)

각 면에 1, 1, 1, 2, 2, 3 의 숫자가 하나씩 적혀있는 정육면체 모양의 상자를 던져 윗면에 적힌 수를 읽기로 한다. 이 상자를 3 번 던질 때, 첫 번째와 두 번째 나온 수의 합이 4 이고 세 번째 나온 수가 홀수일 확률은?

① $\frac{5}{27}$ ② $\frac{11}{54}$ ③ $\frac{2}{9}$
④ $\frac{13}{54}$ ⑤ $\frac{7}{27}$

155. 2009 수능 (4점)

한국, 중국, 일본 학생이 2명씩 있다. 이 6명이 그림과 같이 좌석번호가 지정된 6개의 좌석 중 임의로 1개씩 선택하여 앉을 때, 같은 나라의 두 학생끼리는 좌석 번호의 차가 1 또는 10이 되도록 앉게 될 확률은?

11	12	13
21	22	23

① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{3}{20}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

1. 2008 교육청(2점)

이항분포 $\mathrm{B}\left(n,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르는 확률변수 X의 분산이 20일 때, 자연수 n의 값은? 1.

① 30 ② 60 ③ 90
④ 120 ⑤ 150

2. 2004 교육청(2점)

표준편차가 σ인 모집단에서 n개의 표본을 임의 추출하여 모평균을 추정할 때, 다음 중 모평균의 신뢰구간의 길이가 가장 긴 것은?2.

① $n=36,\ \sigma=4$
② $n=36,\ \sigma=9$
③ $n=81,\ \sigma=9$
④ $n=81,\ \sigma=12$
⑤ $n=100,\ \sigma=12$

3. 2004 교육청(2점)

다음 표는 확률변수 X의 확률분포를 나타낸 것이다.
$\mathrm{P}(1 \leqq X \leqq 3)$ 은?3.

X	1	2	3	4	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{5}$	1

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

4. 2010 교육청(3점)

확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	-1	0	1	계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{3}$	b	1

확률변수 X의 분산이 $\frac{5}{12}$일 때, $(a-b)^2$의 값은?

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

5. 2004 평가원(3점)

다음과 같이 정의된 확률변수 $X,\ Y,\ Z$의 분산의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? 5. (단, $\mathrm{V}(X)$는 확률변수 X의 분산이다.)

> X : 연속하는 100개의 자연수에서 임의로 뽑은 두 수의 차
> Y : 연속하는 100개의 홀수에서 임의로 뽑은 두 수의 차
> Z : 연속하는 100개의 짝수에서 임의로 뽑은 두 수의 차

① $\mathrm{V}(X) < \mathrm{V}(Y) < \mathrm{V}(Z)$
② $\mathrm{V}(X) = \mathrm{V}(Y) = \mathrm{V}(Z)$
③ $\mathrm{V}(X) > \mathrm{V}(Y) = \mathrm{V}(Z)$
④ $\mathrm{V}(X) = \mathrm{V}(Y) < \mathrm{V}(Z)$
⑤ $\mathrm{V}(X) < \mathrm{V}(Y) = \mathrm{V}(Z)$

6. 2005 교육청(3점)

확률변수 Z가 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따를 때, 표준점수 $T = 20Z + 100$이라고 하자. 어느 고등학교 3학년을 대상으로 한 학업성취도평가 점수는 정규분포를 따르고, 어느 한 학생의 원점수와 각 영역의 평균, 표준편차는 표와 같다. 원점수에 대한 표준점수가 가장 큰 영역과 가장 작은 영역의 표준점수의 차는? 6.

구분 \ 영역	A	B	C
원점수	70	65	57
평 균	60	55	45
표준편차	20	10	16

① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

7. 2009 교육청(3점)

표는 확률변수 X의 확률분포를 나타낸 것이다.

X	0	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{2}{5}$	$20a^2$	$10a^2$	$3a$	1

확률변수 X의 평균을 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) 7.

8. 2007 교육청(3점)

1이 적힌 구슬이 1개, 2가 적힌 구슬이 2개, 3이 적힌 구슬이 3개, $\cdots$, 10이 적힌 구슬이 10개 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 그 구슬에 적힌 숫자를 X라 하자. 이때, 확률변수 $5X+2$의 평균을 구하시오. 8.

9. 2007 교육청(3점)

동전 2개를 100번 던질 때, 모두 앞면이 나올 횟수를 X라 하자. $Y = 2X+3$일 때, $E(Y)$의 값을 구하시오. 9.

10. 2010 교육청(3점)

확률변수 X의 평균과 분산은 각각 10, 16이다. 두 실수 a, b에 대하여 확률변수 $Y = aX+b$의 평균과 분산이 각각 9, 4일 때, ab의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

11. 2005 교육청(3점)

2, 4, 6, 8 의 숫자가 각 면에 하나씩 적혀 있는 정사면체 주사위를 한 번 던지는 시행에서 바닥에 닿는 면을 제외한 세 면의 숫자의 합을 확률변수 X 라 하자. 이때, X 의 분산은?[11.]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

12. 2005 평가원(3점)

각 면에 1, 1, 2, 2, 2, 4 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 던졌을 때, 윗면에 적힌 수를 확률변수 X 라 하자. 확률변수 $5X+3$ 의 평균을 구하시오. [12.]

13. 2005 교육청(3점)

확률변수 X 의 확률분포표가 아래와 같을 때, 확률변수 $2X+5$ 의 평균을 구하시오. [13.]

X	0	1	2	3	계
$\mathrm{P}(X)$	$\frac{7}{30}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{7}{30}$	1

14. 2006 교육청(2점)

다음 확률분포표에서 확률변수 X 의 평균은?[14.]

X	2	3	4	6	계
$\mathrm{P}(X)$	a	$\frac{1}{3}$	a	$\frac{1}{6}$	1

① 5 ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{17}{4}$
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{13}{4}$

15. 2008 교육청(3점)

다음은 이산확률변수 X 에 대한 확률분포표이다.

X	2	4	a	계
$\mathrm{P}(X=x)$	b	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$E(X)=4$ 일 때, $V(X)$ 의 값은? [15.]

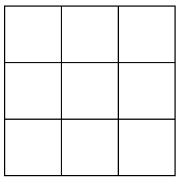
① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

16. 2010 교육청(3점)

A, B, C 세 도시는 행정 구역 통합에 관한 여론 조사를 실시하였다. 그 결과 A 도시 시민의 $\frac{2}{3}$, B 도시 시민의 $\frac{3}{5}$, C 도시 시민의 $\frac{1}{2}$ 이 행정 구역 통합에 찬성하였다. 세 도시에서 임의로 각각 한 명씩 뽑은 세 명의 시민 중 통합에 찬성하는 시민의 수를 확률변수 X라 하자. 확률변수 X의 기댓값은?

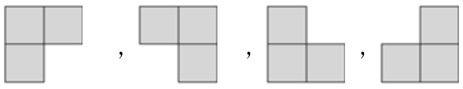
① $\frac{47}{30}$ ② $\frac{49}{30}$ ③ $\frac{53}{30}$
④ $\frac{58}{30}$ ⑤ $\frac{59}{30}$

17. 2006 평가원(3점)



오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형을 한 변의 길이가 1인 정사각형 9개로 나누고, 이 중에서 3개를 색칠할 때 나타나는 모양은 다음과 같이 세 가지 유형으로 분류할 수 있다.

(가) 유형 1 :  ,  와 같은 모양

(나) 유형 2 :  와 같은 모양

(다) 유형 3 : 유형 1도 아니고 유형 2도 아닌 모양

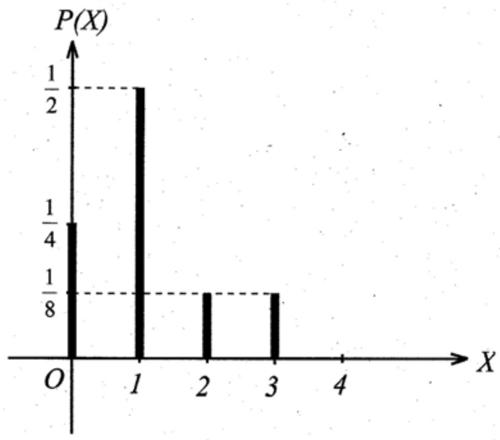
한 변의 길이가 1인 위의 정사각형 9개 중에서 임의로 3개를 색칠하여 얻은 모양의 유형에 따라 확률변수 X는 다음과 같다고 하자.

$$X=\begin{cases}1 \ (\text{유형 1인 경우}) \\ 2 \ (\text{유형 2인 경우}) \\ 3 \ (\text{유형 3인 경우})\end{cases}$$

$\mathrm{E}(42X)$의 값을 구하시오.[17.]

18. 2008 교육청(3점)

이산확률변수 $X(X=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ 의 확률분포의 그래프가 아래와 같다. 이산확률변수 X의 평균은?[18.]



① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{9}{8}$

19. 2008 평가원(3점)

확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{3}{10}$	p	$\frac{1}{10}$	p	p	1

확률변수 $5X+3$의 평균 $\mathrm{E}(5X+3)$은?[19.]

① 17 ② 18 ③ 19
④ 20 ⑤ 21

20. 2007 교육청(3점)

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

$\mathrm{P}(X=2)=10\mathrm{P}(X=1)$이 성립할 때, n의 값을 구하시오. 20.

21. 2006 교육청(3점)

정육면체 모양의 주사위를 90번 던져 3의 배수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 할 때, 확률변수 X^2의 평균 $\mathrm{E}(X^2)$의 값을 구하시오. 21.

22. 2006 교육청(2점)

어떤 책을 임의로 펼쳤을 때, 그림이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$이라고 한다. 이 책을 임의로 180번 펼쳐 그림이 나오는 횟수를 X라고 할 때, X의 분산을 구하시오. 22.

23. 2005 교육청(3점)

다음은 이항분포 $B(n, p)$를 이루는 확률변수 X에 대하여 $E(X)=np$임을 증명한 것이다.

[증 명]

$$E(X)=\sum_{r=0}^{n} \boxed{(가)} \cdot {}_nC_r p^r q^{n-r} \ (\text{단, } q=1-p)$$

$$=1\cdot{}_nC_1 pq^{n-1}+2\cdot{}_nC_2 p^2q^{n-2}$$

$$+\cdots+r\cdot{}_nC_r p^r q^{n-r}+\cdots+n\cdot{}_nC_n p^n \text{ 에서}$$

$$r\cdot{}_nC_r=r\cdot\frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

$$=\frac{n!}{(n-r)!\,(r-1)!}=\boxed{(나)} \text{ 이므로}$$

$$n\cdot{}_{n-1}C_0\, p\, q^{n-1}+n\cdot{}_{n-1}C_1\, p^2 q^{n-2}+$$

$$\cdots+n\cdot{}_{n-1}C_{r-1}p^r q^{n-r}+\cdots+n\cdot{}_{n-1}C_{n-1}p^n$$

$$=\boxed{(다)}\left({}_{n-1}C_0\, q^{n-1}+{}_{n-1}C_1\, pq^{n-2}\right)+$$

$$\cdots+{}_{n-1}C_{r-1}p^{r-1}q^{n-r}+\cdots+{}_{n-1}C_{n-1}p^{n-1}$$

$$=np(q+p)^{n-1}=np$$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? 23.

① r, $n\cdot{}_{n-1}C_r$, npq

② r^2, $n\cdot{}_nC_{r-1}$, np

③ r, $(n-1)\cdot{}_{n-1}C_{r-1}$, np

④ r^2, $n\cdot{}_{n-1}C_{r-1}$, npq

⑤ r, $n\cdot{}_{n-1}C_{r-1}$, np

24. 2008 교육청(3점)

한 번의 시행에서 일어날 확률이 $\frac{1}{4}$인 사건 A가 있다.

80번의 독립시행에서 사건 A가 일어나는 횟수를 확률변수 X라 할 때, X^2의 평균 $\mathrm{E}(X^2)$을 구하시오. 24.

25. 2008 교육청(3점)

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}(3, p)$를 따르고 확률변수 Y는 이항분포 $\mathrm{B}(4, 2p)$를 따른다고 한다. 이때, $10\mathrm{P}(X=3)=\mathrm{P}(Y \geqq 3)$을 만족시키는 양수 p의 값은 $\frac{n}{m}$이다. $m+n$의 값을 구하시오. (단, m, n은 서로소인 자연수이다.) 25.

26. 2009 평가원(3점)

확률변수 X가 이항분포 $B(10, p)$를 따르고,

$P(X=4)=\frac{1}{3}P(X=5)$ 일 때, $E(7X)$의 값을 구하시오.

(단, $0<p<1$)26.

27. 2008 교육청(3점)

5지선다형 문항 50개가 있다. 모든 문항 각각에 대하여 답을 임의로 하나씩만 택할 때, 맞힌 문항의 개수를 확률변수 X라 하자. 이 때, X^2의 평균을 구하여라. (단, 각 문항의 정답은 1개다.)27.

28. 2008 교육청(3점)

연속확률변수 X가 갖는 값은 구간 $[0, 1]$의 모든 실수이다. 구간 $[0, 1]$에서 두 함수 $F(x)$, $G(x)$를

$$F(x)=\mathrm{P}(X \geqq x),\ G(x)=\mathrm{P}(X \leqq x)$$

로 정의할 때, <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?28.

[보 기]

ㄱ. $F(0.3) \leqq F(0.2)$

ㄴ. $F(0.4)=G(0.6)$

ㄷ. $F(0.2)-F(0.7)=G(0.7)-G(0.2)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 2009 교육청(3점)

X는 0, 1, 2, $\cdots$, n의 값을 가지는 확률변수이고 X의 확률분포는

$$P(X=r)={}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}\ \ (r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

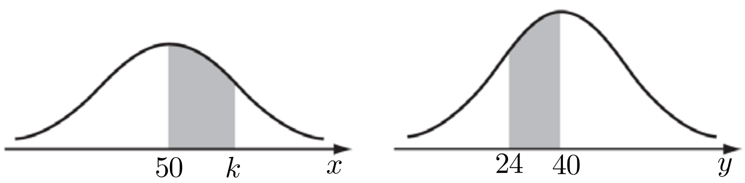
이다. X의 평균과 분산이 각각 $E(X)=90$, $V(X)=36$일 때, $\frac{n}{p}$의 값은?29.

① 180 ② 250 ③ 320

④ 360 ⑤ 400

30. 2007 교육청(3점)

두 확률변수 X, Y가 각각 정규분포 $\mathrm{N}(50,\ 10^2)$, $\mathrm{N}(40,\ 8^2)$을 따른다고 한다.



이 때, $\mathrm{P}(50 \leq X \leq k) = \mathrm{P}(24 \leq Y \leq 40)$을 만족시키는 k의 값을 구하시오.[30]

31. 2010 교육청(3점)

연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$는 다음과 같다.

$f(x) = 1 - ax \ \ (1 \leq x \leq 3)$

확률 $\mathrm{P}(1 \leq X \leq 2) = \dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

32. 2010 평가원(3점)

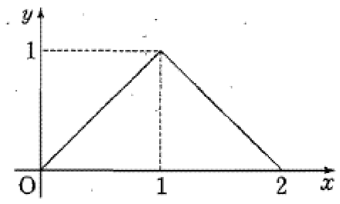
실수 a $(1 < a < 2)$에 대하여 폐구간 $[0, 2]$에서 정의된 연속 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{a} & (0 \leq x \leq a) \\ \dfrac{x-2}{a-2} & (a < x \leq 2) \end{cases}$$

이다. $P(1 \leq X \leq 2) = \dfrac{3}{5}$일 때, $100a$의 값을 구하시오.

33. 2010 교육청(3점)

연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 2$이고, X의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



확률 $P\left(a \leq X \leq a + \dfrac{1}{2}\right)$의 값이 최대가 되도록 하는 상수 a의 값은?

① $\dfrac{3}{8}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{5}{8}$

④ $\dfrac{3}{4}$ ⑤ $\dfrac{7}{8}$

34. 2007 교육청(3점)

두 연속확률변수 X, Y가 갖는 값의 범위는 각각 $0 \leq X \leq 4$, $0 \leq Y \leq 4$이고, X의 확률밀도함수 $f(x)$와 Y의 확률밀도함수 $g(x)$는 다음과 같다.

$$f(x) = ax(x-4) \quad (0 \leq x \leq 4)$$

$$g(x) = \begin{cases} b & (0 \leq x \leq 2) \\ f(x-2) + b & (2 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[34] (단, a, b는 상수이다.)

[보 기]

ㄱ. $\mathrm{P}(2 \leq X \leq 4) = \dfrac{1}{2}$

ㄴ. $b = \dfrac{1}{8}$

ㄷ. $\mathrm{P}(1 \leq Y \leq 4) = \dfrac{5}{8}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

35. 2000 교육청(3점)

표준정규분포의 확률밀도함수를 $f(x)$라 하자. 정육면체의 주사위를 180번 던질 때 1의 눈이 25회 이상 35회 이하 나올 확률을 $f(x)$를 이용하여 나타내면?35.

① $\int_0^1 f(x)dx$ ② $\int_0^2 f(x)dx$

③ $2\int_0^1 f(x)dx$ ④ $2\int_0^2 f(x)dx$

⑤ $\int_0^1 f(x)dx+\int_0^2 f(x)dx$

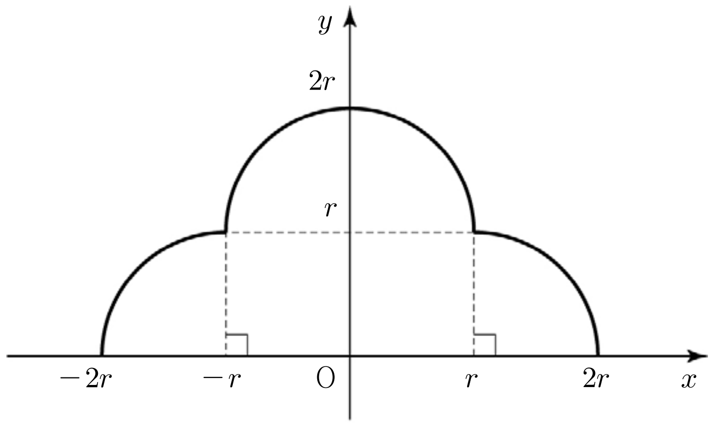
36. 2003 교육청(3점)

구간 $[0,1]$에서 정의되는 연속확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)$이고 $\int_0^1 xf(x)dx=7$, $\int_0^1 x^2 f(x)dx=100$일 때, 확률변수 X의 분산은 얼마인가?36.

① 41 ② 49 ③ 51
④ 59 ⑤ 63

37. 2009 교육청(3점)

$y=f(x)$ $(-2r\le x\le 2r)$의 그래프가 그림과 같이 반지름의 길이가 r인 사분원들의 호로 이루어져 있을 때, $\mathrm{P}\left(0\le X\le \frac{1}{\sqrt{\pi+2}}\right)$의 값은?37.

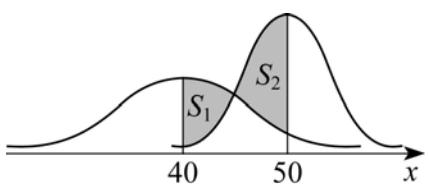


① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{\pi}{7}$
④ $\frac{1}{\pi+2}$ ⑤ $\frac{\pi+4}{4\pi+8}$

38. 2009 교육청(3점)

그림은 정규분포 $\mathrm{N}(40,\ 10^2)$, $\mathrm{N}(50,\ 5^2)$을 따르는 두 확률변수 X, Y의 정규분포곡선을 나타낸 것이다. 그림과 같이 $40\le x\le 50$인 범위에서 두 곡선과 직선 $x=40$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 두 곡선과 직선 $x=50$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 할 때, S_2-S_1의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 38.

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
1	0.3413
2	0.4772
3	0.4987



① 0.1248 ② 0.1359 ③ 0.1575
④ 0.1684 ⑤ 0.1839

39. 2007 교육청(3점)

어느 고등학교 3학년 학생들의 한 달 동안 참고서 구입비용을 조사하였다. 그 결과 구입비용은 평균 6만원, 표준편차 2만원인 정규분포를 따른다. 임의로 한 학생을 선택하였을 때, 이 학생이 한 달 동안 참고서 구입비용으로 4만원 이상 지출 할 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 39.

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

① 0.1587 ② 0.3413 ③ 0.6826
④ 0.8413 ⑤ 0.9987

40. 2009 교육청(3점)

한 개의 동전을 400번 던질 때, 앞면이 나온 횟수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{P}(X \leq k) = 0.9772$를 만족시키는 상수 k의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. 40.

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1	0.3413
2	0.4772
3	0.4987

41. 2010 평가원(3점)

15. 어느 지역에서 재배되는 2년생 더덕 한 뿌리의 무게는 평균 40 g, 표준편차 5 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역에서 재배되는 2년생 더덕 중에서 무게가 30 g 미만인 것은 상품화 하지 않고, 30 g 이상 45 g 미만인 것은 일반상품으로 분류하고, 45 g 이상인 것은 우수상품으로 분류한다. 이 지역에서 재배되는 2년생 더덕 한 뿌리를 임의로 선택하였을 때 이 더덕이 일반상품으로 분류될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?41.

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.7745 ② 0.8185 ③ 0.8256
④ 0.8332 ⑤ 0.8413

42. 2009 평가원(3점)

어느 회사 직원들이 일주일 동안 운동하는 시간은 평균 65분, 표준편차 15분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사 직원 중 임의추출한 25명이 일주일동안 운동하는 시간의 평균이 68분 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포를 이용하여 구한 것은? 42.

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587
④ 0.3085 ⑤ 0.4332

43. 2005 교육청(3점)

어느 시험에 응시한 수험생 10 만명의 시험 점수가 정규분포 $N(50, 20^2)$ 을 이룬다고 한다. 아래 표준정규분포표를 이용할 때 성적이 상위 4% 이내에 속하려면 시험 점수가 최소 몇 점 이상이어야 하는가? 43.

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.28	0.40
1.75	0.46
2.05	0.48

<표준정규분포표>

① 85 ② 87
③ 89 ④ 91
⑤ 93

44. 2004 교육청(3점)

어느 대학의 2004학년도 합격자 1차 등록 비율은 75%이었다. 그 합격자들 중에서 임의로 192명을 뽑아 등록 여부를 조사하였을 때, 132명 이상이 등록했을 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구하면?44.

<표준정규분포표>

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915
② 0.7745
③ 0.8413
④ 0.9332
⑤ 0.9772

45. 2006 교육청(3점)

확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따른다. $\frac{1}{5}X$의 분산이 1이고 $\mathrm{P}(X \le 80) = \mathrm{P}(X \ge 120)$일 때, $m + \sigma^2$의 값은? 45.

① 105 ② 110 ③ 115
④ 120 ⑤ 125

46. 2007 교육청(3점)

작년 H기업 직원의 임금 X는 최저 80에서 최고 400이고, $\mathrm{N}(200,\ 50^2)$인 정규분포를 따른다. 이 기업은 작년 말 수출호조와 높은 부가가치 창출로 많은 이윤을 얻었다. 올해 직원의 임금인상에 대한 노사 간의 협의 중 $Y = \frac{3}{2}X - 50$인 식이 포함된 새로운 임금 교섭안이 결정된다고 가정할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?46. (단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2) = 0.477$이고, 단위는 만원이다.)

[보 기]

ㄱ. 올해의 평균임금은 250으로 오른다.
ㄴ. 상위 2.3%인 직원의 올해 임금은 380이다.
ㄷ. 올해 임금이 전혀 오르지 않거나 삭감된 사람도 있다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

47. 2007 교육청(3점)

과목별 석차 등급은 석차백분율에 따라 1등급부터 9등급까지 부여되고 등급별 석차백분율은 다음과 같다.

등급	석차백분율
1등급	4%이하
2등급	4%초과 – 11%이하
3등급	11%초과 – 23%이하
4등급	23%초과 – 40%이하
5등급	40%초과 – 60%이하
6등급	60%초과 – 77%이하
7등급	77%초과 – 89%이하
8등급	89%초과 – 96%이하
9등급	96%초과

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.28	0.11
0.61	0.23
0.74	0.27
1.23	0.39

어느 고등학교 3학년 학생들의 수학 성적이 정규분포 $\mathrm{N}(60.2,\ 20^2)$ 을 따를 때, 이 학교 학생이 수학 과목에서 3등급을 받기 위한 최소 점수를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?47. (단, 동점자는 없다.)

① 73점 ② 75점 ③ 79점
④ 82점 ⑤ 85점

48. 2005 교육청(3점)

연속확률변수 X가 정규분포 $N\left(n,\ \frac{n^2}{4}\right)$를 따를 때,

$P(n \leqq X \leqq 120) = P(0 \leqq Z \leqq 1)$을 만족시키는 자연수 n의 값은?48. (단, 확률변수 Z는 표준정규분포를 따른다.)

① 50 ② 60 ③ 70
④ 80 ⑤ 90

49. 2009 교육청(3점)

각 면에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 상자 2개를 동시에 던졌을 때 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 두 눈의 수의 곱이 홀수인 사건을 A라 하자. 이 시행을 1200번 하였을 때 사건 A가 일어나는 횟수가 270 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값을 p라 하자. $1000p$의 값을 구하시오.49.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.494

50. 2006 교육청(3점)

고속도로의 어느 지점을 통과하는 자동차들의 속력은 평균이 104km/시, 표준편차가 8km/시인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지점에서의 속력이 120km/시를 초과하면 과속으로 단속된다고 할 때, 이 지점을 통과하는 두 자동차 A, B가 모두 과속으로 단속될 확률을 주어진 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?50. (단, A와 B의 속력은 서로 독립이다.)

< 표준정규분포표 >

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

① $\frac{1}{2500}$ ② $\frac{1}{400}$ ③ $\frac{49}{10000}$
④ $\frac{9}{2500}$ ⑤ $\frac{16}{625}$

51. 2006 교육청(3점)

5명을 모집하는 A기획사의 가수 오디션에 500명이 참가하였다. 참가자들의 점수분포는 100점 만점에 평균이 67점, 표준편차가 10점인 정규분포를 따른다고 한다. 1차 합격자로 2배수를 선발한다고 할 때, 아래의 표준정규분포표를 이용하여 1차 합격자의 최저점수를 구하면? 51.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.43
1.9	0.47
2.0	0.48
2.3	0.49

① 79 ② 82 ③ 86
④ 87 ⑤ 90

52. 2006 평가원(3점)

어느 농장의 생후 7개월 된 돼지 200마리의 무게는 평균 110 kg, 표준편차 10 kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 200마리의 돼지 중 무거운 것부터 차례로 3마리를 뽑아 우량 돼지 선발대회에 보내려고 한다. 우량 돼지 선발대회에 보낼 돼지의 최소 무게를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?52.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
2.12	0.4830
2.17	0.4850
2.29	0.4890

① 121.6 kg ② 126.7 kg ③ 130.7 kg
④ 131.7 kg ⑤ 132.9 kg

53. 2008 교육청(3점)

어떤 특산품 과일을 재배하는 과수원에서는 해마다 수확량의 일부를 해외로 수출한다. 이 과수원에서 올해 수확한 과일 30000개의 무게는 평균 400 g, 표준편차 20 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 30000개의 과일 중 무게가 400 g 이상이고 440 g 이하인 과일을 선별하여 수출하였다. 이 과수원에서 올해 수출한 과일의 개수를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 53.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

① 10200 ② 11600 ③ 12900
④ 14400 ⑤ 14700

54. 2008 교육청(3점)

정규분포 $N(m,\ 4)$를 따르는 모집단에서 크기 n인 표본을 임의 추출하여 조사한 결과 표본평균이 $\overline{X}$ 이었다. 모평균 m을 95%의 신뢰도로 추정한 신뢰구간이 $9.608 \leq m \leq 10.392$일 때, $n+\overline{X}$ 의 값을 구하시오. (단, $P(0 \leq Z \leq 0.4750)$54.

55. 2008 교육청(3점)

어느 공장에서 생산되는 전지의 수명이 평균 200시간, 표준편차 5시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 전지 중에서 100개를 임의 추출한 표본의 평균 수명이 201시간 이상일 확률을 주어진 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?55.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668
④ 0.1587 ⑤ 0.1990

56. 2007 교육청(3점)

어떤 도시에 있는 전체 고등학교 학생들의 몸무게는 표준편차가 5kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 고등학교 학생 전체에 대한 몸무게의 평균을 신뢰도 95%로 추정할 때, 신뢰구간의 길이를 1kg 이하가 되도록 하려고 한다. 조사하여야 할 표본의 크기의 최솟값을 구하시오.56.
(단, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$이다.)

57. 2007 평가원(3점)

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

어느 공장에서 생산되는 건전지의 수명은 평균 m시간, 표준편차 3시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 건전지 중 크기가 n인 표본을 임의추출하여 건전지의 수명에 대한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자.
$\mathrm{P}(m-0.5 \leq \overline{X} \leq m+0.5)=0.8664$를 만족시키는 표본의 크기 n의 값을 위의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?57.

① 49 ② 64 ③ 81
④ 100 ⑤ 121

58. 2005 교육청(3점)

어느 제과점에서 만드는 빵 1개의 무게를 확률변수 X라 하면 X는 평균이 $150\,g$, 표준편차가 $12\,g$인 정규분포를 따른다고 한다. 임의추출된 빵 9개의 무게의 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\overline{X}$가 $144g$ 이하일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구하면 $\dfrac{k}{10000}$이다. k의 값을 구하시오. 58.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1	0.3413
1.5	0.4332
2	0.4772
2.5	0.4938
3	0.4987

59. 2009 교육청(3점)

어느 지역에서 생산되는 귤의 당도는 평균이 m이고 표준편차가 1.5인 정규분포를 따른다고 한다. 표는 이 지역에서 생산된 귤 중에서 임의로 9개를 추출하여 당도를 측정한 결과를 나타낸 것이다.

당도	10	11	12	13	계
귤의 개수	4	2	2	1	9

이 결과를 이용하여 이 지역에서 생산되는 귤의 당도의 평균 m을 신뢰도 95 %로 추정한 신뢰구간은?59.
(단, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1.96)=0.475$이고 당도의 단위는 릭스이다.)

① $10.02 \leq m \leq 11.98$ ② $9.77 \leq m \leq 12.23$
③ $9.53 \leq m \leq 12.47$ ④ $9.35 \leq m \leq 12.65$
⑤ $9.04 \leq m \leq 12.96$

60. 2010 교육청(3점)

어느 회사에서 생산하는 비누의 무게는 평균이 250g, 표준편차가 20g인 정규분포를 따른다. 이 회사 비누 중에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 조사한 비누 무게의 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때,
$\mathrm{P}(242 \leq \overline{X} \leq 258) \leq 0.9544$를 만족시키는 자연수 n의 최댓값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 60.

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 16 ② 25
③ 36 ④ 49
⑤ 64

61. 2004 교육청(4점)

2005학년도 대학수학능력시험 수리영역의 원점수 X의 평균을 m, 표준편차를 σ라 할 때 표준점수 T는

$$T = a\left(\frac{X-m}{\sigma}\right) + b \text{ (단, } a > 0\text{)}$$

꼴로 나타내어진다.
수리영역의 표준점수 T가 평균이 100, 표준편차가 20인 분포를 이룬다고 할 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?61.

① 80 ② 90 ③ 100
④ 110 ⑤ 120

62. 2004 교육청(4점)

A 고등학교 학생의 몸무게는 평균이 60 kg, 표준편차가 6 kg인 정규분포를 이룬다고 한다. 적재중량이 549 kg이상이 되면 경고음을 내도록 설계되어 있는 엘리베이터에 A 고등학교 학생 중 임의추출한 9명이 탑승하였을 때, 경고음이 울릴 확률은?62.

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.1587 ② 0.1915
③ 0.3085 ④ 0.3413
⑤ 0.4332

63. 2004 교육청(4점)

어느 농장에서 생산되는 포도 한 송이의 무게는 평균 500g, 표준편차 50g인 정규분포를 따른다고 한다. 한편, 포도 한 송이의 가격은 표와 같이 무게를 기준으로 정하였다.

무게(g)	가격(원)
500 미만	1000
500 이상 550 미만	1100
550 이상	1200

이 때, 포도 한 송이 가격의 기댓값은?63.
(단, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1) = 0.34$, Z는 표준화된 확률변수)

① 1,066원 ② 1,100원 ③ 1,160원
④ 1,200원 ⑤ 1,300원

64. 2006 교육청(4점)

확률변수 X는 1, 2, 3, $\cdots$, n의 값을 취하고, $X = k(1 \leq k \leq n)$일 확률이 $\mathrm{P}(X = k) = ck$ (단, c는 상수)라 한다. 확률변수 X의 표준편차가 $\sqrt{6}$이 되도록 하는 자연수 n의 값을 구하시오. 64.

65. 2007 평가원(4점)

어느 회사에서는 두 종류의 막대 모양 과자 A,B를 생산하고 있다. 과자 A의 길이의 분포는 평균 m, 표준편차 σ_1인 정규분포이고, 과자 B의 길이의 분포는 평균 $m+25$, 표준편차 σ_2인 정규분포이다. 과자 A의 길이가 $m+10$ 이상일 확률과 과자 B의 길이가 $m+10$ 이하일 확률이 같을 때, $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$의 값은?
65.

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

66. 2009 교육청(4점)

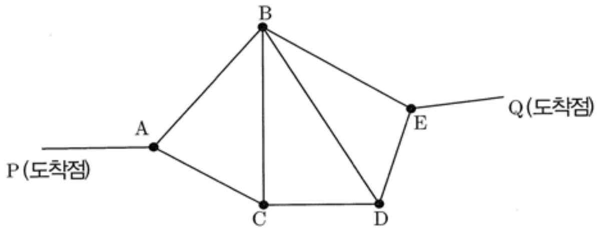
확률변수 X는 1, 2, 3, 4, 5 의 값을 갖고
$X \leq k$ $(k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$일 확률이

$$P(X \leq k) = ak^2 \ (a\text{는 상수})$$

이다. 확률변수 X의 기댓값이 m일 때, $20m$의 값을
구하시오.[66.]

67. 2004 교육청(4점)

그림과 같이 어느 지역의 5개의 관광지 A, B, C, D, E 를 연결하는 도로망이 있다.



어느 여행사에서는 P지점을 출발하여 A, B, C, D, E 5개 지역을 모두 방문하거나 일부 지역만을 방문하면서, 한 번 방문한 관광지는 다시 지나지 않고 Q지점에 도착하는 7가지 경우의 관광코스를 만들었다. 그리고, 한 관광지를 방문할 때마다 14,000원씩 요금을 부가하여 각 관광코스별 관광요금을 결정하였다. 예를 들면
P→A→B→E→Q관광코스의 요금은 $3 \times 14{,}000$원이다. 한 관광객이 임의로 7개의 관광코스 중 어느 하나를 선택하였을 때, 그 관광코스의 요금을 확률변수 X라고 하자. 이때,
확률변수 $\dfrac{X}{1000}$의 평균을 구하시오. [67.]

68. 2005 교육청(4점)

다음 표는 0부터 255까지의 정수를 이진법의 수로 나타낸 것이다. 이 중에서 3, 36과 같이 두 개의 자리의 수만이 1인 모든 정수들의 평균은? [68.]

십진법	이진법
0	0
1	1
2	1 0
3	1 1
⋮	⋮
36	1 0 0 1 0 0
⋮	⋮
255	1 1 1 1 1 1 1 1

① $\dfrac{127}{4}$ ② $\dfrac{125}{2}$ ③ $\dfrac{127}{2}$
④ $\dfrac{255}{4}$ ⑤ $\dfrac{255}{2}$

69. 2005 교육청(4점)

표는 어느 학교 A반과 B반의 확률과 통계 과목의 수행평가 점수에 대한 평균과 분산을 나타낸 것이다. 이 때, A반과 B반 전체 학생의 수행평가 점수에 대한 분산을 구하시오.[69.]

구분 \ 반	A	B
평균	18	16
분산	4	8
학생 수	30	30

70. 2008 교육청(4점)

어느 시험에서 여학생의 평균이 남학생보다 3점 높고 남학생의 분산은 15, 여학생의 분산은 12이다. 시험에 응시한 남학생의 수가 여학생의 2배일 때, 시험에 응시한 전체 학생의 분산은? 70.

① 13　② 14　③ 15
④ 16　⑤ 17

71. 2008 교육청(4점)

한 개의 주사위를 10번 던질 때, 홀수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하자. 확률변수 Y를 $Y=10-X$라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? 71.

[보 기]

ㄱ. $\mathrm{P}(5 \leq Y \leq 7)=\mathrm{P}(3 \leq X \leq 5)$
ㄴ. Y의 평균은 X의 평균과 같다.
ㄷ. Y의 분산은 X의 분산보다 크다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

72. 2010 교육청(4점)

두 연속확률변수 X, Y는 각각 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$, $\mathrm{N}(am, b\sigma^2)$을 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(X \geq 0)=\mathrm{P}(Y \geq 0)$
(나) $\mathrm{P}(X \leq 1)+\mathrm{P}(Y \geq 2)=1$

이때, $a+b$의 값은? (단, $a>0, b>0$)

① 5　② 6　③ 7
④ 8　⑤ 9

73. 2004 평가원(4점)

이산확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	4	8	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{8}$	b	1

확률변수 X의 평균이 5일 때, X의 분산은? 73.

① 9.75　② 8.5　③ 7.25
④ 6.5　⑤ 4.25

74. 2010 평가원(4점)

두 사람 A와 B가 각각 주사위를 한 개씩 동시에 던지는 시행을 한다. 이 시행에서 나온 두 주사위의 눈의 수의 차가 3보다 작으면 A가 1점을 얻고, 그렇지 않으면 B가 1점을 얻는다. 이와 같은 시행을 15회 반복할 때, A가 얻는 점수의 합의 기댓값과 B가 얻는 점수의 합의 기댓값의 차는?

① 1　② 3　③ 5
④ 7　⑤ 9

75. 2010 교육청(4점)

표는 세 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수들 중에서 두 수의 차의 최댓값을 확률변수 X라 할 때, 확률변수 X의 확률분포표이다.

X	0	1	2	3	4	5	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{36}$	a	$\frac{2}{9}$	b	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{36}$	1

이때, 확률변수 $Y=12X+5$의 평균 $\mathrm{E}(Y)$의 값은?

① 40　② 44　③ 48
④ 52　⑤ 56

76. 2010 평가원(4점)

다음은 어느 모집단의 확률분포표이다.

X	-2	0	1	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{2}$	1

이 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$의 표준편차는? (단, a는 상수이다.)

① $\frac{\sqrt{6}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{4}$

④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\sqrt{6}$

77. 2010 평가원(4점)

확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	계
$\mathrm{P}(X=x)$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	1

$p_5-p_1=\frac{8}{25}$, $p_{n+2}-2p_{n+1}+p_n=0$ $(n=1, 2, 3)$일 때, 확률변수 $100X$의 기댓값 $\mathrm{E}(100X)$의 값을 구하시오.77.

78. 2005 평가원(4점)

이산확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	3	계
$P(X=x)$	p	$\frac{1}{4}$	q	$\frac{1}{12}$	1

X의 분산이 1이 되는 p와 q에 대하여 $3p+q$의 값은? 78.

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1

④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

79. 2010 평가원(4점)

10 이하의 음이 아닌 정수 r에 대하여 함수 f를

$f(r)={}_{10}\mathrm{C}_r\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

이라 할 때, $2\sum_{r=0}^{10} r^2 f(r)$의 값을 구하시오.79.

80. 2006 평가원(4점)

이산확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	$\cdots$	10	계
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=\mathrm{x})$	p_0	p_1	p_2	$\cdots$	p_{10}	1

(단, $p_i>0$이고 $i=0,\ 1, 2,\ \ldots,\ 10$이다.)

집합 $\{x \mid 0 \leq x \leq 10\}$에서 정의된 두 함수 $F(x)$, $G(x)$가
$F(x)=\mathrm{P}(0 \leq \mathrm{X} \leq \mathrm{x})$, $G(x)=\mathrm{P}(\mathrm{X}>\mathrm{x})$
일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? 80.

[보 기]

ㄱ. $G(3)=1-F(3)$
ㄴ. $\mathrm{P}(3 \leq \mathrm{X} \leq 8)=\mathrm{F}(8)-\mathrm{F}(3)$
ㄷ. $\mathrm{P}(3 \leq \mathrm{X} \leq 8)=\mathrm{G}(2)-\mathrm{G}(8)$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

81. 2010 평가원(4점)

1부터 5까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 공 5개가 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 공을 하나 꺼내어 적혀 있는 수를 확인하고 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 150번 반복할 때, 짝수가 적혀 있는 공이 나오는 횟수를 X라 하자. 확률변수 X에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?81.

< 보 기 >

ㄱ. X의 분산은 36이다.
ㄴ. $\mathrm{P}(X=0)<\mathrm{P}(X=150)$
ㄷ. $\mathrm{P}(X \leq 51)>\mathrm{P}(X \geq 72)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

82. 2006 평가원(4점)

이산확률변수 X가 값 x를 가질 확률이

$$\mathrm{P}(X=x)={}_n\mathrm{C}_x\, p^x(1-p)^{n-x}$$

(단, $x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n$이고 $0<p<1$) 이다.

$\mathrm{E}(X)=1,\ \mathrm{V}(X)=\dfrac{9}{10}$ 일 때, $\mathrm{P}(X<2)$의 값은? 82.

① $\dfrac{19}{10}\left(\dfrac{9}{10}\right)^9$ ② $\dfrac{17}{9}\left(\dfrac{8}{9}\right)^8$
③ $\dfrac{15}{8}\left(\dfrac{7}{8}\right)^7$ ④ $\dfrac{13}{7}\left(\dfrac{6}{7}\right)^6$
⑤ $\dfrac{11}{6}\left(\dfrac{5}{6}\right)^5$

83. 2010 교육청(4점)

여섯 면에 1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀있는 정육면체 모양의 주사위가 있다. 이 주사위를 100번 반복하여 던질 때, 3의 배수가 k번 나올 확률을 $P(k)$라 하자.

$\displaystyle\sum_{k=1}^{20}\{P(2k-1)-P(2k)\}$의 값은?

① $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{100}$ ② $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{100}-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{100}$
③ $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{100}-\left(\dfrac{2}{3}\right)^{100}$ ④ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{50}-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{50}$
⑤ $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{50}-\left(\dfrac{2}{3}\right)^{50}$

84. 2006 교육청(4점)

다음은 확률변수 X의 확률분포가

$$\mathrm{P}(X=k)=\frac{1}{10}+(-1)^k p \quad (k=1, 2,\ 3,\ \cdots ,\ 2n)$$

인 확률변수 X의 확률분포표이다.

X	1	2	3	$\cdots$	$2n$	계
$\mathrm{P}(X=k)$	$\frac{1}{10}-p$	$\frac{1}{10}+p$	$\frac{1}{10}-p$	$\cdots$	$\frac{1}{10}+p$	1

확률변수 X의 기댓값이 $\mathrm{E}(X)=\frac{23}{4}$ 일 때, $\frac{1}{p}$ 의 값을 구하시오.84. (단, $0<p<\frac{1}{10}$ 이고, n은 자연수이다.)

85. 2006 교육청(4점)

책상 위에 서로 다른 7개의 동전이 앞면이 4개, 뒷면이 3개가 보이도록 놓여 있다. 이 중에서 임의로 3개를 뒤집어 놓을 때, 앞면이 보이는 동전의 개수를 확률변수 X라 하자. X의 평균을 $\frac{n}{m}$이라 할 때, $m+n$의 값을 구하시오.85.(단, m, n은 서로소인 자연수이다.)

86. 2009 교육청(4점)

표는 $k=0, 1, 2, 3, 4$ 일 때, $p_k={}_{30}\mathrm{C}_k\left(\frac{1}{6}\right)^k\left(\frac{5}{6}\right)^{30-k}$ 의 값을 소수점 아래 셋째자리까지 나타낸 것이다.

k	0	1	2	3	4
p_k	0.004	0.025	0.073	0.137	0.185

주사위를 30 번 던져 1 의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 할 때, 위의 표를 이용하여 $\sum_{r=3}^{30} r\,\mathrm{P}(X=r)$ 의 값을 구한 것은?86.

① 4.765 ② 4.829 ③ 4.902
④ 4.946 ⑤ 4.971

87. 2008 평가원(4점)

연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음과 같다.

$$f(x)=\frac{1}{2}x \quad (0\leqq x\leqq 2)$$

매회의 시행에서 사건 A가 일어날 확률이 $\mathrm{P}(0\leqq \mathrm{X}\leqq 1)$로 일정할 때, 3회의 독립시행에서 사건 A가 2회 이상 일어날 확률을 $\frac{q}{p}$라 하자. $p+q$의 값을 구하시오.(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)87.

88. 2007 교육청(4점)

동전을 n번 던져 앞면이 나오는 횟수를 X라 하자. 충분히 큰 n에 대하여, $\mathrm{P}\left(\left|X-\frac{n}{2}\right|\leq\frac{21}{2}\right)\geq 0.954$를 만족하는 n의 최댓값을 구하시오. [88.](단, $\mathrm{P}(0\leq Z\leq 2)=0.477$이다.)

89. 2008 교육청(4점)

한 개의 주사위를 n번 던져서 1이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하자. 확률변수 X 가 $P(X=n-1)=20P(X=n)$ 을 만족할 때, X^2 의 기댓값은?[89.]

① $\frac{4}{9}$　② $\frac{7}{9}$　③ 1

④ $\frac{11}{9}$　⑤ 2

90. 2004 교육청(4점)

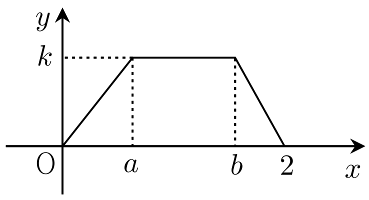
연속확률변수 X가 취하는 값의 범위가 $0\leq X\leq 2$이고, 확률밀도함수 $f(x)$가 $f(x)=kx\,(0\leq x\leq 2)$일 때, 확률$\mathrm{P}(0\leq \mathrm{X}\leq \mathrm{k})$의 값은? [90.] (단, k는 상수)

① $\frac{1}{32}$　② $\frac{1}{16}$　③ $\frac{1}{8}$

④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{2}$

91. 2010 교육청(4점)

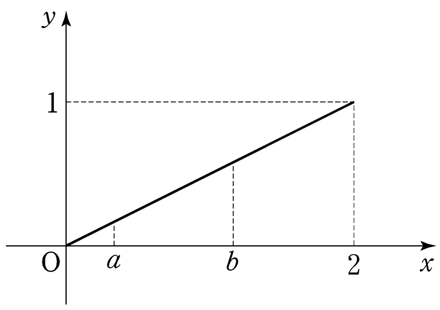
연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $0\leq X\leq 2$이고, 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다.



$\mathrm{P}(a\leq X\leq b)=\frac{1}{2}$일 때, k의 값은 $k=\frac{q}{p}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

92. 2007 평가원(4점)

연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0\leq X\leq 2$이고 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다.



두 양수 a, b에 대하여

$p_1=\mathrm{P}(0\leq \mathrm{X}\leq \mathrm{a})$, $p_2=\mathrm{P}(\mathrm{a}<\mathrm{X}\leq \mathrm{b})$, $p_3=\mathrm{P}(\mathrm{b}<\mathrm{X}\leq 2)$ 이다. 세 확률 p_1, p_2, p_3이 이 순서로 등차수열을 이루고 $a+b=\frac{4}{3}$일 때, b의 값은? [92.](단, $a<b$이다.)

① $\frac{11}{12}$　② 1　③ $\frac{13}{12}$

④ $\frac{7}{6}$　⑤ $\frac{5}{4}$

93. 2009 교육청(4점)

연속확률변수 X는 평균이 20, 표준편차가 4인 정규분포를 따른다. 함수 $f(k)$를 $f(k)=\mathrm{P}(k-8 \le X \le k)$로 정의할 때, $f(k)$에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?[93.]

[보 기]

ㄱ. $f(12)=f(36)$
ㄴ. 함수 $f(k)$는 $k=24$일 때 최댓값을 갖는다.
ㄷ. 임의의 실수 k에 대하여 $f(k)=f(24-k)$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

94. 2008 교육청(4점)

정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르는 확률변수 X에 대하여 확률밀도함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(100-x)=f(100+x)$를 만족한다.

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

$\mathrm{P}(m \le X \le m+8)=0.4772$일 때, 표준정규분포표를 이용하여 $\mathrm{P}(94 \le X \le 110)$을 구하면?[94.]

① 0.9104 ② 0.9270 ③ 0.9710
④ 0.9725 ⑤ 0.9759

95. 2008 교육청(4점)

어느 도시의 학생 2500명을 대상으로 조사한 통학 시간은 정규분포를 따르고 평균이 25분, 표준편차가 5분이라고 한다. 이 2500명의 학생 중 임의로 택한 한 학생의 통학 시간이 35분 이상일 확률은 p_1이다. 또, 이 2500명의 학생 중에서 통학 시간이 35분 이상인 학생이 n명 이상일 확률은 p_2이다. $p_1=p_2$일 때, 자연수 n의 값을 구하시오.[95.](단, 오른쪽 표준정규분포표를 이용한다.)

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

96. 2010 교육청(4점)

숫자가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 이 10장의 카드 중 적혀 있는 숫자가 2, 3, 5인 카드는 각각 두 장, 세 장, 다섯 장이다. 10장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 뽑아 숫자를 확인한 후 다시 섞는다. 이 시행을 448번 하였을 때, 세 카드에 쓰여 있는 숫자의 합이 9 이하인 횟수를 확률변수 X라 하자. X가 49 이상 70 이하가 될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[96.]

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.6826 ② 0.7745 ③ 0.8185
④ 0.8351 ⑤ 0.9270

97. 2005 평가원(4점)

확률변수 X와 Y가 평균이 0이고 표준편차가 각각 a와 b인 정규분포를 따를 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?97.

[보 기]

ㄱ. $P(1 \leq X \leq 2) = P(2 \leq X \leq 3)$

ㄴ. $P(-a \leq X \leq 0) = P(0 \leq Y \leq b)$

ㄷ. $P(-1 \leq X \leq 1) = P(-2 \leq Y \leq 2)$ 이면 $a < b$이다.

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

98. 2005 평가원(4점)

세 확률변수 X, Y, W는 각각 다음과 같다.

X는 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{5}\right)$을 따른다.

Y는 이항분포 $B\left(225, \frac{1}{5}\right)$을 따른다.

W는 이항분포 $B\left(400, \frac{1}{5}\right)$을 따른다.

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? 98.

[보 기]

ㄱ. $P\left(\left|\frac{X}{100} - \frac{1}{5}\right| < \frac{1}{10}\right) < P\left(\left|\frac{W}{400} - \frac{1}{5}\right| < \frac{1}{10}\right)$

ㄴ. $P\left(\left|\frac{X}{100} - \frac{1}{5}\right| < \frac{1}{10}\right) < P\left(\left|\frac{Y}{225} - \frac{1}{5}\right| < \frac{1}{25}\right)$

ㄷ. $P\left(\left|\frac{Y}{225} - \frac{1}{5}\right| < \frac{1}{25}\right) < P\left(\left|\frac{W}{400} - \frac{1}{5}\right| < \frac{1}{25}\right)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

99. 2005 평가원(4점)

어느 회사에서는 신입사원 300명에게 연수를 실시하고 연수 점수에 따라 상위 36명을 뽑아 해외 연수의 기회를 제공하고자 한다. 신입사원 전체의 연수 점수가 평균 83점, 표준편차 5점인 정규분포를 따른다고 할 때, 해외 연수의 기회를 얻기 위한 최소 점수를 아래 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.99. (단, 연수 점수는 최소 0점에서 최대 100점 사이의 정수이다.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.1	0.36
1.2	0.38
1.3	0.40

100. 2006 교육청(4점)

어느 양궁 종목에서 사용하는 표적지는 원의 반지름의 길이가 각각 4cm, 8cm, 12cm, $\cdots$, 40cm로 4cm씩 증가하는 10개의 동심원으로 되어 있다. 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지의 거리를 X라고 할 때 $0 \leq X \leq 4$이면 10점, $4 < X \leq 8$이면 9점, $8 < X \leq 12$이면 8점, $\cdots$, $36 < X \leq 40$이면 1점, $X > 40$이면 0점을 득점한다. 기록에 의하면 양궁 선수 A가 화살을 쏘았을 때 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지의 거리는 평균 8cm, 표준편차 2cm인 정규분포를 따른다고 한다. A가 12발의 화살을 쏘았을 때 8점을 득점한 화살의 개수 Y의 기댓값 $E(Y)$는? 100.

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

① 4.0956 ② 4.9112 ③ 5.7264
④ 5.8554 ⑤ 5.9844

101. 2006 교육청(4점)

어느 과자 공장에서 생산되는 과자의 무게는 평균이 $16g$, 표준편차는 $0.3g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서는 과자의 무게가 $15.25g$이하이면 불량품으로 판정한다. 표준정규분포표를 이용하여 이 공장에서 생산된 과자가 불량품일 확률을 구하면 p라 할 때, $10000p$의 값을 구하시오.[101.]

[표준정규분포표]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

102. 2007 교육청(4점)

$\sum_{k=351}^{369} {}_{400}\mathrm{C}_k \left(\frac{9}{10}\right)^k \left(\frac{1}{10}\right)^{400-k}$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [102.]

< 표준정규분포표 >

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.1587
② 0.3085
③ 0.6826
④ 0.8664
⑤ 0.9544

103. 2008 교육청(4점)

어느 공장에서 만드는 제품 A의 무게는 평균 $120\,\mathrm{g}$, 표준편차 $10\,\mathrm{g}$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 만드는 제품 A 중에서 임의추출한 1개의 무게가 $130\,\mathrm{g}$ 이상일 확률을 p_1, 임의추출한 4개의 무게의 평균이 $130\,\mathrm{g}$ 이상일 확률을 p_2라 할 때, $p_1 - p_2$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[103.]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① -0.1498 ② -0.1359 ③ 0
④ 0.1359 ⑤ 0.1498

104. 2008 교육청(4점)

한 개의 주사위를 던져 6의 눈이 나오면 900원의 이익을 얻고, 그 이외의 눈이 나오면 100원의 손해를 보는 게임이 있다. 이 게임을 180회 시행했을 때, 당첨금으로 22,000원 이상을 받게 될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면?[104.]

<표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

① 0.1587 ② 0.0668
③ 0.0456 ④ 0.0292 ⑤ 0.0228

105. 2009 평가원(4점)

양의 실수 전체의 집합을 정의역으로 하는 함수 $H(t)$는 평균 20, 표준편차 t인 정규분포를 따르는 확률변수 X에 대하여

$$H(t)=P(X \leq 15)$$

이다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은 ?
(단, 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z에 대하여
$P(0 \leq Z \leq 1)=0.3413,\ P(0 \leq Z \leq 2)=0.4772$이다.)[105.]

[보 기]

ㄱ. $H(2.5)=P(Z \geq 2)$
ㄴ. $H(2)<H(2.5)$
ㄷ. $H(5)<5H(2)$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

106. 2004 교육청(4점)

전국 연합학력평가 후 응시생 1600명을 임의로 추출하여 가채점 하였더니 수리영역 점수의 표준편차가 16점이었다. 수험생 전체 수리영역의 평균점수 m을 95%의 신뢰도로 추정한 신뢰구간이 $\alpha \leq m \leq \beta$일 때, $\beta-\alpha$의 값은?[106.]
(단, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1.96)=0.475$)

① 0.784 ② 1.568
③ 2.352 ④ 3.136
⑤ 3.920

107. 2010 교육청(4점)

모집인원이 200명인 어느 대학의 입학시험에 1000명의 수험생이 응시하였다. 수험생의 점수는 평균이 156점이고 표준편차가 20점인 정규분포를 따른다고 할 때, 합격하기 위한 최저 점수를 오른쪽 정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.52	0.20
0.67	0.25
0.84	0.30
1.00	0.34

① 166.4점 ② 168.8점 ③ 169.4점
④ 170.8점 ⑤ 172.8점

108. 2010 평가원(4점)

어느 동물의 특정 자극에 대한 반응 시간은 평균이 m, 표준편차가 1인 정규분포를 따른다고 한다. 반응 시간이 2.93 미만일 확률이 0.1003일 때, m의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.91	0.3186
1.28	0.3997
1.65	0.4505
2.02	0.4783

① 3.47 ② 3.84 ③ 4.21
④ 4.58 ⑤ 4.95

109. 2010 교육청(4점)

분산이 σ^2인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기 n인 표본을 임의추출하여 모평균 m을 추정한 후 신뢰구간의 길이를 구하고자 한다. 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 79.6%의 신뢰구간의 길이가 l이고, 모평균 m에 대한 신뢰도 σ%의 신뢰구간의 길이는 $2l$이다. 이 때, α의 값은?

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.27	0.3980
1.69	0.4545
1.96	0.4750
2.54	0.4945
3.29	0.4995

① 87.3 ② 90.9 ③ 95.0
④ 98.9 ⑤ 99.9

110. 2010 교육청(4점)

어느 공장에서 생산되는 제품의 무게 X는 평균이 60g, 표준편차가 5g인 정규분포를 따른다고 한다. 제품의 무게가 50g 이하인 제품은 불량품으로 판정한다. 이 공장에서 생산된 제품 중에서 2500개를 임의로 추출할 때, 2500개 무게의 평균을 $\overline{X}$, 불량품의 개수를 Y라고 하자. 위의 표준정규분포표를 이용하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

[보 기]

ㄱ. $P(\overline{X} \geq 60) = \frac{1}{2}$

ㄴ. $P(Y \geq 57) = P(\overline{X} \leq 59.9)$

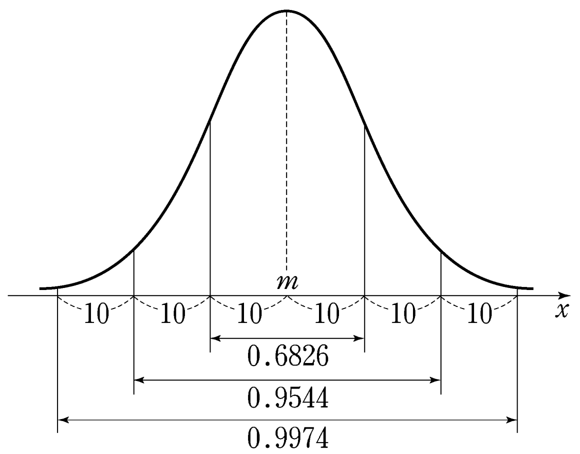
ㄷ. 임의의 양수 k에 대하여

$P(60-k \leq X \leq 60+k) > P(60-k \leq \overline{X} \leq 60+k)$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

111. 2008 평가원(4점)

어떤 모집단의 분포가 정규분포 $N(m, 10^2)$을 따르고, 이 정규분포의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프와 구간별 확률은 아래와 같다.



확률밀도함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여

$f(x) = f(100-x)$

를 만족한다. 이 모집단에서 크기 25인 표본을 임의추출할 때의 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $P(44 \leq \overline{X} \leq 48)$의 값은? 111.

① 0.1359 ② 0.1574 ③ 0.1965
④ 0.2350 ⑤ 0.2718

112. 2008 교육청(4점)

어느 음료 회사에서 생산되는 캔 음료 한 개의 용량의 평균은 $355ml$, 표준편차는 $5ml$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산된 캔 음료 중에서 임의로 100개를 추출할 때, 표본평균이 $354ml$ 이상이고, $355.5ml$ 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?112.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 05.328 ② 07745 ③ 0.8185
④ 0.8664 ⑤ 0.9104

113. 2005 평가원(4점)

어느 과자 공장에서 생산하는 과자 A의 무게는 평균 $800g$, 표준편차 $14g$인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서는 생산 시스템의 이상 여부를 점검하기 위하여 하루에 생산된 과자 A 중에서 크기가 49인 임의표본을 추출하여 과자의 무게에 대한 표본평균 $\overline{X}$를 계산한다. $\overline{X}$가 상수 c보다 작으면 생산 시스템에 이상이 있는 것으로 판단하고 생산 시스템을 점검한다. 이 공장에서 생산 시스템에 이상이 있다고 판단될 확률이 0.02라고 할 때, 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 상수 c의 값은?113.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.88	0.47
2.05	0.48
2.33	0.49

① 771.3 ② 784.7 ③ 787.1
④ 791.5 ⑤ 795.9

114. 2009 교육청(4점)

어느 회사에서 생산되는 비누의 무게는 정규분포를 따르며, 무게가 100g미만인 것은 불량품으로 판정한다. 회사에서는 판매 촉진을 위해 비누를 4개씩 포장하여 만든 세트 상품을 판매하기로 하였다. 각 세트 상품은 그 안에 들어 있는 비누 무게의 평균이 100g미만인 경우에 불량품으로 판정된다고 할 때, 상품 1000세트 중 1세트의 비율로 불량품이 생긴다고 한다. 회사에서 생산된 비누 1개를 검사할 때, 불량품으로 판정될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?114. (단, 포장지의 무게는 무시한다.)

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.494
3.0	0.499

① 0.001 ② 0.006 ③ 0.023
④ 0.067 ⑤ 0.159

115. 2009 평가원(4점)

어느 회사에서는 생산되는 제품을 1000개씩 상자에 넣어 판매한다. 이 때, 상자에서 임의로 추출한 16개 제품의 무게의 표본평균이 12.7이상이면 그 상자를 정상 판매하고, 12.7미만이면 할인 판매한다. A상자에 들어 있는 제품의 무게는 평균 16, 표준편차 6인 정규분포를 따르고, B상자에 있는 제품의 무게는 평균 10, 표준편차 6인 정규분포를 따른다고 할 때, A상자가 할인 판매될 확률이 p, B상자가 정상 판매될 확률이 q이다. $p+q$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은 ? (단, 무게의 단위는 g이다.)115.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.6	0.4452
1.8	0.4641
2.0	0.4772
2.2	0.4861

① 0.0367 ② 0.0498 ③ 0.0587
④ 0.0687 ⑤ 0.0776

116. 2008 수능 (3점)

한 개의 동전을 세 번 던져 나온 결과에 대하여, 다음 규칙에 따라 얻은 점수를 확률변수 X라 하자.

(가) 같은 면이 연속하여 나오지 않으면 0점으로 한다.
(나) 같은 면이 연속하여 두 번만 나오면 1점으로 한다.
(다) 같은 면이 연속하여 세 번 나오면 3점으로 한다.

확률변수 X의 분산 $\mathrm{V(X)}$의 값은?116.

① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{19}{16}$ ③ $\frac{5}{4}$
④ $\frac{21}{16}$ ⑤ $\frac{11}{8}$

117. 2010 교육청(4점)

A여론 조사 기관에서 어떤 드라마의 시청률을 조사하기 위해 임의로 추출한 1000명을 대상으로 조사한 결과 100명이 시청하였다고 한다. 이 결과를 이용하여 전체 시청자의 시청률을 신뢰도 95%로 신뢰구간을 구하였더니 $[a, b]$이었다. $b-a \leq 0.002$를 만족시키려면 최소한 p명을 임의 추출하여 조사해야 한다. 이때, $\sqrt{p}$의 값을 구하시오. 117.
(단, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$)

118. 2004 수능 (3점)

다음은 신뢰구간, 신뢰도, 표본의 크기의 관계를 설명한 것이다.

> 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르는 모집단이 있다.
> 이 모집단에서 크기 n인 표본을 임의추출하면 표본평균은 정규분포 (가) 을 따른다.
> 이 표본평균의 분포를 이용하여 추정한 모평균 m에 대한 신뢰도 α의 신뢰구간을 $a \leqq m \leqq b$라 하자.
> 표본의 크기를 n으로 고정하고 신뢰도를 α보다 높게 한 신뢰구간을 $c \leqq m \leqq d$라 할 때, $d-c$는 $b-a$보다 (나)
> 한편, 신뢰도를 α로 고정하고 표본의 크기를 $2n$으로 한 신뢰구간을 $e \leqq m \leqq f$라 할 때, $f-e$는 $b-a$의 (다) 배가 된다.

위의 과정에서 (가), (나), (다) 에 알맞은 것은?[118.]

	(가)	(나)	(다)
①	$\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$	크다	$\frac{1}{2}$
②	$\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$	작다	$\frac{1}{2}$
③	$\mathrm{N}\left(m,\ \frac{\sigma^2}{n}\right)$	크다	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
④	$\mathrm{N}\left(m,\ \frac{\sigma^2}{n}\right)$	크다	$\sqrt{2}$
⑤	$\mathrm{N}\left(m,\ \frac{\sigma^2}{n}\right)$	작다	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

119. 2011 수능 (3점)

확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	-1	0	1	2	계
$P(X=x)$	$\frac{3-a}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3+a}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$P(0 \le X \le 2) = \frac{7}{8}$ 일 때, 확률변수 X의 평균 $E(X)$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

120. 2004 수능 (3점)

다음은 어느 백화점에서 판매하고 있는 등산화에 대한 제조회사별 고객의 선호도를 조사한 표이다.

제조회사	A	B	C	D	계
선호도(%)	20	28	25	27	100

192명의 고객이 각각 한 켤레씩 등산화를 산다고 할 때, C회사 제품을 선택할 고객이 42명 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[120.]

z	$\mathrm{P}(0 \leqq Z \leqq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915
② 0.7745
③ 0.8256
④ 0.8332
⑤ 0.8413

121. 2011 수능 (3점)

동전 2개를 동시에 던지는 시행을 10회 반복할 때, 동전 2개 모두 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 하자. 확률변수 $4X+1$의 분산 $V(4X+1)$의 값을 구하시오.

122. 2005 수능 (3점)

다음은 확률변수 X의 확률분포표이다.

X	k	$2k$	$4k$	계
$\mathrm{P}(\mathrm{X}=x)$	$\frac{4}{7}$	a	b	1

$\frac{4}{7}$, a, b가 이 순서로 등비수열을 이루고 X의 평균이 24일 때, k의 값을 구하시오.[122.]

123. 2004 수능 (3점)

확률변수 X의 확률분포표가 아래와 같을 때, 확률변수 $\mathrm{Y}=10\mathrm{X}+5$의 분산을 구하시오.[123.]

X	0	1	2	3	계
P(X)	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	1

124. 2011 수능 (3점)

어느 도시에서 공용 자전거의 1회 이용 시간은 평균이 60분, 표준편차가 10분인 정규분포를 따른다고 한다. 공용 자전거를 이용한 25회를 임의추출하여 조사할 때, 25회 이용시간의 총합이 1450분이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.8351 ② 0.8413 ③ 0.9332
④ 0.9772 ⑤ 0.9938

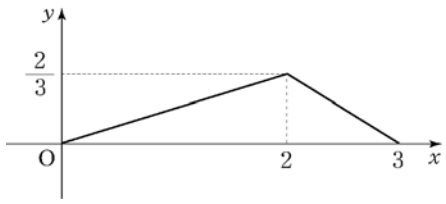
125. 2005 수능 (3점)

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(100,\ \frac{1}{5}\right)$을 따를 때, 확률변수 $3\mathrm{X}-4$의 표준편차는?[125.]

① 12 ② 15 ③ 18
④ 21 ⑤ 24

126. 2005 수능 (3점)

연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $0 \leq \mathrm{X} \leq 3$이고, 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다.



$\mathrm{P}(m \leq \mathrm{X} \leq 2)=\mathrm{P}(2 \leq \mathrm{X} \leq 3)$일 때, m의 값은?[126.]
(단, $0<m<2$이다.)

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1
④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

127. 2005 수능 (3점)

어느 공장에서 생산되는 제품의 무게가 정규분포 $\mathrm{N}(11,\ 2^2)$을 따른다고 하자. A와 B 두 사람이 크기가 4인 표본을 각각 독립적으로 임의추출 하였다. A와 B가 추출한 표본의 평균이 모두 10이상 14이하가 될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?[127.]

[표준정규분포표]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

① 0.8123 ② 0.7056 ③ 0.6587
④ 0.5228 ⑤ 0.2944

128. 2006 수능 (3점)

어느 세차장에서 승용차 한 대를 세차하는 데 걸리는 세차 시간은 평균 30분, 표준편차 2분인 정규분포를 따른다고 한다. 한 대의 승용차를 이 세차장에서 세차할 때, 세차 시간이 33분 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?
128.

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leqq Z \leqq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0668
③ 0.1587 ④ 0.2708
⑤ 0.3085

129. 2006 수능 (3점)

어느 공장에서 생산되는 탁구공을 일정한 높이에서 강철바닥에 떨어뜨렸을 때 탁구공이 튀어 오른 높이는 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 탁구공 중 임의추출한 100개에 대하여 튀어 오른 높이를 측정하였더니 평균이 245, 표준편차가 20이었다.
이 공장에서 생산되는 탁구공 전체의 튀어 오른 높이의 평균에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간에 속하는 정수의 개수는? (단, 높이의 단위는 mm이고, Z가 표준정규분포를 따를 때 $\mathrm{P}(0 \leqq \mathrm{Z} \leqq 1.96) = 0.4750$이다.)129.

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

130. 2011 수능 (3점)

어느 재래시장을 이용하는 고객의 집에서 시장까지의 거리는 평균이 $1740m$, 표준편차가 $500m$인 정규분포를 따른다고 한다. 집에서 시장까지의 거리가 $2000m$ 이상인 고객 중에서 15%, $2000m$미만인 고객 중에서 5%는 자가용을 이용하여 시장에 온다고 한다. 자가용을 이용하여 시장에 온 고객 중에서 임의로 1명을 선택할 때, 이 고객의 집에서 시장까지의 거리가 $2000m$미만일 확률은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 0.52) = 0.2$로 계산한다.)
3

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leqq Z \leqq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

131. 2011 수능 (4점)

이산확률변수 X의 확률질량함수가

$$P(X=x) = \frac{ax+2}{10} \quad (x = -1,\ 0,\ 1,\ 2)$$

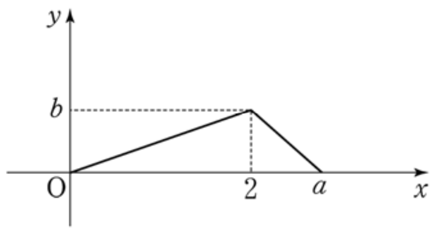
일 때, 확률변수 $3X+2$의 분산 $V(3X+2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 9 ② 18 ③ 27
④ 36 ⑤ 45

132. 2006 수능 (4점)

두 양수 a, b에 대하여 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq a$이고, 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다.

$P\left(0 \leq X \leq \frac{a}{2}\right) = \frac{b}{2}$일 때, a^2+4b^2의 값을 구하시오. 132.



133. 2007 수능 (3점)

연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 3$이고, 확률 $\mathrm{P}(\mathrm{X} \leq 1)$과 확률 $\mathrm{P}(\mathrm{X} \leq 2)$의 값이 이차방정식 $6x^2-5x+1=0$의 두 근일 때, 확률 $\mathrm{P}(1<\mathrm{X} \leq 2)$의 값은? 133.

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

134. 2007 수능 (4점)

어느 회사의 전체 신입 사원 1000명을 대상으로 신체검사를 한 결과, 키는 평균 m, 표준편차 10인 정규분포를 따른다고 한다. 전체 신입 사원 중에서 키가 177 이상인 사원이 242명이었다.

z	$\mathrm{P}(0 \leq \mathrm{Z} \leq z)$
0.7	0.2580
0.8	0.2881
0.9	0.3159
1.0	0.3413

전체 신입 사원 중에서 임의로 선택한 한 명의 키가 180 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 키의 단위는 cm이다.)134.

① 0.1587 ② 0.1841 ③ 0.2119
④ 0.2267 ⑤ 0.2420

135. 2007 수능 (4점)

한 개의 주사위를 20번 던질 때 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하고, 한 개의 동전을 n번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 Y라 하자. Y의 분산이 X의 분산보다 크게 되도록 하는 n의 최솟값을 구하시오.135.

136. 2007 수능 (4점)

모평균 75, 모표준편차 5인 정규분포를 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 25인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$라 하자.
표준정규분포를 따르는 확률변수 Z에 대하여 양의 상수 c가

$$\mathrm{P}(|\mathrm{Z}|>c)=0.06$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? 136.

[보 기]

ㄱ. $\mathrm{P}(\mathrm{Z}>a)=0.05$인 상수 a에 대하여 $c>a$이다.
ㄴ. $\mathrm{P}(\overline{\mathrm{X}} \leq c+75)=0.97$
ㄷ. $\mathrm{P}(\overline{\mathrm{X}}>b)=0.01$인 상수 b에 대하여 $c<b-75$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

137. 2008 수능 (3점)

세계핸드볼연맹에서 공인한 여자 일반부용 핸드볼 공을 생산하는 회사가 있다. 이 회사에서 생산된 핸드볼 공의 무게는 평균 350g, 표준편차 16g인 정규분포를 따른다고 한다.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
2.00	0.4772
2.25	0.4878
2.50	0.4938
2.75	0.4970

이 회사는 일정한 기간 동안 생산된 핸드볼 공 중에서 임의로 추출된 핸드볼 공 64개의 무게의 평균이 346g 이하이거나 355g 이상이면 생산 공정에 문제가 있다고 판단한다. 이 회사에서 생산 공정에 문제가 있다고 판단할 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 137.

① 0.0290 ② 0.0258 ③ 0.0184
④ 0.0152 ⑤ 0.0092

138. 2008 수능 (4점)

두 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 나오는 각각의 눈의 수 m, n에 대하여 $m^2+n^2 \leq 25$가 되는 사건을 E라 하자. 두 주사위 A, B를 동시에 던지는 12회의 독립시행에서 사건 E가 일어나는 횟수를 확률변수 X라 할 때, X의 분산 $V(X)$는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)138.

139. 2008 수능 (4점)

확률변수 X와 Y는 평균이 모두 0이고 분산이 각각 σ^2과 $\frac{\sigma^2}{4}$인 정규분포를 따르고, 확률변수 Z는 표준정규분포를 따른다. 두 양수 a와 b에 대하여

$$P(|X| \leq a) = P(|Y| \leq b)$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?139.

[보 기]

ㄱ. $a>b$

ㄴ. $P\left(Z > \frac{2b}{\sigma}\right) = P\left(Y > \frac{a}{2}\right)$

ㄷ. $P(Y \leq b) = 0.7$일 때, $P(|X| \leq a) = 0.3$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

140. 2008 수능 (4점)

다음은 어떤 모집단의 확률분포표이다.

X	10	20	30	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	a	$\frac{1}{2}-a$	1

이 모집단에서 크기가 2인 표본을 복원추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. $\overline{X}$의 평균이 18일 때, $P(\overline{X}=20)$의 값은? 140.

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{19}{50}$ ③ $\frac{9}{25}$
④ $\frac{17}{50}$ ⑤ $\frac{8}{25}$

141. 2009 수능 (3점)

두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고,

$$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)\ ,\ \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{9}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$ 의 값은? 141.

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

142. 2009 수능 (3점)

확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	1

확률변수 $7X$의 분산 $\mathrm{V}(7X)$의 값은?142.

① 14 ② 21 ③ 28
④ 35 ⑤ 42

143. 2009 수능 (4점)

어느 공장에서 생산되는 병의 내압강도는 정규분포 $N(m,\ \sigma^2)$을 따르고, 내압강도가 40보다 작은 병은 불량품으로 분류한다. 이 공장의 공정능력을 평가하는 공정능력지수 G는

z	$\mathrm{P}(0\leq Z\leq z)$
2.2	0.4861
2.3	0.4893
2.4	0.4918
2.5	0.4938

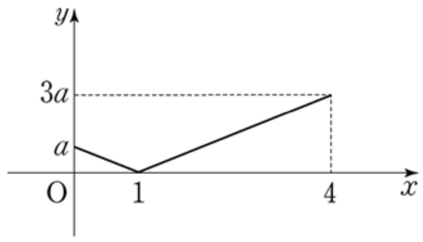
$$G=\frac{m-40}{3\sigma}$$

으로 계산한다. $G=0.8$일 때, 임의 추출한 한 개의 병이 불량품일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?143.

① 0.0139 ② 0.0107 ③ 0.0082
④ 0.0062 ⑤ 0.0038

144. 2009 수능 (4점)

연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0\leq X\leq 4$이고 X의 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다. $100\mathrm{P}(0\leq X\leq 2)$의 값을 구하시오.144.



145. 2009 수능 (4점)

어느 방송사의 '○○뉴스'의 방송시간은 평균이 50분, 표준편차가 2분인 정규분포를 따른다. 방송된 '○○뉴스'를 대상으로 크기가 9인 표본을 임의추출하여 조사한 방송시간의 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $P(49\leq \overline{X}\leq 51)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?145.

z	$\mathrm{P}(0\leq Z\leq z)$
1.5	0.4332
1.6	0.4452
1.7	0.4554
1.8	0.4641

① 0.8664 ② 0.8904 ③ 0.9108
④ 0.9282 ⑤ 0.9452

146. 2011 수능 (4점)

우리나라 성인을 대상으로 특정 질병에 대한 항체 보유 비율을 조사하려고 한다. 모집단의 항체 보유 비율을 p, 모집단에서 임의로 추출한 n명을 대상으로 조사한 표본의 항체 보유 비율을 $\hat{p}$이라고 할 때, $|\hat{p}-p|\leq 0.16\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}$일 확률이 0.9544 이상이 되도록 하는 n의 최솟값을 구하시오.
(단, Z가 표준정규분포가 따르는 확률변수일 때, $P(0\leq Z\leq 2)=0.4772$이다.)

1. 정답 ②

$$\int_{-a}^{a}(2x+3)dx=\int_{-a}^{a}2x\,dx+\int_{-a}^{a}3\,dx$$
$$=3a-(-3a)=6a=6$$

$\therefore\ a=1$

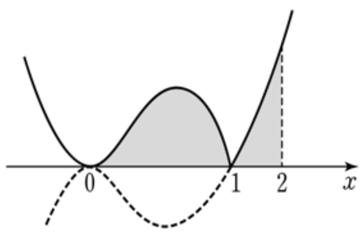
2. 정답 ⑤

$$\int_{-1}^{1}f(x)dx=\int_{-1}^{1}(4x^3+6x^2-2x)\,dx=2\int_{0}^{1}6x^2\,dx=4$$

3. 정답 198

$$(\text{준식})=\int_0^9\frac{x^3+8}{x+2}dx=\int_0^9\frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{x+2}dx$$
$$=\int_0^9(x^2-2x+4)dx=\left[\frac{1}{3}x^3-x^2+4x\right]_0^9=198$$

4. 정답 ①



$$\int_0^2|x^2(x-1)|dx=-\int_0^1x^2(x-1)dx+\int_1^2x^2(x-1)dx$$
$$=\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3\right]_0^1+\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^2\right]_1^2$$
$$=\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)+\left\{\frac{1}{4}(2^4-1^4)-\frac{1}{3}(2^3-1^3)\right\}=\frac{3}{2}$$

5. 정답 20

$$\int_0^6|2x-4|dx=\int_0^2(4-2x)dx+\int_2^6(2x-4)dx=20$$

6.정답 ②

$f(x)=\int_0^x\frac{1}{1+t^6}dt$ 이므로 $f'(x)=\frac{1}{1+x^6}$

$e^{f(x)}=t$ 로 치환하면

$$\int_0^a\frac{e^{f(x)}}{1+x^6}dx=\int_1^{\sqrt{e}}1\,dt=\sqrt{e}-1\quad(\because e^{f(x)}f'(x)dx=dt)$$

7. 정답:⑤

부분적분법에 의해

$$\int x\sin x\,dx=x(-\cos x)-\int 1\cdot(-\cos x)dx=$$

$-x\cos x+\sin x+C$ 이므로 $\int_{2\pi}^{3\pi}x\sin x\,dx$

$$=[-x\cos x+\sin x]_{2\pi}^{3\pi}=-3\pi(-1)+0-(-2\pi)\cdot1-0=5\pi$$

8. 정답 ①

[출제의도] 치환적분을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$x^2=t$ 로 치환하면 $2x\,dx=dt$

$x=0$ 일 때 $t=0$, $x=1$ 일 때 $t=1$

$$\therefore\int_0^1 2xe^{x^2}dx=\int_0^1e^t\,dt=\left[e^t\right]_0^1=e-1$$

9. 정답 ①

$$\int_0^{\frac{1}{n}}\frac{1}{\sqrt{x+1}}dx=\int_0^{\frac{1}{n}}(x+1)^{-\frac{1}{2}}dx=\frac{2(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}{\sqrt{n}}$$

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\left(n\int_0^{\frac{1}{n}}\frac{1}{\sqrt{x+1}}dx\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{2\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=1$$

10. 정답 ①

[출제의도] 도함수를 이용하여 함수의 증가와 감소 이해하기

조건 (나)에 의하여 $f(x)=ax^2+b$ 라 하면

$f(0)=-2$ 이므로 $b=-2$

$f(x)=ax^2-2$, $f'(x)=2ax$

$f(f'(x))=f'(f(x))$ 이므로 $a=\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2$ 이다.

$F(x)$ 가 감소하는 구간은 부등식 $F'(x)<0$

즉, $f(x)<0$ 을 만족하는 구간이므로

$\frac{1}{2}x^2-2<0$, $-2<x<2$

$\therefore$ 감소하는 구간의 길이는 4

11. 정답 ⑤

[출제의도] 정적분의 정리 이해하기

조건 Ⅰ의 식을 미분하면

$f(x)=2f(x)f'(x)$

$f'(x)=\frac{1}{2}\qquad\therefore f(x)=\frac{1}{2}x+C$

조건Ⅱ의 식에 대입하여 풀면 $C=25$

따라서 $f(0)=25$

12. 정답 20

$\int_{1}^{2} f(t)dt = a$ 로 놓으면 $f(x) = \frac{12}{7}x^2 - 2ax + a^2$

따라서,

$a = \int_{1}^{2} f(x)dx = \int_{1}^{2}\left(\frac{12}{7}x^2 - 2ax + a^2\right)dx$

$= \left[\frac{4}{7}x^2 - ax^2 + a^2x\right]_1^2 = 4 - 3a + a^2$

$\therefore\ a^2 - 4a + 4 = 0$ 에서 $a = 2$

$\therefore\ 10\int_{1}^{2} f(x)dx = 10a = 20$

13. 정답 ⑤

$f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면

$\lim_{x\to2} \frac{1}{x-2}\int_{2}^{x} f(t)dt = \lim_{x\to2}\frac{F(x)-F(2)}{x-2} = F'(2) = f(2)$

$\therefore\ \lim_{x\to2}\frac{1}{x-2}\int_{2}^{x} f(t)dt = 15$

14. 정답 36

[출제의도] 정적분의 정의를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$(\text{준식}) = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(1+\frac{1}{n}k\right)^4 = \int_{1}^{2} x^4\,dx = \left[\frac{x^5}{5}\right]_1^2 = \frac{31}{5}$

$\therefore\ 36$

15.정답 25

[출제의도] 정적분의 정의를 이용하여 주기함수의 적분을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(10+\frac{2k}{n}\right) = \frac{1}{2}\int_{10}^{12} f(x)\,dx = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$

$(\because\ f(x+2) = f(x)\ )$에서 구하는 값은 다음과 같다.

$\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}(30x^2+15)\,dx = \int_{0}^{1}(30x^2+15)\,dx = 25$

16. 정답 ④

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{2n}\frac{\sqrt{k}}{n\sqrt{n}}$

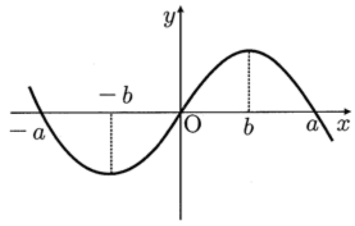
$= \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}} + \sqrt{1+\frac{2}{n}} + \sqrt{1+\frac{3}{n}} + \cdots\ \sqrt{1+\frac{n}{n}}\ \right)\frac{1}{n}$

$= \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\sqrt{1+\frac{k}{n}}\cdot\frac{1}{n} = \int_{0}^{1}\sqrt{1+x}\,dx = \int_{1}^{2}\sqrt{x}\,dx$

$\therefore\ a+b = 3$

17. 정답 ①

$f(x) = -x(x+a)(x-a)$의 개형은 다음과 같다.



$A = \int_{-b}^{a} f(x)dx = \int_{-b}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{a} f(x)dx$

$B = \int_{b}^{a+b} f(x-b)dx = \int_{0}^{a} f(x)dx$

$\therefore\ \int_{-b}^{0} f(x)dx = A - B$

따라서 $\int_{-b}^{a}|f(x)|dx$

$= -\int_{-b}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{a} f(x)dx$

$= -(A-B) + B$

$= -A + 2B$

18. 정답 ①

[출제의도] 미분과 적분의 관계를 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

$\frac{g(x+h)-g(x)}{h} = \frac{1}{h}\int_{x}^{x+h} f(t)dt$

위 식의 양변에 극한을 취하면

$\lim_{h\to0}\frac{g(x+h)-g(x)}{h} = \lim_{h\to0}\frac{1}{h}\int_{x}^{x+h} f(t)dt$

$g'(x) = f(x)$ 이므로

$g(x) = \int f(x)dx = \int (x^2-4x)dx$

$= \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + C$

$g(x) = 0$ 이므로 $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + C = 0$ 이다.

$\therefore$ 모든 근의 합 6

19. 정답 ①

[출제의도] 적분과 미분 사이의 관계를 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$S(t) = \int_{0}^{t} 2x\,\{f(t)-f(x)\}\,dx = f(t)\int_{0}^{t} 2x\,dx - \int_{0}^{t} 2xf(x)\,dx$

에서

$S'(t) = t^2f'(t) + 2tf(t) - 2tf(t) = t^2f'(t)$

한편, $f'(x) = e^x\sin\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}\,e^x\cos\frac{\pi}{2}x$ 이므로

$S'(2) = 4f'(2) = -2\pi e^2$

20. 정답 14

<풀이>

$f(x) = 6x^2+1$, $f(x)$의 부정적분 중 하나를 $F(x)$라 하면

$$\lim_{h\to0}\frac{S(h)}{h}=\lim_{h\to0}\frac{\int_{1-h}^{1+h}f(x)dx}{h}=\lim_{h\to0}\frac{F(1+h)-F(1-h)}{h}$$
$$=2F'(1)=2f(1)=14$$

21. 정답 ③

$S(t)$는 곡선 $y=f(x)$, x축, $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이

이고, 구간 $[a,\ b]$에서 $f(x)>0$이므로 $S(t)=\int_a^t f(x)dx$

$$\lim_{t\to a}\frac{S(t)}{t-a}=\lim_{t\to a}\frac{\int_a^t f(x)dx}{t-a}=\lim_{t\to a}\frac{[F(x)]_a^t}{t-a}$$
$$=\lim_{t\to a}\frac{F(t)-F(a)}{t-a}=F'(a)=f(a)$$

22. 정답 2

$\frac{1}{n}\sin x=\frac{1}{n+1}\sin x$ 에서 $\sin x=0 \therefore x=0,\pi$

$$S_n=\int_0^\pi\left(\frac{1}{n}\sin x-\frac{1}{n+1}\sin x\right)dx$$
$$=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$
$$\therefore \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}S_k=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}2\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$$
$$=\lim_{n\to\infty}2\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=2$$

23. 정답 ④

$$\frac{1}{2}\int_0^1\{(-x^4+x)-(x^4-x^3)\}dx$$
$$=\int_0^1\{(-x^4+x)-(ax-ax^2)\}dx \text{이므로}$$

정리하면 $a=\frac{3}{4}$

24. 정답 ④

$S_1,\ S_2,\ S_3$이 등차수열을 이루므로 $2S_2=S_1+S_3$

$$\int_0^k f(x)dx=S_1-S_2+S_3=S_2=-\int_1^4 f(x)dx=\frac{9}{2}$$

25. 정답 ④

[출제의도] 역함수의 성질을 알고 정적분을 이용하여 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(x)=\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}$이므로

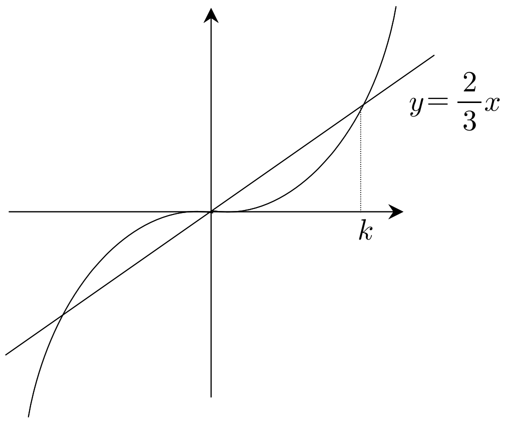
$$A-B=2\int_0^2\left(\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}-x\right)dx=\frac{4}{9}$$

26. 정답 ①

[출제의도] 정적분을 이용하여 두 곡선 사이의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\int_0^{e-1}\{\ln(x+1)-a\}dx=0 \quad \therefore\ a=\frac{1}{e-1}$$

27. 정답 ①



$y=\frac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}$, $y=\frac{2}{3}x$ 는 모두 기함수이므로, $x\ge0$에서 두 곡선으로 둘러싸인 넓이의 두 배가 구하고자 하는 넓이가 된다. 두 곡선의 교점을 구해보면,

$$\frac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}=\frac{2}{3}x$$
$$\Rightarrow 3xe^{x^2}=2xe^{x^2}+2x$$
$$\Rightarrow xe^{x^2}=2x$$
$$\therefore x=0,\ e^{x^2}=2$$

$e^{x^2}=2\Rightarrow x^2=\ln2$ 인 x의 값을 k라고 하면

$k^2=\ln2 \cdots ①$

넓이 S를 구하면

$$S=2\left(\frac{1}{2}\frac{2}{3}k^2-\int_0^k\frac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}dx\right)$$

위 식에서 $\int_0^k\frac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}dx$ 을 치환적분을 이용하여

$x^2=t$로 치환하면 $\begin{cases}x=0 \text{ 이면 } t=0\\ x=k \text{ 이면 } t=\ln2\end{cases}$ 이고,

$2x\,dx=dt$ 이므로

$$\int_0^k\frac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}dx=\frac{1}{2}\int_0^{\ln2}\frac{e^t}{e^t+1}dt$$
$$=\frac{1}{2}[\ln(e^t+1)]_0^{\ln2}=\frac{1}{2}(\ln3-\ln2) \text{ 임을 알 수 있다.}$$

따라서 $S=\frac{5}{3}\ln2-\ln3$

28.정답 ③

[출제의도] 삼각함수의 정적분을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

[해설]

$\frac{1}{n}\sin x = \frac{1}{n+1}\sin x$ 에서 $\sin x = 0 \therefore x = 0, \pi$

$S_n = \int_0^{\pi}\left(\frac{1}{n}\sin x - \frac{1}{n+1}\sin x\right)dx$

$= 2\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

$\therefore \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} S_k = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} 2\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$

$= \lim_{n\to\infty} 2\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 2$

<참고> 구하는 값은 $0 \leq x \leq \pi$ 에서 곡선 $y = \sin x$ 와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같다.

29. 정답 ④

$\int_0^2 xf(tx)dx = 4t^2$에서

$tx = y$로 놓으면

$t = \frac{dy}{dx}$에서 $dx = \frac{dy}{t}$

$x = 0$일 때, $y = 0$

$x = 2$일 때, $y = 2t$

이므로

$\int_0^2 xf(tx)dx = \int_0^{2t}\frac{y}{t}f(y)\frac{dy}{t}$

$= \frac{1}{t^2}\int_0^{2t} yf(y)dy = 4t^2$

$\therefore \int_0^{2t} yf(y)dy = 4t^4$

양변을 t에 관하여 미분하면

$2tf(2t)\times(2t)' = 16t^3$

$\therefore f(2t) = 4t^2$,$\therefore f(2) = 4$

30. 정답 ②

$S(a) = 1 + 1 + \int_2^a 2e^{2-x}dx$

$= 2 + [-2e^{2-x}]_2^a$

$= 4 - 2e^{2-a}$

따라서, $\lim_{a\to\infty} S(a) = \lim_{a\to\infty}(4 - 2e^{2-a}) = 4$

31. 정답 ②

(회전체의 부피)$= \pi\int_{-1}^{1}(2-x^2)dx - \pi\int_{-1}^{1}(x^2)^2dx$

$= 2\pi\int_0^1(2-x^2)dx - 2\pi\int_0^1(x^2)^2dx$

$= 2\pi\left[2x - \frac{1}{3}x^3\right]_0^1 - 2\pi\left[\frac{1}{5}x^5\right]_0^1 = \frac{44}{15}\pi$

32.정답 80

[출제의도] 두 곡선으로 둘러싸인 부분을 회전시킨 회전체의 부피를 묻는 문제이다.

두 원 $x^2 + (y-2)^2 = 4$, $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 으로 둘러싸인 어두운 부분은 $y = 2 - \sqrt{4-x^2}$, $y = \sqrt{4-(x-2)^2}$ 으로 둘러싸인 부분과 같으므로

$\int_0^2 \pi\left\{(-x^2+4x) - (-x^2+8-4\sqrt{4-x^2})\right\}dx$

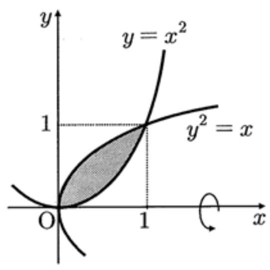
$= \pi\int_0^2\left\{4x - 8 + 4\sqrt{4-x^2}\right\}dx$

$= \pi\left\{\int_0^2(4x-8)\,dx + 4\int_0^2\sqrt{4-x^2}\,dx\right\} = -8\pi + 4\pi^2$

따라서 $p = 8$, $q = 4$ 에서 $p^2 + q^2 = 80$ 이다.

33. 정답 ⑤

구하는 회전체의 부피를 V라 하면



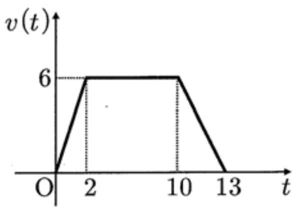
$\mathrm{V} = \pi\int_0^1 x\,dx - \pi\int_0^1 x^4\,dx$

$= \frac{1}{2}\pi - \frac{1}{5}\pi = \frac{3}{10}\pi$

34. 정답 63

엘리베이터의 속도를 $v(t)$라 하면

$v(t) = \begin{cases} 3t & (0 \leq t \leq 2) \\ 6 & (2 \leq t \leq 10) \\ 6 - 2(t-10) & (10 \leq t \leq 13) \end{cases}$



따라서 엘리베이터가 움직인 거리를 S라 하면

$\mathrm{S} = \int_0^2 3t\,dt + \int_2^{10} 6\,dt + \int_{10}^{13}(-2t+26)dt = 63$

35. 정답 16

점 P가 출발할 때의 운동방향에 대하여 반대방향으로 움직인 시간은 $t=1$에서부터 $t=3$

$f'(t)=(t-1)(t-3)$

따라서 반대방향으로 실제 움직인 거리

$$d=\int_1^3 |f'(t)|\,dt=\frac{4}{3}$$

$\therefore\ 12d=16$

36. 정답 ③

조건 (나)에서 함수 $f(x)$는 주기가 4인 주기함수이므로

$\int_1^2 f(x)dx$와 같은 값을 가지려면 $\int_{1+4k}^{2+4k} f(x)dx$ (k는 정수)의 꼴이어야 한다.

$2006=2+4\cdot501,\ 2005=1+4\cdot501$이므로

$$\int_1^2 f(x)dx=\int_{2005}^{2006} f(x)dx$$

37. 정답 ①

(가) $f(2+x)=f(2-x)\to$는 직선 $x=2$에 대한 대칭이다.

(나) $\int_{-2}^{2} f(x)dx=\int_2^6 f(x)dx=2k+4$

(다) $\int_0^6 f(x)dx=\int_0^2 f(x)dx+\int_2^6 f(x)dx=k^2$

(나), (다)에 의하여 $\int_0^2 f(x)dx=k^2-2k-4$

$$\int_0^4 f(x)dx=2\int_0^2 f(x)dx=2k^2-4k-8=2(k-1)^2-10$$

따라서, $k=1$일 때, $\int_0^4 f(x)dx$은 최소값을 갖는다.

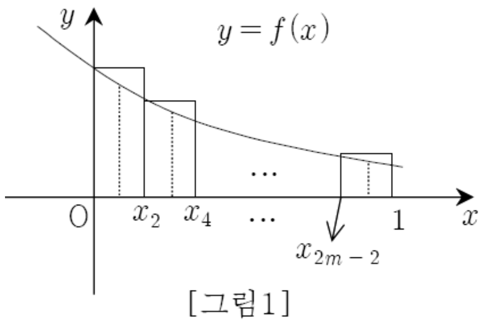
38. 정답 10

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(\overline{\mathrm{P_1Q_1}}^3+\overline{\mathrm{P_2Q_2}}^3+\cdots+\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}^3\right)$$

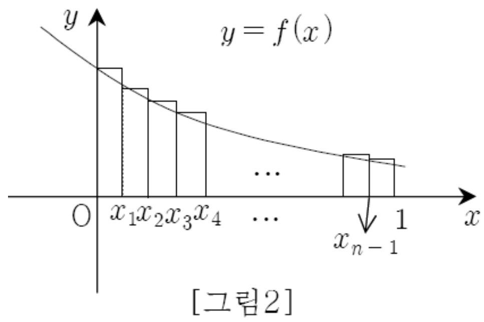
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(1+\frac{2k}{n}\right)^3=\frac{1}{2}\int_1^3 x^3dx=10$$

39. 정답 ②

ㄱ. (반례)



[그림1]



[그림2]

$x_{2k+2}-x_{2k}=\dfrac{2}{2m}=\dfrac{1}{m}$ 이므로

$\displaystyle\sum_{k=0}^{m-1}\frac{f(x_{2k})}{m}$ 은 [그림1]의 직사각형들의 넓이의 합을 나타낸다.

$x_{k+1}-x_k=\dfrac{1}{n}$ 이므로

$\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1}\frac{f(x_k)}{n}$ 은 [그림2]의 직사각형들의 넓이의 합을 나타낸다.

따라서, $\displaystyle\sum_{k=0}^{m-1}\frac{f(x_{2k})}{m}>\sum_{k=0}^{n-1}\frac{f(x_k)}{n}$ 이다. (거짓)

ㄴ. $x_k=\dfrac{k}{n}$ 이므로

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n}\left\{\frac{f(x_{k-1})+f(x_k)}{2}\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f(x_{k-1})\frac{1}{n}+\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f(x_k)\frac{1}{n}\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{k-1}{n}\right)\frac{1}{n}+\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{k}{n}\right)\frac{1}{n}\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n-1}f\left(\frac{k}{n}\right)\frac{1}{n}+\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{k}{n}\right)\frac{1}{n}\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\int_0^1 f(x)dx+\int_0^1 f(x)dx\right\}$$

$=\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$ (참)

ㄷ. (반례)

ㄱ의 [그림2]에서

$\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$는 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선

$x=0,\ x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이이고, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1}\frac{f(x_k)}{n}$ 은

직사각형들의 넓이의 합을 나타내므로

$\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1}\frac{f(x_k)}{n}>\int_0^1 f(x)dx$ (거짓)

따라서, 보기 중 옳은 것은 ㄴ이다.

40. 정답 $\dfrac{5}{2}$

[출제의도] 직선 운동하는 점의 위치를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

t초 후의 P, Q의 좌표는 각각 $(3t+2,\ 0),\ (0,\ t-1)$이다.

그런데 $0 \leqq t < 1$ 에서 Q 의 y 좌표가 음수이므로

$$S(t)=\begin{cases}\dfrac{(3t+2)(1-t)}{2} & (0 \leqq t < 1)\\ \dfrac{(3t+2)(t-1)}{2} & (1 \leqq t \leqq 2)\end{cases}$$

이다. 따라서,

$$\int_0^2 S(t)dt=\int_0^1 \frac{1}{2}(3t+2)(1-t)dt+\int_1^2 \frac{1}{2}(3t+2)(t+1)dt$$

$$=\frac{5}{2}$$

41. 정답 ④

$$f_n(x)=\left(nx-\sum_{k=1}^{n} a_k\right)^2=(nx-S_n)^2$$

ㄱ. $\sum_{k=1}^{n} a_k=S_n$라 하면 $f_n(1)-f_n(0)=-n^3$ 에서

$(n-S_n)^2-S_n^2=-n^3,\quad S_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ (참)

ㄴ. $n=2$일 때, $f_2(x)=(2x-3)^2 \quad \therefore f_2(2)=1$ (거짓)

ㄷ. $f_n(x)=\left\{nx-\dfrac{n(n+1)}{2}\right\}^2$는 $x=\dfrac{n+1}{2}$에 대하여 대칭이므로

$$\int_0^{n+1} f_n(x)dx=2\int_0^{\frac{n+1}{2}} f_n(x)dx \text{ (참)}$$

42. 정답 27

[출제의도] 정적분을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(가)에서 $f(x)g(x)=(x-1)(x+1)(x+3)$

(다)에서 $g'(x)=2f(x)$, $g(1)=0$이므로

$f(x)=x+1$, $g(x)=(x-1)(x+3)$ ($\because f'(x)=1$)

$$\therefore \int_0^3 3g(x)dx=\int_0^3 3(x^2+2x-3)dx=27$$

43. [정답] $\dfrac{53}{30}$

해설

[출제의도] 구분구적법의 정의를 알고, 이를 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$k=1, 2, \cdots, n$에 대하여

$$A_n(1)+A_n(2)+\cdots+A_n(k)=\int_0^{\frac{k}{n}} f'(x)dx$$

$$=[f(x)]_0^{\frac{k}{n}}=f\left(\frac{k}{n}\right)-f(0)=f\left(\frac{k}{n}\right)-2$$

$f\left(\dfrac{k}{n}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{k}{n}\right)^3+2\left(\dfrac{k}{n}\right)+2$이다. 따라서 곡선 $y=xf(x)$와 x축, y축, $x=1$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=\int_0^1 xf(x)dx=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n}f\left(\frac{k}{n}\right)$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{n}\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{k}{n}\right)^3+2\left(\frac{k}{n}\right)+2\right\}$$

$$=\int_0^1\left(\frac{1}{2}x^4+2x^2+2x\right)dx=\frac{53}{50}$$

44. 정답 16

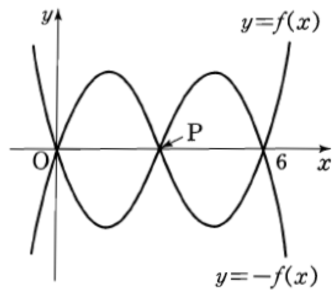
$f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고 조건 (가)에서 $f(0)=f(6)=0$이므로

$f(x)=x(x-p)(x-6)\ (0<p<6) \cdots$ ㉠

으로 놓을 수 있어.

조건 (나)를 이용해서 $f(x)$의 식 속의 미지수 p의 값을 구해.

조건 (나)에서 $k=0$일 때를 생각해 보면 ㉠에서 두 함수 $y=f(x)$, $y=-f(x)$의 그래프의 교점은 $(0, 0), (p, 0), (6, 0)$이 되니까



$$\int_\alpha^\gamma\{f(x)+f(x)\}dx=2\int_0^6 f(x)dx=0$$

즉, $y=x(x-p)(x-6)$의 그래프는 점 $(p, 0)$에 대하여 대칭이므로

$x(x-p)(x-6)$

$=-(2p-x)(2p-x-p)(2p-x-6)=(x-2p+6)(x-p)(x-2p)$

$-2p+6=0$, $2p=6$이므로 $p=3$이야.

$\therefore f(x)=x(x-3)(x-6)$ ($\because$ ㉠)

가운데 교점의 x좌표가 4임을 이용하면 k의 값을 구할 수 있어.

그런데 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$의 그래프의 가운데 교점의 x좌표의 값이 4라니까

$f(4)=-f(4-k)$, $4\cdot(4-3)\cdot(4-6)$

$=-(4-k)(4-k-3)(4-k-6)$

$(k-4)(k-1)(k+2)=-8$, $k^3-3k^2-6k+16$

$=0$, $(k-2)(k^2-k-8)=0$

$\therefore k=2 \cdots (\ast)$

정적분을 계산하면 끝!

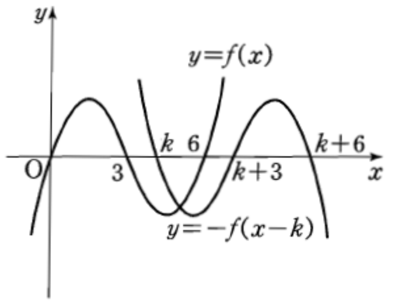
$$\therefore \int_0^k f(x)dx=\int_0^2 x(x-3)(x-6)dx=\int_0^2(x^3-9x^2+18x)dx$$

$$=\left[\frac{x^4}{4}-3x^3+9x^2\right]_0^2=16$$

★수능핵강★

($\ast$)에서 왜 k의 값이 2만 되냐구?

사실 방정식 $(k-2)(k^2-k-8)=0$에서 $k=2$ 또는 $k=\frac{1\pm\sqrt{33}}{2}$ 이지만 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=-f(x-k)$의 그래프가 주어진 것과 같이 그려지려면 $k=2$밖에 될 수 없어. 함수 $y=-f(x-k)$의 그래프는 $y=f(x)$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 $y=-f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼 평행이동한거야. 그런데 세 교점 중 가운데 교점의 x좌표가 4가 되려면 k는 음이 될 수 없으므로 $k=\frac{1-\sqrt{33}}{2}$ 은 적당하지 않아. 또, $y=-f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 $k=\frac{1+\sqrt{33}}{2}=3.\times\times\times$ 만큼 평행이동하면 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 되어서 가운데 교점의 x좌표가 4가 될 수 없어.



45. 정답 ④

[출제의도] 적분기호를 사용한 함수의 성질을 추측할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ.주어진 식에 $x=0$ 을 대입하면

$f(0)=e^0-1+\int_0^0 f(t)dt=1-1+0=0$ $\therefore$ 참

ㄴ.주어진 식을 x 에 대하여 미분하면

$f'(x)=e^x+f(x)$, $f'(0)=e^0+f(0)=1$ $\therefore$ 거짓

ㄷ. ㄴ에서 $f'(x)-f(x)=e^x>0$ 이므로

$f'(x)>f(x)$ $\therefore$ 참

46.정답 ⑤

구간 $\left[\frac{k-1}{2n}, \frac{k}{2n}\right]$를 밑변으로 하고 높이가 $f\left(\frac{k}{2n}\right)$인 직사각형의 넓이를 S_k 라하면

$S_k=\frac{1}{2n}\times\left(\frac{k}{2n}\right)^2$ 이다

ㄱ. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2n}\times\left(\frac{k}{2n}\right)^2=\int_0^{\frac{1}{2}}x^2dx$ [참]

ㄴ. $S_{2k}-S_{2k-1}=\frac{1}{2n}\left\{\left(\frac{2k}{2n}\right)^2-\left(\frac{2k-1}{2n}\right)^2\right\}$

$=\frac{4k-1}{8n^3}$

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}(S_{2k}-S_{2k-1})$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{4\times\frac{n(n+1)}{2}-n}{8n^3}=0$ [참]

ㄷ. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2n}\left(\frac{2k}{2n}\right)^2=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k}{n}\right)^2$

$=\frac{1}{2}\int_0^1 x^2dx$ [참]

따라서 옳은 것은 ㄱ,ㄴ,ㄷ이다.

47.정답 ④

ㄱ. $0<x^2<1$ 이므로, $x^2\sin\frac{x^2}{2}<\sin\frac{x^2}{2}$ ······①

$0<\frac{x^2}{2}<\frac{1}{2}<\frac{\pi}{6}$ 이므로, $\sin\frac{x^2}{2}<\cos\frac{x^2}{2}$ ······②

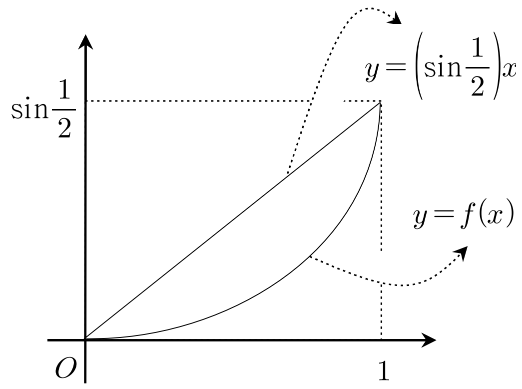
①, ② 에 의해 $x^2\sin\frac{x^2}{2}<f(x)<\cos\frac{x^2}{2}$ (참)

ㄴ. $f'(x)=x\cos\frac{x^2}{2}$, $f''(x)=\cos\frac{x^2}{2}-x^2\sin\frac{x^2}{2}>0$

($\because$ ㄱ. 에 의해)

따라서, $y=f(x)$ 는 $0<x<1$ 에서 아래로 볼록. (거짓)

ㄷ.



$0<x<1$ 에서 아래로 볼록이므로, [그림1]에서

$f(x)\leqq\left(\sin\frac{1}{2}\right)x$

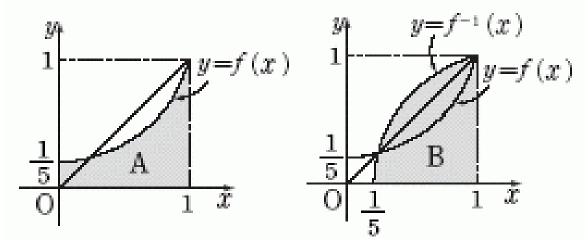
따라서, $\int_0^1 f(x)\,dx\leqq\int_0^1\left(\sin\frac{1}{2}\right)x\,dx=\frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}$ (참)

48. 정답 ⑤

ㄱ. 함수 $y=f(x)$는 폐구간 $[0, 1]$에서 연속이고 개구간 $(0, 1)$에서 미분가능하므로 평균값의 정리에 의하여 $\frac{f(1)-f(0)}{1-0}=f'(c)$인 c가 개구간 $(0, 1)$에 적어도 하나 존재한다. 이 때, $\frac{f(1)-f(0)}{1-0}=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$ 이므로

$f'(x)=\frac{4}{5}$ 인 x가 개구간 $(0, 1)$에 존재한다. ($\therefore$ 참)

ㄴ. $S=\int_0^1 f(x)dx+\int_{\frac{1}{5}}^1 f^{-1}(x)dx$ 라 하면 S는 다음 그림의 빗금친 부분의 넓이의 합이므로 $S=1$이다.($\therefore$ 참)



ㄷ. 다항함수 $y=f(x)$가 폐구간 $[0,1]$에서 연속이고 개구간 $(0,1)$에서 미분가능하므로 $g(x)=(f\circ f)(x)$도 폐구간 $[0,1]$에서 연속이고 개구간 $(0,1)$에서 미분가능하다. 한편 $y=x$와 $y=f(x)$의 교점을 (a,a), $(1,1)$ $(0<a<1)$이라 하면

$\dfrac{f(1)-f(a)}{1-a}=1=f'(c)$인 c가 개구간 $(a,1)$에 적어도 하나 존재한다.

이 때, $g(a)=(f\circ f)(a)=f(a)=a$,

$g(1)=(f\circ f)(1)=f(1)=1$ 이므로

$\dfrac{g(1)-g(a)}{1-a}=1=g'(k)$인 k가 개구간 $(a,1)$에 적어도 하나 존재한다. (∴ 참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

49. 정답 ③

ㄱ. $a_1+a_3=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\,dx+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^3 x\,dx$

$=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x(1+\tan^2 x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\ \sec^2 x\,dx$

$\tan x=t$일 때, $\sec^2 x=\dfrac{dt}{dx}$ 이므로

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\ \sec^2 x\,dx=\int_0^1 t\ dt=\left[\frac{1}{2}t^2\right]_0^1=\frac{1}{2}$ (참)

ㄴ. 마찬가지로 생각하면

$a_2+a_4=\displaystyle\int_0^1 t^2\ dt=\left[\frac{1}{3}t^3\right]_0^1=\frac{1}{3}$

$\therefore\ a_1+a_2+a_3+a_4=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}$ (참)

ㄷ. 일반적으로 $a_{4k+1}+a_{4k+2}+a_{4k+3}+a_{4k+4}$

$=(a_{4k+1}+a_{4k+3})+(a_{4k+2}+a_{4k+4})$

$=\displaystyle\int_0^1 t^{4k+1}\ dt+\int_0^1 t^{4k+2}\ dt=\frac{1}{4k+2}+\frac{1}{4k+3}$

$\therefore\ \displaystyle\sum_{k=1}^{100}a_k=\sum_{k=0}^{24}(a_{4k+1}+a_{4k+2}+a_{4k+3}+a_{4k+4})$

$=\displaystyle\sum_{k=0}^{24}\left(\frac{1}{4k+2}+\frac{1}{4k+3}\right)$

$=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{7}+\cdots+\dfrac{1}{98}+\dfrac{1}{99}$ (거짓)

50. 정답 ⑤

[출제의도] 증가함수의 성질 이해하기

ㄱ. 증가함수 (참)

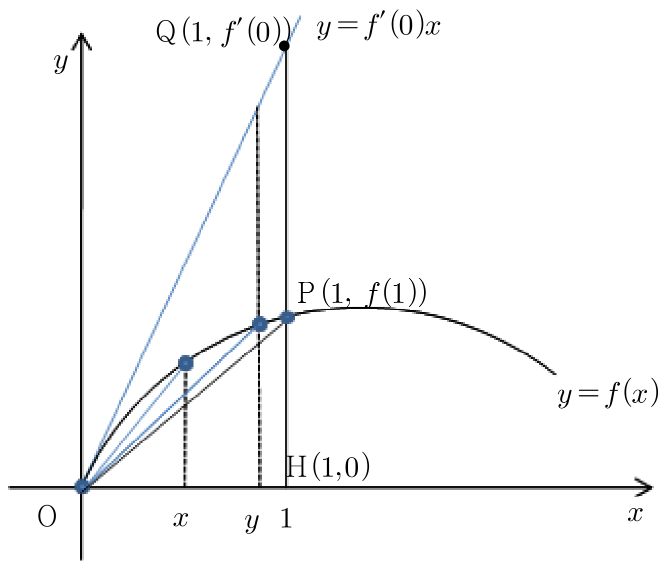
ㄴ. $g(x)=f(x)-2x$라 하면 $g(x)$는 연속함수

$g(0)=f(0)>0$

$g(1)=f(1)-2<0$이므로 중간값의 정리에 의해 해가 적어도 한 개 존재한다. (참)

ㄷ. 증가함수 (참)

51. 정답 ④



(나)에서 $0<xf(y)<yf(x)$의 각 변을 xy로 나누면

$0<\dfrac{f(y)}{y}<\dfrac{f(x)}{x}$이다.

(가)에서 $f(0)=0$이므로,

(가), (나)로부터 함수 f는 위 그림과 같이 개구간 (0, 1)에서 위로 볼록한 함수임을 알 수 있다.

위 그래프를 이용하여 A, B, C를 표현하면

$\mathrm{A}=f'(0)=2\cdot\left(\dfrac{1}{2}\cdot1\cdot f'(0)\right)=2(\triangle\mathrm{OHQ}$의넓이$)$

$\mathrm{B}=f(1)=2\cdot\left(\dfrac{1}{2}\cdot1\cdot f(1)\right)=2(\triangle\mathrm{OHP}$의넓이$)$

$\mathrm{C}=2\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$

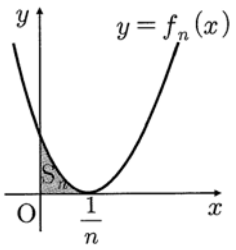
$=2\cdot$(곡선 OP, x축, 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이)

와 같다.

따라서 $\mathrm{B}<\mathrm{C}<\mathrm{A}$이다.

52. 정답 ④

$f_n(x)=\left(x-\dfrac{1}{n}\right)^2$이므로 S_n은 아래쪽 그림과 같다.



$$\therefore S_n=\int_0^{\frac{1}{n}}\left(x-\frac{1}{n}\right)^2dx$$

$$=\int_0^{\frac{1}{n}}\left(x^2-\frac{2}{n}x+\frac{1}{n^2}\right)dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{n}x^2+\frac{1}{n^2}x\right]_0^{\frac{1}{n}}=\frac{1}{3n^2}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}n^3S_n=\lim_{n\to\infty}n^3\cdot\frac{1}{3n^3}=\frac{1}{3}$$

53. 정답 12

두 점 $P(a,\ a^2)$, $Q(b,\ b^2)$을 지나는 직선의 방정식은

$$y-a^2=\frac{b^2-a^2}{b-a}(x-a)$$

$y=(a+b)x-ab$

이 직선과 곡선 $y=x^2$으로 둘러싸인 부분의 넓이가 36이므로

$$\int_a^b\{(b+a)x-ab-x^2\}dx$$

$$=\left[\frac{a+b}{2}x^2-abx-\frac{x^3}{3}\right]_a^b$$

$$=\frac{(b-a)^3}{6}=36$$

$\therefore\ b-a=6$

따라서 이 값을 대입하면

$$\lim_{a\to\infty}\frac{\overline{PQ}}{a}=\lim_{a\to\infty}\frac{\sqrt{(b-a)^2+(b^2-a^2)^2}}{a}$$

$$=\lim_{a\to\infty}\frac{\sqrt{(b-a)^2+(b-a)^2(b+a)^2}}{a}$$

$$=\lim_{a\to\infty}\frac{\sqrt{6^2+6^2(2a+6)^2}}{a}$$

$$=\lim_{a\to\infty}\sqrt{\frac{36}{a^2}+36\left(2+\frac{6}{a}\right)^2}$$

$=12$

54. 정답 54

직선을 $y=mx+n$이라 두면

$\int_0^6(x^3-6x^2-mx-n)dx=0$이므로 $n=-3m-18$

직선 $y=mx-3m-18$

$m(x-3)-(y+18)=0$이고 m에 관한 항등식이므로

점 D의 좌표는 $(x,\ y)=(3,-18)$

따라서 넓이는 54

55. 정답 100

[해설] $b>0$이므로 $\lim_{x\to0}\frac{\sin7x}{2^{x+1}-a}=\frac{b}{2\ln2}\neq0$이고, $x\to0$일 때,

(분자)$\to0$이므로 (분모)$\to0$이어야 한다.

따라서, $\lim_{x\to0}(2^{x+1}-a)=0$에서 $2-a=0$ $\quad\therefore\ a=2$

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin7x}{2^{x+1}-2}=\lim_{x\to0}\frac{\frac{\sin7x}{x}}{\frac{2^{x+1}-2}{x}}=\lim_{x\to0}\frac{\frac{\sin7x}{7x}\cdot7}{\frac{2(2^x-1)}{x}}$$

$$=\frac{1\cdot7}{2\cdot\ln2}=\frac{7}{2\ln2}$$

$\therefore\ b=7$

$\therefore\ ab=14\,30.$

$$S_n=\int_{(n-1)\pi}^{n\pi}\left|\left(\frac{1}{2}\right)^n\sin x\right|dx=\left(\frac{1}{2}\right)^n\int_{(n-1)\pi}^{n\pi}|\sin x|dx$$

이 때, $y=|\sin x|$는 주기가 π인 주기함수이므로 임의의 자연수 n에 대하여

$$\int_{(n-1)\pi}^{n\pi}|\sin x|dx=\int_0^\pi\sin xdx=[-\cos x]_0^\pi=2$$

$$\therefore\ S_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n\int_{(n-1)\pi}^{n\pi}|\sin x|dx=2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore\ \sum_{n=1}^{\infty}S_n=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=2$$

$\therefore\ \alpha=2$

$\therefore\ 50\alpha=100$

56. 정답 ⑤

$\alpha=\int_0^pf(x)dx$, $\beta=-\int_p^{2p^2}f(x)dx\cdots\cdots$ ㉠

이 때, $\int_0^pxf(2x^2)dx$에서 $2x^2=t$라 하면

$4xdx=dt$이고, $x=0$일 때 $t=0$, $x=p$일 때, $t=2p^2$이다.

$$\therefore\int_0^pxf(2x^2)dx=\int_0^{2p^2}f(t)\times\frac{1}{4}dt=\frac{1}{4}\int_0^{2p^2}f(t)dt$$

$$=\frac{1}{4}\left\{\int_0^pf(t)dt+\int_p^{2p^2}f(t)dt\right\}=\frac{1}{4}(\alpha-\beta)\ (\because\ ㉠)$$

57. 정답 25

$y=5\sqrt{\ln x}$에서 $\ln x\geq0$이어야 하므로 $x\geq1$

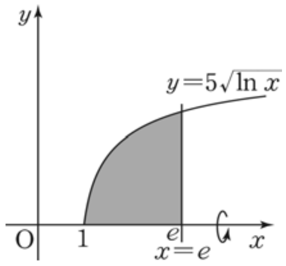
$\therefore V=\int_1^e(\pi y^2)dx$

$=25\pi\int_1^e \ln x dx$

$=25\pi[x\ln x - x]_1^e$

$=25\pi\times\{(e-e)-(0-1)\}=25\pi$

$\therefore \dfrac{V}{\pi}=25$



58. 정답 53

[출제의도] 정적분의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

$0\le x<1$ 일 때, $g(x)=\int_0^x 2t\,dt=x^2$

$x\ge 1$ 일 때, $g(x)=\int_0^1 2t\,dt+\int_1^x 2\,dt=2x-1$

$g(x)=\begin{cases}x^2 & (0\le x<1)\\ 2x-1 & (x\ge 1)\end{cases}$

$V=\pi\int_0^1(x^2)^2dx+\pi\int_1^2(2x-1)^2dx=\dfrac{68}{15}\pi$

$\therefore\ q-p=53$

59. 정답 12

$g'(x)=f'(x)=ax^2-a$ 이고,

$g(0)=a+1$ 이므로

$g(x)=\dfrac{a}{3}x^3-ax+a+1$ 이다.

따라서, $y=g(x)$의 그래프는 $y=f(x)$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 모든 실수 x에 대하여 $g(x)-f(x)=1$이다.

$f'(x)=a(x+1)(x-1)=0$ 에서

$x=-1,\ 1$

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	$\dfrac{5}{3}a$	↘	$\dfrac{a}{3}$	↗

따라서, $-1\le x\le 1$ 에서 $f(x)\ge\dfrac{a}{3}>0$ 이다.

두 곡선 $y=f(x),\ y=g(x)$와 두 직선 $x=-1,\ x=1$로 둘러싸인 부분을 x축 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피 V는

$V=\pi\int_{-1}^1[\{f(x)\}^2-\{g(x)\}^2]\,dx$

$=\pi\int_{-1}^1\{f(x)-g(x)\}\{f(x)+g(x)\}dx$

$=\pi\int_{-1}^1\left(\dfrac{2}{3}ax^3-2ax+2a+1\right)dx$

$=2\pi\int_0^1(2a+1)dx$

$=2\pi\Big[\ (2a+1)x\Big]_0^1$

$=2(2a+1)\pi$

따라서, $2(2a+1)\pi=50\pi$ 에서

$2a+1=25\quad ,\therefore\ a=12$

60. 정답 ④

포물선 C_1의 방정식을 $y=ax^2+b$로 놓으면

곡선 $y=ax^2+b$가 점 $(1,\ \sqrt{3})$을 지나고

이 점에서 접선의 기울기가 $\sqrt{3}$ 이므로

$\sqrt{3}=a+b$ 이고 $\sqrt{3}=2a$ 이다.

따라서 $a=b=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore\ S=12\int_0^1\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}x\right)dx=2\sqrt{3}$

61. 정답 20

[출제의도] 회전체의 부피에 대한 수학외적문제 해결하기

컵의 바닥으로부터의 물의 높이가 1일 때

공명주파수가 $\dfrac{a}{16}$ 이므로

공명주파수 $\dfrac{a}{8}$를 얻기 위해서 물의 높이는 3이어야 한다.

더 부어야 하는 물의 양 $V=\pi\int_1^3 y\,dy=4\pi$

$\therefore\ \dfrac{5V}{\pi}=20$

62. 정답 ①

그래프는 $(x-[x])^2+y^2=[x]+1$이므로

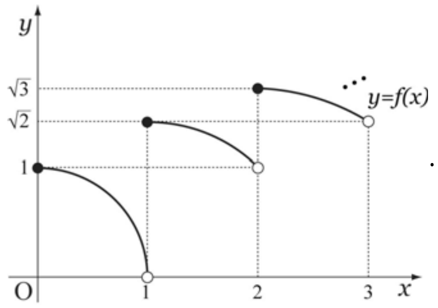
$0\le x<1$이면 $x^2+y^2=1$

$1\le x<2$이면 $(x-1)^2+y^2=2$

$2\le x<3$이면 $(x-2)^2+y^2=3$

$\vdots$

$n-1\le x<n$이면 $(x-n+1)^2+y^2=n$



$V_n=\pi\int_{n-1}^n\{f(x)\}^2dx$

$=\pi\int_{n-1}^n(n-(x-n+1)^2)\,dx=\left(n-\dfrac{1}{3}\right)\pi$

$\sum_{k=1}^{n} V_k = \sum_{k=1}^{n}\left(k-\frac{1}{3}\right)\pi = \left(\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{6}n\right)\pi$

$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{k=1}^{n} V_k}{n^2} = \frac{\pi}{2}$

63. 정답 ①

원의 중심 $(0,\ a)$에서 직선 $y=\sqrt{3}\,|\,x\,|$ 까지의 거리가 1이기 때문에 $a=2$.

$x^2+(y-2)^2=1$ 와 직선을 연립으로 풀면 $y=\frac{3}{2}$.

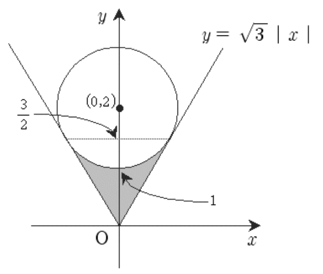
$V_{직선} = \pi\int_0^{\frac{3}{2}}\frac{y^2}{3}dy = \frac{3}{8}\pi$

중심을 원점으로 평행이동을 통해 부피를 구해보면

$V_{원} = \pi\int_1^{\frac{3}{2}}(1-(y-2)^2)dy = \pi\left[-3y+2y^2-\frac{1}{3}y^3\right]_1^{\frac{3}{2}} = \frac{5}{24}\pi$

$\therefore\ V = V_{직선} - V_{원} = \frac{1}{6}\pi$

$\therefore\ p+q=7$



64. 정답 26

[출제의도] 회전체의 부피를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

접선의 방정식은 $y=\pm(x-1)$이고, 두 접점 P, Q의 좌표는 각각 $(4,3)$, $(4,-3)$이다.

이때, 점 A, P, Q를 지나는 원의 방정식은 $(x-4)^2+y^2=9$이다.

$V=\pi\int_2^4\left(\frac{3}{4}x^2-3\right)dx+18\pi=26\pi$

$\therefore\ \frac{V}{\pi}=26$

65. 정답 ③

그릇의 바닥면으로부터의 높이가 x 인 곳까지 물을 채웠을 때 수면의 반지름의 길이는 $3+\frac{x}{2}$이므로 수면의 넓이는

$\pi\left(3+\frac{x}{2}\right)^2$ 이다. 따라서 그릇에 가득 담긴 물의 부피는

$\pi\int_0^4\left(3+\frac{x}{2}\right)^2dx$ 이다.

66. 정답 20

그릇에 깊이가 $h$cm가 되도록 물을 넣었을 때 물의 부피 V는

$$V=\int_0^h\pi(\sqrt{9+h^2})^2dh=\int_0^h\pi(9+h^2)dh$$
$$=\pi\left[9h+\frac{1}{3}h^3\right]_0^h=\pi\left(9h+\frac{1}{3}h^3\right)$$

$V=\pi\left(9h+\frac{1}{3}h^3\right)$ 따라서 $\frac{dV}{dt}=\pi(9+h^2)\frac{dh}{dt}$

$\frac{dV}{dt}=260\pi$이고 $h=2$이므로 $260\pi=\pi(9+4)\left[\frac{dh}{dt}\right]_{h=2}$

$\therefore\ \left[\frac{dh}{dt}\right]_{h=2}=\frac{260\pi}{13\pi}=20$ (cm/초)

67. 정답 ⑤

[출제의도] 회전체의 부피의 변화율을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

그릇에 남은 물의 부피는 원 $x^2+y^2=1$과 직선 $x=\sin\theta$로 둘러싸인 부분을 x축의 둘레로 회전시킨 입체의 부피와 같다.

ㄱ. $H(\theta)=1-\sin\theta$ (참)

ㄴ. 수면의 반지름의 길이는 $\cos\theta$이므로

$S(\theta)=\pi\cos^2\theta$이다. (참)

ㄷ. $V(\theta)=\pi\int_{\sin\theta}^1(1-x^2)dx$이므로

$\frac{d}{d\theta}V(\theta)=\pi(-\cos\theta+\sin^2\theta\cos\theta)$

$=-\pi\cos^3\theta=-S(\theta)\cos\theta$ (참)

68. 정답 12π

주어진 식을 x에 대하여 양변을 미분하면

$\int_0^x\{f(t)\}^2dt=30x^4-24x^3+6x^2$

$x=1$, x축, y축둘러싸인 도형을 x축의 둘레로 회전시킨 부피는 $V=\pi\int_0^1\{f(t)\}^2dt$ 이므로

회전체의 부피는 12π이다.

69. 정답 ④

[출제의도] 미분과 적분을 이용하여 속도, 가속도, 운동거리를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $\vec{v}=\left(\frac{dx}{dt},\frac{dy}{dt}\right)=\left(\frac{e^t-e^{-t}}{2},\frac{e^t+e^{-t}}{2}\right)$

$t=1$일 때 $\vec{v}\cdot\vec{p}=\frac{e^2-e^{-2}}{2}\neq0$ (거짓)

ㄴ. $\vec{a}=\left(\frac{d^2x}{dt^2},\frac{d^2y}{dt^2}\right)=\left(\frac{e^t+e^{-t}}{2},\frac{e^t-e^{-t}}{2}\right)=\vec{p}$ (참)

ㄷ. $\int_0^1 \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$

$=\int_0^1 \sqrt{\frac{e^{2t}+e^{-2t}}{2}}\,dt \geq \int_0^1 1dt=1$ (참)

70. 정답 ④

[출제의도] 초월함수의 오목 볼록성, 역함수의 미분법, 평균값의 정리의 내용을 알고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $f(x)$ 가 위로 오목(아래로 볼록)하므로 참이다.

ㄴ. $f(x)$ 의 역함수가 $g(x)$ 이므로 $g(f(x))=x$ 에서 $g'(f(x))f'(x)=1$ 이다. 한편

$f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}=\frac{e^2-e^{-2}}{2}$

를 만족하는 $x=2$ 된다. $f(x)$ 의 도함수

$f'(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ 이므로 된다. $f(x)$ 의 도함수는

$f'(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

이므로

$g'\left(\frac{e^2+e^{-2}}{2}\right)=\frac{1}{f'(2)}=\frac{2}{e^2-e^{-2}}$

가 되어 거짓이다.

ㄷ. t 초 후의 점 P 의 x 좌표를 $\left(k,\ \frac{e^k+e^{-k}}{2}\right)$ 이라 하자.

한편, t 초 동안 점 P 가 움직인 거리는 t 이므로

$t=\int_0^k \sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx=\int_0^k \sqrt{1+\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2}\,dx$

$=\int_0^k \frac{e^x+e^{-x}}{2}\,dx=\frac{e^k-e^{-k}}{2}$

$(e^k)^2-2te^k-1=0$ 에서 $e^k=t+\sqrt{t^2+1}$

$\therefore\ k=\ln(t+\sqrt{t^2+1})$ (참)

71. 정답 9

[출제의도] 매개변수로 표시된 곡선의 길이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\frac{dx}{dt}=-9\sin t+9\sin 9t,\ \frac{dy}{dt}=9\cos t-9\cos 9t$ 이므로

$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}=18\sqrt{\frac{1-\cos 8t}{2}}=18\sin 4t$

따라서

$s=\int_0^{\frac{\pi}{8}} 18\sin 4t\,dt=\frac{9}{2},\ \therefore\ 2a=9$

72. 정답 ②

$\int_0^1 \sqrt{1+f'(x)^2}\,dx$는 $y=f(x)$의 $0\leq x\leq 1$ 부분에서 곡선의 길이이므로 최소인 경우는 원점 O와 점$(1,\ \sqrt{3})$을 직선으로 연결할 때이다.

$\therefore \sqrt{1^2+\sqrt{3}^2}=2$

73. 정답 ①

$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1(6x^2+2ax)dx=\left[2x^3+ax^2\right]_0^1=2+a$

이고

$f(1)=6+2a$이므로 $2+a=6+2a$

$\therefore\ a=-4$

74. 정답 32

곡선 $y=a(1-x^2)$이 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ a)$이므로

구하는 회전체의 부피 V는

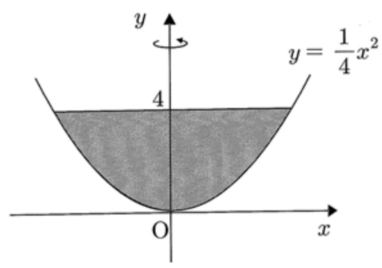
$V=\pi\int_0^a x^2dy=\pi\int_0^a\left(1-\frac{y}{a}\right)dy$

$=\pi\left[y-\frac{y^2}{2a}\right]_0^a$

$=\pi\left(a-\frac{a}{2}\right)=\frac{a}{2}\pi=16\pi$

$\therefore\ a=32$

75. 정답 32



$y=\frac{1}{4}x^2$ 에서 $x^2=4y$ 이므로

y축 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는

$V=\int_0^4 \pi x^2dy=\int_0^4 4\pi y\,dy=\left[2\pi y^2\right]_0^4=32\pi$

$\therefore k=32$

76. 정답 27

포물선 $y^2=12x$에 접하고 기울기가 1인 접선의 방정식은 $y=x+3$이므로 $a=3$

포물선 $y^2=12x$와 직선 $y=x+3$의 접점의 x좌표를 구하면

$(x+3)^2=12x$에서 $x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$

$\therefore\ x=3$

따라서 구하는 회전체의 부피는

$\pi\int_0^3(x+3)^2dx-\pi\int_0^3 12x\,dx$

$=\pi\int_0^3 (x^2-6x+9)dx=\pi\left[\frac{x^3}{3}-3x^2+9x\right]_0^3=9\pi$

$\therefore\ b=9$

$\therefore\ ab=3\cdot 9=27$

77.[정답] 25

[해설]

두 곡선 $y=\sqrt{x}\,,y=\sqrt{-x+10}$ 의 교점의 x좌표를 구하면

$\sqrt{x}=\sqrt{-x+10}$ 에서

양변을 제곱하면

$x=-x+10,\ x=5$

따라서, 회전체이 부피 V는

$V=\pi\int_0^5 x\,dx+\pi\int_5^{10}-x+10\,dx$

$=\pi\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^5+\pi\left[-\frac{x^2}{2}-10x\right]_5^{10}$

$=\frac{25}{2}\pi+\pi(-50+100+\frac{25}{2}-50)$

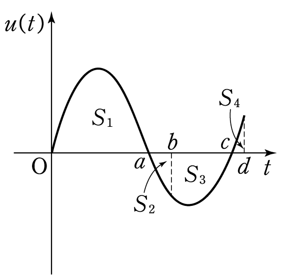
$=25\pi$

$\therefore a=25$

78.정답 ④

그림과 같이 각각의 넓이를 S_1, S_2, S_3, S_4 라고 하자.

조건에서 $S_1=S_2+S_3+S_4$ 이다.



ㄱ. $S_1>S_2+S_3$ 이므로, 다시 원점을 지나지 않는다.

ㄴ. $\int_0^c v(t)\,dt=S_1-S_2-S_3$

$\int_c^d v(t)\,dt=S_4=S_1-S_2-S_3$

$\therefore\int_0^c v(t)\,dt=\int_c^d v(t)\,dt$

ㄷ. $\int_0^b v(t)\,dt=S_1-S_2$ $\qquad\int_b^d |v(t)|\,dt=S_3+S_4$

조건에서 $S_1=S_2+S_3+S_4,\ S_1-S_2=S_3+S_4$

$\therefore\int_0^b v(t)\,dt=\int_b^d |v(t)|\,dt$

79. 정답 ②

$f(a)=\int_1^a \frac{\sqrt{\ln x}}{x}\,dx$

$\sqrt{\ln x}=t$ 라 하면 $\ln x=t^2$

$x=1\to t=0$

$x=a\to t=\sqrt{\ln a}$

$\frac{1}{x}dx=2t\,dt$

$f(a)=\int_0^{\sqrt{\ln a}} 2t^2\,dt=\left[\frac{2}{3}t^3\right]_0^{\sqrt{\ln a}}=\frac{2}{3}(\ln a)^{\frac{3}{2}}$

$\therefore f(a^4)=\frac{2}{3}(\ln a^4)^{\frac{3}{2}}=\frac{2}{3}\cdot 4^{\frac{3}{2}}(\ln a)^{\frac{3}{2}}=8f(a)$

80. 정답 16

양변에 $x=1$ 대입하면

$1-2a+a=0\qquad\therefore a=1$

양변을 미분하면

$f(x)=3x^2-4x+1\qquad\therefore f(3)=16$

81. 정답 16

$f(x)=x^3$의 그래프를 x축 방향으로 a만큼, y축 방향으로 b만큼 평행 이동시키면

$g(x)=(x-a)^3+b$의 그래프가 된다.

$g(0)=-a^3+b=0$이므로

$b=a^3$ ⋯ ㉠

한편, 그래프의 평행이동에 의해

$\int_a^b g(x)dx=\int_{a-c}^{b-c} g(x+c)dx$ 가 성립함을 이용하면

$\int_a^{3a} g(x)dx=\int_a^{3a}\{(x-a)^3+b\}dx=\int_0^{2a}(x^3+b)dx$

$\therefore\ \int_0^{2a}(x^3+b)dx-\int_0^{2a}x^3dx=\int_0^{2a}bdx$

$=2ab=32$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $2ab=2a^4=32$이므로

$a^4=16$

82. 정답 12

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(1+\frac{2k}{n}\right)$

$=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(1+\frac{2k}{n}\right)\cdot\frac{2}{n}\cdot\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}\int_1^3 f(x)\,dx=\frac{1}{2}\int_1^3(x^3+x)dx$

$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2\right]_1^3=\frac{1}{2}\left(\frac{81}{4}+\frac{9}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{1}{2}(20+4)=12$

83. 정답 ④

$f'(x)$로부터 $f(x)$를 구해봐.

$f'(x)=\begin{cases} x^2 & (|x|<1) \\ -1 & (|x|>1) \end{cases}$ 이므로

$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{3}x^3+C_1 & (-1 \leqq x<1) \\ -x+C_2 & (x<-1) \\ -x+C_3 & (x \geqq 1) \end{cases}$ (단, C_1, C_2, C_3는 적분상수)

ㄱ은 $x=-1$에서의 $f'(x)$의 부호 변화로 참거짓을 알수 있지?

ㄱ. $\lim_{x\to -1-0} f'(x)=-1<0$, $\lim_{x\to -1+0} f'(x)=1>0$ 이므로 $f(x)$는 $x=-1$에서 감소상태에서 증가상태로 바뀌어. 따라서, $f(x)$는 $x=-1$에서 극솟값을 가져. (참)

ㄴ은 '모든 실수 x'에 중점!

ㄴ. 적분상수가 정해지지 않은 상태에서 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(-x)$라고 할수 없어. (거짓)

ㄷ은 $f(x)$가 모든 실수에서 연속임을 염두에 두고!

ㄷ. $f(0)=0$이므로 $C_1=0$

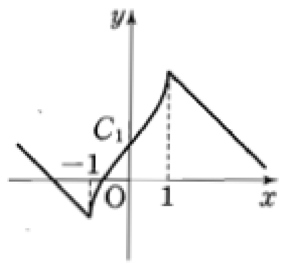
그런데 $f(x)$가 모든 실수에서 연속이므로 $x=1$에서도 연속이어야지?

$\therefore f(1)=\lim_{x\to 1}f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{1}{3}x^3=\frac{1}{3}>0$ (참)

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄷ 이야.

✱다른풀이

$y=f(x)$의 그래프의 개형을 그리면 오른쪽 그림과 같아.ㄱ. 그래프에서 $y=f(x)$는 $x=-1$에서 극솟값을 가져.



ㄴ. 함수 $f(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이 아니므로 $f(x)=f(-x)$가 성립하지 않아.

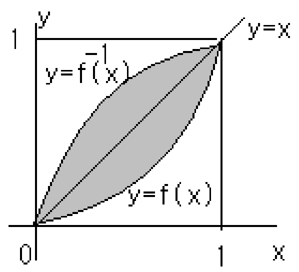
ㄷ. $y=f(x)$의 그래프에서 $f(1)>f(0)$이므로 $f(0)=0$이면 $f(1)>0$이야.

84. 정답 ②

$f'(x)>0$, $f''(x)>0$이므로

연속함수 $f(x)$의 그래프는 구간 [0, 1]에서 아래로 볼록하게 증가한다.

또, 역함수 $f^{-1}(x)$의 그래프는 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로 다음 그래프와 같다.



이때, $\int_0^1 \{f^{-1}(x)-f(x)\}dx$의 값은 위 그림에서 색칠한 부분의 넓이와 같고, 이는 직선 $y=x$와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이의 2배와 같다.

직선 $y=x$와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는 정적분의 정의에 의해

$$\int_0^1 \{x-f(x)\}dx=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{n}$$

이므로

$$\int_0^1 \{f^{-1}(x)-f(x)\}dx$$

$$=2\int_0^1 \{x-f(x)\}dx$$

$$=2\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{2}{n}$$

85.[정답] ④

조건에서 $f(a)=0$이고 $f(2x)=2f(x)f'(x)$이므로

$f(2a)=2f(a)f'(a)=0$ 또한 $f(4a)=2f(2a)f'(2a)=0$이다.

$$\int_a^{2a}\frac{\{f(x)\}^2}{x^2}dx=\int_a^{2a}x^{-2}\{f(x)\}^2dx$$

$$=[-x^{-1}\{f(x)\}^2]_a^{2a}-\int_a^{2a}-x^{-1}\cdot 2f(x)f'(x)dx \ (\because \text{부분적분법})$$

$$=0+\int_a^{2a}x^{-1}\cdot 2f(x)f'(x)dx$$

$$=\int_a^{2a}\frac{2f(x)f'(x)}{x}dx=\int_a^{2a}\frac{f(2x)}{x}dx$$

여기서 $2x=t$로 치환하면 $2dx=dt \Leftrightarrow dx=\frac{1}{2}dt$

$\begin{cases} x=a \to t=2a \\ x=20 \to t=4a \end{cases}$로 변환되므로

$$=\int_{2a}^{4a}\frac{1}{2}\frac{f(t)}{\frac{1}{2}t}dt=\int_{2a}^{4a}\frac{f(t)}{t}dt=k$$

86. 정답 ③

$$\sum_{k=1}^{n}\left\{g\left(\frac{k}{n}\right)-g\left(\frac{k-1}{n}\right)\right\}\frac{k}{n}$$

$$=\frac{1}{n}\left\{g\left(\frac{1}{n}\right)-g\left(\frac{0}{n}\right)\right\}+\frac{2}{n}\left\{g\left(\frac{2}{n}\right)-g\left(\frac{1}{n}\right)\right\}$$

$$+\cdots+\frac{n}{n}\left\{g\left(\frac{n}{n}\right)-g\left(\frac{n-1}{n}\right)\right\}$$

$$=-\frac{1}{n}\left\{g\left(\frac{1}{n}\right)+g\left(\frac{2}{n}\right)+\cdots+g\left(\frac{n-1}{n}\right)\right\}+g(1)$$

$$=1-\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}g\left(\frac{k}{n}\right)$$

$$\therefore (\text{준식})=\lim_{n\to\infty}\left\{1-\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}g\left(\frac{k}{n}\right)\right\}=1-\int_0^1 g(x)dx$$

$$=\int_0^1 f(x)dx$$

87. 정답 ③

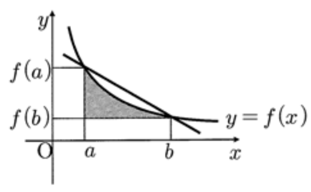
ㄱ. $[a,\ b]$에서 $F'(x)=f(x)>0$이므로 $F(x)$는 $[a,\ b]$에서 증가한다. [참]

ㄴ.(직선 PQ의 기울기)$=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$이므로 직선 PQ의 기울기가 일반적으로 $\dfrac{F(b)-F(a)}{b-a}$와 같다고 할 수는 없다. [거짓]

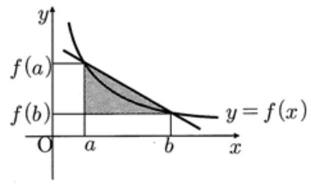
ㄷ. $\int_a^b\{f(x)-f(b)\}dx$는 [그림1]의 어두운 부분의 넓이이고,

$\dfrac{(b-a)\{f(a)-f(b)\}}{2}$는 [그림2]의 직각삼각형의 넓이이다.

$$\therefore \int_a^b\{f(x)-f(b)\}dx \leqq \frac{(b-a)\{f(a)-f(b)\}}{2} \quad [참]$$



[그림1]



[그림2]

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

88. 정답 ④

$f(x)=\int_a^x\{2+\sin(t^2)\}dt$에서

$f'(x)=2+\sin x^2$이고

$f''(x)=\cos x^2(2x)=2x\cos x^2$이다.

이때 $f''(a)=2a\cos a^2=\sqrt{3}a$에서

$$\cos a^2=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore\ a^2=\frac{\pi}{6}$$

한편, $f^{-1}(0)=b$로 놓으면

$$f(b)=\int_a^b\{2+\sin(t^2)\}dt=0$$

에서 $b=a$이다. 이때

$f'(b)=f'(a)=2+\sin a^2$

$$=2+\sin\frac{\pi}{6}=\frac{5}{2}$$

이므로

$$(f^{-1})'(0)=\frac{1}{f'(b)}=\frac{2}{5}$$

89. 정답 78

$$f'(x)=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}(x^2+2)^{\frac{1}{2}}\cdot 2x$$

$$=x-(x^2+2)^{\frac{1}{2}}$$

곡선의 길이 l은

$$l=\int_0^6\sqrt{1+x^2(x^2+2)}$$

$$=\int_0^6(x^2+1)\,dx \quad =78$$

90. 정답 17

$f(x)=x^3-3x-1$에서 $f'(x)=3x^2-3$

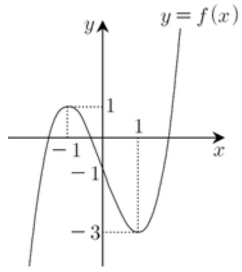
따라서 $f'(x)=0$이 되는 x의 값은 ±1이다.

이때, $f(1)=-3$, $f(-1)=1$이므로

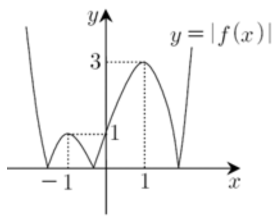
$y=f(x)$의 그래프는 다음과 같다.

따라서 함수 $y=|f(x)|$의 그래프를

그려보면 다음과 같다.



[그림1]

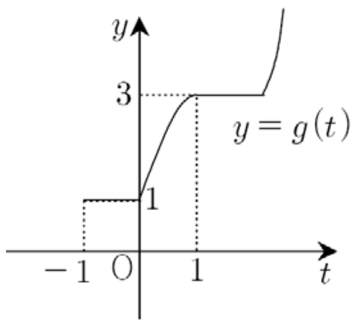


[그림2]

따라서 $-1\leqq x\leqq t$에서 $|f(x)|$의 최댓값 $g(t)$는 구간 $[-1,1]$에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(t)=\begin{cases}1 & (-1\leqq t\leqq 0)\\ -t^3+3t+1 & (0\leqq t\leqq 1)\end{cases}$$

따라서 함수 $y=g(t)$의 그래프는 다음 그림과 같다.



[그림3]

$$\therefore \int_{-1}^1 g(t)\,dt=\int_{-1}^0 g(t)dt+\int_0^1(-t^3+3t+1)dt$$

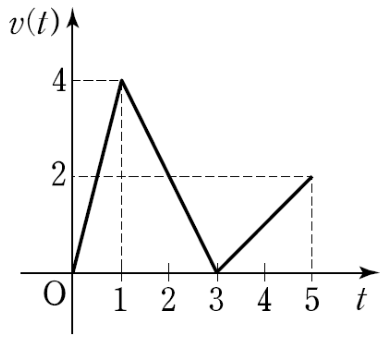
$$=\int_{-1}^0 1dt+\int_0^1(-t^3+3t+1)dt$$

$$=[t]_{-1}^0+[-\frac{1}{4}t^4+\frac{3}{2}t^2+t]_0^1$$

$$=1+(-\frac{1}{4}+\frac{3}{2}+1)=\frac{13}{4}$$

$\therefore\ p+q=4+13=17$

91.[정답] ①



시각 $t=0$ 에서 $t=x$ 까지 움직인 거리를 l_1

시각 $t=x$ 에서 $t=x+2$ 까지 움직인 거리를 l_2

시각 $t=x+2$ 에서 $t=5$ 까지 움직인 거리를 l_3 이라 하자.

ㄱ. $x=1$ 인 경우

$l_1=2,\ l_2=4,\ l_3=2$ 이므로

$f(1)=2$ ∴ 참

ㄴ. $x=2$ 인 경우

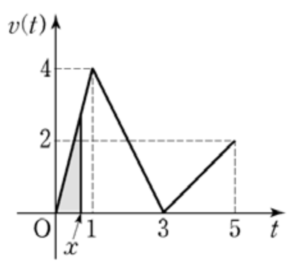
$l_1=5,\ l_2=\frac{3}{2},\ l_3=\frac{3}{2}$ 이므로 $f(2)=\frac{3}{2}$

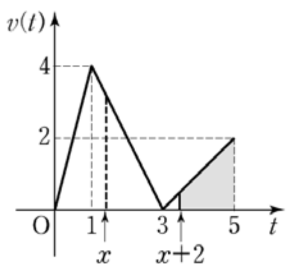
따라서 $f(2)-f(1)=\frac{3}{2}-2=-\frac{1}{2}$

$\int_1^2 v(t)dt=\int_1^2(-2t+6)dt=3$

$\therefore\ f(2)-f(1)\neq\int_1^2 v(t)dt$ ∴ 거짓

ㄷ. h 가 충분히 작은 양수일 때 그림에서 보는 것처럼





$1-h<x<1$ 에서

$f(x)=\frac{1}{2}\cdot x\cdot 4x=2x^2\rightarrow f'(x)=4x\ \xrightarrow{x\to1-0}\ 4$

$1<x<1+h$ 에서

$f(x)=2-\frac{1}{2}((x+2)-3)^2\rightarrow f'(x)=-x+1\ \xrightarrow{x\to1+0}\ 0$

따라서 $f'(x)$ 의 $x=1$ 에서의 좌우 미분계수가 다르므로

미분불능

∴ 거짓

92.[정답] ③

[해설]주어진 조건 (가), (나), (다)에 의하여 구간 $(0,1)$에서

$f(x)=e^x$임을 알 수 있다.

그런데 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하므로

연속이다.

따라서 구간 $1\le x<2$에서 $f(e)=1,\ f'(1)=e$이고 (나)

조건에 의하여

$f'(x)$는 증가하는 함수이므로 $e=f'(1)\le f'(x)$이다.

이 때, $1\le x<2$인 구간에서 이 식의 야변을 적분하면

$\int_1^x e\,dx\le\int_1^x f'(x)dx$ 즉 $ex\le f(x)$이므로 다음 부등식이

성립한다.

$\int_1^2 e\,xdx\le\int_1^2 f(x)dx$

$\therefore\int_0^2 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^2 f(x)dx$

$\ge\int_0^1 e^x dx+\frac{3e}{2}=\frac{5e}{2}-1$

딸서 구하는 최솟값은 $\frac{5e}{2}-1$이다

1. 정답 ②
맨 앞자리에는 1 이 오고, 맨 뒤에는 3 이 오지 않도록 하려면 1□□□□□1 , 1□□□□□2 이고 빈칸에 나머지 수가 들어가면 된다.
(i) 1□□□□□1 : 빈칸에 2 , 2 , 3 , 3 , 3 이 오는 경우의 수이므로 $\frac{5!}{2!\times3!}=10$ 가지
(ii) 1□□□□□2 : 빈칸에 1 , 2 , 2 , 3 , 3 이 오는 경우의 수이므로 $\frac{5!}{3!}=20$ 가지
(i)과 (ii)에 의해 모두 30 가지이다.

2. 정답 380
<풀이>
7 의 개수에 따라 나누어 생각하면
(i) 7 이 두 개인 경우 : ∨ □ ∨ □ ∨ □ ∨의 꼴에서 □의 자리에 1, 2, 3, 5, 9 중 세 개를 넣고, 나머지 ∨의 자리에 2 개의 7 을 배열하는 방법과 같으므로
${}_5P_3\times{}_4C_2=60\times6=360$ (개)
(ii) 7 이 세 개인 경우 : 7 □ 7 □ 7 의 꼴에서 □의 자리에 1, 2, 3, 5, 9 중에서 두 개의 수를 배열하는 방법과 같으므로 ${}_5P_2=20$ (개) 이다.
따라서 구하는 다섯 자리 자연수의 개수는
$20+360=380$ (개)

3. 정답 9
($A\to B$ 방법의 수)−($A\to P\to B$ 방법의수)
$\left(\frac{6!}{3!3!}-2\right)-\left(\frac{3!}{2!}\times\frac{3!}{2!}\right)=9$

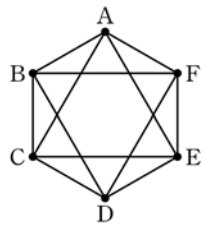
4.정답 12가지
[출제의도] 원순열의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.
구하는 방법의 수는 $\frac{4!}{2}=12$ 가지이다.

5. 정답 136
[출제의도] 함수의 개수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.
(i) $f(3)=2$인 경우
1, 2는 1로, 4, 5, 6은 3, 4, 5, 6 중 하나로 대응되므로
경우의 수는 ${}_1\Pi_2\times{}_4\Pi_3=64$
(ii) $f(3)=4$인 경우
1, 2는 1, 2, 3중 하나로 4, 5, 6은 5, 6중 하나로 대응되므로
경우의 수는 ${}_3\Pi_2\times{}_2\Pi_3=72$
(iii) $f(3)=6$인 경우는 없다.
따라서 구하는 모든 함수의 개수는 $64+72=136$ 이다.

6. 정답 ②

①	②	③	④	⑤

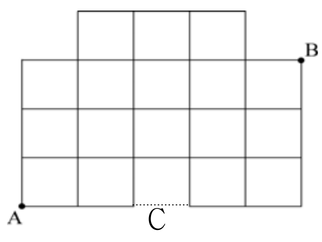
(i) b를 배치하는 방법 : ②, ④ 뿐이므로 2(가지)
(ii) a와 c를 배치하는 방법 : a를 ⑤에 배치하는 경우엔 c는 b의 자리와 ⑤를 제외하는 곳에 배치하므로 3가지
a를 ⑤가 아닌 곳에 배치하는 경우엔 c는 b의 자리와 a의 자리, ⑤를 제외한 곳에 배치하므로 2가지
∴ $1\cdot3+2\cdot2=7$(가지)
(iii) d와 e를 배치하는 방법 : 2(가지)
따라서, (i), (ii), (iii)에 의해
$2\cdot7\cdot2=28$(가지)이다.



7. 정답 ④
5일 중 3일을 선택하여 요가를 하는 방법의 수는
${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\times4}{2}=10$
나머지 2일 중 하루를 수영, 줄넘기 중 한가지를 하고 남은 하루는 농구, 축구 중 한가지를 하는 방법의 수는
$2\times2\times2=8$
따라서 구하고자 하는 방법의 수는
$10\times8=80$

8. 정답 ①
[출제의도] 경우의 수를 이용하여 수학 외적 문제 해결하기
3 개의 화면 중 2 개의 화면은 2 개의 정보를, 1개의 화면은 1 개의 정보를 보여주어야 하므로, 5 가지 정보를 2 개, 2 개, 1 개로 나누는 방법의 수는
${}_5C_2\times{}_3C_2\times{}_1C_1\times\frac{1}{2!}=15$(가지)이고,
이것을 화면에 보여주는 경우의 수는 6 (가지)이다.
∴ $15\times6=90$ (가지)

9. 정답 ①
[출제의도] 순열의 수 계산하기



구하는 경우의 수는
(A에서 B까지 최단거리로 가는 경우의 수) - (A에서 C를 거쳐서 B까지 최단거리로 가는 경우의 수) 이므로,

$$\frac{8!}{5!\times 3!}-\frac{5!}{2!\times 3!}=56-10=46$$

10. 정답 ②

[출제의도] 순열을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] (ⅰ)원 내부영역에 칠할 4가지 색을 선택하고 칠하는 방법의 수는 ${}_8C_4\times(4-1)!$

(ⅱ)나머지 4가지 색을 원 외부 4영역에 칠하는 방법의 수는 $4!$

(ⅰ),(ⅱ)에 의하여 ${}_8C_4\times(4-1)!\times 4!=\frac{8!}{4}$

11. 정답 51

[출제의도] 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(ⅰ) 두 사람이 모두 비기는 경우 : 1(가지)

(ⅱ) 갑이 1승 1패 3무인 경우 : $\frac{5!}{3!}=20$(가지)

(ⅲ) 갑이 2승 2패 1무인 경우 : $\frac{5!}{2!2!}=30$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $1+20+30=51$(가지)

12. 정답 672

<풀이>

[출제의도] 이항계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\left(2x-\frac{1}{x}\right)^7$ 의 전개식의 일반항은

$${}_7C_r(2x)^r\left(-\frac{1}{x}\right)^{7-r}={}_7C_r\times 2^r\times(-1)^{7-r}\times x^{2r-7}$$

이므로 $2r-7=3$에서 $r=5$

따라서 x^3의 계수는 ${}_7C_5\times 2^5\times(-1)^2=672$

13. 정답 135

[출제의도] 이항정리를 이해하고 이를 활용하여 이항계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

${}_6C_r\, x^{6-r}\left(-\frac{3}{x}\right)^r={}_6C_r\,(-3)^r\,x^{6-2r}$ 이므로

x^2의 계수는 ${}_6C_2(-3)^2=135$ 이다.

14. 정답 10

[출제의도] 이항정리를 이용하여 다항식 계수 구하기

[해설] $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^5=\sum_{k=0}^{5}{}_5C_k(x^2)^k\left(\frac{1}{x}\right)^{5-k}=\sum_{k=0}^{5}{}_5C_k x^{3k-5}$이므로

$k=2$ 일 때, x의 계수는 ${}_5C_2=10$

15. 정답 20

$\left(\frac{x}{2}+\frac{2}{x}\right)^6$의 전개식의 일반항은

${}_6C_r\left(\frac{x}{2}\right)^{6-r}\left(\frac{2}{x}\right)^r={}_6C_r 2^{2r-6}\cdot x^{6-2r}$ 이므로 $r=3$일 때 상수항이다.

$r=3$을 대입하면 ${}_6C_3=20$

16. 정답 32

[출제의도] 이항정리를 이용하여 이항계수 이해하기

$${}_4C_1\,x^3\times\frac{1}{x^3}+{}_8C_2\,x^6\times\left(\frac{1}{x^3}\right)^2={}_4C_1+{}_8C_2$$

$\therefore$ 32

17. 정답 12

<풀이>

$(x-1)^n=(-1+x)^n$

$=\sum_{r=0}^{n}{}_nC_r(-1)^{n-r}x^r$

x의 계수는 $r=1$일 때이므로

${}_nC_1(-1)^{n-1}=-12,\quad n\times(-1)^{n-1}=-12$

$\therefore n=12$

18. 정답 20

<풀이>

$(x+a)^6$의 전개식에서

x^4의 계수는 ${}_6C_4\cdot a^2=15a^2$

x^5의 계수는 ${}_6C_5\cdot a^1=6a$

x^4의 계수가 x^5의 계수의 50배이므로

$15a^2=50\times 6a$

$a(a-20)=0$

$\therefore a=20\ (\because a>0)$

19. 정답 ②

전개식의 일반항은 ${}_7C_r(2x^2)^{7-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r={}_7C_r\cdot 2^{7-r}\cdot x^{14-3r}$

이때, $14-3r=5$ 에서 $r=3$ 이므로 x^5 의 계수는 $16\times{}_7C_3$ 이다.

20.정답 165

[출제의도] 이항정리를 이해하고 이를 이용하여 계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$(x-1)^n=\sum_{r=0}^{n}{}_nC_r(-1)^{n-r}x^r$$

이므로 x^2의 계수는 ${}_nC_2(-1)^{n-2}$이다.

$\therefore\ {}_nC_2(-1)^{n-2}=-55$

$\frac{n(n-1)}{2}\times(-1)^{n-2}=-55$

에서 $n=11$ 이므로 x^3 의 계수는

${}_{11}C_3(-1)^{11-3}=\frac{11\times10\times9}{3\times2\times1}=165$

21. 정답 ⑤

$(1+2x)^6=\sum_{k=0}^{6}{}_6C_k(2x)^k$ 이므로 $(1+2x)^6$ 의 전개식에서

x^4 의 계수는 $k=4$ 일 때 이므로

${}_6C_4\times2^4=240$

$(1+2x)^6$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 $k=3$ 일 때이므로

${}_6C_3\times2^3=160$

따라서, $(1+2x)^6(1-x)$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는

$240-160=80$

22. [출제의도] 이항계수를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(x^2-1)^7$의 전개식에서 일반항은 ${}_7C_r(x^2)^{7-r}(-1)^r$이므로

x^6의 계수는 ${}_7C_4(-1)^4=35$ 이다.

23. 정답 135

<풀이>

$(3x+y)^6$에서 x^2y^4의 계수는

${}_6C_2(3x)^2(y)^4$에서

${}_6C_2\times3^2=15\times9=135$이다.

24. 정답 ③

<풀이>

$x^{10}+x^9+\cdots+x+1=(x-1)f(x)+11$이고

$f(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는 $f(2)$이다.

$\therefore\ 2^{10}+2^9+\cdots+2+1=f(2)+11$

$\therefore\ f(2)=\frac{2^{11}-1}{2-1}-11=2^{11}-12$

25. 정답 32

<풀이>

[출제의도] 이항계수의 성질을 이용하여 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

동주는 알사탕 $k(k=0,1,2,3,4,5)$개와 박하사탕 $5-k$개를 진서에게 주면 된다. 그런데 동주가 알사탕 k개를 택하는 방법의 수는 ${}_5C_k$ 이고, 박하사탕 $5-k$개를 택하는 방법의 수는 1 이므로 구하는 방법의 수는

${}_5C_0+{}_5C_1+{}_5C_2+{}_5C_3+{}_5C_4+{}_5C_5=2^5=32$ (가지)

26.정답 100

<풀이>

[출제의도] 이항정리를 이용하여 이항계수의 합 구하기

[해설] ${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n=2^n$이므로

${}_{100}C_0+{}_{100}C_1+{}_{100}C_2+\cdots+{}_{100}C_{100}=2^{100}$이다.

$\therefore \log_2({}_{100}C_0+{}_{100}C_1+{}_{100}C_2+\cdots+{}_{100}C_{100})=100$

27. 정답 ③

<풀이>

[출제의도] 조합의 수 성질을 이용하여 문제해결하기

어두운 부분의 합은

$\sum_{n=2}^{10}({}_nC_{n-2}+{}_nC_{n-1}+{}_nC_n)$

$=\sum_{n=2}^{10}({}_nC_2+{}_nC_1+1)$

$=\sum_{n=2}^{10}\left\{\frac{n(n-1)}{2}+n+1\right\}$

$=\sum_{n=2}^{10}\left(\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n+1\right)$

$=228$

(별해) ${}_2C_0+{}_3C_1+{}_4C_2+\cdots+{}_{10}C_8={}_{11}C_8$

${}_1C_0+{}_2C_1+{}_3C_2+\cdots+{}_{10}C_9={}_{11}C_9$이므로

${}_2C_1+{}_3C_2+\cdots+{}_{10}C_9={}_{11}C_9-{}_1C_0$

$1+{}_1C_1+{}_2C_2+{}_3C_3+\cdots+{}_{10}C_0={}_{11}C_{10}$이므로

${}_2C_2+{}_3C_3+\cdots+{}_{10}C_0={}_{11}C_{10}-1-{}_1C_1$

따라서 어두운 부분의 합은 228

28. 정답 ②

[출제의도] 이항정리를 이용하여 명제를 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(가) x^n (나) ${}_nC_{n-k}$ (다) $1\leq k\leq n-1$

29. 정답 72

[출제의도] 같은 것이 있는 순열의 경우의 수 구하기

[해설] 1, 1, 1, 2, 3, 4 중 4 개를 사용하여 4 자리 정수의 개수를 구하는 경우의 수와 같으므로

(i). 1 을 한 개 사용하는 경우 → $4!=24$

(ii). 1 을 두 개 사용하는 경우 → ${}_3C_2\times\frac{4!}{2!}=36$

(iii). 1 을 세 개 사용하는 경우 → ${}_3C_1\times\frac{4!}{3!}=12$

(i), (ii), (iii) 에 의하여 모두 72 개

30. 정답 ③

A, B가 지사장으로 발령되는 경우는 가, 나, 다, 라, 마 중 두 곳을 골라 가까운 곳은 A, 먼 곳은 B를 배치하고, 그 중 A, B가 같은 거리인 가, 나에 배치되는 경우를 빼면 되므로 ${}_5C_2-1=9$ 이다.

이 각각의 경우에 C, D, E가 발령되는 경우는 $3!$ 이므로, 전체의 경우는 $9\times3!=54$ 이다.

31. 정답 ③

[출제의도] 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

정삼각형에 칠한 색을 결정하는 경우의 수는 ${}_8C_2=28$

나머지 6가지 색으로 등변사다리꼴을 칠하는 경우의 수는 ${}_6C_3\times(3-1)!=240$

따라서 구하는 경우의 수는 $28\times240=6720$

32.정답 211

[출제의도] 조합을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] $n(B)=k$일 때, $A\subset B$를 만족하는 집합 B의 개수는 ${}_5\mathrm{C}_k$이고 집합 A의 개수는 2^k-1개이므로 순서쌍 (A, B)의 개수는 $\sum_{k=1}^{5}{}_5\mathrm{C}_k(2^k-1)$이다.

$$\sum_{k=1}^{5}{}_5\mathrm{C}_k(2^k-1)=\sum_{k=0}^{5}{}_5\mathrm{C}_k(2^k-1)$$

$$=\sum_{k=0}^{5}{}_5\mathrm{C}_k2^k-\sum_{k=0}^{5}{}_5\mathrm{C}_k=(2+1)^5-2^5=211$$

33. 정답 30

전체의 경우에서 A, B가 모두 같은 동아리에 가입하는 경우를 빼면 된다.

A, B가 각각 동아리를 선택하는 경우는 ${}_4C_2$ 이므로

${}_4C_2\times{}_4C_2-{}_4C_2=30$ 가지

34. 정답 ②

$A(0,\ 4)$, $B(0,\ 8)$라 하자.

OA를 한 변으로 하는 사각형은 $(4,\ 0)$ 또는 $(8,\ 0)$을 한 꼭짓점으로 하고 나머지 한 꼭짓점을 $(4,\ 4)$, $(4,\ 8)$, $(8,\ 4)$, $(8,8)$로 하면 되므로 8가지,

OB를 한 변으로 하는 사각형은 $(4,\ 0)$ 또는 $(8,\ 0)$을 한 꼭짓점으로 하고 나머지 한 꼭짓점을 $(4,\ 4)$, $(4,\ 8)$, $(8,\ 4)$, $(8,8)$로 하면 되는데, 그 중 $(8,\ 0)$, $(4,\ 4)$을 꼭짓점으로 하면 삼각형이 되므로 그 경우를 제외하면 7가지이다.

따라서 전체 경우는 $8+7=15$ 가지이다.

35. 정답 ⑤

[출제의도] 조합을 이용하여 경우의 수 추론하기

$$f(x)=\begin{cases}2\times{}_6\mathrm{C}_k\times{}_6\mathrm{C}_{k-1} & (x=2k)\\ 2\times{}_6\mathrm{C}_{k-1}\times{}_6\mathrm{C}_{k-1} & (x=2k-1)\end{cases}$$

ㄱ. $f(1)=2$ ∴ 참

ㄴ. $f(2)=12$, $f(12)=12$ ∴ 참

ㄷ. $f(x)$ 의 최댓값은 $f(7)$ ∴ 참

36. 정답 ②

<풀이>

[출제의도] 같은 것이 있는 순열을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] 순서에 관계없이 4개를 선택하는 경우는 5가지이다.

각각의 경우에 일렬로 나열하는 경우의 수는

(i) $aaab$: $\frac{4!}{3!}=4$

(ii) $aaac$: $\frac{4!}{3!}=4$

(iii) $aabb$: $\frac{4!}{2!\,2!}=6$

(iv) $aabc$: $\frac{4!}{2!}=12$

(v) $abbc$: $\frac{4!}{2!}=12$ 이므로

$4+4+6+12+12=38$

37. 정답 90

[출제의도] 경우의 수를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

원점에서 점 $\mathrm{A}(1,3)$ 까지 최단거리로 움직이는 경우는 위쪽방향으로 3칸, 오른쪽방향으로 1칸 움직여야 한다.

그런데 모두 6번 움직여야 하므로 아래쪽방향 또는 왼쪽방향으로 1칸 이동한 후 다시 위쪽 방향 또는 오른쪽방향으로 1칸 움직여야 한다.

오른쪽으로 1칸 움직이는 경우를 a

왼쪽으로 1칸 움직이는 경우를 a'

위쪽으로 1칸 움직이는 경우를 b

아래쪽으로 1칸 움직이는 경우를 b'라 하면

원점에서 점 $\mathrm{A}(1,3)$ 으로 움직이는 경우의 수는 a를 2개, a'을 1개, b를 3개 나열하는 경우의 수와 a를 1개, b'을 1개, b를 4개 나열하는 경우의 수의 합과 같다.

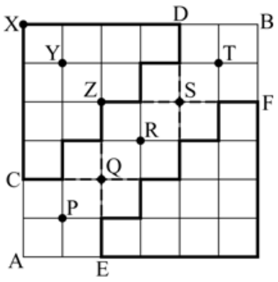
$\frac{6!}{2!\,1!\,3!}+\frac{6!}{1!\,1!\,4!}=90$ (가지)

답: 90가지

38.정답 84

<풀이>

다음 그림에서 C에서 D까지 최단거리의 경로의 수는



ⅰ) A→C→X→D→B : 1

ⅱ) A→C→Y→D→B : $1\times\frac{4!}{3!}\times\frac{4!}{3!}\times1=16$

ⅲ) A→C→Z→D→B : $1\times\left(\frac{4!}{2!2!}-1\right)\left(\frac{4!}{2!2!}-1\right)\times1=25$

이므로 $1+16+25=42$(가지)

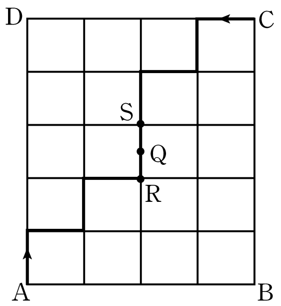
마찬가지로 E 에서 F 까지 최단거리의 경로의 수도 42(가지)이다.

따라서 구하는 최단거리의 경로의 수는

$42+42=84$(가지)

39.정답 36

갑, 을이 같은 속력으로 굵은 선을 따라 걸으므로 두 사람이 만나는 곳은 다음 그림의 Q이고, 이 때, 병도 갑, 을과 같은 속력으로 걸어가고 있으므로 세 사람이 모두 만나려면 병도 Q를 반드시 지나야 한다.



따라서, 세 사람이 모두 만나는 경우의 수는 병이 B에서 출발하여 Q를 거쳐 D에 도달하는 경우의 수와 같다.

이 때, 병의 B에서 R에 이르는 최단 경로의 수는

$\frac{4!}{2!2!}=6$(가지)

이고, S에서 D에 이르는 최단 경로의 수는

$\frac{4!}{2!2!}=6$(가지)

이므로 구하는 경우의 수는 $6\times6=36$가지이다.

40.정답 35

우리나라 대표팀이 득점한 상황을 S, 실점한 상황을 F라 하면 5: 3 의 상황은 5 개의 S와 3 개의 F로 나타난다. 이 때, 철수는 1 : 0 으로 우리나라 국가대표팀이 승리하는 상황까지 알고 있으므로 점수가 변해가는 상황은 일곱 개의 문자 $SSSSFFF$를 일렬로 나열하는 방법의 수와 같다.

$\therefore\ \frac{7!}{4!3!}=35$

41. 정답 46

[출제의도] 조건을 만족하는 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

A 에서 B 까지 가는 최단경로의 수는 $\frac{8!}{5!3!}$

이 중에서 점 P 에서 좌회전을 하는 최단경로의 수는 1(가지)이고, 점 Q 에서 좌회전을 하는 최단경로의 수는

$\frac{3!}{2!}\times\frac{3!}{2!}=9$(가지)이다. 따라서 구하는 경우의 수는

$56-1-9=46$(가지)이다.

답:46가지

42.정답 215

아래 그림에서 p 주유소를 들러서 최단거리로 가기 위해서는 P 지점에서 주유소를 다녀와야

한다. 그때의 A 에서 B 까지 최단거리로 가는 경우의 수는

$1\times\frac{(3+4)!}{3!4!}=35$

또 q 주유소를 들러서 최단거리로 가기 위해서는 Q 지점에서 주유소를 다녀와야 하므로

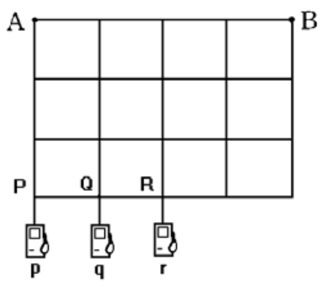
최단거리로 가는 경우의 수는

$\frac{(1+3)!}{1!3!}\times\frac{(3+3)!}{3!3!}=4\times20=80$

같은 방법으로 r 주유소를 들러서 최단거리로 가는 경우의 수는

$\frac{(2+3)!}{2!3!}\times\frac{(2+3)!}{2!3!}=10\times10=100$

따라서, 구하는 경우의 수는 $35+80+100=215$



43. 정답 17

0을 한 개 이하 사용하여 만든 다섯 자리 자연수 중에서 각 자리의 수의 합이 5인 자연수는

ⅰ) 모두 1만 사용한 경우

11111 한가지

ⅱ) 11120처럼 1을 3개, 0, 2를 각각 1개 사용한 경우

전체 경우에서 0이 맨 앞에 사용되는 경우를 빼면 되므로

$\frac{5!}{3!}-\frac{4!}{3!}=16$

ⅰ), ⅱ)에서 전체 경우의 수는 17가지이다.

44. 정답 576

[출제의도] 순열의 뜻을 이해하여 조건에 맞는 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

맨 위 가로줄에 모자를 거는 방법의 수는 $4!$이다.
맨 위에 ABCD의 순서로 배열할 때 A의 아래에 B가 오는 경우는 다음과 같이 3가지 경우가 있다.

맨 위	A	B	C	D
가운데	B	A	D	C
	B	C	D	A
	B	D	A	C

위의 경우 중에서

맨 위	A	B	C	D
가운데	B	A	D	C

인 경우 맨 아래 줄에 배열하는 방법이 4가지이고, 나머지 경우는 각각 2가지씩 있으므로 구하는 방법의 수는
$4! \times 3 \times 8 = 576$ 이다.

45. 정답 ②

4분음표와 8분음표를 사용하여 한마디를 구성하는 경우는
♩♩♩♩
♩♩♩♪♪
♩♩♪♪♪♪
♩♪♪♪♪♪♪
♪♪♪♪♪♪♪♪
의 다섯 가지가 있고 각각에서 순서를 바꾸는 경우의 수를 생각하면

$$\frac{4!}{4!}+\frac{5!}{3!\times 2!}+\frac{6!}{4!\times 2!}+\frac{7!}{6!\times 1!}+\frac{8!}{8!}$$
$$=1+10+15+7+1=34$$

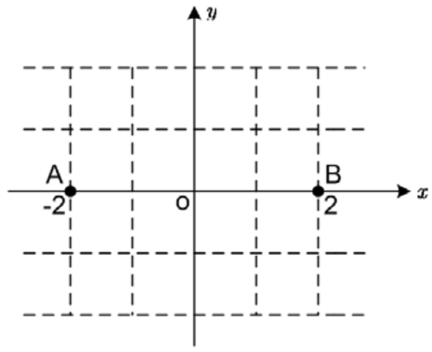
[다른풀이] 8분음표를 한 번에 1계단 오르는 것, 4분음표는 한 번에 2계단 오르는 것으로 생각하면 한번에 1계단 또는 2계단씩 올라가서 총 8개의 계단을 오르는 방법의 수와 같다
n계단 올라가는 방법의 수를 a_n이라 하면
$a_1=1,\ a_2=2,\ a_3=3,\ a_4=5,\ a_5=8,\ a_6=13,\ a_7=21,$
$a_8=34$
이므로 구하는 경우의 수는 34이다.

46. 정답 90

국어 A, B는 배열순서가 정해져 있으므로 같은 문자로 취급한다. 수학 영어도 마찬가지로 생각하면
$aabbcc$와 같은 문자를 배열하는 방법의 수와 같다.

$\therefore \frac{6!}{2!2!2!}=90$가지

47. 정답 19



점프방법은 → ↗ ↘ 의 세가지 경우가 있다.
→ : a ↗ : b ↘ : c 로 나타내면 4번을 점프하여
A에서 B
로 이동하는 경우는
$aaaa,\ aabc,\ bbcc$를 배열하는 경우의수로 나타낼 수 있다.
i) $aaaa$: 1가지
ii) $aabc$: $\frac{4!}{2!}=12$ 가지
iii) $bbcc$: $\frac{4!}{2!2!}=6$
$\therefore\ 1+12+6=19$ 가지

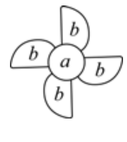
48. 정답 130

[출제의도] 분배의 개념과 원순열의 개념을 이해하고 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

6명을 2개조로 나누는 방법은 구성원이 2명이상 이므로
2명과 4명, 3명과 3명으로 나누는 2가지가 있다.
I) 2명과 4명의 경우
$_6C_2\times(2-1)!\times(4-1)!=90$ 가지
ii) 3명과 3명의 경우
$_6C_3\times\frac{1}{2!}\times(3-1)!\times(3-1)!=40$ 가지
따라서 $90+40=130$ 가지이다.

49. 정답 ④

<풀이>
순열을 이용하여 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.
주어진 프로펠러를 칠하는데 사용된 색의 수로 구분한다.
(i) 2가지 색이 사용된 경우
a, b에 사용될 색을 택하여
칠하는 방법의 수는 $_4P_2=12$

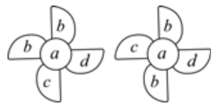


(ii) 3가지 색이 사용된 경우
a, b, c에 사용될 색을 택하여 칠하는 방법의 수는

$$_4P_3+{}_4P_3\times\frac{1}{2}+{}_4P_3\times\frac{1}{2}=48$$

(iii) 4가지 색이 모두 사용된 경우
a, b, c, d에 사용될 색을 택하여 칠하는 방법의 수는

$${}_4P_4 + {}_4P_4 \times \frac{1}{2} = 36$$

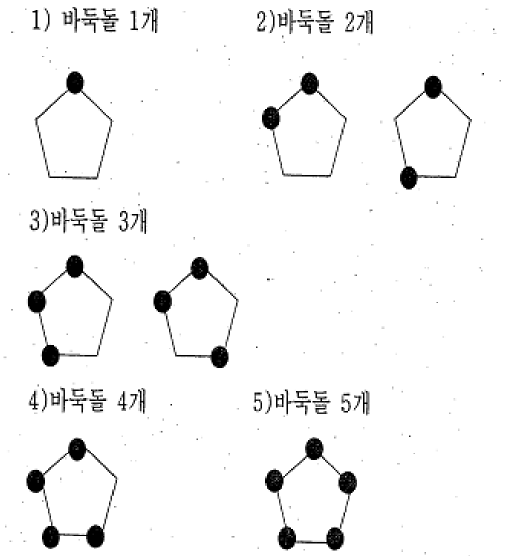


따라서 구하는 방법의 수는

$12+48+36=96$ (가지)

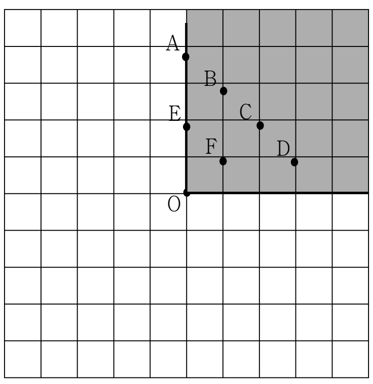
50. 정답 ④

[출제의도] 동전의 경우의 수의 개념과 배열의 개념 그리고 원순열의 개념을 이해하고 계산 할 수 있는가를 묻는 문제이다.



따라서 경우의 수 $1+2+2+1+1=7$

51. 정답 ③



그림과 같이 로봇이 O를 출발하여 4번 움직여서 도착할 수 있는 지점은 어두운 영역에 대하여 A, B, C, D, E, F의 6가지의 경우이고 그 가짓수에 4를 곱한 값이 답이 된다.

(1) A에 도착하는 경우 : 1가지

(2) B에 도착하는 경우 : $\frac{4!}{3!}=4$가지

(3) C에 도착하는 경우 : $\frac{4!}{2!2!}=6$가지

(4) D에 도착하는 경우 : $\frac{4!}{3!}=4$가지

(5) E에 도착하는 경우 :

① ↑→↑← ② →↑←↑ ③ →↑↑← ④ ↑←↑→ ⑤ ←↑→↑ ⑥ ←↑↑→

의 6가지

(6) F에 도착하는 경우 :

① →→↑← ② ↓→↑↑ ③ ←↑→→ ④ ↑↑→↓

의 4가지

$\therefore$ $(1+4+6+4+6+4)\times 4=100$가지

52. 정답 ③

$(1+x)^{2n-1}$에서 x^{n-1}의 계수는 $\boxed{{}_{2n-1}C_{n-1}}$이고

$(1+x)^{n-1}(1+x)^n$을 이용하여 x^{n-1}의 계수를 구하면

$\sum_{k=1}^{n}\left({}_{n-1}C_{k-1}\times \boxed{{}_nC_{n-k}}\right)$이다.

따라서 ${}_{2n-1}C_{n-1}=\sum_{k=1}^{n}\left({}_nC_{k-1}\times{}_nC_{n-k}\right)$이다.

한편, $1\leq k\leq n$일 때, $k\times{}_nC_k = n\times{}_{n-1}C_{n-k}$ 이므로

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n}k\left({}_nC_k\right)^2 &= \sum_{k=1}^{n}\left(n\times{}_{n-1}C_{k-1}\times{}_nC_{n-k}\right)\\ &= n\times\sum_{k=1}^{n}\left({}_{n-1}C_{k-1}\times{}_nC_{n-k}\right)\\ &= n\times{}_{2n-1}C_{n-1}\\ &= \frac{n}{2}\times{}_{2n}C_n\end{aligned}$$

$$cf)\ {}_{2n-1}C_{n-1}=\frac{(2n-1)!}{(n-1)!n!}=\frac{(2n-1)!}{(n-1)!n!}\times\frac{2n}{n}\times\frac{1}{2}$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{(2n)!}{n!n!}=\frac{1}{2}\times{}_{2n}C_n$$

${}_{2n-1}C_{n-1}=\frac{1}{2}\times{}_{2n}C_n$은 다음과 같이 설명할 수 있다.

집합 $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 2n\}$에서 n개의 수를 뽑는 경우의 수는 ${}_{2n}C_n$이다.

이것을 다음과 같이 나누어 구할 수 있다.

① 1을 반드시 포함하는 경우의 수는 1을 미리 뽑았으므로 나머지 $(2n-1)$개의 수에서 $(n-1)$개의 수를 더 뽑으면 되기 때문에 ${}_{2n-1}C_{n-1}$

② 2를 포함해서 n개의 수를 뽑는 경우의 수는 ${}_{2n-1}C_{n-1}$

③ $2n$을 포함해서 n개의 수를 뽑는 경우의 수는 ${}_{2n-1}C_{n-1}$

그런데 각각의 수는 모두 n가지 경우에 중복되게 계산되었으므로

위 경우의 수의 합은 ${}_{2n-1}C_{n-1}\times 2n\times\frac{1}{n}$

이것이 ${}_{2n}C_n$과 같아야 하므로

${}_{2n-1}C_{n-1}\times 2={}_{2n}C_n$

$\therefore\ {}_{2n-1}C_{n-1}=\frac{1}{2}\times{}_{2n}C_n$

53. 정답 25

$$\sum_{k=1}^{n}{}_nC_k={}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n$$
$$=2^{n-1}$$

($\because$ $2^n = {}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n$)
$2^n - 1$이 3의 배수이므로
$n=2,\ 4,\ 6,\ 8,\ \cdots\cdots,\ 50$일 때이다.
$\therefore$ n의 개수는 25개이다.

54. 정답 286

[출제의도] $\sum$ 의 성질을 이해하고 이를 활용하기

전개식에서 x^{10} 의 항들은
$1\times 11x^{10},\ 2x\times 10x^9,\ 3x^2\times 9x^8,\ \cdots,\ 11x^{10}\times 1$
이므로 x^{10} 의 계수는
$(1\times 11)+(2\times 10)+(3\times 9)+\cdots+(11\times 1)$
따라서 x^{10} 의 계수는

$$\sum_{k=1}^{11} k(12-k) = 12\sum_{k=1}^{11}k - \sum_{k=1}^{11}k^2$$
$$= 12\times\frac{11\times 12}{2} - \frac{11\times 12\times 23}{2} = 286 \text{ 이다.}$$

55. 정답 ②

$\left(x^2+\dfrac{1}{x^3}\right)^n$의 일반항은 ${}_nC_r(x^2)^{n-r}\left(\dfrac{1}{x^3}\right)^r = {}_nC_r x^{2n-5r}$

$\dfrac{1}{x^2}$항이 존재하기 위해서는 $2n-5r=-2$인 $n,\ r$이 존재하여야 한다. 즉, $2n+2=5r$이다. 이 때, n이 최소가 되는 경우는 $n=4,\ r=2$일 때이다. 따라서 계수는 ${}_4C_2=6$이다.

56. 정답 ③

ㄱ. (참) a_3 은 선택된 4 개의 수 중에서 3 보다 작은 수가 한 개이고, 3 보다 큰 수가 2 개인 경우의 수이므로
$a_3 = {}_2C_1 \times {}_{97}C_2$
ㄴ. (거짓) $a_{10} = {}_9C_1\times{}_{90}C_2$, $a_{90} = {}_{89}C_1\times{}_{10}C_2$ 이므로
$a_{10} \neq a_{90}$
ㄷ. (참) $\displaystyle\sum_{k=2}^{98} a_k = a_2 + a_3 + a_4 + \cdots + a_{98}$ 은 1 부터 100 까지의 자연수 중에서 4 개의 수를 뽑는 모든 경우의 수의 합이므로 결국 ${}_{100}C_4$ 와 같게 된다.

57. 정답 82

${}_{2k}C_0 + {}_{2k}C_2 + {}_{2k}C_4 + \cdots + {}_{2k}C_{2k}$
$= {}_{2k}C_1 + {}_{2k}C_3 + {}_{2k}C_5 + \cdots + {}_{2k}C_{2k-1}$
$= \dfrac{2^{2k}}{2} = 2^{2k-1} = 2\cdot 4^{k-1}$

$$\therefore f(5) = \sum_{k=1}^{5} 2\cdot 4^{k-1} = \frac{2(4^5-1)}{4-1} = \frac{2\cdot 1023}{3} = 2\cdot 341 = 682$$

58. 정답 84

<풀이>

x 의 계수는 ${}_7\mathrm{C}_1\times \mathrm{a} = 14$이므로 $a=2$
따라서, x^2의 계수는

$${}_7\mathrm{C}_2\cdot \mathrm{a}^2 = \frac{7\times 6}{2}\times 2^2 = 84$$

59. 정답 ②

<풀이>

$\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^n$의 일반항은 ${}_n\mathrm{C}_r\, x^{n-r}\left(\dfrac{1}{x}\right)^r = {}_n\mathrm{C}_r\, x^{n-2r}$이므로
$n-2r=2$ $(n=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6)$에서
$n=3,\ 5$일 때, $n-2r=2$를 만족하는 정수 r의 값이 존재하지 않으므로 x^2항은 존재하지 않는다.
$n=2,\ 4,\ 6$일 때, $n-2r=2$를 만족하는 r의 값은 각각 0, 1, 2이므로, x^2 항의 계수는
${}_2\mathrm{C}_0 + {}_4\mathrm{C}_1 + {}_6\mathrm{C}_2 = 1+4+15 = 20$이다.

60. 정답 ⑤

한 팀의 구성원이 결정되어 팀에 1명부터 9명까지 구성되는 모든 경우의 수는 ${}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 + \cdots + {}_{10}C_9$ 이다.
10명의 학생을 두 팀으로 나누는 방법의 수는 한 팀의 구성원이 1명이 결정되어 나머지 9명이 구성되는 경우와 한 팀의 구성원이 9명이 되어 나머지 한 명이 구성되는 경우의 수가 같으므로,

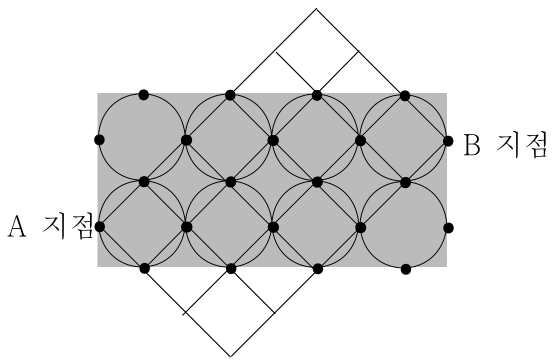
$$\frac{1}{2}({}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 + \cdots + {}_{10}C_9)$$
$${}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 + \cdots + {}_{10}C_9 + {}_{10}C_{10} = 2^{10}$$
$$\frac{1}{2}({}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 + \cdots + {}_{10}C_9) = \frac{1}{2}(2^{10}-2) = 2^9 - 1$$

61. [정답] 11

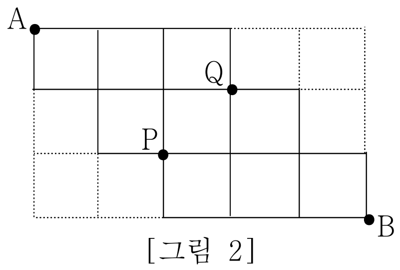
[해설]

$$2\times{}_nC_3 = 2\times\frac{n(n-1)(n-2)}{3\times 2\times 1}$$
$$= \frac{n(n-1)(n-2)}{3}$$
$3\times{}_nP_2 = 3\times n(n-1)$이므로
$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3} = 3\times n(n-1)$$
$n-2=9$($\because$ $n\geq 3$)
$\therefore$ $n=11$

62. 정답 40



[그림 1]



[그림 2]

[그림 1]에서 A 지점에서 출발하여 산책로를 따라 최단 거리로 B 지점에 도착하는 경우의 수는 [그림 2]에서 A 지점에서 출발하여 실선을 따라 최단 거리로 B 지점에 도착하는 경우의 수와 같다.

(1) A → P → B의 경우

$\left(\frac{4!}{2!\,2!}-1\right)\times\frac{4!}{3!}=5\times4=20$ (가지)

(2) A → Q → B의 경우

$\frac{4!}{3!}\times\left(\frac{4!}{2!\,2!}-1\right)=4\times5=20$ (가지)

따라서 구하는 경우의 수는

$20+20=40$ (가지)

63. 정답 ②

A, B, C, D, E, F를 모두 사용하여 만든 6자리의 문자열의 집합을 U라 하면

$$n(U)=6!$$

이다.

한편, U의 원소 중에서 A의 바로 다음 자리에 B가 오는 문자열의 집합을 X, B 바로 다음 자리에 C가 오는 문자열의 집합을 Y, C 바로 다음 자리에 A가 오는 문자열의 집합을 Z라 하면 주어진 조건을 모두 만족시키는 문자열의 집합은

$$X^C\cap Y^C\cap Z^C$$

이다.

따라서 포함배제의 원리에 의해

$$\begin{aligned} & n(X^C\cap Y^C\cap Z^C) \\ &= n(U)-n(X)-n(Y)-n(Z) \\ &\quad +n(X\cap Y)+n(Y\cap Z)+n(Z\cap X)-n(X\cap Y\cap Z) \\ &= 6!-3\times5!+3\times4!-0 \\ &= 4!(6\times5-3\times5+3) \\ &= 24\times18 \\ &= 432 \end{aligned}$$

64. 정답 : ②

$\left(x+\frac{1}{x^3}\right)^4$ 의 전개식에서 일반항은

$${}_4\mathrm{C}_r\cdot x^{4-r}\cdot\left(\frac{1}{x^3}\right)^r={}_4\mathrm{C}_r\cdot x^{4-4r}$$

$\frac{1}{x^4}$ 의 항은 $4-4r=-4$ 에서 $r=2$ 일 때이므로 $\frac{1}{x^4}$ 의 계수는

${}_4\mathrm{C}_2=6$

65. 정답 ③

처리해야할 6가지의 업무를 A, B, C, D, E, F라 하면

C, D, E, F 4가지 업무 중 2가지 업무를 택하는 방법의 가지 수는

${}_4\mathrm{C}_2=\frac{4\times3}{2}=6$ (가지)

이때, 업무 C, D가 택해졌다고 가정할 때

A, B, C, D 4가지 업무의 처리 순서를 정하는 방법의 가지 수는

$4!=24$ (가지)

이 중 업무 A가 업무 B보다 먼저 처리되는 방법의 가지 수는

$\frac{4!}{2!}=12$ (가지)

따라서 구하려는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해

$6\times12=72$ (가지)

66.[정답] ①

[해설]

B의 개수에 따라 분류하면

i) B가 2개 쓰일 때

$A,\ B,\ B,\ C,\ C$를 설치 $\rightarrow\frac{5!}{2!\,2!}=30$

ii) B가 3개 쓰일 때

$A,\ B,\ B,\ B,\ C$를 설치 $\rightarrow\frac{5!}{3!}=20$

iii) B가 4개 쓰일 때

$A,\ B,\ B,\ B,\ B$를 설치 $\rightarrow\frac{5!}{4!}=5$

i), ii), iii)에서

$30+20+5=55$가지

정답및 해설

1. 정답 ③

[출제의도] 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{13}{25}$$

2. 정답 ②

[출제의도] 확률의 덧셈정리를 이용하여 확률 계산하기

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$ 에서

$\frac{7}{12}=\frac{1}{2}+\mathrm{P}(B)-\frac{1}{4}$ 이므로

$\therefore\ \mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$

3. 정답 ④

[출제의도] 독립사건의 곱셈정리를 활용한 확률 구하기

A, B가 서로 독립이면 A^C, B도 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\cdot\mathrm{P}(B)=\{1-\mathrm{P}(A)\}\cdot\mathrm{P}(B)$

$=\{1-P(A)\}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{5}\quad\therefore P(A)=\frac{3}{5}$

A, B가 서로 독립이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B)$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{3}{5}+\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{8}{10}=0.8$

4. 정답 ④

[출제의도] 독립사건과 확률의 덧셈정리를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 사건 A, B가 독립이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\frac{2}{3}=\frac{1}{3}+\mathrm{P}(B)-\frac{1}{3}\mathrm{P}(B)\qquad\therefore\ \mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}$

5. 정답 ①

$$\mathrm{P}(A|B)-\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}-\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$$

$$=\mathrm{P}(A\cap B)\left(\frac{1}{\mathrm{P}(B)}-\frac{1}{\mathrm{P}(A)}\right)=\frac{3}{20}\times\left(-\frac{2}{5}\right)=-\frac{3}{50}$$

6. 정답 ②

[출제의도]확률을 이용하여 문제해결하기

$a,\ b,\ c$를 정하는 방법의 수는 모두 $6^3=216$(가지)이고,

$f(1)=0$이므로 $\qquad c=a+b$ ⋯⋯ ㉠

꼭짓점의 x좌표가 -1이므로 $\qquad b=2a$ ⋯⋯ ㉡

㉠과 ㉡에서 $\qquad c=3a$ ⋯⋯ ㉢

㉡과 ㉢에서 $a=1$이면 $b=2,\ c=3$

$a=2$이면 $b=4,\ c=6$

따라서, 구하는 확률은 $\frac{2}{216}=\frac{1}{108}$이다.

7. 정답 ④

$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{3}{4}+\frac{2}{3}-P(A\cup B)$

$P(A\cap B)\leq P(B)$

$\therefore\ \frac{5}{12}\leq P(A\cap B)\leq\frac{2}{3}$

8. 정답: ④

[출제의도] 독립사건의 성질을 이해하여 확률의 곱셈정리를 이용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{7}{9}\mathrm{P}(B)=\frac{2}{9}$

$\mathrm{P}(B)=\frac{2}{7}\quad\therefore\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{2}{9}\times\frac{2}{7}=\frac{4}{63}$

9. 정답 ⑤

ㄴ. $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B|A)=P(B)\cdot P(A|B)$

10. 정답 ①

$$\frac{{}_2\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_6\mathrm{C}_3}=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$$

11. 정답 ②

두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면 합이 4이하가 되는 경우는 $(1,\ 1), (1, 2), (1, 3),\ (2,\ 1), (2,\ 2), (3,\ 1)$의 6가지이다. 따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{6}$이다.

12. 정답 ①

두 주사위의 바닥에 닿은 면에 적힌 숫자의 합이 짝수인 사건을 A, 정육면체 모양의 주사위의 바닥에 닿은 면에 적힌 숫자가 짝수인 사건을 B라 하자. 두 주사위의 바닥에 닿은 면에 적힌 숫자의 합이 짝수이려면 두 숫자 모두 짝수이거나 모두 홀수이어야 한다. 따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P(A)}}=\frac{\frac{1}{4}\times\frac{2}{6}}{\frac{1}{4}\times\frac{2}{6}+\frac{3}{4}\times\frac{4}{6}}=\frac{1}{7}$$

13. 정답 ③

[출제의도] 조건부 확률 이해하기

투표 전 \ 투표 결과	갑에게 투표	을에게 투표
갑 지지	0.28	0.42
을 지지	0.15	0.15
계	0.43	0.57

을에게 투표한 학생이 선택된 사건을 C, 투표 전과 후에 지지했던 후보를 바꾸지 않은 학생이 선택된 사건을 D라 하면, 구하고자 하는 확률은

$$\mathrm{P}(D|C)=\frac{\mathrm{P}(C\cap D)}{\mathrm{P}(C)}=\frac{0.15}{0.42+0.15}=\frac{5}{19}$$

14. 정답 ①

[출제의도] 확률을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기

(ⅰ) 3 개의 예선문제 모두 맞힌 경우

$${}_3\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$$

(ⅱ) 예선문제 2 개 맞추고, 찬스문제 맞힌 경우

$${}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{18}$$

$$\therefore\ \frac{1}{27}+\frac{1}{18}=\frac{5}{54}$$

15. 정답 ②

[출제의도] 독립시행의 확률을 이용하여 확률을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

1회 시행에서 빨강, 노랑, 파랑 구슬이 나오는 횟수를 각각 x,y,z라 하면 $x+y+z=3$, $x+2y+3z=5$에서 $x=1$, $y=2$, $z=0$ 또는 $x=2$, $y=0$, $z=1$이므로

1) $x=1, y=2, z=0$ 일 때, ${}_3C_1\frac{1}{2}(\frac{1}{3})^2=\frac{1}{6}$

2) $x=2, y=0, z=1$ 일 때 ${}_3C_2(\frac{1}{2})^2\frac{1}{6}=\frac{1}{8}$

따라서 1)과 2)에 의하여 구하는 확률은 $\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{7}{24}$

16. 정답 79

[출제의도] 여사건의 확률을 이용하여 문제해결하기

꺼낸 3 개 동전 금액의 합이 250 원 미만일 경우의 수는 50 원짜리 동전 3 개일 경우 1 가지, 50 원짜리 동전 2 개와 100 원짜리 동전 1 개일 경우 ${}_3\mathrm{C}_2\times{}_3\mathrm{C}_1=9$가지이다.

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{10}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{37}{42}$ 이므로 $p+q=79$ 이다.

17. 정답 ④

주민등록번호로 인증을 받아 점심식사를 한 학생은 140명이고, 이 중에서 3학년 학생은 84명이므로 구하는 확률은

$\frac{84}{140}=\frac{3}{5}$이다.

18. 정답 17

12 개의 점 중 두 점을 선택하는 경우의 수는

${}_{12}\mathrm{C}_2=66$ (가지)이고,

같은 행 또는 같은 열에 있는 두 점을 선택할 때에만 선분의 길이가 유리수가 되므로 유리수인 선분의 수는

$3\times{}_4\mathrm{C}_2+4\times{}_3\mathrm{C}_2=30$ 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{30}{66}=\frac{6}{11}$ $\quad\therefore\ a+b=17$

19. 정답 ⑤

꺼낸 공 2개가 모두 검은 공일 확률이 $\frac{{}_8\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_2}=\frac{28}{45}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{28}{45}=\frac{17}{45}$

20. 정답 ①

구하는 확률을 p라 하면

$$p=\frac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_5\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{4\times\frac{5\times4}{2}}{\frac{9\times8\times7}{3\times2}}=\frac{10}{21}$$

21. 정답 ③

국사와 세계사를 모두 선택한 학생 수는

$22+17-31=8$(명)

$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{8}{35}$

22. 정답 ⑤

서로 악수를 나누지 않은 사람들끼리 모으면 대표 2명, 부대표 3명, 나머지 4명의 세 그룹으로 나누어진다.

따라서 구하는 확률은 이 세 그룹에서 한 명씩 택할 확률과 같다. $\therefore\ \frac{2\times3\times4}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{2}{7}$

23. 정답 ⑤

[출제의도] 같은 것을 포함한 순열의 수를 이용한 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

B, A, N, A, N, A를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$\frac{6!}{3!2!}=60$ (가지)

두 개의 N을 하나로 묶어서 일렬로 나열하는 방법의 수는

$\frac{5!}{3!}=20$ (가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$이다.

24. 정답 ①
$a<b<c$로 순서가 정해져 있기 때문에, 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내는 가짓수는 ${}_9C_3$이다.
(가) $a+b+c$가 홀수이려면, {짝,짝,홀} 또는 {홀,홀,홀}
(나) $a\times b\times c$가 3의 배수이려면, 적어도 하나는 3의 배수이어야 한다.
이 두 조건을 모두 만족시키기 위해 다음과 같이 생각한다.
i) {짝,짝,홀}의 경우
− 6이 포함된 경우 홀수는 아무 수나 가능
− 6이 포함되지 않은 경우 홀수는 3이나 9만 가능
∴ (2, 6), (4, 6), (6, 8)에 들어갈 홀수는 5가지
→ $3\times5=15$
(2, 4), (2, 8), (4, 8)에 들어갈 홀수는 2가지
→ $3\times2=6$
ii) {홀,홀,홀}의 경우
− 3이 포함되는 경우 나머지 두 개의 공을 꺼내는 가짓수는 ${}_4C_2$
− 9가 포함되는 경우 나머지 두 개의 공을 꺼내는 가짓수는 ${}_4C_2$
− 3, 9가 동시에 포함되는 경우 나머지 한 개의 공을 꺼내는 가짓수는 ${}_3C_1$
$\therefore {}_4C_2+{}_4C_2-{}_3C_1=9$
따라서 i)과 ii)의 가짓수를 모두 더하면
$15+6+9=30$이므로
전체 확률 = $\frac{30}{{}_9C_3}=\frac{5}{14}$

25. 정답 ③
주어진 대화에서

구분	남	여	계
수리 가형	12	9	21
수리 나형	6	7	13
계	18	16	34

따라서 수리 가형을 선택한 학생들 중에서 뽑은 한 명이 여학생일 확률은 $\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$

26. 정답 ⑤
$(n+1)$회의 시행 후에 점 A에 있을 확률 p_{n+1}은 n회의 시행 후의 결과에 따라 다음 세 가지 경우로 나눈다.
(i) $A\to A$일 확률은 6의 눈이 나오는 경우이므로 $\frac{1}{6}$
(ii) $B\to A$일 확률은 2의 눈이 나오는 경우이므로 $\frac{1}{6}$
(iii) $C\to A$일 확률은 1, 3, 4, 5의 눈이 나오는 경우이므로 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$
$\therefore\ p_{n+1}=\frac{1}{6}p_n+\frac{1}{6}q_n+\frac{2}{3}r_n$
$\therefore\ abc=\frac{1}{54}$

27. 정답 ①
[출제의도] 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.
a, b를 뽑는 방법의 수는 ${}_{10}\mathrm{P}_2=10\times9=90$ (가지)
5 $\boxed{a}$ $\boxed{b}$가 6의 배수가 되기 위해서는 짝수이면서 3의 배수가 되어야 한다.
(i) $b=0$일 때,
$5+a+0=5+a$가 3의 배수 $\Leftrightarrow a=1,4,7$
(ii) $b=2$일 때
$5+a+2=7+a$가 3의 배수 $\Leftrightarrow a=5,8$
(iii) $b=4$일 때
$5+a+4=9+a$가 3의 배수 $\Leftrightarrow a=0,3,6,9$
(iv) $b=6$일 때
$5+a+6=11+a$가 3의 배수 $\Leftrightarrow a=1,4,7$
(v) $b=8$일 때
$5+a+8=13+a$가 3의 배수 $\Leftrightarrow a=2,5$
따라서 6의 배수가 되는 경우의 수는 14(가지)이므로 구하는 확률은 $\frac{14}{90}=\frac{7}{45}$ 이다.

28. 정답 ①
두 수의 합이 짝수이면 두 수가 모두 짝수이거나 모두 홀수이므로
$\frac{4\times3+5\times4}{9\times8}=\frac{4}{9}$

29.정답 ⑤
꺼낸 세 개의 전구 중에서 두 개가 노란 전구일 확률은
$\frac{2}{6}\times\frac{3}{6}\times\frac{5}{6}+\frac{2}{6}\times\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{4}{6}\times\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{16}{72}=\frac{2}{9}$
이 때, A에서 꺼낸 전구가 노란 전구일 확률은
$\frac{2}{6}\times\frac{3}{6}\times\frac{5}{6}+\frac{2}{6}\times\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{12}{72}=\frac{1}{6}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{9}}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$

30. 정답:②
[출제의도] 확률의 덧셈정리와 조건부 확률을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$\mathrm{P}(A)=\frac{4}{7}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{2}{7}$, $\mathrm{P}(C)=\frac{1}{7}$

$\mathrm{P}(D)=\mathrm{P}(D\cap A)+\mathrm{P}(D\cap B)+\mathrm{P}(D\cap C)$

$=\mathrm{P}(D|A)\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(D|B)\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(D|C)\mathrm{P}(C)=\frac{11}{70}$

31. 정답 ⑤

[출제의도] 확률의 성질을 이용하여 문제해결하기

1회와 2회의 시행에서 검은 공과 흰 공을 한번 뽑고, 3회에는 반드시 흰 공을 뽑을 확률이므로

$\bigcirc\times\bigcirc$: $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

$\times\bigcirc\bigcirc$: $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$

$\therefore\ \frac{1}{9}+\frac{1}{12}=\frac{7}{36}$

32. 정답 ①

[출제의도] 조건부 확률 구하기

학생이 설악산을 선택한 사건을 사건T라 하고, B반 학생인 사건을 사건 B라 하면

$$\mathrm{P}(\mathrm{B}\mid\mathrm{T})=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{B}\cap\mathrm{T})}{\mathrm{P}(\mathrm{T})}=\frac{\frac{10}{47}}{\frac{25}{47}}=\frac{2}{5}$$

33. 정답 ④

구하는 확률은

$$\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_2}+\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_2}+\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_2}=\frac{1+3+6}{36}=\frac{5}{18}$$

34. 정답 ⑤

1반과 2반이 축구시합을 하는 경우를 분류하면 다음과 같다.

ⅰ) 2반이 1반과 준결승에서 만나는 경우

2반이 1반과 준결승에서 만나는 경우의 확률이 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이고

2반이 1차전에서 이겨야 하므로 구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

ⅱ) 2반이 1반과 결승에서 만나는 경우

2반이 1반과 결승에서 만나는 경우의 확률은 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$이고

1반이 1차전에서 이기고 2반이 1차전과 준결승에서 이겨야 하므로 구하는 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$

ⅰ), ⅱ)에서 $\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{1}{4}$

35. 정답 65

[출제의도] 여사건의 확률 구하기

[해설] 주어진 사건을 A라 하면, 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)$이다.

1회	2회	3회	4회	
●	●	●		$\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{56}$
○	●	●	●	$\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{56}$
●	○	●	●	$\frac{3}{8}\times\frac{5}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{56}$
●	●	○	●	$\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{56}$

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{1}{14}$이므로 $p=\mathrm{P}(A)=\frac{13}{14}$이다.

$\therefore\ 70p=65$

36. 정답 ③

[출제의도] 독립시행의 확률을 활용하여 문제 해결하기

$$\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{5}{6}\right)^4\left(\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{5}{6}\right)^7\left(\frac{1}{6}\right)+\cdots=\frac{\frac{5}{36}}{1-\left(\frac{5}{6}\right)^3}=\frac{30}{91}$$

37. 정답 ④

당첨 제비가 하나도 뽑히지 않을 확률은 $\frac{{}_8C_3}{{}_{10}C_3}$ 이므로 적어도 한 개의 당첨제비가 뽑힐 확률은 $1-\frac{{}_8C_3}{{}_{10}C_3}=1-\frac{7}{15}=\frac{8}{15}$

38. 정답 ④

[출제의도] 조건부확률의 뜻을 알고 이를 이용하여 확률을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(가)에서

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=0.6$

(나)에서

$\mathrm{P}(A)\{1-\mathrm{P}(B|A)\}=\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)=0.2$

$\therefore\ \mathrm{P}(B)=0.6-0.2=0.4$

39. 정답 ①

[출제의도] 수학적 확률의 뜻을 알고 이를 활용하기

첫째 자녀가 딸이므로 둘째와 셋째자녀가 딸일 확률을 구하면 된다.

40. 정답 ②

[출제의도] 조건부 확률의 뜻을 알고 이를 구하기

남학생을 한 명 뽑는 사건을 A, 동생이 있는 학생 한 명을

뽑는 사건을 B, 구하고자 하는 확률은

$P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{1}{4}$

41. 정답 ④

$P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{2}{3}$ 이므로

$P(A\cap B)=P(A)\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{9}\quad(\because P(A)=\dfrac{2}{3})$

42. 정답 ④

$\mathrm{P}(B)=x$라 하자. 두 사건 A, B가 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)P(B)$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{2}+x-\dfrac{1}{2}x$

$\therefore\ x=\mathrm{P}(B)=\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ \mathrm{P}(B^C)=1-\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{3}$

43. 정답 ③

[출제의도] 독립과 종속의 뜻을 이해하고 이를 활용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\mathrm{P}(A\cup B)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{2}{3}$ 이므로

$\mathrm{P}(A\cup B\cup C)=\mathrm{P}(A\cup B)+\mathrm{P}(C)=\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{12}=\dfrac{3}{4}$

44. 정답 ⑤

$\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)=\mathrm{P}(A)(1-\mathrm{P}(B))=\dfrac{2}{3}\mathrm{P}(A)$

$\therefore\mathrm{P}(A)=\dfrac{3}{4}$

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\times\mathrm{P}(B)=\dfrac{1}{4}$

45. 정답 ①

두 사건 A, B가 배반사건이므로 $P(A\cap B)=0$

따라서

$P(A\cap B^c)=P(A)=\dfrac{1}{5}$, $P(A^c\cap B)=P(B)=\dfrac{1}{4}$

$\therefore P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{9}{20}$

46. 정답 ①

두 사건 A, B는 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(A)$, $\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)$

$\therefore\ \mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)=\dfrac{3}{4}$

또, $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\dfrac{9}{16}$

$\therefore\ \mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{4}-\dfrac{9}{16}=\dfrac{15}{16}$

47. 정답 ②

두 사건 A, B가 독립이므로

$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\dfrac{1}{5}$

$P(B)=\dfrac{3}{5}$ 이므로 $P(A)=\dfrac{1}{3}$

따라서, $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\dfrac{1}{3}+\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{11}{15}$

48. 정답 ①

갑은 두 사건이 독립이라고 생각했으므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=P(A)+P(B)-P(A)\cdot P(B)=0.7$ …㉠

을은 두 사건이 배반이라고 생각했으므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=0.9$ …㉡

㉠에서 $P(A)+P(B)-P(A)\cdot P(B)=0.7$

$\Leftrightarrow\ 0.9-P(A)\cdot P(B)=0.7$ ($\because$ ㉡)

$\therefore\ P(A)\cdot P(B)=0.2$

이 때,

$\{\mathrm{P}(\mathrm{A})-\mathrm{P}(\mathrm{B})\}^2=\{\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})\}^2-4\mathrm{P}(\mathrm{A})\cdot\mathrm{P}(\mathrm{B})$

$=(0.9)^2-4\times0.2=0.81-0.8=0.01$

$\therefore\ |P(A)-P(B)|=0.1$

49. 정답 ③

[출제의도] 독립사건에서 확률의 성질 추론하기

공사건이 아닌 두 사건 A와 B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B)$이다.

ㄱ. $\mathrm{P}(A^C|B)=\dfrac{\mathrm{P}(A^C\cap B)}{\mathrm{P}(B)}$

$=\dfrac{\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(B)}$

$=\mathrm{P}(A^C)$

$=1-\mathrm{P}(A)$ (참)

ㄴ. $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$\neq\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$ (거짓)

ㄷ. (좌변)$=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^C\cap B)$

$=\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(A^C)\cdot\mathrm{P}(B)$ (참)

50. 정답 ③

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$$
$$=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A})\mathrm{P}(\mathrm{B})$$

$$\frac{4}{5}=\frac{1}{3}+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\frac{1}{3}\mathrm{P}(\mathrm{B})$$

$$\mathrm{P}(\mathrm{B})=\frac{7}{10}$$

$$\therefore \mathrm{P}(\mathrm{B}^{C})=\frac{3}{10}$$

51. 정답 ①

$$\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A})=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A})}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore \mathrm{P}(\mathrm{A})=2\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=2\times\frac{1}{9}=\frac{2}{9}$$

52. 정답 ①

$P(B^c)=1-P(B)=\frac{3}{4}$ 이고

$P(A)-P(A\cap B)=\frac{3}{8}$ 이므로

$P(A\mid B^c)=\dfrac{\frac{3}{8}}{\frac{3}{4}}=\frac{1}{2}$ 이다.

53. 정답 ③

$P(A)=P(B)$이므로

$$P(A)+P(B)=2P(A)=\frac{2}{3}$$

$$\therefore\ P(A)=\frac{1}{3}$$

두 사건 A와 B가 서로 독립이므로

$$P(A\cap B)=P(A)P(B)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$$

54. 정답 32

[출제의도] 이항정리를 이용하여 계산하기

$$\sum_{k=0}^{5}{}_5\mathrm{C}_k\left(\frac{3}{8}\right)^k\left(\frac{13}{8}\right)^{5-k}=\left(\frac{3}{8}+\frac{13}{8}\right)^5=2^5=32$$

55. 정답 ③

A검색대를 통과한 여학생수를 a라 하면, B검색대를 통과한 여학생수는 $7-a$이다.

$$p=P(A\mid \text{여})=\frac{a}{7}$$

B검색대를 통과한 전체 학생수는 $3+(7-a)$

그 중 남학생수는 3이므로

$$q=P(\text{남}\mid B)=\frac{3}{(10-a)}$$

$p=q$이므로 $\frac{a}{7}=\frac{3}{10-a}$

$\therefore\ a=7$ 또는 3

적어도 한 명의 여학생은 통과하였으므로 $a=3$

56. [정답] ④

i) 홀수번호의 주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{3}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{1}{4}$$

ii) 짝수번호의 주머니에서 검은 공을 꺼낼 확률은

$$\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{4}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{6}{6}=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$$

따라서, 구하는 확률은 $\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}=\frac{4}{7}$

57. 정답 ②

전체 중 비율을 따져보면

남성 기혼 : $\frac{60}{100}\times\frac{50}{100}=\frac{30}{100}$

남성 미혼 : $\frac{60}{100}\times\frac{50}{100}=\frac{30}{100}$

여성 기혼 : $\frac{40}{100}\times\frac{40}{100}=\frac{16}{100}$

여성 미혼 : $\frac{40}{100}\times\frac{60}{100}=\frac{24}{100}$

$$\therefore \mathrm{P}(\text{여성 기혼}|\text{기혼})=\frac{\mathrm{P}(\text{여성 기혼}\cap\text{기혼})}{\mathrm{P}(\text{기혼})}=\frac{16}{30+16}=\frac{8}{23}$$

58. 정답 ④

상품에 대해 긍정적인 평가를 할 사건을 A, 그 사람이 남자인 사건을 B라 하면

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{0.6\times0.6}{0.6\times0.6+0.4\times0.5}=\frac{9}{14}$$

59. 정답 23

[출제의도] 조건부확률 구하기

[해설] A, B, C라인에서 생산될 사건을 각각 A, B, C, 불량품일 사건을 M이라 할 때,

$\mathrm{P}(A)=0.5$, $\mathrm{P}(B)=0.3$, $\mathrm{P}(C)=0.2$이고

$\mathrm{P}(M|A)=0.01$, $\mathrm{P}(M|B)=0.03$,

$\mathrm{P}(M|C)=0.02$이다.

구하는 확률은 $\mathrm{P}(A|M)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap M)}{\mathrm{P}(M)}$

$=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap M)}{\mathrm{P}(A\cap M)+\mathrm{P}(B\cap M)+\mathrm{P}(C\cap M)}$

$=\dfrac{0.01\times 0.5}{0.01\times 0.5+0.03\times 0.3+0.02\times 0.2}=\dfrac{5}{18}$이다.

따라서 $p+q=23$이다.

60. 정답 ③

남학생을 뽑을 사건을 A, 희망한 학생을 뽑을 사건을 B라 하면

$P(A)=\dfrac{48}{100}$, $P(A\cap B)=\dfrac{30}{100}$

$\therefore\ P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{30}{48}=\dfrac{5}{8}$

61. 정답 ④

학생의 혈액형이 B형일 사건을 B, Rh^{+}형의 남학생일 사건을 R이라 하면

$n(B)=150+6+80+4=240,\ n(B\cap R)=150$

1000명의 학생 중에서 임의로 선택한 한 학생의 혈액형이 B형일 때, 이 학생이 Rh^{+}형의 남학생일 확률은

$P(R|B)=\dfrac{n(B\cap R)}{n(B)}=\dfrac{150}{240}=\dfrac{5}{8}$

62. 정답 ④

$P(A|D)=\dfrac{n(A\cap D)}{n(D)}=\dfrac{30}{56}=\dfrac{15}{28}$

63. 정답 ③

[출제의도] 확률의 덧셈과 곱셈정리를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$\mathrm{P}(B_1), \mathrm{P}(B_2), \mathrm{P}(B_3)$을 각각 갑, 을, 병이 당선될 확률이라 하면,

$\mathrm{P}(B_1)=0.3,\ \mathrm{P}(B_2)=0.5,\ \mathrm{P}(B_3)=0.2$가 된다. $P(A)$를 버스노선이 개편 될 확률이라고 하면,

$\mathrm{P}(A|B_1)=0.8,\ \mathrm{P}(A|B_2)=0.1,\ \mathrm{P}(A|B_3)=0.4$가 된다.

따라서,

$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A|B_1)\mathrm{P}(B_1)+\mathrm{P}(A|B_2)\mathrm{P}(B_2)+\mathrm{P}(A|B_3)\mathrm{P}(B_3)=0.37$

64. 정답 12

[출제의도] 서로 독립인 사건의 뜻을 이해하고 이를 이용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

k의 값에 따른 확률을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

k	1	2	3	4	5	6	7
$\mathrm{P}(A)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$
$\mathrm{P}(B)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\mathrm{P}(A\cap B)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$를 만족할 때, 두 사건 A, B가 서로 독립이므로 이를 만족하는 상수 k의 값은 2, 4, 6이다. 따라서 모든 k의 값의 합은 12이다.

65. 정답 ③

[출제의도] 배반사건과 독립사건의 의미를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $A_3=\{3,6,9\}$, $A_4=\{4,8\}$이므로 $A_3\cap A_4=\varnothing$

따라서 A_3과 A_4는 서로 배반사건이다. (참)

ㄴ. $A_2=\{2,4,6,8,10\}$, $A_4=\{4,8\}$이므로

$\mathrm{P}(A_4|A_2)=\dfrac{\mathrm{P}(A_4\cap A_2)}{\mathrm{P}(A_2)}=\dfrac{\frac{2}{10}}{\frac{5}{10}}=\dfrac{2}{5}$ (거짓)

ㄷ. $A_5=\{5,10\}$이므로 $\mathrm{P}(A_2|A_5)=\dfrac{1}{2}=\mathrm{P}(A_2)$

따라서 A_2와 A_5는 서로 독립이다. (참)

66. 정답 ①

진서가 던진 주사위가 홀수인 눈이 나오는 사건을 A, 진서가 이기는 사건을 B라 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

$\mathrm{P}(A)=\dfrac{1}{2}$

$\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{1}{6}\times 0+\dfrac{1}{6}\times\dfrac{2}{6}+\dfrac{1}{6}\times\dfrac{4}{6}=\dfrac{1}{6}$

$\therefore\ \mathrm{P}(B|A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{3}$

67. 정답 ②

[출제의도] 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 눈의 수의 곱이 짝수인 경우의 수는 $36-9=27$(가지)이고, 짝수를 포함한 두 수의 합이 6 또는 8인 경우는 $(2,4)$, $(2,6)$, $(4,2)$, $(4,4)$, $(6,2)$이므로 구하는 확률은 $\dfrac{5}{27}$이다.

68. 정답 ③

[출제의도] 주어진 조건을 만족하는 확률을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$x=\dfrac{b}{a}\geq 2$

$a=1,\ b=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$

$a=2,\ b=4,\ 5,\ 6$

$a=3,\ b=6$

$\therefore\ \dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}$

69. 정답 ⑤

[출제의도] 독립시행의 확률을 이해하고 이를 계산 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

5번 독립시행 중 소수가 나온 횟수가 3회이므로

$${}_5C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{16}$$

70. 정답 ⑤

영희와 은지가 꺼낸 공의 순서쌍을 (a,b)라 하면
a 또는 b가 6보다 큰 공이면 다른 공은 6보다 작은 공이어야 하므로 구하고자 하는 확률은 $\dfrac{{}_5C_1 \cdot {}_4C_1 \cdot {}_2C_1}{{}_9C_2}=\dfrac{5}{9}$

71. 정답 ①

일대일 대응의 총 개수는 $5!=120$개이다. 자기 자신으로 대응되는 원소 3개를 고르는 방법의 수는 ${}_5C_3$이고 나머지 2의 원소는 서로 교차하여 대응하므로 대응하는 방법의 수는 1개이다.

$$\therefore \frac{{}_5C_3\times 1}{120}=\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$$

72. 정답 576

$$\frac{\mathrm{P}(2)}{\mathrm{P}(9)}=\frac{{}_{10}\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^8}{{}_{10}\mathrm{C}_9\left(\frac{1}{3}\right)^9\left(\frac{2}{3}\right)}=576$$

73. 정답 ②

컵이 1개, 2개, 0개인 개수를 각각 x, y, z로 두면
$1\times x+2\times y+0\times z=3$이다.
x, y, z는 0 이상인 정수이므로

i) $(x,y,z)=(3,0,0)$일 때, ${}_3C_3\left(\dfrac{p}{10}\right)^3=\dfrac{p^3}{1000}$

ii) $(x,y,z)=(1,1,1)$일 때,

$${}_3C_1\left(\frac{p}{10}\right)^1\times{}_2C_1\left(\frac{p}{10}\right)^1\times{}_1C_1\,p^1=\frac{6p^3}{1000}$$

따라서, $\left(\dfrac{1}{1000}+\dfrac{6}{1000}\right)p^3=\dfrac{7}{1000}p^3$

74. 정답 30

네 학생 A, B, C, D의 수학책을 각각 a, b, c, d라 하면 D가 먼저 A의 교과서 a를 선택하였으므로 A, B, C가 남은 교과서 b, c, d를 선택하는 모든 경우의 수는
${}_3P_3=3!$
이 때 아무도 자신의 교과서를 선택하지 못할 경우의 수는
(A,B,C) : (b,c,d), (c,d,b), (d,c,b)로 모두
3가지이므로 $\dfrac{q}{p}=\dfrac{3}{3!}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ 10(p+q)=10(2+1)=30$

75. 정답 44

○표가 3개, ×표가 1개일 확률 : $\dfrac{{}_4\mathrm{C}_3\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_4}$

○표가 4개, ×표가 0개일 확률 : $\dfrac{{}_4\mathrm{C}_4}{{}_8\mathrm{C}_4}$

○표가 0개, ×표가 4개일 확률 : $\dfrac{{}_4\mathrm{C}_4}{{}_8\mathrm{C}_4}$

따라서, 구하는 확률은

$$\frac{{}_4\mathrm{C}_3\times{}_4\mathrm{C}_1+{}_4\mathrm{C}_4+{}_4\mathrm{C}_4}{{}_8\mathrm{C}_4}=\frac{9}{35}$$

$\therefore p+q=35+9=44$

76. [정답] ③

[해설]

빨간색 공 1개, 노란색 공 2개, 파란색 공 3개를 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_1\times{}_5C_2\times{}_3C_3\times\frac{1}{6}\times\left(\frac{2}{6}\right)^2\left(\frac{3}{6}\right)^3=\frac{5}{36}$$

77. 정답 ③

[출제의도] 확률의 덧셈정리를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$y=3$인 사건을 A, $z=1$인 사건을 B라고 하면

$\mathrm{P}(A)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{9}$, $\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{9}$ 이고

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{81}$ 이므로

$\therefore\ \mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{25}{81}$

78. 정답 ②

지수와 상우 모두 번호가 n인 다리를 건너게 될 확률을 P_n이라 하면 $P_0=0$,

$P_1=\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{1}{2^6}\cdot{}_6C_1$, $P_2=\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{1}{2^6}\cdot{}_6C_2$,

$P_3=\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{1}{2^6}\cdot{}_6C_3$, $P_4=\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{1}{2^6}\cdot{}_6C_4$,

$P_5=\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{1}{2^6}\cdot{}_6C_5$, $P_6=\dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{1}{2^6}\cdot{}_6C_6$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}P_1+P_2&+\cdots+P_6\\&=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2^6}\cdot({}_6C_1+{}_6C_2+\cdots+{}_6C_6)\\&=\frac{2^6-1}{6\cdot 2^6}=\frac{21}{128}\end{aligned}$$

79. 정답 ⑤

등산화를 산 고객이 250명이므로 운동화를 사고 양말을 받은

고객의 수는 $400-250=150$명이다.

따라서, 구하는 확률은 $\frac{150}{400}=\frac{3}{8}$

80. 정답 ④

두 꼭짓점 사이의 거리가 $\sqrt{10}$ 인 경우의 수는 가로 3, 세로 1 인 직사각형의 대각선과 가로 1, 세로 3 인 직사각형의 대각선 개수의 합 이므로 구하는 확률은 $\frac{32}{{}_{24}C_2}=\frac{8}{69}$

81. 정답 41

오른쪽으로 이동(→)할 확률은 $\frac{1}{2}$, 왼쪽으로 이동(←)할 확률은 $\frac{1}{3}$, 위로 이동(↑)할 확률은 $\frac{1}{6}$ 이고, →3 번, ←1 번, ↑1 번 이동해야 하므로 $\frac{5!}{3!}\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{5}{36}$

$\therefore\ p+q=41$

82. 정답 ⑤

[출제의도] 확률의 곱의 법칙과 합의 법칙을 이용하여 확률 구하기

전체 경우의 수는 $3\times3\times3=27$이고

각 집합에서 뽑은 세 수 중 3의 배수가

(ⅰ) 1개인 경우: ${}_3C_1\times2\times2=12$(가지)

(ⅱ) 2개인 경우: ${}_3C_2\times2\times1=6$(가지)

(ⅲ) 3개인 경우: $1\times1\times1=1$(가지)

따라서 구하는 확률$=\frac{12+6+1}{27}=\frac{19}{27}$

83. 정답 ⑤

[출제의도]독립사건의 확률 계산하기

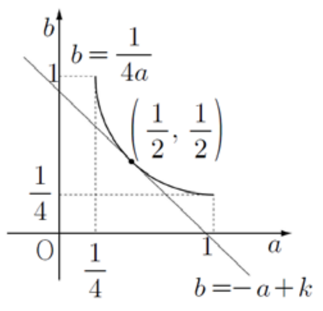
$\mathrm{P}(A)=a$, $\mathrm{P}(B)=b$라 하면 A와 B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B)=ab$이다.

따라서, $ab=\frac{1}{4}$ $(0<a\le1,\ 0<b\le1)$이다.

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$이므로

$a+b=k$이다.



$\therefore\ 1\le k\le\frac{5}{4}$

84. 정답 ③

$2^1, 2^2, 2^3, \ldots$은 3으로 나눈 나머지가 2, 1, 2, 1, …이다.

각 수를 3으로 나눈 나머지를 표로 나타내면 다음과 같다.

2	1	2
1	2	1
2	1	2

3으로 나눈 나머지가 1, 2인 것 중 3개를 선택해서 곱한 경우에 3으로 나눈 나머지가 1이 되는 경우는(1, 1, 1), (1, 2, 2)인 경우밖에 없다.

(ⅰ) (1, 1, 1)인 경우

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{27}$

(ⅱ) (1, 2, 2)인 경우

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{12}{27}$

$\therefore\ \frac{2}{27}+\frac{12}{27}=\frac{14}{27}$

85.정답 ④

선택한 두 집합 X, Y가 $X\subset Y$인 경우의 수는

ⅰ) $n(Y)=4$일 때, ${}_4C_4\cdot(2^4-1)=15$

ⅱ) $n(Y)=3$일 때, ${}_4C_3\cdot(2^3-1)=28$

ⅲ) $n(Y)=2$일 때, ${}_4C_2\cdot(2^2-1)=18$

ⅳ) $n(Y)=1$일 때, ${}_4C_1\cdot(2^1-1)=4$

와 같이 $15+28+18+4=65$이고, A의 부분집합 중에서 임의로 서로 다른 두 집합을 택하는 경우의 수는 ${}_{16}C_2=120$이다. 따라서 구하는 확률은$\frac{65}{120}=\frac{13}{24}$

86. 정답 ②

동전의 앞면이 나오는 사건을 H, 뒷면이 나오는 사건을 T라고 하자.

이 때, H가 올 수 있는 자리를 ●라고 하자.

(ㄱ). H가 2번, T가 3번인 경우

H 2개가 이웃하지 않으므로

●T●T●T●가 되어 ${}_4C_2=6$가지이다.

(ㄴ). H가 3번, T가 2번인 경우

H 2개는 이웃하고 나머지 H 1개는 이웃하지 않으므로

●T●T●이므로 ${}_3P_2=6$가지이다.

(ㄷ). H가 4번, T가 1번 인 경우

H가 2개씩 이웃할 때 : ●T●에서 ${}_2C_2=1$

H가 3개씩 이웃하고 나머지 하나는 이웃하지 않을 때

●T●에서 ${}_2P_2=2$

$\therefore P(X=2)=\frac{6+6+1+2}{2^5}=\frac{15}{32}$

87. 정답 13
네 팀이 짝지어서 경기를 치르게 되는 경우는
(A,B), (A,C), (A,D), (B,C), (B,D), (C,D) 의 6(가지)
(ⅰ) 전승팀이 존재할 확률 :
A가 전승팀이 될 확률은
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times1=\frac{1}{8}$ 이고, 네팀이므로 전승팀이 존재할 확률은 $\frac{1}{8}\times4=\frac{1}{2}$
(ⅱ) 전패팀이 존재할 확률 : $\frac{1}{2}$
(ⅲ) (전승,전패)가 동시에 존재할 확률 :
(A,B)가 (전승,전패)일 확률은
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{32}$ 이므로 (전승,전패)가 동시에 존재할 확률은 $\frac{1}{32}\times{}_4C_2\times2=\frac{12}{32}=\frac{3}{8}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$
$\therefore m+n=8+5=13$

88. 정답 35
투입된 공이 A, B, C, D에 도달할 확률은 각각 $\frac{1}{2^2}$이다.
네 곳 모두 켜지려면 한 곳은 세 번, 세 곳은 각각 한 번씩 공이 도달해야 한다. 여섯 개의 공이 A에 세 개 B, C, D에 각각 한 개씩 도달하는 경우의 수는 A, A, A, B, C, D를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{6!}{3!}$이고 이 중 네 개의 공이 A, B, C, D에 각각 한 개씩 도달하여 네 번째 공만에 게임이 끝나는 경우인 4!가지가 제외되어야 한다.
B, C, D에 세 개의 공이 도달하는 경우도 마찬가지이므로
구하는 확률은 $4\left(\frac{6!}{3!}-4!\right)\times\left(\frac{1}{2^2}\right)^6=\frac{3}{32}$

89. 정답 41
$a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5$를 일렬로 나열할 때 이웃한 두 수가 같지 않은 경우의 수는 $6\times5\times5\times5\times5$ 이고 이 중에서 $a_1\neq a_3$ 이고 $a_3\neq a_5$ 인 경우를 a_1부터 a_5까지 차례로 정하는 방법으로 경우의 수를 조사하면 a_1는 6가지, a_2는 a_1과 다르므로 5가지, a_3는 $a_1,\ a_2$ 와 다르므로 4가지, a_4는 a_3 와 다르므로 5가지, a_5 는 $a_3,\ a_4$ 와 다르므로 4가지이다. 따라서
$6\times5\times4\times5\times4$
$\therefore\frac{6\times5\times5\times4\times4}{6\times5\times5\times5\times5}=\frac{16}{25}$ $\quad\therefore16+25=41$

90. 정답 ③
C 는 4, 5, 6만이 가능하다.
$C=4$일 때 : $B=1,\ 2,\ 3$
$C=5$일 때 : $B=1,\ 2,\ 3,\ 4$
$C=6$일 때 : $B=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$
따라서, 구하는 확률은 $\frac{3+4+5}{36}=\frac{1}{3}$이다.

91. 정답 11
카드에 붙어 있는 스티커의 수를 3으로 나눈 나머지를 (a,b,c)로 나타내기로 하자.
카드에 붙어 있는 스티커의 수를 3으로 나눈 나머지가 각각 (0, 1, 2) 이면 두 번의 시행으로는 (0, 0, 0) 또는 (1, 1, 1) 또는 (2, 2, 2)를 만들 수가 없다.
또한, 세 번의 시행으로 나올 수 있는 모든 경우의 수는
$3\times3\times3=27$
이고 세 번의 시행에서 (0, 0, 0)이 되는 경우는
$(0,1,2)\to(0,2,2)\to(0,2,3)\to(0,3,3)$
$(0,1,2)\to(0,2,2)\to(0,3,2)\to(0,3,3)$
$(0,1,2)\to(0,1,3)\to(0,2,3)\to(0,3,3)$
의 3가지이고 (1, 1, 1) 또는 (2, 2, 2)가 될 수 있는 경우도 각각 3가지씩이다.
따라서 3번째 시행에서 사건 A가 일어나지 않을 확률은
$P(A^C)=1-\frac{3+3+3}{27}=\frac{2}{3}$
또한, 3번의 시행 후에는 모든 카드에 붙어 있는 스티커의 수를 3으로 나눈 나머지가 (0, 1, 2) 또는 (0, 0, 0) 또는 (1, 1, 1) 또는 (2, 2, 2) 이므로 4번째 , 5번째 시행에서는 사건 A가 일어나지 않고 6번째 시행에서 사건 A가 일어날 확률은 같은 방법으로 생각하면 $\frac{1}{3}$이다. 따라서 구하고자 하는 확률은
$1\times1\times\frac{2}{3}\times1\times1\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$
$\therefore p+q=11$

92. 정답 20
남아 있는 4개의 좌석에 4명의 승객이 앉는 방법의 수는
$4!=24$
남자 승객 2명이 A구역에 배정되는 방법의 수는
$2!=2$
나머지 여자 승객 2명이 B, C 구역에 배정되는 방법의 수는
$2!=2$
$\therefore\ p=\frac{2+2}{24}=\frac{1}{6}$
$\therefore\ 120p=20$

93. 정답 103
[출제의도] 확률을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

중복을 허락하여 만들 수 있는 네 자리 자연수는
${}_5\Pi_4 - {}_5\Pi_3 = 625 - 125 = 500$ 가지
$a_1 < a_2 < a_3$ 이므로 a_3 는 3 또는 4 이다.
(i) $a_3 = 3$ 일 때
$a_1 < a_2 < a_3$ 이므로, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ 이고
a_4 는 $0, 1, 2$ 중 한 가지이므로 3가지
(ii) $a_3 = 4$ 일 때
a_1, a_2 는 $1, 2, 3$ 중 2개의 수를 선택하여 큰 수가 a_2, 작은 수가 a_1 $(a_1 \neq 0)$이다. 따라서, a_1, a_2가 될 수 있는 경우는 ${}_3\mathrm{C}_2 = 3$가지, a_4는 $0, 1, 2, 3$ 중 한 가지이므로 4가지이다.
조건에 맞는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2 \times 4 = 12$가지
구하고자 하는 확률은 $\frac{3+12}{500} = \frac{3}{100}$
$\therefore\ p+q = 103$

94. 정답 ③
5번 시행 후 B가 주사위를 가지고 있기 위해서는
시계 방향으로 3번, 반대 방향으로 2번 이동하거나
시계 반대방향으로 5번 이동해야 한다.
시계 방향으로 3번, 반대 방향으로 2번 이동하는 확률은
주사위를 던지는 시행은 독립이므로 ${}_5\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2$이고
시계반대방향으로 5번 이동하는 확률은 $\left(\frac{2}{3}\right)^5$이다.
두 확률의 합은 $\frac{8}{27}$

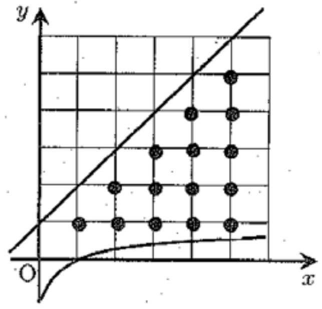
95. 정답 ③
$p_1 = \frac{22}{50}$, $p_2 = \frac{24}{250}$ 이므로
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\frac{22}{50}}{\frac{24}{250}} = \frac{55}{12}$$

96. 정답 ②
[출제의도] 확률의 성질을 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.
ㄱ. $\mathrm{P}_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ (참)
ㄴ. 짝수 번을 이동하면 말은 A 또는 D에 도착하게 된다.
말이 $(2n+2)$번째에 처음으로 D에 도착하려면 처음 2번을 이동한 후 A에 있고 그 이후 $2n$번을 이동하여 처음으로 D에 도착해야 하므로
$\mathrm{P}_{2n+2} = \frac{1}{2^{2n}}$ (참)
ㄷ. $\mathrm{P}_{2n-1} = 0$ $(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$이므로
$\therefore \sum_{k=1}^{2n} \mathrm{P}_k = \mathrm{P}_2 + \mathrm{P}_4 + \mathrm{P}_6 + \mathrm{P}_8 + \mathrm{P}_{10}$
$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} = \frac{31}{32}$ (거짓)

97. 정답 19
3^m의 일의 자리 숫자는 $3, 9, 7, 1$이 반복되고, 8^n의 일의 자리 숫자는 $8, 4, 2, 6$이 반복된다.
$3^m + 8^n$의 일의 자리의 수가 3인 경우는 3가지
i) 3^m의 일의 자리수: 9 , 8^n의 일의 자리수: 4
ii) 3^m의 일의 자리수: 7 , 8^n의 일의 자리수: 6
iii) 3^m의 일의 자리수: 1 , 8^n의 일의 자리수: 2
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{16}$
따라서 $a+b = 19$

98. 정답 49
[출제의도] 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.
구하는 확률은 $1 - \frac{15}{81} = \frac{22}{27}$이므로 $p+q = 49$이다.

99. 정답 ①
[출제의도] 어떤 자연수의 약수의 개수를 구하고 이를 이용한 확률값을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.
자연수 24 의 양의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다. 이 약수들을 분류하여 다음과 같이 $A_0 = \{3,\ 6,\ 12,\ 24\}$, $A_1 = \{1,\ 4\}$, $A_2 = \{2,\ 8\}$ 라 하자. 세 수의 합이 3 의 배수인 경우는
I) A_0 에서 세 개를 택하는 경우 ${}_4C_3 = 4$
ii) A_0, A_1, A_2 에서 각각 한 개씩 택하는 경우
${}_4C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 = 16$ 이다.
전체 경우의 수는 ${}_8C_3 = 56$ 이다.
따라서 구하고자 하는 확률 값은 $\frac{4+16}{56} = \frac{5}{14}$ 이다.

100. 정답 649


주어진 영역 안에 있는 격자점의 개수는 15개다.
$(k,\ a_k)$의 모든 점이 영역 안에 존재하려면
$k=1$일 때는 5개의 점 중에서 1가지

$k=2$일 때는 5개의 점 중에서 2가지

⋮

$k=5$일 때는 5개의 점 중에서 5가지

이다. $(k,\ a_k)$의 점이 영역 안에 들어가기 위한 각각의 경우에 대한 확률은

$$\mathrm{P}(k=m)=\frac{m}{5}\ \ (m=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$$

이다. 따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{24}{625}$이므로

$a+b=625+24=649$

101. 정답 10

주사위를 두 번 던질 때, 나온 눈의 순서쌍을 $(m,\ n)$이라 하자. 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는 36이다. $\omega^m+\omega^n+1$이 실수가 되기 위해서는 $\omega^m+\omega^n$이 실수이어야 한다. $\omega^m+\omega^n$이 실수가 되기 위해서는 $m+n$이 3의 배수가 되어야 한다. 따라서 구하는 순서쌍은

$(1,2), (1,5), (2,1), (2,4), (3,3), (3,6),$
$(4,2), (4,5), (5,1), (5,4), (6,3), (6,6)$

이고, 순서쌍의 개수는 모두 12개이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$이다.

$a=3,\ b=1$이므로 $a^2+b^2=10$이다.

102. 정답 ①

[출제의도] 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 P가 세 번 이동할 때 두 점 A, P 사이의 거리는 1 또는 $\sqrt{3}$이다. 점 P가 세 번 이동하는 방법의 수는 $3^3=27$(가지)

이때, 두 점 A, P 사이의 거리가 $\sqrt{3}$인 방법의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{6}{27}=\frac{7}{9}$이다.

103. 정답 41

[출제의도] 이항계수의 성질과 확률의 뜻을 이해하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

${}_5\mathrm{C}_1+{}_5\mathrm{C}_2+{}_5\mathrm{C}_3+{}_5\mathrm{C}_4+{}_5\mathrm{C}_5=2^5-1=31$ 이므로

구하는 확률은 $\frac{{}_5\mathrm{C}_2}{31}=\frac{10}{31}$ 이다.

$\therefore\ p+q=31+10=41$

104. 정답 17

$\mathrm{P}(\mathrm{X}>3)=1-\mathrm{P}(\mathrm{X}\leq 3)$에서

$\mathrm{P}(\mathrm{X}\leq 3)=\mathrm{P}(\mathrm{X}=2)+\mathrm{P}(\mathrm{X}=3)$

$\mathrm{P}(\mathrm{X}=2)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{1}{10}$

$\mathrm{P}(\mathrm{X}=3)=\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_2}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{10}$

$\therefore \mathrm{P}(\mathrm{X}>3)=1-\left(\frac{1}{10}+\frac{2}{10}\right)=\frac{7}{10}$

$\therefore p=10\quad q=7\quad p+q=17$

105. 정답 ①

적어도 한 사람이 10 점 과녁에 맞힐 확률은

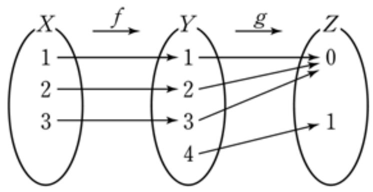
1 − (모두 10 점 과녁에 맞히지 못할 확률)이므로

$1-\left(1-\frac{4}{5}\right)(1-p)\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{119}{125}$

$\therefore\ p=\frac{3}{5}$

106. 정답 13

조건 (나)를 만족하는 함수 g의 개수는 $2^4-2=14$이고 함수 f 각각에 대하여 $g\circ f$의 치역이 Z가 아닌 경우는 모두 0 또는 모두 1에 대응하는 경우이고 아래 그림과 같이 2 가지 뿐이므로 구하는 확률은 $1-\frac{2}{14}=\frac{6}{7}$



107. 정답 ④

[출제의도] 확률의 성질을 이용하여 배반사건과 독립사건 이해하기

ㄱ. $\mathrm{P}(A\cup B\cup C)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(C)$
$-\mathrm{P}(A\cap B)-\mathrm{P}(B\cap C)-\mathrm{P}(C\cap A)+\mathrm{P}(A\cap B\cap C)$

$\therefore \mathrm{P}(A\cup B\cup C)\neq\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(C)$ (거짓)

ㄴ. $\mathrm{P}(A\cap B\cap C)=\mathrm{P}(A\cap(B\cap C))$
$=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B\cap C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C)$ (참)

ㄷ. $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이고
$\mathrm{P}(A\cap C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C)$이므로
$\mathrm{P}(A\cap(B\cup C))=\mathrm{P}((A\cap B)\cup(A\cap C))$
$=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A\cap C)-\mathrm{P}(A\cap(B\cap C))$
$=\mathrm{P}(A)(\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(C)-\mathrm{P}(B\cap C))$
$=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B\cup C)$ (참)

108. 정답 120

$P(A)=\frac{26}{62+x}$, $P(B)=\frac{20+x}{62+x}$,

$P(A\cap B)=\frac{20}{62+x}$ 이고, 두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$$\frac{20}{62+x}=\frac{26}{62+x}\cdot\frac{20+x}{62+x}$$

양변에 $(62+x)^2$ 을 곱하면

$20(62+x)=26(20+x) \Leftrightarrow 3x=360$

$\therefore\ x=120$

109. 정답 73

차량이 자가용일 사건을 A, 목격자가 자가용이라 증언할 사건을 B라 하면 구하는 확률은 $P(A \mid B)$ 이다.

이때, $P(A \mid B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ 이고

$P(B)=0.8\times0.9+0.2\times0.1=0.74$

$P(A)=0.8\times0.9=0.72$ 이므로

구하는 확률은 $\dfrac{72}{74}=\dfrac{36}{37}$ 이므로 $p+q=73$ 이다.

110. 정답 ④

하나의 묶음이 1등급으로 분류되는 사건을 A, 또 다른 묶음이 1등급으로 분류되는 사건을 B라 하면 $P(A)$는 하나만 1등급으로 분류되는 경우와 둘 다 1등급으로 분류되는 경우를 생각하면 되므로 그 경우는

$\{(300,300,300),(300,250,250)\}$,

$\{(300,300,250),(300,300,250)\}$

$$\therefore\ P(A)=\frac{{}_4C_3\times\frac{1}{2!}+{}_4C_2\times{}_2C_1\times\frac{1}{2!}}{{}_6C_3\times{}_3C_3\times\frac{1}{2!}}=\frac{2+6}{10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$$

이 때, $P(A\cap B)$는 결국 둘 다 1등급으로 분류될 확률이다.

$$\therefore\ P(A\cap B)=\frac{{}_4C_2\times{}_2C_1\times\frac{1}{2!}}{{}_6C_3\times{}_3C_3\times\frac{1}{2!}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

$$\therefore\ P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}}=\frac{3}{4}$$

111. 정답 7

[출제의도] 확률의 곱셈정리와 조건부확률을 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

A 팀이 우승하였을 때 (가)에서 이겼을 확률은

$$\frac{\frac{3}{16}}{\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}}=\frac{3}{4}\quad\therefore\ p+q=4+3=7$$

112. 정답 ①

[출제의도] 조건부확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

구하는 확률은 $\dfrac{0.4\times0.3}{0.4\times0.3+0.2\times0.3+0.4\times0.4}=\dfrac{6}{17}$

113. 정답 20

[출제의도] 조건부확률의 개념을 이해하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 카드 중 한 장을 뽑을 때 양면이 다른 색인 카드가 나오는 사건을 A, 같은 색의 카드가 나오는 사건을 B라 한다. 한 장의 카드를 2번 던졌을 때, 모두 노란색이 나오는 사건을 C라 하자.

이 때, 구하고자 하는 확률은 $\mathrm{P(A|C)}$ 이므로,

$$\mathrm{P(A|C)}=\frac{\mathrm{P(A\cap C)}}{\mathrm{P(A\cap B)+P(B\cap C)}}$$

$$=\frac{\mathrm{P(A)P(C|A)}}{\mathrm{P(A)P(C|A)+P(B)P(C|B)}}$$

$$=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)\cdot1}=\frac{1}{5}$$

따라서 $100p=100\cdot\dfrac{1}{5}=20$

114. 정답 ④

학생들 중에서 한 명을 임의로 뽑을 때, 영화 A를 관람한 사람인 사건을 A, 영화 B를 관람한 사람인 사건을 B, 여학생일 사건을 C라 하면

$$\mathrm{P(A\cap B)}=\frac{150+180-300}{300}=\frac{1}{10}$$

$$\mathrm{P(A\cap B\cap C)}=\frac{45+72-100}{300}=\frac{17}{300}$$

$$\therefore\mathrm{P(C\mid A\cap B)}=\frac{\mathrm{P(C\cap A\cap B)}}{\mathrm{P(A\cap B)}}$$

$$=\frac{\frac{17}{300}}{\frac{1}{10}}=\frac{17}{30}$$

115. 정답 19

[출제의도] 조건부확률을 이용하여 실생활과 관련된 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

C가 가위를 내어 혼자 이길 확률은 $\dfrac{1}{4}\times[A-\text{보}, B-\text{보}]$, C가 바위를 내어 혼자 이길 확률은 $\dfrac{1}{2}\times[A-\text{가위}, B-\text{가위}]$,

C가 보를 내어 이길 확률은 $\dfrac{1}{4}\times[A-\text{바위}, B-\text{바위}]$이다.

따라서 C가 승리할 확률 :

$$\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{13}{120}$$

C가 보를 내어 승리할 확률 : $\dfrac{1}{4}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{20}$

따라서 $\dfrac{q}{p}=\dfrac{6}{13}$이다.

$\therefore\ p+q=19$

116. 정답 ①

[출제의도] 조건부확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

구입후 \ 구입전	소형차	중대형차	계
소형차	x	z	60%
중대형차	y	w	40%

$x+z=60(\%)$, $x:z=60:40$ 이므로 $x=36(\%), z=24(\%)$
$y+w=40(\%)$, $y:w=20:80$ 이므로 $y=8(\%), w=32(\%)$
중대형차를 구입한 사건을 A, 소형차를 타던 사건을 B라 하면

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{24}{100}}{\frac{56}{100}}=\frac{3}{7}$$

117. 정답 ④

노란 공을 꺼내는 사건을 A, 노트북컴퓨터가 있는 문을 택하는 사건을 B라 하면,

$$\mathrm{P(A|B)}=\frac{\mathrm{P(A\cap B)}}{\mathrm{P(B)}}=\frac{\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}}{\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}}=\frac{8}{11}$$

118. 정답 ④

바둑돌이 5회 이동으로 A지점으로 이동하는 것은

ⅰ) 왼쪽 3회, 오른쪽 1회, 아래쪽 1회로 이동하는 경우

$$\frac{5!}{3!}\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{1}{6}\right)=\frac{10}{3^5}$$

ⅱ) 왼쪽 2회, 아래쪽 2회, 위쪽1회로 이동하는 경우

$$\frac{5!}{2!\cdot 2!}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{5}{2^2\cdot 3^4}$$

ⅰ),ⅱ)에 의하여 $\frac{10}{3^5}+\frac{5}{2^2\cdot 3^4}=\frac{55}{972}$

119. 정답 73

한 상자에서 5개의 야구공을 택할 때 별(★) 모양이 그려져 있는 야구공이 있을 확률은

$$\frac{{}_1\mathrm{C}_1\times{}_{19}\mathrm{C}_4}{{}_{20}\mathrm{C}_5}=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$$

세 번의 시행중에서 2번 별(★) 모양이 있는 야구공이 택해질 확률은

$${}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{9}{64}$$

$\therefore p+q=9+64=73$

120. 정답 79

4개의 동전을 던질 때, 앞면과 뒷면이 각각 2개씩 나올 확률은

$${}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$$

따라서 구하는 확률은

$$\left(1-\frac{3}{8}\right)\times\frac{3}{8}=\frac{15}{64}$$

$\therefore\ p+q=79$

121. 정답 ①

[출제의도] 독립시행의 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

주사위의 눈의 수가 k일 확률은 $\frac{1}{6}$

동전 6개에서 앞면의 개수가 k일 확률은 ${}_6\mathrm{C}_k\left(\frac{1}{2}\right)^6$

$$\therefore\ \sum_{k=1}^{6}\frac{1}{6}\cdot{}_6\mathrm{C}_k\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{6}\left\{\sum_{k=0}^{6}{}_6\mathrm{C}_k\left(\frac{1}{2}\right)^6-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right\}=\frac{21}{128}$$

122. 정답 ①

[출제의도] 독립시행의 확률을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

A대학교에 합격하려면 수시모집에서 합격하거나, 수시모집에서 불합격하고 정시모집에서 합격해야 하므로 한 학생이 A대학교에 합격할 확률은

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$이다.

따라서 3명 중 2명이 합격할 확률은

${}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{9}$이다.

123. 정답 ①

추가된 부품 중 S의 개수를 x라고 하면 $B\left(2,\ \frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$$P(x=0)={}_2C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

$$P(x=1)={}_2C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$$

$$P(x=2)={}_2C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

7개의 부품 중 임의로 1개를 선택한 것이 T인 사건을 A라 하고

추가된 부품이 모두 S인 사건을 B라고 하면

구하고자 하는 확률을

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{4}\times\frac{2}{7}}{\frac{1}{4}\times\frac{4}{7}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{7}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{7}}=\frac{1}{6}$$

124. 정답 ②

한 번의 시행에서 한 개의 공이 A, B, C 3개의 상자 중 어느 하나에 들어가는 사건 X가 일어날 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

10회의 독립시행에서 사건 X가 4회 일어날 확률은

${}_{10}C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{210}{2^{10}}=\frac{105}{512}$이다.

125. 정답 21

$f(1)=f(3)=f(5)=-1,$

$f(2)=f(4)=f(6)=2$

짝수의 눈이 나온 횟수를 X, 홀수의 눈이 나온 횟수를 Y라 하면 던진 횟수는 5이므로 $X+Y=5\cdots\cdots$㉠

$f(n_1)+f(n_2)+f(n_3)+f(n_4)+f(n_5)=4$이므로

$2X-Y=4\cdots\cdots$㉡

㉠과 ㉡을 연립하면 $X=3,\ Y=2$

5번 중 주사위의 눈이 짝수가 3번, 홀수가 2번 나올 확률은

${}_5C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{16}$

$\therefore\ a+b=5+16=21$

126. 정답 ④

[출제의도] 독립시행의 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

${}_6C_1\left(\frac{1}{2}\right)^6+{}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^6+{}_6C_5\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{2}$

127. 정답 ④

가수 A의 팬클럽 회원이면서 가수 C를 선호하는 사람의 수는

$150\times\frac{7}{10}=105$(명)

가수 B의 팬클럽 회원이면서 가수 C를 선호하는 사람의 수는

$200\times\frac{5}{10}=100$(명)

따라서, 가수 C를 선호하는 205명 중 가수 A의 팬클럽 회원의 수는 105명이므로 구하는 확률은

$\frac{105}{205}=\frac{21}{41}$

128. 정답 ④

[출제의도] 확률을 이용한 수학외적 문제해결하기

임의로 한 상자를 택하는 확률 : $\frac{1}{n}$

상자에서 구슬 2개 꺼낼 때, 흰 구슬이 나올 확률

[상자1] 확률 : 0

[상자2] 확률 : $\frac{{}_2C_2}{{}_nC_2}$

[상자3] 확률 : $\frac{{}_3C_2}{{}_nC_2}$

⋮

[상자n] 확률 : $\frac{{}_nC_2}{{}_nC_2}$

$P_n=\frac{1}{n}\times\frac{{}_2C_2+{}_3C_2+\cdots+{}_nC_2}{{}_nC_2}=\frac{{}_{n+1}C_3}{n\cdot{}_nC_2}=\frac{n+1}{3n}$

$P_{10}=\frac{11}{30}$

129. 정답 ②

[출제의도] 수학외적인 상황에서 확률 구하기

가능한 경우의 수는 6가지

첫 번째 경우 : $A_1\to A_2\to A_1\to A_2\to A_3\to A_4$

두 번째 경우 : $A_1\to A_2\to A_3\to A_2\to A_3\to A_4$

세 번째 경우 : $A_1\to A_6\to A_1\to A_2\to A_3\to A_4$

네 번째 경우 : $A_1\to A_6\to A_1\to A_6\to A_5\to A_4$

다섯 번째 경우: $A_1\to A_6\to A_5\to A_6\to A_5\to A_4$

여섯 번째 경우: $A_1\to A_2\to A_1\to A_6\to A_5\to A_4$

$\therefore\ \frac{1}{2^5}\times6=\frac{3}{16}$

130. 정답 35

[출제의도] 확률을 이용한 수학외적 문제해결하기

전구가 n개 켜져 있을 경우 1열, 2열, 3열, 4열은 각각 n, $4n$, $16n$, $64n$의 수를 나타내고, 전광판이 나타내는 수가 짝수일 사건은 홀수인 사건의 여사건이다.

홀수일 확률은 1열에서 1개,

나머지 열 중에서 1개 켜질 때이므로

$\therefore\ \frac{{}_3C_1\cdot{}_9C_1}{{}_{12}C_2}=\frac{9}{22}$

따라서, 구하는 확률은 $1-\frac{9}{22}=\frac{13}{22}$

$p+q=35$

131. 정답 ②

[출제의도] 조건부확률을 이용한 수학외적 문제해결하기

A형에 사는 여학생수를 x라 하면

B형에 사는 남학생수를 $2x$이다

A형에 사는 학생 중 여학생의 비율이 $\frac{2}{5}$이므로 A형에 사는 남학생수와 전체 학생수는 각각 $\frac{3}{2}x$, $\frac{5}{2}x$ 이다.

따라서, 남학생일 사건을 Y, A형에 주거할 사건을 X라 하면

$\therefore P(X|Y)=\frac{P(X\cap Y)}{P(Y)}=\frac{3}{7}$

132. 정답 ④

$P(B)=1-P(B^c)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{1}{6}$ 에서

$P(A\cap B)=\frac{1}{6}P(A)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$

$P(A\cap B)+P(A^c\cap B)=P(B)$ 이므로

$P(A^c\cap B)=\frac{1}{3}-\frac{1}{12}=\frac{1}{4}$

$\therefore\ P(A^c|B)=\frac{P(A^c\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}}=\frac{3}{4}$

133. 정답 ①
키가 작은 사람부터 큰 사람 순으로 a, b, c, d라 하자.
① ② ③ ④
(i) a가 3번 자리에 오는 경우 $\Rightarrow 3!$(가지)
(ii) b가 3번 자리에 오는 경우 $\Rightarrow a$는 1번 자리에 와야 하므로 $2!$(가지)
따라서, 구하는 확률은 $\frac{3!+2!}{4!}=\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$

134. 정답 ①
A와 B가 서로 배반사건이므로 $A\cap B=\phi$
$P(S)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)=3P(B)=1$
$\therefore\ P(B)=\frac{1}{3},\ P(A)=\frac{2}{3}$

135. 정답 ③
문제를 표로 정리하면 다음과 같다.

	남	여	계
중국어	12	9	21
일본어	6	7	13
계	18	16	34

중국어 수업을 받을 사건 A, 여학생일 사건 B라 하면
이 학급에서 선택된 한 학생이 중국어 수업을 받는다고 할 때,
이학생이 여학생일 확률 $P(B|A)=\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$

136. 정답 ③
$A\subset B$이므로 $A\cap B=A$

$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}}=\frac{3}{8}$

137.[정답] ④
[해설]
A, B 가 독립이므로 $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ 이다.
따라서 $P(A)\cdot P(B)=P(A)-P(B)$
$P(B)$를 x로 두면
$\frac{2}{3}\cdot x=\frac{2}{3}-x\quad \frac{5}{3}x=\frac{2}{3}$
$\therefore\ x=\frac{2}{5}$

138. 정답 ④
$P(A)=\frac{2}{3}$, A, B가 독립이므로
$P(A\cap B)=P(A)P(B)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

139. 정답 ②
2장의 카드에 적혀있는 두 수의 합이 홀수인 사건을 E라 하고,
주머니 A, B에서 꺼낸 카드에 적혀있는 수가 짝수인 사건을
각각 A, B라 하면 구하는 확률은 $P(A\mid E)$이다.

$$\therefore\ P(A\mid E)=\frac{P(A\cap E)}{P(E)}$$
$$=\frac{P(A\cap E)}{P(A\cap E)+P(B\cap E)}$$
$$=\frac{\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}}{\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}}=\frac{4}{13}$$

140. 정답 ⑤
9개의 공 중에서 4개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는
$${}_9C_4=\frac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1}=126$$
꺼낸 공에 적혀 있는 수 중 가장 큰 수를 M, 가장 작은 수를 m이라 하면 $7\le M+m\le 9$를 만족하는 경우의 수는 다음과 같다.
(i) $m=1$, $M=6$일 때 : 2, 3, 4, 5 중에서 두 개를 택해야 하므로
${}_4C_2=6$ (가지)
(ii) $m=1$, $M=7$일 때 : 2, 3, 4, 5, 6 중에서 두 개를 택해야 하므로
${}_5C_2=10$ (가지)
(iii) $m=1$, $M=8$일 때 : 2, 3, 4, 5, 6, 7 중에서 두 개를 택해야 하므로
${}_6C_2=15$ (가지)
(iv) $m=2$, $M=5$일 때 : 3, 4 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_2C_2=1$ (가지)

(v) $m=2$, $M=6$일 때 : 3, 4, 5 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_3C_2=3$ (가지)

(vi) $m=2$, $M=7$일 때 : 3, 4, 5, 6 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_4C_2=6$ (가지)

(vii) $m=3$, $M=6$일 때 : 4, 5 중에서 두 개를 택해야 하므로

${}_2C_2=1$ (가지)

이상에서 주어진 조건을 만족하는 경우의 수는

$6+10+15+1+3+6+1=42$ (가지)

따라서 구하는 확률은

$\frac{42}{126}=\frac{1}{3}$

141. 정답 ④

$P(A)=P(B)$, $P(A)P(B)=\frac{1}{9}$에서

$\{P(A)\}^2=\frac{1}{9}$

$\therefore\ P(A)=P(B)=\frac{1}{3}$

따라서 두 사건 A와 B가 배반사건이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

142. 정답 ①

'여행'이라는 단어를 포함하는 사건을 A, 광고일 사건을 B 라고 하자.

	'여행' 포함	'여행' 포함안함
광고	$\frac{1}{10}\times\frac{1}{2}$	$\frac{9}{10}\times\frac{1}{5}$
광고가 아님	$\frac{1}{10}\times\frac{1}{2}$	$\frac{9}{10}\times\frac{4}{5}$

광고를 받을 사건을 A, 전자우편이 '여행'을 포함할 사건을 B라 하면

$$P(B\mid A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{10}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{10}\times\frac{1}{2}+\frac{9}{10}\times\frac{1}{5}}=\frac{5}{23}$$

143. 정답 50

재직연수가 10년 미만일 사건을 A, 조직 개편안에 찬성할 사건을 B라 하면

$P(A)=\frac{120}{360}=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{150}{360}=\frac{5}{12}$

$\therefore P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{3}\times\frac{5}{12}=\frac{5}{36}$

이 때, 두 사건 A, B는 서로 독립이므로

$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

$\frac{a}{360}=\frac{5}{36}\quad\therefore\ a=50$

144. 정답 ③

한 주사위의 눈의 수가 다른 주사위의 눈의 수의 배수인 경우는

(i) 두 눈이 같은 경우

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)→6(가지)

(ii) 두 눈이 다른 경우

(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)

(2, 4), (2, 6), (3, 6) →8(가지)

$\therefore 8\times2=16$(가지)

(i), (ii)에서 $6+16=22$(가지)이므로 구하는 확률은

$\frac{22}{6\times6}=\frac{11}{18}$

145. 정답 19

매회 시행에서

사건 A가 일어날 확률은 $\frac{3}{4}$

사건 B가 일어날 확률은 $\frac{1}{4}$

3번째에 마치는 경우는 AAB, BBA이므로

$\frac{q}{p}=\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{16}$

$\therefore\ p+q=19$

146.[정답] ③

[해설]

철수가 받은 두 점수의 합이 70인 경우는 다음과 같다.

관람객 투표	$A\left(\frac{1}{2}\right)$	$B\left(\frac{1}{3}\right)$	$C\left(\frac{1}{6}\right)$
심사위원	$C\left(\frac{1}{6}\right)$	$B\left(\frac{1}{3}\right)$	$A\left(\frac{1}{2}\right)$
확률	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{12}+\frac{1}{9}+\frac{1}{12}=\frac{5}{18}$

147. 정답 ①

$a=k$일 때, $b=3k+1,\ 3k+2,\ \cdots,\ 3n$이므로 b의 경우의 수는

$3n-3k=3(n-k)$ ……(가)

∴ 구하는 경우의 수는

$$\sum_{k=1}^{n-1}3(n-k)=3n(n-1)-3\cdot\frac{n(n-1)}{2}$$

$$=\frac{3}{2}n(n-1)\ \text{………(나)}$$

$$\therefore\lim_{n\to\infty}\mathrm{P_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{3}{2}n(n-1)}{\frac{3n(3n-1)}{2!}}=\frac{1}{3}\quad\text{…(다)}$$

148. 정답 ④

증가와 감소버튼을 3번씩 누를 때 채널 50에 다시 오므로

$${}_6\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{20}{2^6}=\frac{5}{16}$$

149. 정답 ⑤

X: 앞면이 나오는 개수

ㄱ. $\mathrm{P(A)=P(X=0)+P(X=1)}$

$$={}_3\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^3+{}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}\text{…………참}$$

ㄴ. $A\cap B$: 앞면이 0개

$$\mathrm{P(A\cap B)=P(X=0)}={}_3\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^3\frac{1}{8}\text{…………참}$$

ㄷ. $\mathrm{P(B)=P(X=0)+P(X=3)}=$

$$2\times{}_3\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

$$\mathrm{P(A\cap B)}=\frac{1}{8},\ \mathrm{P(A)\cdot P(B)}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$$

$\therefore A,\ B$는 독립…………참

150. 정답 ③

6명을 2명씩 짝을 짓는 방법의 수는

$${}_6\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_2\times\frac{1}{3!}=15$$

A와 B는 같은 조에 편성되고 C와 D는 다른 조에 편성되는 경우의 수는 (A, B), (C, E), (D, F)와 (A, B), (C, F), (D, E)인 2가지 밖에 없으므로

$$\mathrm{P}=\frac{2}{15}$$

151. 정답 ⑤

ㄱ. $\mathrm{P}(E)=\frac{1}{2}$이므로

$I(E)=-\log_2\mathrm{P}(E)=-\log_2\frac{1}{2}=1$ (참)

ㄴ. 두 사건A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P(A\cap B)=P(A)P(B)}$

$\therefore\ I(A\cap B)=-\log_2\mathrm{P}(A\cap B)=-\log_2\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=-\{\log_2\mathrm{P}(A)+\log_2\mathrm{P}(B)\}$

$=-\log_2\mathrm{P}(A)-\log_2\mathrm{P}(B)$

$=I(A)+I(B)$ (참)

ㄷ. $2I(A\cup B)=-2\log_2\mathrm{P}(A\cup B)=-\log_2\{\mathrm{P}(A\cup B)\}^2$

$I(A)+I(B)=-\log_2\mathrm{P}(A)-\log_2\mathrm{P}(B)$

$=-\log_2\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\mathrm{P}(A\cup B)\geqq\mathrm{P}(A)>0,\ \mathrm{P}(A\cup B)\geqq\mathrm{P}(B)>0$

이므로

$\{\mathrm{P}(A\cup B)\}^2\geqq\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\therefore\ \log_2\{\mathrm{P}(A\cup B)\}^2\geqq\log_2\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$-\log_2\{\mathrm{P}(A\cup B)\}^2\leqq-\log_2\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\therefore\ 2I(A\cup B)\leqq I(A)+I(B)$ (참)

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

152. 정답 23

$i^m\cdot(-i)^n=(-1)^n\cdot i^{m+n}$이므로

$i^m\cdot(-1)^n$의 값이 1이 되는 경우는

n이 짝수이고 $m+n=4,\ 8,\ 12$

또는 n이 홀수이고 $m+n=2,\ 6,\ 10$이다.

(1) n이 짝수이고 $m+n=4,\ 8,\ 12$인 경우는

$(2,2), (2,6), (4,4), (6,2), (6,6)$의 5가지

(2) n이 홀수이고 $m+n=2,\ 6,\ 10$인 경우는

$(1,1), (1,5), (3,3), (5,1), (5,5)$의 5가지

따라서, 구하는 확률은 $\frac{5+5}{36}=\frac{5}{18}$이므로

$p+q=18+5=23$

153. 정답 ①

철수가 주머니 A에서 어느 한 숫자를 선택하고 영희가 주머니 B에서 그와 다른 숫자를 선택할 확률은

$${}_5\mathrm{C}_1\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{5}$$

철수는 두 사람이 꺼낸 첫 번째 숫자 2개를 제외한 나머지 3개의 숫자 중에서 한 개를 선택하고, 영희는 그와 같은 숫자를 선택해야 하므로 그 확률은

$$\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{16}$$

따라서 구하는 확률은

$\frac{4}{5}\times\frac{3}{16}=\frac{3}{20}$

154. 정답 ①
세 번 던져 나온 수를 차례로 (a, b, c)라 표시하면
$(1, 3, 홀수)$가 나올 확률은

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{18}$$

$(2, 2, 홀수)$가 나올 확률은

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$$

$(3, 1, 홀수)$가 나올 확률은

$$\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{18}$$

각각의 사건은 배반사건이므로 구하려는 확률은

$$\frac{1}{18}+\frac{2}{27}+\frac{1}{18}=\frac{1}{9}+\frac{2}{27}=\frac{5}{27}$$

155. [정답] ④
[해설]
6명의 학생을 6개의 좌석에 앉히는 방법의 수는 $6!$(가지)
또한, 같은 나라의 두 학생끼리 좌석번호의 차가 1 또는 10이 되도록
앉으려면 다음과 같이 세 가지 방법이 있다.
(i)(11, 12), (21, 22), (13, 23)
(ii)(11, 21), (12, 13), (22, 23)
(iii)(11, 21), (12, 22), (13, 23)
(i)의 방법에 세 나라를 정하는 방법의 수는 $3!$(가지)
각 좌석에 두 학생을 앉히는 방법의 수는 2^3(가지)
따라서 (ii), (iii)의 방법으로 앉히는 방법의 수는 같으므로
구하고자 하는 확률은
$\frac{3!\times2^3\times3}{6!}=\frac{1}{5}$

1. 정답 ③

[출제의도] 이항분포의 분산을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$V(X)=n\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=20$

$\therefore\ n=90$

2. 정답 ②

[출제의도] 모평균을 알고 신뢰구간 구하기

신뢰구간의 길이는 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$의 값이 가장 큰 경우이므로

$n=36,\ \sigma=9$일 때이다.

3. 정답 ②

[출제의도] 확률변수와 확률분포의 뜻알기

$(준식)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$

$=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$

4. 정답 ④

[출제의도] 확률변수의 평균과 분산을 구할 수 있는 가를 묻는 문제이다.

$a+\frac{1}{3}+b=1$에서 $a+b=\frac{2}{3}$

$E(X)=-a+b,\ E(X^2)=a+b=\frac{2}{3}$이므로

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\frac{2}{3}-(-a+b)^2=\frac{5}{12}$

$\therefore\ (a-b)^2=\frac{1}{4}$

5. 정답 ⑤

(ⅰ) 연속하는 100개의 자연수를 $a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_{100}$으로 놓으면

$1\leq|a_i-a_j|\leq 99$ $(i,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ 100,\ i\neq j)$

따라서, 확률변수 X가 취할 수 있는 값은

$1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 99$이다.

(ⅱ) 연속하는 100개의 홀수를 $b_1,\ b_2,\ \cdots,\ b_{100}$으로 놓으면

$2\leq|b_k-b_l|\leq 198$ $(k,\ l=1,\ 2,\ \cdots,\ 100,\ k\neq l)$

따라서, 확률변수 Y가 취할 수 있는 값은

$2,\ 4,\ 6,\ \cdots,\ 198$이다.

(ⅲ) 연속하는 100개의 짝수를 $c_1,\ c_2,\ \cdots,\ c_{100}$으로 놓으면

$2\leq|c_m-c_n|\leq 198$ $(m,\ n=1,\ 2,\ \cdots,\ 100,\ m\neq n)$

따라서, 확률변수 Z가 취할 수 있는 값은

$2,\ 4,\ 6,\ \cdots,\ 198$이다.

따라서, $Y=Z=2X$이므로 $\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(Z)=4\mathrm{V}(X)$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)<\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(Z)$

6. 정답 ②

$A,\ B,\ C$영역의 원점수를 각각 표준화하면

$Z_A=\frac{70-60}{20}=\frac{1}{2},\ Z_B=1,\ Z_C=\frac{3}{4}$ 이므로

$T_A=20\times\frac{1}{2}+100=110,\ T_B=120,\ T_C=115$

$\therefore\ 120-110=10$

7. 정답 23

[출제의도] 확률분포표를 이해하고 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$20a^2+10a^2+3a=\frac{3}{5}$에서 $a=\frac{1}{10}$

X의 평균 $\mathrm{E}(X)$는

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{2}{5}+1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{1}{10}+3\times\frac{3}{10}=\frac{13}{10}$

$\therefore\ p+q=23$

8. 정답 37

[출제의도] 확률변수의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

X	1	2	3	$\cdots$	10
$\mathrm{P}(X)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{2}{55}$	$\frac{3}{55}$	$\cdots$	$\frac{10}{55}$

$\mathrm{E}(X)=\frac{1}{55}(1^2+2^2+3^3+\cdots+10^2)=7$

$\mathrm{E}(5X+2)=5\mathrm{E}(X)+2=37$

9. 정답 53

[출제의도] 이항분포에서 평균과 분산 구하기

동전 2개 모두 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{4}$이므로 확률변수 X는

이항분포 $B\left(100,\ \frac{1}{4}\right)$을 따른다. $E(X)=100\times\frac{1}{4}=25$

$E(Y)=E(2X+3)=2E(X)+3=53$

10. 정답 ②

$E(aX+b)=aE(X)+b=10a+b=9$

$V(aX+b)=a^2V(X)=16a^2=4$에서 $a=\frac{1}{2},b=4$

$\therefore ab=2$

11. 정답 ⑤

나온 눈	2, 4, 6	2, 4, 8	2, 6, 8	4, 6, 8	합
X	12	14	16	18	
$P(X)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

(평균)$=\dfrac{12+14+16+18}{4}=15$

(분산)

$=\dfrac{(12-15)^2+(14-15)^2+(16-15)^2+(18-15)^2}{4}=5$

12. 정답 13

확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	4	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	1

$\therefore\ E(X)=1\times\dfrac{1}{3}+2\times\dfrac{1}{2}+4\times\dfrac{1}{6}=2$

$\therefore\ E(5X+3)=5E(X)+3=13$

13. 정답 8

$E(X)=1\times\dfrac{4}{15}+2\times\dfrac{4}{15}+3\times\dfrac{7}{30}=\dfrac{45}{30}=\dfrac{3}{2}$ 이므로

$E(2X+5)=2E(X)+5=8$

14. 정답 ④

$a+\dfrac{1}{3}+a+\dfrac{1}{6}=1$ 에서 $a=\dfrac{1}{4}$

따라서 확률변수 X의 평균은

$2\times\dfrac{1}{4}+3\times\dfrac{1}{3}+4\times\dfrac{1}{4}+6\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{7}{2}$

15. 정답 ①

[출제의도] 이산확률분포의 평균과 분산 계산하기

$b=\dfrac{1}{2}$, $E(X)=1+1+\dfrac{a}{4}=4$, $a=8$

$\therefore V(X)=4\cdot\dfrac{1}{2}+16\cdot\dfrac{1}{4}+64\cdot\dfrac{1}{4}-16=6$

16. 정답 ③

[출제의도] 기댓값의 정의를 이용하여 기댓값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

i) $X=0$일 확률은 세 시민 모두가 반대하는 경우이므로

$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{30}$

ii) $X=1$일 확률은 세 시민 중 한 명만 찬성하는 경우이므로

$\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{9}{30}$

iii) $X=2$일 확률은 세 시민 중 한 명만 반대하는 경우이므로

$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{13}{30}$

iv) $X=3$일 확률은 세 시민 3명 모두 찬성하는 경우이므로

$\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{6}{30}=\dfrac{1}{5}$

따라서, 구하는 기댓값은

$0\times\dfrac{2}{30}+1\times\dfrac{9}{30}+2\times\dfrac{13}{30}+3\times\dfrac{6}{30}=\dfrac{53}{30}$

17. 정답 112

전체적인 색칠의 경우는 ${}_9C_3=84$(가지)

$P(X=1)=\dfrac{6}{{}_9C_3}=\dfrac{6}{84}=\dfrac{3}{42}$

$P(X=2)=\dfrac{16}{{}_9C_3}=\dfrac{16}{84}=\dfrac{8}{42}$

$P(X=3)=\dfrac{84-6-16}{{}_9C_3}=\dfrac{62}{84}=\dfrac{31}{42}$

$E(X)=\dfrac{3\times1+8\times2+31\times3}{42}=\dfrac{112}{42}$

$\therefore E(42X)=42E(X)=112$

18. 정답 ⑤

[출제의도] 이산확률변수의 평균의 개념을 알고 있는가를 묻는 문제이다.

$E(X)=0\times\dfrac{1}{4}+1\times\dfrac{1}{2}+2\times\dfrac{1}{8}+3\times\dfrac{1}{8}+4\times0=\dfrac{9}{8}$

19. 정답 ①

확률의 총합이 1이므로

$\dfrac{3}{10}+p+\dfrac{1}{10}+p+p=1$

$\therefore p=\dfrac{2}{10}$

$E(X)=\displaystyle\sum_{i=1}^{5}x_ip_i=1\times\dfrac{3}{10}+2\times\dfrac{2}{10}+3\times\dfrac{1}{10}+4\times\dfrac{2}{10}+5\times\dfrac{2}{10}$

$=\dfrac{14}{5}$

$\therefore E(5X+3)=5E(X)+3=5\times\dfrac{14}{5}+3=17$

20. 정답 21

[출제의도] 이항분포를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

${}_nC_2\left(\dfrac{1}{2}\right)^{10}=10\,{}_nC_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^{10}$, $\dfrac{n(n-1)}{2}=10n$ 이므로 $n=21$

21. 정답 920

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(90,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르므로

확률변수 X의 평균은 $\mathrm{E}(X)=90\times\frac{1}{3}=30$ 이고

분산은 $\mathrm{V}(X)=90\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=20$ 이다.

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$ 에서 $\mathrm{E}(X^2)=920$ 이다.

22. 정답 40

X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(180,\ \frac{1}{3}\right)$를 따른다.

$\mathrm{V}(X)=180\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=40$

23. 정답 ⑤

$E(X)=\sum_{r=0}^{n} r\,{}_nC_r\,p^r q^{n-r}$ (단, $q=1-p$)

$=1\cdot{}_nC_1\,pq^{n-1}+2\cdot{}_nC_2\,p^2q^{n-2}+$

$\cdots+r\cdot{}_nC_r\,p^rq^{n-r}+\cdots+n\cdot{}_nC_np^n$ 에서

$r\cdot{}_nC_r=r\cdot\frac{n!}{(n-r)!\,r!}=\frac{n!}{(n-r)!\,(r-1)!}=n\cdot{}_{n-1}C_{r-1}$

이므로

$n\cdot{}_{n-1}C_0\,pq^{n-1}+n\cdot{}_{n-1}C_1\,p^2q^{n-2}$

$+\cdots+n\cdot{}_{n-1}C_{r-1}p^rq^{n-r}+\cdots+n\cdot{}_{n-1}C_{n-1}p^n$

$=np\left({}_{n-1}C_0\,q^{n-1}+{}_{n-1}C_1\,pq^{n-2}+\right)$

$\cdots+{}_{n-1}C_{r-1}p^{r-1}q^{n-r}+\cdots+{}_{n-1}C_{n-1}p^{n-1}$

$=np(q+p)^{n-1}=np$

24. 정답 415

[출제의도] 이항분포에서 평균과 분산 이해하기

[해설] 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(80,\ \frac{1}{4}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(X)=80\times\frac{1}{4}=20,\ \mathrm{V}(X)=80\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=15$

$\mathrm{E}(X^2)=\mathrm{V}(X)+\{\mathrm{E}(X)\}^2=15+400=415$

25. 정답 35

[출제의도] 이항분포의 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$10\mathrm{P}(X=3)=10p^3$, $\mathrm{P}(Y\geq 3)=16p^3(2-3p)$이므로

$10p^3=16p^3(2-3p)$ 즉, $10=16(2-3p)$이다.

따라서 $p=\frac{11}{24}$ 이므로 $m+n=35$ 이다.

26. 정답 50

$P(X=r)={}_nC_rp^rq^{n-r}$ (단,$q=1-p$)이므로

$P(X=4)=\frac{1}{3}P(X=5)$

$\therefore {}_{10}C_4p^4q^6=\frac{1}{3}\times{}_{10}C_5p^5q^5$을 정리하면 $p=\frac{5}{7}$

$\therefore B(10,\frac{5}{7})$에서 $E(7X)=7E(X)=7\times\frac{50}{7}=50$

27. 정답 108

[출제의도] 이항분포에서 $E(X^2)$ 의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

5 지선다형 문항 50 개에 대하여 각각의 문항에 답을 하나만 선택했을 때, 맞힌 문항의 개수를 확률변수 X라 하면, X는 이항분포 $R\left(50,\ \frac{1}{5}\right)$ 을 따른다.

그러므로 $E(X)=50\times\frac{1}{5}=10,\ V(X)=50\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=8$

그러므로 $E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2=8+10^2=108$

따라서 정답은 108

28. 정답 ④

[출제의도] 확률밀도함수를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $F(0.3)=\mathrm{P}(X\geq 0.3)\leq\mathrm{P}(X\geq 0.2)=F(0.2)$(참)

ㄴ. (반례) X의 확률밀도함수가 $f(x)=2x$이면

$F(0.4)=\mathrm{P}(X\geq 0.4)>G(0.6)=\mathrm{P}(X\leq 0.6)$ (거짓)

ㄷ. $F(0.7)+G(0.7)=F(0.2)+G(0.2)=1$

$\therefore\ F(0.2)-F(0.7)=G(0.7)-G(0.2)$ (참)

29. 정답 ②

확률변수 X는 $B(n,\ p)$의 이항분포를 이루므로

$E(X)=np=90,\ V(X)=np(1-p)=36$

이므로 연립하면 $n=150,\ p=\frac{3}{5}$이다.

따라서, $\frac{n}{p}=150\times\frac{5}{3}=250$

30. 정답 70

[출제의도] 정규분포에서 표준화하여 상수 구하기

[해설] 확률변수 $X,\ Y$를 각각 표준화하면

$\mathrm{P}(50\leq X\leq k)=\mathrm{P}\left(\frac{50-50}{10}\leq z\leq\frac{k-50}{10}\right)$

$=\mathrm{P}\left(0\leq z\leq\frac{k-50}{10}\right)$

$\mathrm{P}(24\leq Y\leq 40)=\mathrm{P}\left(\frac{24-40}{8}\leq z\leq\frac{40-40}{8}\right)$

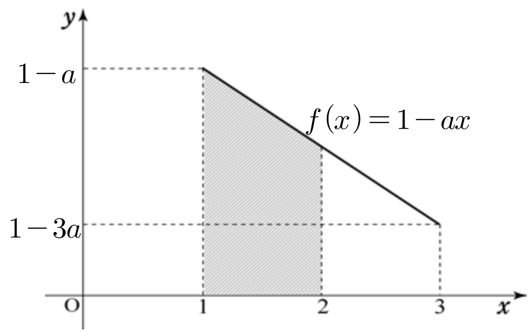
$=\mathrm{P}(-2\leq z\leq 0)$

$=\mathrm{P}(0\leq z\leq 2)$이므로

$\frac{k-50}{10}=2\qquad\therefore\ k=70$

31. 정답 13

[출제의도] 확률밀도함수 이해하기



$f(x)=1-ax$ 가 확률밀도함수이므로

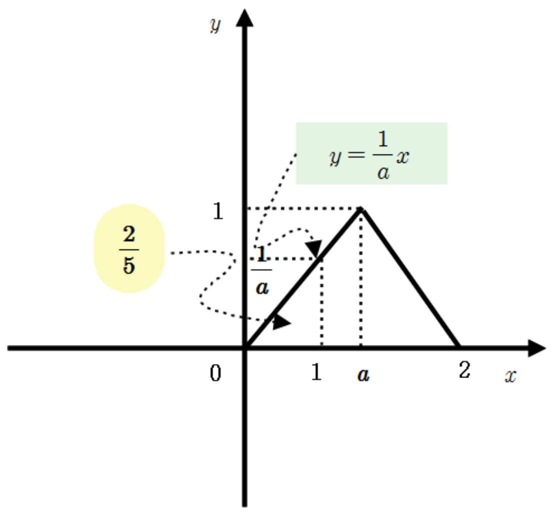
$\frac{1}{2}\times(2-4a)\times 2=1$, $a=\frac{1}{4}$이다.

$P(1\leq X\leq 2)$ 은 어두운 부분의 넓이와 같으므로

$P(1\leq X\leq 2)=\frac{1}{2}\times\frac{5}{4}\times 1=\frac{5}{8}$

$\therefore\ p+q=13$

32. 정답 125



$\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{a}=\frac{3}{5}$ 이므로

$a=\frac{5}{4}$ 이다.

$100a=100\times\frac{5}{4}=125$

33. 정답 ④

확률 $P\left(a\leq X\leq a+\frac{1}{2}\right)$의 값이 최대가 되려면 구간

$a\leq x\leq a+\frac{1}{2}$ 안에 1이 포함되어있어야 하므로 $\frac{1}{2}<a<1$인 경우를 생각한다.

$\frac{1}{2}<a<1$일 때 $1<a+\frac{1}{2}<\frac{3}{2}$ 이므로

$P\left(a\leq X\leq a+\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}-\frac{a^2}{2}\right)+\frac{1}{2}-\left(\frac{3-2a}{2}\right)^2$

$=-a^2+\frac{3}{2}a-\frac{1}{8}$

$=-\left(a-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{16}$

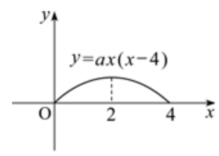
따라서 $a=\frac{3}{4}$일 때 확률 $P\left(a\leq X\leq a+\frac{1}{2}\right)$의 값이 최대이다

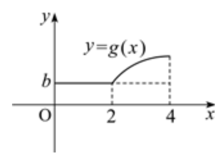
34. 정답 ②

[출제의도] 이차함수의 그래프와 확률밀도함수의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. 이차곡선 $f(x)=ax(x-4)$ 는 $x=2$에 대하여 대칭이므로 $P(0\leq X\leq 2)=P(2\leq X\leq 4)=\frac{1}{2}$ (참)

ㄴ. 곡선 $y=f(x-2)+b$ 는 곡선 $y=f(x)$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행 이동한 것이므로





$P(0\leq Y\leq 4)=4b+P(0\leq X\leq 2)$

$=4b+\frac{1}{2}=1$

$\therefore\ b=\frac{1}{8}$ (참)

ㄷ. $P(1\leq Y\leq 4)=1-P(0\leq Y\leq 1)=\frac{7}{8}$ (거짓)

35. 정답: ③

1의 눈이 나오는 횟수를 X라 하면 X는 이항분포 $B\left(180,\frac{1}{6}\right)$을 따르므로 X의 평균 $m=180\times\frac{1}{6}=30$ X의 표준편차 $\sigma=\sqrt{180\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}}=5$

한편, 이항분포 $B(n,p)$에서 시행횟수 n이 크면 정규분포 $N(m,\sigma^2)$에 근사하므로 1의 눈이 나오는 횟수 X는 정규분포 $N(30,5^2)$을 따른다.

X를 표준정규분포 Z로 바꾸면

$Z=\frac{X-30}{5}$

따라서, $25\leq X\leq 35\Leftrightarrow -1\leq Z\leq 1$이므로

$P(25\leq X\leq 25)=P(-1\leq Z\leq 1)=2P(0\leq Z\leq 1)$

$=2\int_0^1 f(x)dx$

36. 정답 ③

$E(X)=\int_0^1 xf(x)dx=7, E(X^2)=\int_0^1 x^2 f(x)dx=100$이므로

분산은

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=100-49=51$

37. 정답 ⑤

[출제의도] 확률밀도함수를 이용하여 확률값 구하기

함수 $f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 1이므로 $(\pi+2)r^2=1$이다.

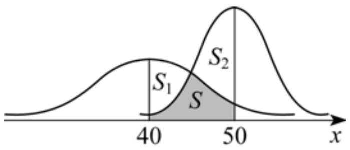
따라서 $r=\dfrac{1}{\sqrt{\pi+2}}$이므로

$\mathrm{P}(0 \le X \le r)=\dfrac{\pi r^2}{4}+r^2=\dfrac{\pi+4}{4\pi+8}$이다.

38. 정답 ②

[출제의도] 정규분포곡선을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

그림에서 어두운 부분의 넓이를 S라 하자.



$S_1=\mathrm{P}(40 \leqq X \leqq 50)-S$

$S_2=\mathrm{P}(40 \leqq Y \leqq 50)-S=\mathrm{P}(50 \leqq Y \leqq 60)-S$

$\therefore\ S_2-S_1=\mathrm{P}(50 \leqq Y \leqq 60)-\mathrm{P}(40 \leqq X \leqq 50)$

$=\mathrm{P}\left(0 \leqq Z \leqq \dfrac{60-50}{5}\right)-\mathrm{P}\left(0 \leqq Z \leqq \dfrac{50-40}{10}\right)$

$=\mathrm{P}(0 \leqq Z \leqq 2)-\mathrm{P}(0 \leqq Z \leqq 1)$

$=0.4772-0.3413=0.1359$

39. 정답 ④

[출제의도] 정규분표를 이해하고 표준정규분포로 바꾸어 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$P(X \geqq 4)=P(Z \geqq -1)=0.5+0.3413=0.8413$

40. 정답 220

[출제의도] 이항분포와 정규분포의 관계를 이해하고 이를 이용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(400,\ \dfrac{1}{2}\right)$을 따르고, 시행의 횟수가 충분히 크므로 정규분포 $\mathrm{N}(200,\ 10^2)$을 따른다.

$\mathrm{P}\ (X \leqq k)=\mathrm{P}\left(Z \leqq \dfrac{k-200}{10}\right)=0.9772$이고

$\mathrm{P}\ (Z \leqq 2)=\mathrm{P}\ (Z \leqq 0)+\mathrm{P}\ (0 \leqq Z \leqq 2)$

$=0.5+0.4772=0.9772$

이므로 $\dfrac{k-200}{10}=2$

$\therefore\ k=220$

41. 정답: ②

[출제의도] 정규분포를 따르는 확률변수에 대한 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

더덕 한 뿌리의 무게를 X라 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(40, 5^2)$을 따른다.

$\mathrm{P}(30 \leqq X < 45)=\mathrm{P}(-2 \leqq Z < 1)=0.8185$

42. 정답 ③

운동시간을 x라고 하면 x는 $N(65,\ 15^2)$인 정규분포를 따른다.

표본의 크기가 25인 표본평균 $\overline{X}$의 정규분포를 $N(65,\ 3^2)$이므로

$P(\overline{X} \geq 68)=P(Z \geq 1)=0.5-P(0 \leq Z \leq 1)$

$=0.5-0.3413=0.1587$

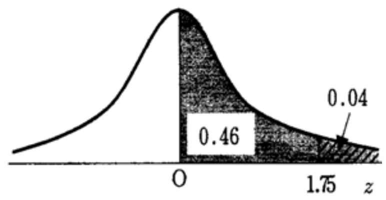
43. 정답 ①

상위 4% 이내에 속하려면 표준정규분포곡선에서

$0.5-0.04=0.46$ 이므로 표준정규분포표의 값을 이용하면

$z=1.75$ 이다. 표준화한 값 $Z=\dfrac{X-m}{\sigma}$ 이므로

$X=\sigma Z+m=20\times 1.75+50=85$



44. 정답 ⑤

[출제의도] 표준정규분포를 활용하여 확률 구하기

이항분포$\mathrm{B}\left(192,\ \dfrac{3}{4}\right)$는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(144,\ 6^2)$을 따르므로

$\mathrm{P}(X \geqq 132)=\mathrm{P}\left(Z \geqq \dfrac{132-144}{6}\right)=\mathrm{P}(Z \geqq -2)$

$=0.5+\mathrm{P}(0 \leqq z \leqq 2)=0.9772$

45. 정답 ⑤

$\dfrac{1}{5}X$의 분산 $\mathrm{V}\left(\dfrac{1}{5}X\right)=\dfrac{1}{25}\mathrm{V}(X)=1$

따라서 $\mathrm{V}(X)=\sigma^2=25$이다.

한편, 정규분포곡선은 직선 $x=m$에 대하여 대칭이므로

$m=\dfrac{80+120}{2}=100$이다.

$\therefore\ m+\sigma^2=125$

46. 정답 ③

[출제의도] 정규분포와 연속확률분포의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. X는 $N(200,\ 50^2)$ 을 따른다.

$E(Y)=\dfrac{3}{2}E(X)-50$, $\sigma(Y)=\left(\dfrac{3}{2}\right)\sigma(X)=\dfrac{3}{2}\times 50=75$,

Y는 $N(250,\ 75^2)$ 을 따른다.

올해의 평균임금은 250만원이다.(참)

ㄴ. $Z=\dfrac{Y-250}{75}=2$(올해 상위 2.3%)

$\therefore Y=400$(거짓)

ㄷ. $Y=\frac{3}{2}X-50 \leq X$ 인 X를 구하면 X가 100만원 이하일 때는 올해의 임금 Y값은 작년과 같거나 적어짐을 알 수 있다.(참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

47. 정답 ②

[출제의도]정규분포를 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

학생의 점수를 X라 하자.

$0.11 < 0.5-\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z) \leq 0.23$

$0.27 \leq \mathrm{P}(0 \leq Z \leq z) < 0.39$

$0.74 \leq z=\frac{X-60.2}{20} < 1.23$ $\quad\therefore\ 75 \leq X < 84.8$

따라서 구하는 최소점수는 75점이다.

48. 정답 ④

확률변수 X를 표준화하면 $Z=\frac{X-n}{\frac{n}{2}}$ 에서 $X=n$ 이면

$Z=0$,

$X=120$ 이면 $Z=1$ 이므로 $\frac{120-n}{\frac{n}{2}}=1$

$\therefore\ n=80$

49. 정답 23

[출제의도] 정규분포를 이해하고 이를 활용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

사건 A가 일어나는 횟수를 확률변수 X라 하면 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(1200, \frac{1}{4}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(X)=300,\ \mathrm{V}(X)=225$

이때 시행횟수가 충분히 크므로 X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(300, 15^2)$을 따른다.

$p=\mathrm{P}(X \leq 270)=\mathrm{P}(Z \leq -2)=0.023$

$\therefore\ 1000p=23$

50. 정답 ①

자동차의 속력을 확률변수 X 라고 하면, X는 정규분포 $\mathrm{N}(104, 8^2)$을 따른다.

$\therefore\ \mathrm{P}(X>120)=\mathrm{P}\left(Z>\frac{120-104}{8}\right)=\mathrm{P}(Z>2)$

$=0.5-\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2)=0.5-0.48$

$=0.02=\frac{1}{50}$

따라서 자동차 A, B가 모두 과속으로 단속될 확률은

$\frac{1}{50}\times\frac{1}{50}=\frac{1}{2500}$

51. 정답 ④

[출제의도] 표준정규분포를 이용하여 최저점수 구하기

1차 합격자의 최저점수를 a라 하면

$\mathrm{P}(X \geq a)=\frac{10}{500}=0.02$

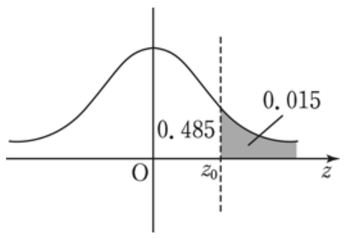
$\mathrm{P}(0 \leq z \leq \frac{a-67}{10})=0.48$ 에서 $\frac{a-67}{10}=2$

$\therefore a=87$

52. 정답 ④

돼지 무게는 정규분포 $\mathrm{N}(110,\ 10^2)$을 따르므로

최소무게를 $k$kg이라 하면 $k$kg 이상일 확률이 $\frac{3}{200}=0.015$이다.



$\mathrm{P}(Z \geq z_0)=0.015$,

$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z_0)=0.485$

$\therefore z_0=2.17$

$Z=\frac{X-110}{10}$에서 $\frac{k-110}{10}=2.17$이므로

$k=131.7$kg

53. 정답 ④

[출제의도] 정규분포를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$\mathrm{P}(400 \leq X \leq 440)=\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2)=0.48$이므로 수출한 과일은 $30000\times0.48=14400$(개)이다.

54. 정답 110

[출제의도] 정규분포를 이용하여 모평균 추정하기

95% 신뢰도로 모평균을 추정하면 신뢰구간은

$\overline{X}-1.96\frac{2}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X}+1.96\frac{2}{\sqrt{n}}$ 이므로 신뢰구간의 길이는

$2\times1.96\frac{2}{\sqrt{n}}=10.392-9.608=0.784$

$\therefore n=100$

$\overline{X}-1.96\frac{2}{\sqrt{n}}+\overline{X}+1.96\frac{2}{\sqrt{n}}=20$

$\therefore \overline{X}=10 \quad n+\overline{X}=110$

55. 정답 ②

[출제의도] 정규분포에서 확률 계산하기

확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(200,\ 5^2)$을 따르고 확률변수 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(200, \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$을 따른다.

$\mathrm{P}(\overline{X} \geq 201)=\mathrm{P}(Z \geq 2)=0.5-0.4772=0.0228$

56. 정답 385

[출제의도] 신뢰구간 길이에 따른 표본의 최소 크기 구하기

$2\times1.96\times\dfrac{5}{\sqrt{n}}\leqq 1$

$\sqrt{n}\geqq 2\times1.96\times5$

$n\geqq 384.16$

따라서 최소 표본의 크기는 385이다.

57. 정답 ③

$\mathrm{E}(\overline{\mathrm{X}})=m,\ \sigma(\overline{X})=\dfrac{3}{\sqrt{n}}$ 이므로

확률변수 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m,\left(\dfrac{3}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$을 따른다.

$\mathrm{P}(m-0.5\leqq \overline{X}\leqq m+0.5)$

$=\mathrm{P}(|\overline{X}-m|\leqq 0.5)$

$=\mathrm{P}\left(|Z|\leqq \dfrac{\sqrt{n}}{6}\right)\ \left(\because \dfrac{|\overline{X}-m|}{\frac{3}{\sqrt{n}}}\leqq\dfrac{0.5}{\frac{3}{\sqrt{n}}}\right)$

$\mathrm{P}\left(|Z|\leqq\dfrac{\sqrt{n}}{6}\right)=0.8664$

$\mathrm{P}\left(0\leqq Z\leqq\dfrac{\sqrt{n}}{6}\right)=0.4332$

$\dfrac{\sqrt{n}}{6}=1.5,\quad \sqrt{n}=9$

$\therefore n=81$

58. 정답 668

모집단이 정규분포 $N(150\,,12^2)$을 따르고, 표본의 크기가 9 이므로 $E(\overline{X})=150\,,\ V(\overline{X})=\dfrac{12^2}{9}=16$

따라서 표본평균 $\overline{X}$ 는 $N(150\,,4^2)$을 따른다.

$P(\overline{X}\leqq 144)=P(Z\leqq\dfrac{144-150}{4})=P(Z\leqq -1.5)$

$=0.5-P(0\leqq Z\leqq 1.5)$

$=0.5-0.4332=0.0668$

$\therefore\ k=668$

59. 정답 ①

[출제의도] 신뢰구간을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$11-1.96\times\dfrac{1.5}{\sqrt{9}}\leqq m\leqq 11+1.96\times\dfrac{1.5}{\sqrt{9}}$

$\therefore\ 10.02\leqq m\leqq 11.98$

60. 정답:②

[출제의도] 정규분포에서 표본의 분포를 구하여 표본의 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

비누의 무게 X가 정규분포 $\mathrm{N}(250,20^2)$을 따르므로 크기 n인 표본평균의 분포는 정규분포 $N\left(250,\dfrac{20^2}{n}\right)$을 따른다.

따라서

$\mathrm{P}(242\leqq\overline{X}\leqq 258)=\mathrm{P}\left(\dfrac{242-250}{20}\sqrt{n}\leqq Z\leqq\dfrac{258-250}{2}\sqrt{n}\right)$

$\leqq 0.9544$

에서 $\dfrac{8}{20}\sqrt{n}\leqq 2$

$\therefore n\leqq 25$ 이므로 최댓값은 25 이다.

61. 정답 ⑤

$E(T)=E\left(\dfrac{a(X-m)}{\sigma}+b\right)=\dfrac{aE(X)}{\sigma}-\dfrac{am}{\sigma}+b$

$=\dfrac{am}{\sigma}-\dfrac{am}{\sigma}+b=b=100$

$\sigma(T)=\sigma\left(\dfrac{a(X-m)}{\sigma}+b\right)=\dfrac{|a|\sigma(X)}{\sigma}$

$=\dfrac{|a|\sigma}{\sigma}=|a|=20$

$\therefore\ a=20\ (\because a>0)\qquad\therefore\ a+b=120$

62. 정답 ③

A 고등학교에서 임의로 뽑은 9명의 학생의 몸무게의 평균을 $\overline{X}$라 하면

$E(\overline{X})=60\,,\ \sigma(\overline{X})=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=\dfrac{6}{\sqrt{9}}=2$

이므로 $\overline{X}$는 정규분포 $N(60,2^2)$을 따른다.

한편 경고음이 울리려면 $9\overline{X}\geqq 549$에서

$\overline{X}\geqq\dfrac{549}{9}=61$

따라서 구하는 확률은

$P(\overline{X}\geqq 61)=P\left(Z\geqq\dfrac{61-60}{2}\right)=P(Z\geqq 0.5)$

$=0.5-P(0\leqq Z\leqq 0.5)=0.5-0.1915=0.3085$

63. 정답 ①

[출제의도] 정규분포의 뜻과 그 성질을 이해하기

$\mathrm{P}(\mathrm{X}<500)=\mathrm{P}(\mathrm{Z}<0)=0.5$

$\mathrm{P}(500\leqq\mathrm{X}<550)=\mathrm{P}(0\leqq\mathrm{Z}<1)=0.34$

$\mathrm{P}(\mathrm{X}\geqq 550)=\mathrm{P}(\mathrm{Z}\geqq 1)=0.16$

$(1000\times0.5+1100\times0.34+1200\times0.16)=1066$

64. 정답 10

$c\sum_{k=1}^{n}k=1$ 에서 $c=\dfrac{2}{n(n+1)}$

X의 표준편차가 $\sqrt{6}$ 이므로 X의 분산 $V(X)$는

$V(X)=\sum_{k=1}^{n}k^2\cdot(c\,k)-\left(\sum_{k=1}^{n}k\cdot c\,k\right)^2=6$에서

$c\sum_{k=1}^{n}k^3-\left(\sum_{k=1}^{n}c\,k^2\right)^2=6$

위 식에 $c=\dfrac{2}{n(n+1)}$를 대입하여 정리하면

$\dfrac{2}{n(n+1)}\times\left\{\dfrac{n(n+1)}{2}\right\}^2-\left\{\dfrac{2}{n(n+1)}\times\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right\}^2=6$

$\dfrac{n(n+1)}{2}-\dfrac{(2n+1)^2}{9}=6$, $n^2+n-110=0$

$(n+11)(n-10)=0$ $\therefore$ $n=10$

65. 정답 ①

막대모양 과자 A, B의 길이를 X, Y라 하면

X의 분포는 정규분포 $\mathrm{N}(\mathrm{m},\sigma_1^2)$

Y의 분포는 정규분포 $\mathrm{N}(\mathrm{m}+25,\sigma_2^2)$

$\mathrm{P}(\mathrm{X}\geqq\mathrm{m}+10)=\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}\geqq\dfrac{\mathrm{m}+10-\mathrm{m}}{\sigma_1}\right)$

$=\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}\geqq\dfrac{10}{\sigma_1}\right)$

$\mathrm{P}(\mathrm{Y}\leqq\mathrm{m}+10)=\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}\leqq\dfrac{\mathrm{m}+10-(\mathrm{m}+25)}{\sigma_2}\right)$

$=\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}\leqq-\dfrac{15}{\sigma_2}\right)$

$\mathrm{P}(\mathrm{X}\geqq\mathrm{m}+10)=\mathrm{P}(\mathrm{Y}\leqq\mathrm{m}+10)$이므로

$\dfrac{10}{\sigma_1}=\dfrac{15}{\sigma_2}$

$\therefore\ \dfrac{\sigma_2}{\sigma_1}=\dfrac{15}{10}=\dfrac{3}{2}$

66. 정답 76

$\mathrm{P}(X=k)=\mathrm{P}(x\leqq k)-\mathrm{P}(x\leqq k-1)=ak^2-a(k-1)^2=a(2k-1)$

$1=\sum_{k=1}^{5}\mathrm{P}(X=k)=\sum_{k=1}^{5}a(2k-1)=a\times25$ $\therefore$ $a=\dfrac{1}{25}$

$E(X)=\dfrac{1}{25}\sum_{k=1}^{5}\{k\cdot(2k-1)\}=\dfrac{1}{25}\sum_{k=1}^{5}(2k^2-k)=\dfrac{19}{5}$

$\therefore$ $20E(X)=20\times\dfrac{19}{5}=76$

67. 정답 60

[출제의도] 확률변수의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다. 모든 관광코스와 그 요금은 다음과 같다.

A→B→C→D→E : 70,000원

A→B→D→E : 56,000

A→B→E : 42,000

A→C→B→E : 56,000

A→C→B→D→E : 70,000

A→C→D→B→E : 70,000

A→C→D→E : 56,000

$\mathrm{E}(X)=70000\cdot\dfrac{3}{7}+56000\cdot\dfrac{3}{7}+42000\cdot\dfrac{1}{7}=60000$이므로

$\mathrm{E}\left(\dfrac{X}{1000}\right)=\dfrac{60000}{1000}=60$

68. 정답 ④

조건을 만족하는 정수의 개수는 ${}_8C_2=\dfrac{8\times7}{2}=28$

이 중 i 번째 ($i=0$, 1, …, 7)에 1이 나타나는 정수의

개수는 7이므로 이러한 정수의 총합은 $7\sum_{i=0}^{7}2^i=7(2^8-1)$

따라서 구하는 평균은 $\dfrac{7(2^8-1)}{28}=\dfrac{255}{4}$

69. 정답 7

A반 학생의 점수를 x_1, x_2, x_3, …, x_{30}이라 하고

B반 학생의 점수를 y_1, y_2, y_3, …, y_{30}이라 하면 전체평균을 m이라 하면

$m=\dfrac{30(18+16)}{60}=17$, A반의 분산은

$\dfrac{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{30}^2}{30}-18^2=4$

B반의 분산은 $\dfrac{y_1^2+y_2^2+\cdots+y_{30}^2}{30}-16^2=8$이므로

전체분산을 σ^2이라 하면

$\sigma^2=\dfrac{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{30}^2+y_1^2+y_2^2+\cdots+y_{30}^2}{60}-m^2$

$=\dfrac{(4+18^2)\times30+(8+16^2)\times30}{60}-17^2=7$

$\therefore$ 분산 $\sigma^2=7$

70. 정답 ④

[출제의도] 전체집단의 분산 구하기

[해설] 여학생의 수를 N, 남학생의 평균을 m, 남학생들의 점수를 x_i, 여학생들의 점수를 y_i라 하면 전체학생의 분산은

$\dfrac{1}{3N}\left(\sum_{i=1}^{2N}x_i^2+\sum_{i=1}^{N}y_i^2\right)-\left\{\dfrac{1}{3N}\left(\sum_{i=1}^{2N}x_i+\sum_{i=1}^{N}y_i\right)\right\}^2$

$=\dfrac{2N(m^2+15)+N\{(m+3)^2+12\}}{3N}-\left(\dfrac{2mN+(m+3)N}{3N}\right)^2$

$=\dfrac{3m^2+6m+51}{3}-\dfrac{3m^2+6m+3}{3}=16$

71. 정답 ③

[출제의도] 이산확률변수의 평균과 분산을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $\mathrm{P}(Y=k)=\mathrm{P}(X=10-k)$이므로

$\mathrm{P}(5\leqq Y\leqq7)=\mathrm{P}(3\leqq X\leqq5)$ (참)

ㄴ. 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(10, \frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(X)=\frac{1}{2}\cdot 10=5$

$Y=10-X$에서

$\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(10-X)=10-\mathrm{E}(X)=5$

$\therefore\ \mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(X)$ (참)

ㄷ. $Y=10-X$에서

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(10-X)=\mathrm{V}(X)$

$\therefore\ \mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(X)$ (거짓)

72. [정답] ②

$P(X\geqq x)=P\left(\frac{X-m}{\sigma}\geqq \frac{x-m}{\sigma}\right)=P\left(Z\geqq \frac{x-m}{\sigma}\right)$

$P(Y\geqq y)=P\left(\frac{Y-am}{\sqrt{b}\sigma}\geqq \frac{y-am}{\sqrt{b}\sigma}\right)=P\left(Z\geqq \frac{y-am}{\sqrt{b}\sigma}\right)$ 이므로

(가)에서 $-\frac{m}{\sigma}=-\frac{am}{\sqrt{b}\sigma}$ $\quad\therefore\ a=\sqrt{b}$ ....①

(나)에서 $1=P(X\leqq 1)+P(Y\geqq 2)$

$=P\left(\frac{X-m}{\sigma}\leqq \frac{1-m}{\sigma}\right)+P\left(\frac{Y-am}{\sqrt{b}\sigma}\geqq \frac{2-am}{\sqrt{b}\sigma}\right)$

$=P\left(Z\leqq \frac{1-m}{\sigma}\right)+P\left(Z\geqq \frac{2-am}{\sqrt{b}\sigma}\right)$

이므로 $\frac{1-m}{\sigma}=\frac{2-am}{\sqrt{b}\sigma}$ ....②

①, ②를 연립하여 풀면 $a=2,\ b=4$ 이다

73. 정답 ①

확률분포표에서의 확률의 총합이 1이므로

$\frac{1}{4}+a+\frac{1}{8}+b=1$

$\therefore\ a+b=\frac{5}{8}$ ㉠

또한 확률변수 X의 평균이 5이므로

$1\times\frac{1}{4}+2\times a+4\times\frac{1}{8}+8\times b=5$

$8a+32b=17$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$\therefore\ a=\frac{1}{8},\ b=\frac{1}{2}$

$\therefore\ \mathrm{V}(X)=\mathrm{V}(X^2)-\{\ \mathrm{E}(X)\}^2$

$=\left(1^2\times\frac{1}{4}+2^2\times\frac{1}{8}+4^2\times\frac{1}{8}+8^2\times\frac{1}{2}\right)$

-5^2

$=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+2+32-25$

$=9+\frac{3}{4}$

$=9.75$

74. 정답 ③

두 주사위의 눈의 수의 차가 3보다 크거나 같은 경우는 모두 12가지이므로 1번의 시행에서 A가 점수를 얻을 확률은 $\frac{24}{36}=\frac{2}{3}$ 이고 B가 점수를 얻을 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다.

따라서 15회 시행에서 A가 얻는 점수의 합을 확률변수 X라고 하면 X는 이항분포 $B\left(15, \frac{2}{3}\right)$를 따른다.

$\therefore\ E(X)=15\times\frac{2}{3}=10$

한편 15회 시행에서 B가 얻는 점수의 합을

확률변수 Y라고 하면 Y는 이항분포 $B\left(15, \frac{1}{3}\right)$를 따르므로

$E(Y)=15\times\frac{1}{3}=5$

따라서 두 기댓값의 차는 5이다.

75. 정답 ①

[출제의도] 이산확률변수의 평균 구하기

$a=\frac{5}{36},\ b=\frac{1}{4}$이므로 $\mathrm{E}(X)=\frac{35}{12}$이다.

$\therefore\ \mathrm{E}(Y)=12\mathrm{E}(X)+5=40$

76. 정답 ①

$E(X)=-2\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}=0$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=(-2)^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$\therefore\ \sigma(X)=\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

$\therefore\ \sigma(\overline{X})=\frac{\sigma(X)}{\sqrt{16}}=\frac{\sqrt{6}}{8}$

77. 정답:380

[출제의도] 수열의 성질과 이산확률분포의 성질을 이용하여 기댓값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

수열 $\{p_n\}$은 등차수열이므로

$p_1+p_2+p_3+p_4+p_5=1$에서 $p_1+p_5=\frac{2}{5}$

$p_5-p_1=\frac{8}{25}$에서 $p_1=\frac{1}{25},\ p_5=\frac{9}{25}$

$\mathrm{E}(100X)=100\left(\frac{1}{25}+\frac{6}{25}+\frac{15}{25}+\frac{28}{25}+\frac{45}{25}\right)=380$

78. 정답 ④

모든 확률의 합이 1 이므로 $p+\frac{1}{4}+q+\frac{1}{12}=1$

$\therefore\ p+q=\dfrac{2}{3}$

$E(X)=\dfrac{1}{4}+2q+\dfrac{1}{4}=2q+\dfrac{1}{2}$,

$V(X)=\dfrac{1}{4}+4q+\dfrac{3}{4}-(2q+\dfrac{1}{2})^2=1$

$\Leftrightarrow 4q-(2q+\dfrac{1}{2})^2=0 \Leftrightarrow 16q^2-8q+1=(4q-1)^2=0$

$\therefore\ q=\dfrac{1}{4}$, $p=\dfrac{5}{12}$

$\therefore\ 3p+q=3\times\dfrac{5}{12}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{2}$

79. 정답: 55

[출제의도] 이항분포의 분산을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

10 이하의 음이 아닌 정수를 확률변수 X라 하면

$f(r)={}_{10}\mathrm{C}_r\left(\dfrac{1}{2}\right)^{10}=\mathrm{P}(X=r)$이므로

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(10,\ \dfrac{1}{2}\right)$을 따른다.

$\mathrm{E}(X)=10\times\dfrac{1}{2}=5$, $\mathrm{V}(X)=10\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{2}$

$\therefore 2\sum_{r=0}^{10}r^2f(r)=2\mathrm{E}(X^2)=2[\mathrm{V}(X)+\{\mathrm{E}(X)\}^2]=55$

80. 정답 ④

ㄱ. $G(3)=\mathrm{P}(\mathrm{X}>3)=1-\mathrm{P}(0\leqq \mathrm{X}\leqq 3)$

$=1-F(3)$ $\therefore$ 참

ㄴ. $\mathrm{P}(3\leqq \mathrm{X}\leqq 8)=\mathrm{P}(0\leqq \mathrm{X}\leqq 8)-\mathrm{P}(0\leqq \mathrm{X}\leqq 2)$

$=F(8)-F(2)$ $\therefore$ 거짓

ㄷ. $\mathrm{P}(3\leqq \mathrm{X}\leqq 8)=\mathrm{P}(0\leqq \mathrm{X}\leqq 8)-\mathrm{P}(0\leqq \mathrm{X}\leqq 2)$

$=(1-\mathrm{P}(\mathrm{X}>8))$

$-(1-\mathrm{P}(\mathrm{X}>2))$

$=1-G(8)-1+G(2)$

$=G(2)-G(8)$ $\therefore$ 참

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

81. 정답: ③

[출제의도] 역행렬과 수열의 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{2^n+3^n}=0$ (참)

ㄴ. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n+3^n}{2^{n+1}+3^{n+1}}=\dfrac{1}{3}$ (거짓)

ㄷ. $\dfrac{2}{3^n+3^n}<a_n<\dfrac{2}{2^n+2^n}$ (참)

82. 정답 ①

X는 이항분포 B(n, p)를 따른다.

$\mathrm{E}(X)=np=1$

$\mathrm{V}(X)=np(1-p)=\dfrac{9}{10}$

$\therefore\ 1-p=\dfrac{9}{10}$

$\therefore\ p=\dfrac{1}{10},\quad n=10$

$\therefore \mathrm{P}(X<2)=\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)$

$={}_{10}\mathrm{C}_0\left(\dfrac{9}{10}\right)^{10}+{}_{10}\mathrm{C}_1\left(\dfrac{1}{10}\right)\left(\dfrac{9}{10}\right)^9$

$=\dfrac{19}{10}\times\left(\dfrac{9}{10}\right)^9$

83. 정답 ②

[출제의도] 독립시행의 확률과 이항정리를 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$P(k)={}_{100}\mathrm{C}_k\left(\dfrac{1}{3}\right)^k\left(\dfrac{2}{3}\right)^{100-k}(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 100)$

$\sum_{k=1}^{50}\{P(2k-1)-P(2k)\}$

$=\{P(1)-P(2)\}+\{P(3)-P(4)\}+\ \cdots\ +\{P(99)-P(100)\}$

$={}_{100}\mathrm{C}_1\left(\dfrac{1}{3}\right)\left(\dfrac{2}{3}\right)^{99}-{}_{100}\mathrm{C}_2\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\left(\dfrac{2}{3}\right)^{98}+{}_{100}\mathrm{C}_3\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\left(\dfrac{2}{3}\right)^{97}$

$-\cdots+{}_{100}\mathrm{C}_{99}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{99}\left(\dfrac{2}{3}\right)-{}_{100}\mathrm{C}_{100}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{100}$

$=-\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{2}{3}\right)^{100}+\left(\dfrac{2}{3}\right)^{100}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^{100}-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{100}$

84. 정답 20

$\left(\dfrac{1}{10}-p\right)+\left(\dfrac{1}{10}+p\right)+\left(\dfrac{1}{10}-p\right)+\ldots+\left(\dfrac{1}{10}+p\right)=1$이므로

$\dfrac{2n}{10}=1$ 따라서 $n=5$

확률변수 X의 기댓값이 $\dfrac{23}{4}$이므로

$\mathrm{E}(X)=1\left(\dfrac{1}{10}-p\right)+2\left(\dfrac{1}{10}+p\right)+\ldots+10\left(\dfrac{1}{10}+p\right)$

$=\dfrac{1}{10}(1+2+\ldots+10)+(-p+2p-\ldots+10p)$

$=\dfrac{55}{10}+5p=\dfrac{23}{4}$

따라서 $p=\dfrac{1}{20}$이므로 $\dfrac{1}{p}=20$

85. 정답 32

확률변수 X의 확률분포를 구하면

X	1	3	5	7	계
$P(X=x)$	$\frac{{}_4C_3}{{}_7C_3}$	$\frac{{}_4C_2\cdot{}_3C_1}{{}_7C_3}$	$\frac{{}_4C_1\cdot{}_3C_2}{{}_7C_3}$	$\frac{{}_3C_3}{{}_7C_3}$	1

$\therefore\ E(X)=1\cdot\frac{4}{35}+3\cdot\frac{18}{35}+5\cdot\frac{12}{35}+7\cdot\frac{1}{35}=\frac{25}{7}$

따라서 $m+n=32$

86. 정답 ②

[출제의도] 이항분포를 따르는 확률변수의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(30,\ \frac{1}{6}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(X)=\sum_{r=0}^{30} r\mathrm{P}(X=r)=30\times\frac{1}{6}=5$

$\therefore\ \sum_{r=3}^{30} r\mathrm{P}(X=r)=5-0.025-0.146=4.829$

87. 정답 37

확률밀도함수 $f(x)=\frac{1}{2}x\ (0\le x\le 2)$에 대하여 사건 A가

일어날 확률 $P(0\le x\le 1)=\frac{1}{4}$로 일정하므로

3회의 독립시행에서 사건 A가 2회 이상 일어날 확률은

${}_3C_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)+{}_3C_3\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{9}{64}+\frac{1}{64}=\frac{5}{32}$

$\therefore\ p+q=37$

88. 정답 110

[출제의도] 확률변수에서 시행횟수를 충분히 크게 했을 때를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

X는 $B\left(n,\ \frac{1}{2}\right)$에 따른다. n이 충분히 크기 때문에 X는

정규분포 $N\left(\frac{n}{2},\ \left(\frac{\sqrt{n}}{2}\right)^2\right)$에 따른다.

$|X-\frac{n}{2}|\leqq\frac{21}{2}$,

$\frac{n}{2}-\frac{21}{2}\leqq X\leqq\frac{n}{2}+\frac{21}{2}$

$-\frac{21}{\sqrt{n}}\leqq\frac{X-\frac{n}{2}}{\frac{\sqrt{n}}{2}}\leqq\frac{21}{\sqrt{n}}$

$\therefore\ -\frac{21}{\sqrt{n}}\leqq z\leqq\frac{21}{\sqrt{n}}$ ($\because Z$는 표준정규분포 $N(0,\ 1^2)$에 따른다.) $n\leqq\frac{441}{4}=110.25$

89. 정답 ③

확률변수 X는 이항분포 $B\left(n,\ \frac{1}{6}\right)$를 따른다.

$20\times{}_nC_n\left(\frac{1}{6}\right)^n\left(\frac{5}{6}\right)^0={}_nC_{n-1}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}\left(\frac{5}{6}\right)^1$

따라서, $n=4$

$B\left(4,\ \frac{1}{6}\right)$에서 $E(X)=\frac{2}{3}$, $V(X)=\frac{5}{9}$

$\therefore E(X^2)=V(X)+\{\mathrm{E}(\mathrm{X})\}^2$

$\therefore\frac{5}{9}+\frac{4}{9}=1$

90.정답 ②

[출제의도] 확률밀도함수의 정의를 알고 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$0\leq x\leq 2$에서 $f(x)=kx$의 그래프와 x축 사이의 넓이가

1이어야 하므로 $2k=1$ $\therefore\ k=\frac{1}{2}$

$\therefore\ \mathrm{P}(0\leqq \mathrm{X}\leqq \mathrm{k})=\mathrm{P}(0\leqq \mathrm{X}\leqq\frac{1}{2})=\frac{1}{16}$

91. 정답:25

$\frac{1}{2}=P(a\le X\le 2)=(b-a)k$ $\therefore (b-a)k=\frac{1}{2}\cdots\cdots$ ①

$1=P(0\le X\le 2)=\frac{1}{2}ak+(b-a)k+\frac{1}{2}(2-b)k$에서

$(b-a+2)k=2$ ⋯⋯ ②

①,②을 연립하여 풀면 $k=\frac{3}{4}=\frac{q}{p}$ $\quad\therefore p^2+q^2=9+16=25$

92. 정답 ④

확률의 총합이 1이므로

$p_1+p_2+p_3=1$ ...... ㉠

$p_1,\ p_2,\ p_3$이 순서대로 등차수열을 이루므로

$p_1+p_3=2p_2$ ...... ㉡

㉠, ㉡에서 $p_2=\frac{1}{3}$

$p_2=\mathrm{P}(\mathrm{a}<\mathrm{x}\leqq\mathrm{b})=\frac{1}{4}(\mathrm{b}^2-\mathrm{a}^2)=\frac{1}{3}$이고 $a+b=\frac{4}{3}$이므로

$b-a=1$

$\therefore\ b=\frac{7}{6}$

93. 정답 ③

[출제의도] 정규분포의 성질 이해하기

[해설] ㄱ. $f(12)=\mathrm{P}(4\le X\le 12)$

$=\mathrm{P}(28\le X\le 36)=f(36)$ (참)

ㄴ. $f(k)$가 최대일 때,

$\frac{(k-8)+k}{2}=20$이므로 $k=24$이다. (참)

ㄷ. $f(k)$는 $k=24$에 대하여 대칭이다.
$f(k)=f(24-k)$는 $k=12$에 대하여 대칭임을 의미한다.
(거짓)

94. 정답 ②

[출제의도] 정규분포의 확률밀도함수 이해하기

$f(100-x)=f(100+x)$이므로 $f(x)$는
$x=100$에 대하여 대칭이다. $\therefore m=100$

$\mathrm{P}(100 \leq X \leq 108)=\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2)=0.4772$ $\frac{108-100}{\sigma}=2$

$\therefore \sigma=4$

$\mathrm{P}(94 \leq X \leq 110)=\mathrm{P}(-1.5 \leq Z \leq 2.5)=0.9270$

95. 정답 64

[출제의도] 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

한 학생의 통학 시간을 확률변수 X라 하면

$p_1=\mathrm{P}(X \geq 35)=\mathrm{P}\left(Z \geq \frac{35-25}{5}\right)=0.02$

따라서 2500명 중 통학 시간이 35분 이상인 학생의 수를 확률변수 Y라 하면 Y는 이항분포 $\mathrm{B}(2500, 0.02)$를 따르므로 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(50, 7^2)$을 따른다.

이때, $p_2=\mathrm{P}(Y \geq n)=\mathrm{P}\left(Z \geq \frac{n-50}{7}\right)=\mathrm{P}(Z \geq 2)$이어야

하므로 $\frac{n-50}{7}=2$이다.

$\therefore n=64$

96. 정답: ③

[출제의도] 이항분포에서의 확률을 정규분포에서의 확률을 이용하여 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

i) 한 번의 시행에서 5가 쓰여 있는 카드가 한 번도 나오지 않으면 세 수의 합이 9이하이고, 이때의 확률은 $\frac{{}_5C_3}{{}_{10}C_3}=\frac{1}{12}$

ii) 5가 쓰여 있는 카드가 한 번 나오면 2가 쓰여 있는 카드가 2번 나올 때만 세 수의 합이 9이하이고, 이때의 확률은 $\frac{{}_2C_2 \times {}_5C_1}{{}_{10}C_3}=\frac{1}{24}$

따라서, 한 번의 시행에서 세 숫자의 합이 9이하일 확률은

$\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{1}{8}$

한편, 세 숫자의 합을 확률변수 X로 하는 확률분포는

이항분포 $B\left(448,\ \frac{1}{8}\right)$을 따른다. 그러므로 X는 근사적으로

정규분포 $N(56,\ 7^2)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$P(49 \leq X \leq 70)=P\left(\frac{49-56}{7} \leq Z \leq \frac{70-56}{7}\right)$

$=P(-1 \leq Z \leq 2)=0.3413+0.4772=0.8185$

97. 정답 ④

확률변수 X, Y는 각각 정규분포 $N(0, a^2)$, $N(0, b^2)$을

따르므로 각각 $Z=\frac{X}{a}$, $Z=\frac{Y}{b}$로 표준화하면 모두

표준정규분포를 따른다.

ㄱ. 확률변수 X의 평균은 0이므로
$P(1 \leqq X \leqq 2) > P(2 \leqq X \leqq 3)$ (거짓)

ㄴ. $P(-a \leqq X \leqq 0)=P(-1 \leqq Z \leqq 0)=P(0 \leqq Z \leqq 1)$
$P(0 \leqq Y \leqq b)=P(0 \leqq Y \leqq 1)$
$\therefore P(-a \leqq X \leqq 0)=P(0 \leqq Y \leqq 1)$ (참)

ㄷ. $P(-1 \leqq X \leqq 1)=2P(0 \leqq X \leqq 1)$

$=2P\left(0 \leqq Z \leqq \frac{1}{a}\right)$

$P(-2 \leqq Y \leqq 2)=2P(0 \leqq Y \leqq 2)=2P\left(0 \leqq Z \leqq \frac{2}{b}\right)$

따라서, $\frac{1}{a}=\frac{2}{b}$에서 $b=2a$ (참)

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

98. 정답 ③

세 확률변수 X, Y, W는 각각 정규분포
$N(20, 4^2)$, $N(45, 6^2)$, $N(80, 8^2)$을 따른다.
또, 확률변수 Z가 표준정규분포를 따른다고 하자.

ㄱ. $P\left(\left|\frac{X-20}{100}\right| < \frac{1}{10}\right)=P\left(\left|\frac{X-20}{4}\right| < \frac{25}{10}\right)=P(|Z| < 2.5)$

$P\left(\left|\frac{W-80}{400}\right| < \frac{1}{10}\right)=P\left(\left|\frac{W-80}{8}\right| < \frac{50}{10}\right)=P(|Z| < 5)$

$\therefore P\left(\left|\frac{X-20}{100}\right| < \frac{1}{10}\right) < P\left(\left|\frac{W-80}{400}\right| < \frac{1}{10}\right)$ (참)

ㄴ. $P\left(\left|\frac{Y-40}{225}\right| < \frac{1}{25}\right)=P\left(\left|\frac{Y-40}{6}\right| < \frac{225}{6 \cdot 25}\right)=P(|Z| < 1.5)$

$\therefore P\left(\left|\frac{X-20}{100}\right| < \frac{1}{10}\right) > P\left(\left|\frac{Y-40}{225}\right| < \frac{1}{25}\right)$ (거짓)

ㄷ. $P\left(\left|\frac{W-80}{400}\right| < \frac{1}{25}\right)=P\left(\left|\frac{W-80}{8}\right| < \frac{50}{25}\right)=P(|Z| < 2)$

$\therefore P\left(\left|\frac{Y-40}{225}\right| < \frac{1}{25}\right) < P\left(\left|\frac{W-80}{8}\right| < \frac{50}{25}\right)$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

99. 정답 89

신입사원 전체의 연수점수는 정규분포 $N(83, 5^2)$을 따르고

300명의 상위 36명은 $\frac{36}{300} \times 100=12\%$ 이므로 전체에서

상위 12% 안에 드는 최소점수를 a라 하면

$P(X \geqq a)=P\left(Z \geqq \frac{a-83}{5}\right)=0.12$

따라서 $P\left(0 \leq Z \leq \dfrac{a-83}{5}\right) = 0.38$ 이므로 주어진 표에서

$\dfrac{a-83}{5} = 1.2$

$\therefore\ a = 83 + 5 \times 1.2 = 89$

100. 정답 ③

X는 정규분포 $\mathrm{N}(8,\ 2^2)$을 따르고 화살 한 발을 쏘아 8점을 득점할 확률은 $\mathrm{P}(8 < X \leq 12)$이므로

$\mathrm{P}(8 < X \leq 12) = \mathrm{P}\left(\dfrac{8-8}{2} < Z \leq \dfrac{12-8}{2}\right) = \mathrm{P}(0 < Z \leq 2)$

$= 0.4772$

화살을 쏘았을 때 득점하는 사건은 독립이므로

12발 쏘았을 때, 8점을 득점한 화살의 수 Y의 기댓값

$\mathrm{E}(Y) = np = 12 \times 0.4772 = 5.7264$

101. 정답 62

과자의 무게를 확률변수 X라 하면

$P(X \leq 15.25) = P\left(\dfrac{X-16}{0.3} \leq \dfrac{15.25-16}{0.3}\right)$

$= P(Z \leq -2.5)$

$= 0.5 - 0.4938 = 0.0062$

$\therefore\ 10000 \times 0.0062 = 62$

102. 정답 ④

[출제의도] 이항분포와 정규분포의 관계를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$\displaystyle\sum_{k=351}^{369} {}_{400}\mathrm{C}_k \left(\frac{9}{10}\right)^k \left(\frac{1}{10}\right)^{400-k}$ 의 값은 확률변수 X가

이항분포 $\mathrm{B}\left(400,\ \dfrac{9}{10}\right)$를 따를 때 확률 $\mathrm{P}(351 \leq X \leq 369)$와 같다.

$\mathrm{E}(X) = 400 \cdot \dfrac{9}{10} = 360,\ \ \mathrm{V}(X) = 400 \cdot \dfrac{9}{10} \cdot \dfrac{1}{10} = 36$ 이고,

시행 횟수 400이 충분히 크므로 확률변수 X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(360,\ 6^2)$을 따른다.

$\mathrm{P}(351 \leq X \leq 369) = \mathrm{P}\left(\dfrac{351-360}{6} \leq Z \leq \dfrac{369-360}{6}\right)$

$= \mathrm{P}(-1.5 \leq Z \leq 1.5)$

$= 2\,\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1.5)$

$= 2 \times 0.4332 = 0.8664$

103. 정답 ④

[출제의도] 표본평균의 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

제품 A의 무게를 확률변수 X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(120,\ 10^2)$을 따르므로

$p_1 = \mathrm{P}(X \geq 130) = \mathrm{P}\left(Z \geq \dfrac{130-120}{10}\right)$

$= \mathrm{P}(Z \geq 1) = 0.5 - \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1) = 0.1587$

한편, 크기가 4인 표본의 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(120,\ 5^2)$을 따르므로

$p_2 = \mathrm{P}(\overline{X} \geq 130) = \mathrm{P}\left(Z \geq \dfrac{130-120}{5}\right)$

$= \mathrm{P}(Z \geq 2) = 0.5 - \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2) = 0.0228$

$\therefore\ p_1 - p_2 = 0.1359$

104. 정답 ⑤

[출제의도] 이항분포를 따르는 확률변수를 설정하고 이항분포와 정규분포사이의 관계를 이용하여 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

180번의 독립시행에서 당첨금으로 900원을 받는 횟수를 X, 100원을 손해 보는 횟수를 Y라 하자. 이때, 당첨금으로 22000원 이상을 받게 되려면 $\begin{cases} X+Y=180 \\ 900X-100Y \geq 22000 \end{cases}$ 이 성립해야 한다.

즉 $x \geq 40$

여기서 확률변수 X의 분포가 이항분포 $\mathrm{B}\left(180,\ \dfrac{1}{6}\right)$를 따르고 구하고자 하는 확률은 $\mathrm{P}(\mathrm{X} \geq 40)$이다.

$\mathrm{E}(X) = 180 \times \dfrac{1}{6} = 30$, $\mathrm{V}(X) = 180 \times \dfrac{1}{6} \times \dfrac{5}{6} = 5^2$

이고 $n = 180$은 충분히 크므로 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(30,\ 5^2)$을 근사적으로 따른다.

따라서

$\mathrm{P}(\mathrm{X} \geq 40) = \mathrm{P}\left(\mathrm{Z} \geq \dfrac{40-30}{3}\right) = 0.5 - 0.4772 = 0.0228$

105. 정답 ③

$H(t) = P\left(\dfrac{X-20}{t} \leq \dfrac{15-20}{t}\right) = P\left(z \leq \dfrac{-5}{t}\right)$

ㄱ. $H(2.5) = P\left(z \leq \dfrac{-5}{2.5}\right) = P(z \leq -2) = P(z \geq 2)$이므로 참이다.

ㄴ. $H(2) = P(z \leq -2.5)$ 이므로 $\therefore H(2) < H(2.5)$ 참

ㄷ. $H(5) = P(z \leq -1) = 0.5 - P(0 \leq z \leq 1) = 0.1587$

$5H(2) < 5H(2.5) = 5 \times P(z \leq -2)$

$= 5 \times (0.5 - P(0 \leq z \leq 2)) = 5 \times 0.0228 = 0.1140$ 거짓

106. 정답 ②

[출제의도] 모평균의 신뢰구간을 추정할 수 있는가를 묻는 문제이다.

구하는 모평균 m의 신뢰구간은

$\overline{X} - 1.96 \cdot \dfrac{16}{\sqrt{1600}} \leq m \leq \overline{X} + 1.96 \cdot \dfrac{16}{\sqrt{1600}}$

$\therefore\ \beta - \alpha = 2 \times 1.96 \dfrac{16}{\sqrt{1600}} = 1.568$

107. 정답 ⑤

[출제의도] 정규분포를 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.

수험생의 점수를 확률변수 X라 하면, X는 정규분포 $\mathrm{N}(156,\ 20^2)$을 따른다.

합격하기 위한 최저 점수를 k(점)이라 하면

$\mathrm{P}(X \geq k) = \mathrm{P}\left(Z \geq \frac{k-156}{20}\right) = \frac{200}{1000} = 0.2$

$\mathrm{P}\left(0 \leq Z \leq \frac{k-156}{20}\right) = 0.3$

$\frac{k-156}{20} = 0.84$

$\therefore k = 172.8$

108. 정답 ③

반등 시간을 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $N(m, 1^2)$을 따른다.

따라서 $P(X < 2.93) = 0.1003$ 이므로

$P(X < 2.93)$

$= P(Z < \frac{2.93 - m}{1})$

$= P(Z > m - 2.93)$

$= 0.5 - P(0 \leqq Z \leqq m - 2.93) = 0.1003$

$P(0 \leqq Z \leqq m - 2.93) = 0.3997$

즉, $m - 2.93 = 1.28$ 이므로 $m = 4.21$

109. 정답 ④

[출제 의도] 모평균에 대한 신뢰구간의 길이 구하기

$\mathrm{P}(-z \leq Z \leq z) = 0.796$ 인 z의 값은 1.27이므로

$l = 2 \times 1.27 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

따라서, 신뢰구간의 길이가 $2l$이면

$2l = 2 \times 2.54 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\therefore\ \mathrm{P}(-2{,}54 \leq Z \leq 2.54) = 2\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2.45)$

$= 2 \times 0.4945 = 0.989$

$\therefore\ \sigma = 98.9$

110. 정답 ③

[출제의도] 확률변수에 따른 확률분포 추론하기

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(60,\ 5^2)$ 을 따르므로 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(60,\ 0.1^2)$을 따른다. 또한, 불량품으로 판정될 확률은

$\mathrm{P}(X \leqq 50) = \mathrm{P}(Z \leqq -2) = 0.02$

이므로 확률변수 Y는 이항분포 $\mathrm{B}(2500,\ 0.02)$를 따르고, 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(50,\ 7^2)$을 따른다.

ㄱ. $\mathrm{P}(\overline{X} \geqq 60) = \frac{1}{2}$ $\therefore$ 참

ㄴ. $\mathrm{P}(Y \geqq 57) = \mathrm{P}(Z \geqq 1) = 0.16$

$\mathrm{P}(\overline{X} \leqq 59.9) = \mathrm{P}(Z \leqq -1) = 0.16$ $\therefore$ 참

ㄷ.

$\mathrm{P}(60 - k \leqq X \leqq 60 + k) = \mathrm{P}(-\frac{k}{5} \leqq Z \leqq \frac{k}{5})$

$\mathrm{P}(60 - k \leqq \overline{X} \leqq 60 + k) = \mathrm{P}(-\frac{k}{0.1} \leqq Z \leqq \frac{k}{0.1})$

$\mathrm{P}(60 - k \leqq X \leqq 60 + k) < \mathrm{P}(60 - k \leqq \overline{X} \leqq 60 + k)$

$\therefore$ 거짓

111. 정답 ②

$f(x) = f(100 - x)$는 확률밀도함수 $f(x)$가 $x = 50$에 대하여 대칭임을 뜻한다. 따라서 확률변수 X의 평균 $m = 50$임을 알 수 있다. 모집단이 정규분포 $N(50, 10^2)$을 이루므로 크기 25인 표본의 표본평균 $\overline{X}$의 분포는 정규분포 $N(50,\ 2^2)$을 따른다.

$P(44 \leqq \overline{X} \leqq 48) = P(m - 3\sigma \leqq \overline{X} \leqq m - \sigma)$

$= P(m - 3\sigma \leqq \overline{X} \leqq m) - P(m - \sigma \leqq \overline{X} \leqq m)$

$= \frac{1}{2}(0.9974 - 0.6826)$

$= 0.1574$

112. 정답 ③

$E(\overline{X}) = m = 355$, $\sigma(\overline{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5}{\sqrt{100}} = 0.5$

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N(355, 0.5^2)$을 따른다.

따라서, $Z = \frac{\overline{X} - 355}{0.5}$ 이므로,

$P(354 \leqq \overline{X} \leqq 355.5) = P(-2 \leqq Z \leqq 1)$

$= P(0 \leqq Z \leqq 2) + P(0 \leqq Z \leqq 1)$

$= 0.8185$

113. 정답 ⑤

과자 A의 무게가 정규분포 $N(800, 14^2)$를 따르므로

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(800, \left(\frac{14}{\sqrt{49}}\right)^2\right)$를 따른다.

따라서, $P(\overline{X} < c) = 0.02$ 에서 $P\left(Z < \frac{c - 800}{2}\right) = 0.02$

이므로

$P\left(Z > \frac{800 - c}{2}\right) = 0.02$

즉, $P\left(0 \leqq Z \leqq \frac{800 - c}{2}\right) = 0.48$ 이므로 주어진 표에서

$\frac{800 - c}{2} = 2.05$

$\therefore\ c = 800 - 2 \times 2.05 = 795.9$

114. 정답 ④

비누 1개의 무게에 대한 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따른다고 하면 비누를 4개씩 묶은 제품의 무게의 평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(\mathrm{m},\ \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2\right)$을 따른다. 따라서

$P(\overline{X}<100)=0.001$이므로

$$\mathrm{P}(\overline{X}<100)=\mathrm{P}\left(Z<\frac{100-m}{\frac{\sigma}{2}}\right)=\mathrm{P}\left(Z<\frac{2(100-m)}{\sigma}\right)$$

$$=0.5-P\left(0<Z\leq\frac{2(100-m)}{\sigma}\right)=0.001 \text{ 이다.}$$

따라서 $\mathrm{P}\left(0<Z<-\frac{2(100-m)}{\sigma}\right)=0.499$이므로

$-\frac{2(100-m)}{\sigma}=3$이다. 즉, $\frac{100-m}{\sigma}=-1.5$이다.

그러므로 비누 1개를 검사했을 때 불량품으로 판정될 확률은 다음과 같다.

$$P(X<100)=P\left(Z\leq\frac{100-m}{\sigma}\right)=P(Z<-1.5)$$

$$=0.5-P(0<Z<1.5)=0.5-0.433=0.067$$

따라서 구하는 확률은 0.067이다.

115.정답 ②

A상자는 정규분포 $N(16,6^2)$을 따르고 표본의 크기 16인 표본평균의 분포는 $N(16,\left(\frac{3}{2}\right)^2)$이므로 A상자가 할인이 되려면

$$P(\overline{X}<12.7)=P\left(\frac{\overline{X}-16}{\frac{3}{2}}<\frac{12.7-16}{\frac{3}{2}}\right)$$

$P(\overline{z}<-2.2)=0.5-P(0\leq z\leq 2.2)=0.5-0.4861=0.0139$

같은 방법으로 B상자에서 표본의 크기가 16인 표본평균의 분포는 $N(10,\left(\frac{3}{2}\right)^2)$을 따르므로

$$P(\overline{X}\geq 12.7)=P\left(\frac{\overline{X}-10}{\frac{3}{2}}\geq\frac{12.7-10}{\frac{3}{2}}\right)$$

$=P(\overline{z}\geq 1.8)=0.5-P(0\leq z\leq 1.8)=0.0359$

$\therefore p+q=0.0498$

116. 정답 ②

(i) (앞, 뒤, 앞) 또는 (뒤, 앞, 뒤)가 나올 확률은

$P(X=0)=2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(ii) (앞, 앞, 뒤) 또는 (앞, 뒤, 뒤) 또는 (뒤, 뒤, 앞) 또는 (뒤, 앞, 앞)이 나올 확률은

$P(X=1)=4\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

(iii) (앞, 앞, 앞) 또는 (뒤, 뒤, 뒤)가 나올 확률은

$P(X=3)=2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

따라서 확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	3	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

이 때, $E(X)=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$이므로

$V(X)=E(X^2)-\{(E(X)\}^2$

$=0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{2}+3^2\times\frac{1}{4}-\left(\frac{5}{4}\right)^2$

$=\frac{11}{4}-\frac{25}{16}$

$=\frac{19}{16}$

117. 정답 588

표본비율은 $\hat{p}=\frac{100}{1000}=0.1$이고, 표본비율 $\hat{p}$는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}\left(p,\ \frac{0.1\times 0.9}{1000}\right)$을 따른다. 따라서, 표본의 크기가 n일 때, 모비율 p에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$\left[\hat{p}-1.96\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p}+1.96\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\ \right]$에서

$b-a=2\times 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$ 이다. 따라서

$2\times 1.96\sqrt{\frac{0.1\times 0.9}{n}}\leq 0.002$에서

$\sqrt{n}\geq 588$이므로 $\sqrt{p}=588$이다.

118. 정답 ③

모집단이 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르므로

표본 집단도 정규분포 $\boxed{\mathrm{N}\left(m,\ \frac{\sigma^2}{n}\right)}$을 따른다.

신뢰도를 높이면 신뢰구간이 증가하므로 $d-c$는 $\boxed{b-a}$보다 크다.

또한 신뢰도를 고정하고 표본의 크기를 2배하면 신뢰구간의 길이가 표본의 제곱근에 비례하므로 $\boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}}$배가 된다.

119.[정답] ②

[해설]

$P(0\leq X\leq 2)=\frac{7}{8}$ 이므로

$P(X=-1)=\frac{3-a}{8}=\frac{1}{8}$

$\therefore a=2$

$E(X) = -1\times\frac{1}{8}+0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{5}{8}+2\times\frac{1}{8} = \frac{3}{4}$

120. 정답 ⑤

어떤 고객이 C회사의 제품을 선택할 확률은 $\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$이고,

각각 독립이다.

C회사 제품을 선택할 고객의 수 확률변수 X는 이항분포 $B(192,\ \frac{1}{4})$이다

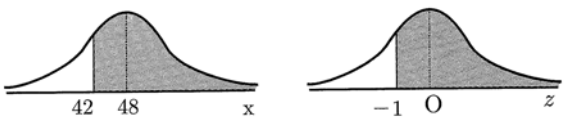
$m=192\times\frac{1}{4}=48$

$\sigma^2=192\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=36$ 이므로

정규분포 $N(48,\ 6^2)$에서 C회사 제품을 선택할 고객이 42명 이상일 확률 $P(X\geqq 42)=P(Z\geqq -1)$

$=0.3413+0.5$

$=0.8413$



121.[정답] 30

[해설]

두 개의 동전이 모두 앞면이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

이므로 확률변수 X는 이항분포 $B\left(10,\ \frac{1}{4}\right)$을 따른다.

이때, $V(X)=10\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{15}{8}$이므로

$V(4X+1)=16\,V(X)=30$

122. 정답 14

$\frac{4}{7}$, a, b가 순서대로 등비수열을 이루므로

$a^2=\frac{4}{7}b$ …①

또, 확률의 합은 1이므로

$\frac{4}{7}+a+b=1$ …②

②에서 $b=\frac{3}{7}-a$를 ①에 대입하여 정리하면

$a^2=\frac{4}{7}\left(\frac{3}{7}-a\right)$

$49a^2+28a-12=0$

$(7a+6)(7a-2)=0$

$\therefore\ a=\frac{2}{7}$ ($\because\ a\geqq 0$), $b=\frac{1}{7}$ ($\because$② 확률의 합이 1)

평균은 $k\cdot\frac{4}{7}+2k\cdot a+4k\cdot b=k\left(\frac{4}{7}+2\cdot\frac{2}{7}+4\cdot\frac{1}{7}\right)=\frac{12k}{7}$

이 때, 평균이 24이므로

$\therefore\ k=14$

123. 정답 105

$E(X)=0\times\frac{2}{10}+1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{2}{10}=\frac{3}{2}$

$V(X)=0^2\times\frac{2}{10}+1^2\times\frac{3}{10}+2^2\times\frac{3}{10}+3^2\times\frac{2}{10}-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{21}{20}$이므로

$V(Y)=V(10X+5)=10^2V(X)$

$=100\times\frac{21}{20}=105$

124.[정답] ②

[해설]

공용 자전거의 1회 이용 시간을 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $N(60,10^2)$을 따른다.

따라서 25회 이용 시간의 평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(60,\ \frac{10^2}{25}\right)$ 즉, $N(60,2^2)$을 따른다. $\therefore P(25\overline{X}\geq 1450)=P(\overline{X}\geq 58)$

$=P\left(Z\geq\frac{58-60}{2}\right)=P(Z\geq -1)$

$=0.5+P(0\leq Z\leq 1)$

$=0.5+0.3413=0.8413$

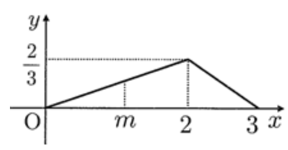
125. 정답 ①

$B\left(100,\ \frac{1}{5}\right)$에서 $\sigma(X)=\sqrt{100\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}}=4$

$\therefore\ \sigma(3X-4)=3\sigma(X)=12$

126. 정답 ④

구간에서 확률밀도함수가



$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3}x\,(0\leqq x\leqq 2)\\ -\frac{2}{3}x+2\,(2\leqq x\leqq 3)\end{cases}$

이므로 $P(2\leqq X\leqq 3)=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

$P(m\leqq X\leqq 2)=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\times m\times\frac{m}{3}=\frac{1}{3}$

$\therefore\ \frac{m^2}{6}=\frac{1}{3},\quad m=\sqrt{2}\quad(\because\ 0<m<2)$

127. 정답 ②

제품의 무게를 확률변수 X라 하면 정규분포 $N(11,\ 2^2)$를 따른다

A가 뽑은 크기 4인 표본의 평균을 $\overline{X}$의 정규분포 $N(11,\ 1^2)$

B가 뽑은 크기 4인 표본의 평균을 $\overline{Y}$의 정규분포 $N(11,\ 1^2)$

$$P(10 \leq \overline{X} \leq 14) = P(10 \leq \overline{Y} \leq 14) = P\left(\frac{10-11}{1} \leq Z \leq \frac{14-11}{1}\right)$$
$$= P(-1 \leq Z \leq 3)$$
$$= P(-1 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 3)$$
$$= 0.3413 + 0.4987$$
$$= 0.84$$

이 때, A, B 두 사람이 각각 독립적인 표본을 임의 추출하였으므로

두 사람이 뽑은 표본의 표본평균이 10이상 14이하일 확률은 모두 0.84로

같고, 두 사건은 서로 독립이다.

따라서 두 표본평균이 모두 10이상 14이하일 확률은

$0.84 \times 0.84 = 0.7056$

128. 정답 ②

세차시간을 확률변수 X라 두면

$X \sim N(30,\ 2^2)$을 따른다.

$$P(X \geq 33) = P\left(Z \geq \frac{33-30}{2}\right)$$
$$= P(Z \geq 1.5)$$
$$= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1.5)$$
$$= 0.5 - 0.4332 = 0.0668$$

129. 정답 ③

신뢰도 95%이므로 신뢰구간은

$\overline{X} - k \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \overline{X} + k \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 에서

$\overline{X} = 245,\ n = 100,\ \sigma = 20,\ k = 1.96$을 대입하면 신뢰구간은

$245 - 1.96 \cdot \dfrac{20}{10} \leq m \leq 245 + 1.96 \cdot \dfrac{20}{10}$

이 된다.

∴ 만족하는 정수는 7개이다.

130.[정답] ②

[해설]

집에서 시장까지의 거리를 확률변수 X라 하면

X는 정규분포 $N(1740,\ 500^2)$을 따른다.

따라서, $P(X \geq 2000)$

$$= P\left(Z \geq \frac{2000-1740}{500}\right)$$
$$= P(Z \geq 0.52) = 0.3$$

여기에서 집에서 시장까지의 거리와 자가용 이용에 관한 표를 만들면

	자가용 이용	자가용 이용 안 함	계
2000m 미만	0.05×0.7	0.95×0.7	0.7
2000m 이상	0.15×0.3	0.85×0.3	0.3
계			1

따라서, $\dfrac{0.05 \times 0.7}{0.05 \times 0.7 + 0.15 \times 0.3} = \dfrac{35}{80} = \dfrac{7}{16}$

131.[정답] ①

[해설] $P(X=-1) + P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 1$ 에서

$$\frac{-a+2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{a+2}{10} + \frac{2a+2}{10} = 1$$

$$\frac{2a+8}{10} = 1 \qquad \therefore a = 1$$

$$E(X) = -1 \times \frac{1}{10} + 0 \times \frac{2}{10} + 1 \times \frac{3}{10} + 2 \times \frac{4}{10} = 1$$

$$E(X^2) = (-1)^2 \times \frac{1}{10} + 0^2 \times \frac{2}{10} + 1^2 \times \frac{3}{10} + 2^2 \times \frac{4}{10} = 2$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 1$$

$$\therefore V(3X+2) = 3^2 \cdot V(X) = 9$$

132. 정답 10

$P(0 \leq X \leq a) = \dfrac{1}{2}ab = 1$

$\therefore ab = 2 \cdots\cdots$ ㉠

(i) $0 < a \leq 4$일 때

$P\left(0 \leq X \leq \dfrac{a}{2}\right) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{a}{2} \cdot \left(\dfrac{b}{2} \cdot \dfrac{a}{2}\right) = \dfrac{b}{2}$

㉠에 의해 $\dfrac{a}{8} = \dfrac{b}{2} \quad \therefore a = 4b$

㉠에서 $4b^2 = 2 \quad \therefore b = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \quad \therefore a = 2\sqrt{2}$

$\therefore a^2 + 4b^2 = 8 + 2 = 10$

(ii) $a > 4$일 때는 부적합하다.

133. 정답 ②

$6x^2 - 5x + 1 = 0$

$(3x-1)(2x-1) = 0$

$x = \dfrac{1}{3}$ 또는 $x = \dfrac{1}{2}$

$P(0 \leq X \leq 1) = \dfrac{1}{3},\ P(0 \leq X \leq 2) = \dfrac{1}{2}$

$P(1 < X \leq 2) = P(0 \leq X \leq 2) - P(0 \leq X \leq 1)$

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

134. 정답 ①

$X\sim N(m,\ 10^2)$

$\mathrm{P}(X\geqq 180)=\mathrm{P}\left(Z\geqq \frac{m}{10}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\geqq 1)$

$\mathrm{P}(X\geqq 177)=0.242$

$\frac{177-m}{10}=0.7$

$177-m=7$

$m=170$

$X\sim N(m,\ 10^2)$

$\mathrm{P}(X\geqq 180)=\mathrm{P}\left(Z\geqq \frac{180-170}{10}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\geqq 1)$

$=0.5-0.3413$

$=0.1587$

135. 정답 12

확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(20,\ \frac{1}{6}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(X)=20\times\frac{1}{6}=\frac{10}{3}$

$\mathrm{V}(X)=20\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{25}{9}$ ……㉠

확률변수 Y는 이항분포 $\mathrm{B}\left(n,\ \frac{1}{2}\right)$을 따르므로

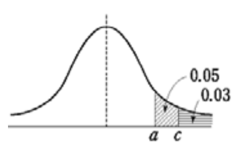
$\mathrm{E}(Y)=\frac{n}{2}$, $\mathrm{V}(Y)=\frac{n}{4}$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{n}{4}\geqq\frac{25}{9}$ $\quad\therefore n\geqq\frac{100}{9}=11.\ldots$

따라서, n의 최솟값은 12이다.

136. 정답 ⑤

ㄱ.

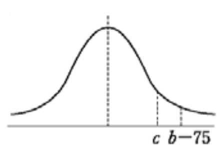


$\mathrm{P}(Z>c)=0.03<0.05=\mathrm{P}(Z>a)$이므로

$c>a$ $\quad\therefore$참

ㄴ. $\mathrm{P}(\overline{X}\leqq c+75)=\mathrm{P}(Z\leqq c)=0.97$ $\quad\therefore$참

ㄷ.



$\mathrm{P}(\overline{X}>b)=\mathrm{P}(Z>b-75)$

$=0.01<0.03=\mathrm{P}(Z>c)$이므로

$b-75>c$ $\quad\therefore$참

따라서, ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

137. 정답 ①

회사에서 생산된 핸드볼 공의 무게를 확률변수X라 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(350,\ 16^2)$을 따른다.

크기 64인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$라 하면

$E(\overline{X})=350$, $V(\overline{X})=\frac{16^2}{64}=2^2$

이므로 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(350,\ 2^2)$을 따른다.

$\therefore$ $\mathrm{P}(\overline{X}\leqq 346$ 또는 $\overline{X}\geqq 355)=\mathrm{P}(\overline{X}\leqq 346)+\mathrm{P}(\overline{X}\geqq 355)$

$=\mathrm{P}\left(Z\leqq\frac{346-350}{2}\right)+\mathrm{P}\left(Z\geqq\frac{355-350}{2}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\leqq -2)+\mathrm{P}(Z\geqq 2.5)$

$=\mathrm{P}(Z\geqq 2)+\mathrm{P}(Z\geqq 2.5)$

$=(0.5-0.4772)+(0.5-0.4938)$

$=0.0228+0.0062$

$=0.0290$

138. 정답 47

사건E가 일어나는 경우의 수는

$m=1$일 때, $n^2\leqq 24$에서 $n=1,2,3,4$의 4가지

$m=2$일 때, $n^2\leqq 21$에서 $n=1,2,3,4$의 4가지

$m=3$일 때, $n^2\leqq 16$에서 $n=1,2,3,4$의 4가지

$m=4$일 때, $n^2\leqq 9$에서 $n=1,2,3$의 3가지

$\therefore$ $\mathrm{P}(E)=\frac{4+4+4+3}{36}=\frac{5}{12}$

따라서, 확률변수X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(12,\ \frac{5}{12}\right)$를 따르므로

$\mathrm{V}(X)=12\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{7}{12}=\frac{35}{12}$

$\therefore$ $p+q=12+35=47$

139. 정답 ③

$P(|X|\leqq a)=P\left(\left|\frac{X-0}{\sigma}\right|\leqq\frac{a-0}{\sigma}\right)=P\left(|Z|\leqq\frac{a}{\sigma}\right)$

$P(|Y|\leqq B)=P\left(\left|\frac{Y-0}{\frac{\sigma}{2}}\right|\leqq\frac{b-0}{\frac{\sigma}{2}}\right)=P\left(|Z|\leqq\frac{2b}{\sigma}\right)$

이므로 $P(|X|\leqq a)=P(|Y|\leqq b)$이면 $a=2b$이다.

ㄱ. $a=2b$이고 $a>0, b>0$이므로 $a>b$ (참)

ㄴ. $P\left(Y>\frac{a}{2}\right)=P\left(\frac{Y-0}{\frac{\sigma}{2}}>\frac{b-0}{\frac{\sigma}{2}}\right)=P\left(Z>\frac{2b}{\sigma}\right)$ (참)

ㄷ. $P(Y>b)=1-P(Y\leqq b)=0.3$이므로

$P(|Y| \leq b) = 1 - P(|Y| > b)$
$= 1 - 2P(Y > b)$
$= 1 - 2 \times 0.3 = 0.4$
$\therefore\ P(|X| \leq a) = P(|Y| \leq b) = 0.4$ (거짓)

140. 정답 ④
$E(\overline{X}) = E(X) = 18$이므로
$E(X) = 10 \cdot \frac{1}{2} + 20a + 30\left(\frac{1}{2} - a\right) = 20 - 10a = 18$
$\therefore\ a = \frac{1}{5}$
크기가 2인 표본을 복원추출할 때, $\overline{X} = 20$인 경우는
10과 30, 20과 20, 30과 10을 추출하는 경우이므로
$\mathrm{P}(\overline{X} = 20) = \mathrm{P}(X = 10) \cdot \mathrm{P}(X = 30) + \mathrm{P}(X = 20) \cdot \mathrm{P}(X = 20)$
$+ \mathrm{P}(X = 30) \cdot \mathrm{P}(X = 10)$
$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{2}$
$= \frac{3}{20} + \frac{1}{25} + \frac{3}{20}$
$= \frac{17}{50}$

141. 정답 ④
$\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(B)$, $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B) = \frac{1}{9}$에서
$\{\mathrm{P}(A)\}^2 = \frac{1}{9}$
$\therefore\ \mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(B) = \frac{1}{3}$
따라서 두 사건 A와 B가 배반사건이므로
$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

142. 정답 ③
주어진 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$는
$\mathrm{E}(X) = 0 \times \frac{2}{7} + 1 \times \frac{3}{7} + 2 \times \frac{2}{7} = 1$
이므로 X의 분산 $\mathrm{V}(X)$는
$\mathrm{V}(X) = 0^2 \times \frac{2}{7} + 1^2 \times \frac{3}{7} + 2^2 \times \frac{2}{7} - 1^2 = \frac{3}{7} + \frac{8}{7} - 1 = \frac{4}{7}$
따라서 확률변수 $7X$의 분산 $\mathrm{V}(7X)$는
$\mathrm{V}(7X) = 49\mathrm{V}(X) = 49 \times \frac{4}{7} = 28$

143. 정답 ③
확률변수 X를 그 공장에서 생산되는 병의 내압강도라 놓으면
X는 $\mathrm{N}(\mathrm{m}, \sigma^2)$을 따른다.
$G = 0.8$이면 $0.8 = \frac{m-40}{3\sigma}$이므로 $m = 40 + 2.4\sigma$이다.
임의로 추출된 한 개의 병이 불량품일 확률은
$\mathrm{P}(X < 40)$이므로
$\mathrm{P}(X < 40) = \mathrm{P}\left(Z < \frac{40 - (40 + 2.4\sigma)}{\sigma}\right)$
$= \mathrm{P}(Z < -2.4)$
$= 0.5 - \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2.4)$
$= 0.5 - 0.4918 = 0.0082$

144. 정답 20
확률밀도함수의 정의에 따라
$\frac{1}{2} \times 1 \times a + \frac{1}{2} \times 3 \times 3a = 1$이므로 $a = \frac{1}{5}$
또한, 두 점 $(1, 0)$, $\left(4, \frac{3}{5}\right)$을 지나는 직선의 방정식은
$y = \frac{1}{5}(x-1)$이므로 $x = 2$에서의 함숫값은 $\frac{1}{5}$이다.
$\therefore\ \mathrm{P}(0 \leq X \leq 2) = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$
$\therefore\ 100\mathrm{P}(0 \leq X \leq 2) = 100 \times \frac{1}{5} = 20$

145. 정답 ①
확률변수 X를 '○○뉴스'의 방송시간이라 하면 X는
$\mathrm{N}(50, 2^2)$을 따른다.
크기가 9인 표본을 임의추출하여 조사한 방송시간의 표본평균
$\overline{X}$는 $\mathrm{N}\left(50, \left(\frac{2}{3}\right)^2\right)$을 따른다.
$\therefore\ \mathrm{P}(49 \leq \overline{X} \leq 51)$
$= \mathrm{P}\left(\frac{49-50}{\frac{2}{3}} \leq Z \leq \frac{51-50}{\frac{2}{3}}\right)$
$= \mathrm{P}\left(-\frac{3}{2} \leq Z \leq \frac{3}{2}\right)$
$= 2 \times \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1.5) = 2 \times 0.4332 = 0.8664$

146.[정답] 157
[해설]
n이 충분히 큰 경우 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포
$N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$를 따른다.
$P\left(|\hat{p} - p| \leq 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) = 0.9544$이므로
$\therefore\ \frac{2}{\sqrt{n}} = 0.16$, $\sqrt{n} = \frac{2}{0.16} = \frac{25}{2}$

$n = \frac{625}{4} = 156.\times\times\times$

따라서 n은 157 이상이어야 한다.