수능특강 선별자료 2024 VER.

수학 2

CRYING CHEETAH

CONTENTS

MEMO

1. 함수의 극한

선별 기준

- 숫자를 대입하면 답이 나오는 문제들은 지양하였습니다.
- 함수의 극한에 대한 유제, 예제 수준의 문제들은 지양하였습니다.
- 익숙한 형태의 부정형 극한 문제들은 지양하였습니다.
- Level 2에서 사용된 과정이 포함된 Level 1 문제는 지양하였습니다.
- 모의고사에 나올법한 과정들이 들어가 있는 문제들을 선별하였습니다.

Level 1 3번

1 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to 1} f(x) = -\infty,\ \lim_{x\to 1}\{f(x)+3g(x)\}=4$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-g(x)}{5f(x)+2g(x)}$ 의 값은?

① $\frac{1}{13}$ ② $\frac{2}{13}$ ③ $\frac{3}{13}$ ④ $\frac{4}{13}$ ⑤ $\frac{5}{13}$

Level 1 6번

2 $\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+a}-\sqrt{2a}}=b\ (b\neq 0)$일 때, ab의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $3\sqrt{6}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{6}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{6}$

Level 1 7번

3 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)+x^2}{x-2}=3,\ \lim_{x\to 2}\frac{f(x)-4}{x-2}=a$$

를 만족시킬 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

Level 2 1번

4 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax+2 & (x<1) \\ 0 & (x=1) \\ 2ax^2-5 & (x>1) \end{cases}$$

에 대하여 $\lim_{x\to 1} f(x)$의 값은 존재하지 않고, $\lim_{x\to 1}|f(x)|$의 값은 존재할 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

Level 2 3번

5

자연수 n과 0이 아닌 상수 a에 대하여 $\lim_{x \to 0} \frac{x^n(\sqrt{x+1}-1)}{\sqrt{x^4+16}-4} = a$일 때, $a+n$의 값은?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

Level 2 5번

6

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\lim_{x \to 0} \frac{2x^2f(x)-g(x)}{x^3f(x)+g(x)}$의 값은?

(가) 모든 실수 x에 대하여

$$\{xf(x)\}^2 - f(x)g(x) + g(x) - x^2 = 0$$

이다.

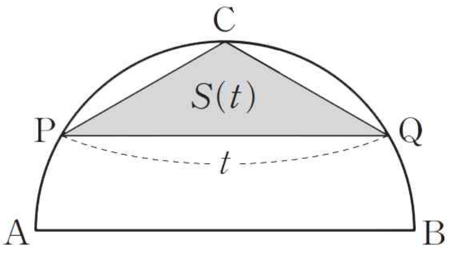
(나) $\lim_{x \to 0} f(x) = 2$

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{2}{3}$　③ 1　④ $\frac{4}{3}$　⑤ $\frac{5}{3}$

Level 2 6번

7

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB를 이등분하는 점을 C라 할 때, 선분 AB와 평행하고 길이가 t $(0 < t < 2)$인 현 PQ에 대하여 삼각형 CPQ의 넓이를 $S(t)$라 하자. $\lim_{t \to 0+} \frac{S(t)}{t^3}$의 값은?



① $\frac{1}{32}$　② $\frac{1}{16}$　③ $\frac{1}{8}$　④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{1}{2}$

Level 2 7번

8 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^3}{4x^2+x}=1$

(나) $\lim_{x\to-1}\frac{f(x)}{(x+1)^k}=m$인 자연수 k $(k\geq 2)$와 상수 m이 존재한다.

$f(m)$의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

Level 3 1번

9 다음 조건을 만족시키는 두 실수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는?

(가) $\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^2-a}=b$

(나) $\lim_{x\to0}\left|\frac{x^3+ax^2+bx}{x^k}\right|=\frac{1}{2}$인 자연수 k가 존재한다.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Level 3 2번

10 이차함수 $f(x)$와 상수 a가

$$\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(0)}{x-2}=a,\ \lim_{x\to0}\frac{2f(x+2)}{f(x)}=\frac{5}{18}a$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$의 최솟값이 $\frac{7}{5}$일 때, $f(5)$의 값을 구하시오.

2. 함수의 연속

선별 기준

- 단순 (좌극한)=(우극한)=(함숫값)을 확인하면 해결되는 문제들을 지양하였습니다.
- 함수의 연속에 대한 유제, 예제 수준의 문제들은 지양하였습니다.
- Level 2에서 사용된 과정이 포함된 Level 1 문제는 지양하였습니다.
- 조건이 문제를 위해 억지스럽게 들어있다고 느껴지는 문제들을 지양하였습니다.
- 모의고사에 나올법한 과정들이 들어가 있는 문제들을 선별하였습니다.

Level 1 4번

1 함수

$$f(x)=\begin{cases}2x-3 & (x<1)\\ 3x-a & (x\geq 1)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 곱은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

Level 1 6번

2 두 함수

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x+3 & (x<2)\\ -x & (x\geq 2)\end{cases},\ g(x)=x^2+ax-8$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 $x=2$에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

Level 1 7번

3 모든 자연수 k에 대하여 두 곡선 $y=x^3+k$, $y=2x^2-2x$는 한 점에서만 만난다. 두 곡선의 교점의 x좌표를 a_k라 할 때, $-2<a_k<-1$이 되도록 하는 자연수 k의 개수는?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

Level 2 2번

4 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고 모든 실수 x에 대하여

$$(x-1)(x-2)f(x)=(x-1)(x^2+ax+b)$$

를 만족시킨다. $f(1)=2$일 때, $f(2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Level 2 4번

5 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x+3)=f(x)$이고, $0 \le x < 3$일 때

$$f(x)=\begin{cases} -x+5 & (0 \le x < 1) \\ \dfrac{ax+b}{x+1} & (1 \le x < 3) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(8)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $\dfrac{11}{3}$ ② 4 ③ $\dfrac{13}{3}$ ④ $\dfrac{14}{3}$ ⑤ 5

Level 2 6번

6 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은?

(가) 함수 $f(x)$의 모든 항의 계수는 정수이다.

(나) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^2}{x}=f(-4)$

(다) 함수 $\dfrac{1}{f(x)}$은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

Level 3 1번

7 실수 전체의 집합에서 연속이고 모든 실수 x에 대하여 $f(x)>0$인 함수 $f(x)$와 $\displaystyle\lim_{x\to1+}g(x)>\lim_{x\to1-}g(x)$인 함수 $g(x)$가 있다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)\times\left\{\displaystyle\lim_{x\to1+}g(x)-\lim_{x\to1-}g(x)\right\}$의 값을 구하시오.

(가) 함수 $|f(x)g(x)|$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

(나) $x<1$일 때 $f(x)g(x)=x^2-2x-80$이고, $x>1$일 때 $\dfrac{g(x)}{f(x)}=3x+1$이다.

Level 3 2번

8

함수

$$f(x)=\begin{cases}|x+2|-1 & (x<-1)\\ |x| & (-1\le x<1)\\ -|x-2|+1 & (x\ge 1)\end{cases}$$

에 대하여 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보기]

ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x=-1$과 $x=1$에서 모두 불연속이다.
ㄴ. 함수 $f(x)\{f(x)+k\}$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 k의 값이 존재한다.
ㄷ. 함수 $f(x)f(x-2)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Level 3 3번

9

함수 $f(x)=\dfrac{ax+b}{x-2}$와 양의 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $|f(x)|=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하고, x에 대한 방정식 $|f(x)|=tx$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 할 때, 두 함수 $g(t)$, $h(t)$가 다음 조건을 만족시킨다

(가) 함수 $g(t)$는 $t=b$에서만 불연속이다.
(나) 함수 $h(t)$는 양의 실수 전체의 집합에서 연속이다.

$f(4)+h(4)=-3$일 때, $f(b)$의 값은? (단, a, b는 상수이고, $2a+b\neq 0$, $b>0$이다.)

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

3. 미분계수와 도함수

선별 기준

- 단순 (좌미분계수)=(우미분계수) 계산 문제는 지양하였습니다.
- 미분계수와 도함수에 대한 유제, 예제 수준의 문제들은 지양하였습니다.
- Level 2에서 사용된 과정이 포함된 Level 1 문제는 지양하였습니다.
- 조건이 문제를 위해 억지스럽게 들어있다고 느껴지는 문제들을 지양하였습니다.
- 모의고사에 나올법한 과정들이 들어가 있는 문제들을 선별하였습니다.

Level 1 8번

1 두 함수 $f(x)=x^2+1$, $g(x)=x^3-2x+3$에 대하여 $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)g(x)-4}{x-1}$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

Level 2 1번

2 함수 $f(x)=|x^2-1|(x+a)$가 $x=1$에서 미분가능하도록 하는 a의 값을 α, $x=-1$에서 미분가능하도록하는 a의 값을 β라 할 때, $\beta-\alpha$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

Level 2 2번

3 상수 a와 두 자연수 m, n에 대하여 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+2mh)-f(a-2nh)}{h}=f(a)\times f'(a)+\lim_{h\to 0}\frac{f(a-2mnh)-14}{h}$$

를 만족시키도록 하는 모든 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오. (단, $f'(a)\neq 0$)

Level 2 3번

4 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(1)$의 값은?

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{\{f(x)\}^2}{3x^2f(x)+f(x^2)}=3$

(나) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=2$

① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

Level 2 5번

5 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(3)$의 값은?

(가) $f'(2)=0$
(나) 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 세 실근 $0,\ 1,\ 2$만을 갖는다.

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

Level 2 8번

6 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(3)=0$
(나) 이차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(1,\ f(1))$에서의 접선의 방정식은 $y=2x$이다.

함수 $g(x)=f(2x)$에 대하여 $g'(-1)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

Level 3 3번

7 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2+2x+2 & (x \le 0) \\ x^2+2 & (x>0) \end{cases}$과 세 정수 $a,\ b,\ k$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le k) \\ f(x-a)+b & (x>k) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b+k$의 최솟값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

MEMO

4. 도함수의 활용(1)

선별 기준

- 단순 미분, 대입 계산 문제는 지양하였습니다.
- 도함수의 활용(1)에 대한 유제, 예제 수준의 문제들은 지양하였습니다.
- Level 2에서 사용된 과정이 포함된 Level 1 문제는 지양하였습니다.
- 조건이 문제를 위해 억지스럽게 들어있다고 느껴지는 문제들을 지양하였습니다.
- 모의고사에 나올법한 과정들이 들어가 있는 문제들을 선별하였습니다.

Level 1 2번

1 곡선 $y=x^3-2x$ 위의 점 $(1,\ -1)$에서의 접선과 평행하고 곡선 $y=x^3-2x+1$에 접하는 직선의 방정식이 $y=ax+b$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 양의 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Level 1 5번

2 함수 $f(x)=-x^3+ax^2+5ax+1$이 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)>f(x_2)$를 만족시키도록 하는 모든 정수 a의 개수는?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

Level 2 3번

3 곡선 $f(x)=x^3-11x+8$위의 점 $\mathrm{P}(2,\ -6)$에서의 접선 l이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중 P가 아닌 점은 $\mathrm{Q}(-4,\ -12)$이다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{R}(\mathrm{a},\ \mathrm{b})$와 접선 l 사이의 거리가 최대일 때, $a+b$의 값은?

(단, $-4<a<2$)

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

Level 2 4번 변형

4 곡선 $f(x)=x^3+x^2$에 $x=t$에서의 접선이 곡선 $g(x)=x^2$에도 접할 때, t의 값은? (단, $t\neq0$)

① $-\frac{8}{9}$ ② $-\frac{7}{9}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{5}{9}$ ⑤ $-\frac{4}{9}$

Level 2 5번

5 실수 a에 대하여 함수 $f(x)=-2x^3+3(a+1)x^2-6ax-3a^2+9a+1$의 극댓값을 $g(a)$라 할 때,

$\lim_{a\to 1-} g'(a)+\lim_{a\to 1+}\dfrac{g'(a)}{a-1}$의 값은?

① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

Level 2 7번

6 세 실수 a, b, c에 대하여 함수 $f(x)=\dfrac{2}{3}x^3+ax^2+bx+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(2)=0$
(나) 함수 $f(x)$는 극값을 갖지 않는다.
(다) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3,\ f(3))$에서의 접선 l은 점 $(0,\ -4)$를 지난다.

$0<t<3$일 때, 직선 $x=t$와 곡선 $y=f(x)$가 만나는 점을 P, 직선 $x=t$와 직선 l이 만나는 점을 Q라 하자. $h(t)=\overline{\mathrm{PQ}}$라 할 때, 함수 $h(t)$의 극댓값은?

① 2 ② $\dfrac{7}{3}$ ③ $\dfrac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\dfrac{10}{3}$

Level 3 1번

7 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값은?

(가) 함수 $y=f(x)$의 그래프는 $x=0$에서 x축에 접한다.
(나) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-2,\ f(-2))$에서 접하고 기울기가 1인 접선이 점 $(2, f(2))$를 지난다.

① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

Level 3 3번 변형

8 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 두 함수 $g(x)$, $h(x)$를

$$g(x)=f(x)\times f'(x),\ h(x)=|g(x)|$$

라 하자. 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 두 실근의 합이 2이고 실수 k에 대하여 함수 $y=h(x)$의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{4}x+k$의 교점의 개수가 5가 되도록 하는 실수 k의 최솟값이 0일 때, $g(5)$의 값은?

Level 3 4번

9 함수 $f(x)=x^4-8x^3+22x^2-24x+9$에 대하여 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보기]

ㄱ. 함수 $f(x)$는 열린구간 $(1,\ 2)$에서 증가한다.

ㄴ. $1<x<2$에서 방정식 $f(x)=\frac{1}{2}$은 적어도 하나의 실근을 갖는다.

ㄷ. 3보다 큰 모든 실수 a에 대하여 $f(a)<f'(a)\times(a-3)$이다.

①ㄱ ②ㄷ ③ㄱ,ㄴ ④ㄴ,ㄷ ⑤ㄱ,ㄴ,ㄷ

Level 3 5번 변형

10 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f(x)가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=\begin{cases} -x^2+x & (0<x<1) \\ -x^2+4x-3 & (1\le x\le 3) \end{cases}$

(나) 모든 양의 실수 x에 대하여 $f(x+3)=f(x)$이다.

양의 실수 m에 대하여 함수 $g(x)=f(x)-mx$라 할 때, 함수 $g(x)$가 $x=\alpha$에서 극대 또는 극소인 모든 실수 α를 작은 수부터 차례대로 나열한 것을 $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3,\ \cdots,\ \alpha_n,\ \cdots$이라 하자. $\alpha_7<6\le\alpha_8$이고 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4+\alpha_5+\alpha_6+\alpha_7=18$일 때, m의 값은?

① $\frac{5}{2}$ ② 2 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

5. 도함수의 활용(2)

선별 기준

- 단순 미분, 대입 계산 문제, 다항함수 미지수 연립 문제는 지양하였습니다.
- 도함수의 활용(2)에 대한 유제, 예제 수준의 문제들은 지양하였습니다.
- Level 2에서 사용된 과정이 포함된 Level 1 문제는 지양하였습니다.
- 조건이 문제를 위해 억지스럽게 들어있다고 느껴지는 문제들을 지양하였습니다.
- 모의고사에 나올법한 과정들이 들어가 있는 문제들을 선별하였습니다.

Level 1 2번

1 닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 함수 $f(x)=2x^3-9x^2+12x+a$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M\times m<0$이 되도록 하는 모든 정수 a의 개수는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

Level 1 5번

2 함수 $f(x)=|x^3-3x|$에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=k$가 서로 다른 네 개의 실근을 갖도록 하는 실수 k의 값을 구하시오.

Level 2 1번

3 자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[-3,\ n]$에서 함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x+1$이 최댓값 5를 갖도록 하는 모든 n의 값의 합은?

① 1 ② 3 ③ 6 ④ 10 ⑤ 15

Level 2 2번

4 자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[-n,\ n]$에서 함수 $f(x)=x^4-4x^2$의 최댓값을 a_n, 최솟값을 b_n이라 하자. $a_nb_n<-100$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 m이라 할 때, a_m-b_m의 값을 구하시오.

Level 2 4번

5 실수 a에 대하여 점 $(1,\ a)$에서 곡선 $y=x^3-x$에 그은 서로 다른 접선의 개수를 $f(a)$라 할 때, 함수 $f(a)$가 불연속이 되도록 하는 모든 a의 값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

Level 2 6번

6 1보다 큰 자연수 n에 대하여 정의역이 $\{x|0<x<3\}$인 함수 $f(x)=\log_n x+\log_{n^2}(3-x)-\frac{1}{2}$이 있다. 정의역의 모든 원소 x에 대하여 $f(x)<0$이 되도록 하는 n의 최솟값을 구하시오.

Level 2 8번

7 정수 m에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t\geq 0)$에서의 위치 $x(t)$가

$$x(t)=\frac{1}{2}t^4-3t^2+(7-m)t$$

이다. 점 P가 시각 $t=0$일 때 원점을 출발한 후, 운동 방향이 두 번 바뀌도록 하는 모든 m의 값의 합은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

Level 3 1번

8 함수 $f(x)=\frac{1}{7}x^3-x^2$과 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t, t+3]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. $0 \le t \le 5$에서 함수 $g(t)$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① $\frac{22}{7}$ ② $\frac{24}{7}$ ③ $\frac{26}{7}$ ④ 4 ⑤ $\frac{30}{7}$

Level 3 2번

9 곡선 $y=ax^3-2x\ (a>0)$과 원 $x^2+y^2=\frac{1}{27}$의 서로 다른 교점의 개수가 6이 되도록 하는 모든 자연수 a의 값의 합을 구하시오.

6. 부정적분과 정적분

선별 기준

- 단순 적분 계산 문제, 다항함수 미지수 연립 문제는 지양하였습니다.
- 부정적분과 정적분에 대한 유제, 예제 수준의 문제들은 지양하였습니다.
- 지저분한 마무리 계산들은 일부 변형하였습니다.
- Level 2에서 사용된 과정이 포함된 Level 1 문제는 지양하였습니다.
- 조건이 문제를 위해 억지스럽게 들어있다고 느껴지는 문제들을 지양하였습니다.
- 모의고사에 나올법한 과정들이 들어가 있는 문제들을 선별하였습니다.

Level 1 2번

1 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2-4x+1$이고 함수 $f(x)$의 극댓값이 $\frac{1}{3}$일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은?

① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{5}{27}$ ④ $\frac{7}{27}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

Level 1 6번 변형

2 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt=4x+\int_1^2 x^2 f(t)dt+a$$

를 만족시킬 때, $f(1)+a$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

Level 1 8번

3 $\int_{-a}^{a}(x^5-2x^3+3x^2-7)dx=-12$를 만족시키는 모든 양수 a의 값의 합은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

Level 2 4번

4 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$를 만족시키고

$$\int_{-3}^{2} f(x)dx=1,\ \int_{2}^{3} f(x)dx=2$$

일 때, $\int_{-2}^{0} f(x)dx$의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

Level 2 6번

5 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)+\int_0^x f(t)dt=x^3+2x+8$$

을 만족시킬 때, $\int_2^3 f(x)dx$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

Level 2 8번

6 다항함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x)=F(x)-2x^3+2x^2$$

이 성립하고, $f(0)=7$이다. $\lim_{h\to0}\frac{1}{h}\int_{1-h}^{1+h} f(t)dt$의 값은?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

Level 3 2번

7 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$가

$$f\left(-\frac{1}{2}\right)>0,\ \int_{-2}^2 f(x)dx=0$$

을 만족시킨다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}0 & (f(x)<0)\\ f(x) & (f(x)\geq 0)\end{cases}$$

이라 할 때, $\int_0^2 g(x)dx=\frac{1}{4}$이다. $f(4)$의 값을 구하시오.

Level 3 4번

8 최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}-f(x) & (f(x)<0)\\ 0 & (f(x)\geq 0)\end{cases}$$

이라 하자. $h(x)=\int_{1}^{x} g(t)dt$일 때, [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보기]

ㄱ. $f(x)=x(x-1)(x-2)$이면 $h(3)=\frac{1}{4}$이다.

ㄴ. $h(2)>0$이면 $\alpha>1$이고 $f(\alpha)=0$인 실수 α가 존재한다.

ㄷ. $f(\alpha)=f(\beta)=0$이고 $\alpha\beta<0$이면 $h(\alpha)h(\beta)\geq 0$이다.

①ㄱ ②ㄷ ③ㄱ,ㄴ ④ㄴ,ㄷ ⑤ㄱ,ㄴ,ㄷ

7. 정적분의 활용

선별 기준

- 단순 적분 계산, 다항함수 미지수 연립 문제는 지양하였습니다.
- 미분계수와 도함수에 대한 유제, 예제 수준의 문제들은 지양하였습니다.
- 비율 관계와 넓이 공식에 관련된 문제를 많이 선별했습니다.
- Level 2에서 사용된 과정이 포함된 Level 1 문제는 지양하였습니다.
- 조건이 문제를 위해 억지스럽게 들어있다고 느껴지는 문제들을 지양하였습니다.
- 모의고사에 나올법한 과정들이 들어가 있는 문제들을 선별하였습니다.

Level 1 2번

1

곡선 $y=x^3+2x^2-4x-8$과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{58}{3}$　② 20　③ $\frac{62}{3}$　④ $\frac{64}{3}$　⑤ 22

Level 1 4번

2

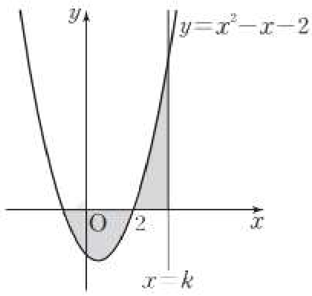
두 곡선 $y=ax^2$, $y=-ax^2+4a$로 둘러싸인 부분의 넓이가 32일 때, 양수 a의 값은?

① 3　② $3\sqrt{2}$　③ 6　④ $6\sqrt{2}$　⑤ 12

Level 1 5번

3

그림과 같이 곡선 $y=x^2-x-2$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 곡선 $y=x^2-x-2$ $(x \ge 2)$와 x축 및 직선 $x=k$로 둘러싸인 부분의 넓이가 서로 같을 때, 상수 k의 값은? (단, $k>2$)

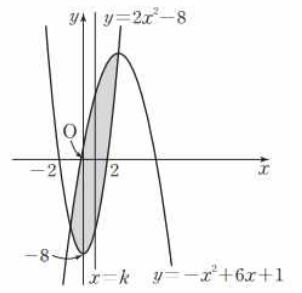


① $\frac{5}{2}$　② 3　③ $\frac{7}{2}$　④ 4　⑤ $\frac{9}{2}$

Level 1 6번

4

그림과 같이 두 곡선 $y=2x^2-8$, $y=-x^2+6x+1$로 둘러싸인 부분의 넓이가 직선 $x=k$에 의하여 이등분될 때, 상수 k의 값은?



① $\frac{5}{6}$　② 1　③ $\frac{7}{6}$　④ $\frac{8}{7}$　⑤ $\frac{9}{8}$

Level 1 7번

5

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=\begin{cases} 3t^2 & (0 \leq x < 1) \\ -t^2+4 & (t \geq 1) \end{cases}$$

이다. 점 P가 시각 $t=0$에서 $t=3$까지 움직인 거리는?

① 5　② $\frac{16}{3}$　③ $\frac{17}{3}$　④ 6　⑤ $\frac{19}{3}$

Level 2 5번

6

함수 $f(x)=x^4-(1+a)x^3+ax^2$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 두 부분의 넓이가 서로 같도록 하는 모든 양수 a의 값의 합은? (단, $a \neq 1$)

① $\frac{11}{5}$　② $\frac{34}{15}$　③ $\frac{7}{3}$　④ $\frac{12}{5}$　⑤ $\frac{37}{15}$

Level 2 6번

7 $a<b$인 두 양수 a, b와 함수 $f(x)=(x-a)(x-b)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$는 직선 $y=-3$과 오직 한 점에서만 만난다. 곡선 $y=f(x)$ $(x \le a)$와 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_2=2S_1$일 때, $f\left(\frac{a+b}{ab}\right)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Level 2 7번

8 함수 $f(x)=x^3-6x^2+12x-12$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $S-\int_0^4 g(x)dx$의 값을 구하시오.

Level 3 1번

9 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)-|f(x)|$$

라 하고, 함수 $h(x)$를 $h(x)=\int_0^x g(t)dt$라 할 때, 두 함수 $g(x)$와 $h(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(0)=0$
(나) 방정식 $h(x)=0$의 실근은 $x=0$뿐이다.

$f(1)=-1$일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

Level 3 3번

10 $a>2$일 때, 실수 전체의 집합에서 증가하고 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(-x)=-f(x),\ f(x)=f(x-2)+2a$$

를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이가 2일 때, $\int_3^6 f(x)dx>100$을 만족시키는 자연수 a의 최솟값을 구하시오

Level 3 5번

11 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(0\le t\le 2)$에서의 속도를 각각 $v_1(t)$, $v_2(t)$라 할 때,

$$v_1(t)=-2t^2+4t,\ v_2(t)=-a|t-1|+a$$

이다. $0\le t\le 2$에서 점 P가 점 Q보다 항상 원점에 가깝거나 같은 위치에 있도록 하는 양수 a의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

정답

1. 함수의 극한

1. ④ 2. ③ 3. ② 4. ① 5. ④ 6. ① 7. ② 8. ② 9. ③
10. 59

2. 함수의 연속

1. ④ 2. ⑤ 3. ③ 4. ③ 5. ④ 6. ④ 7. 18 8. ⑤ 9. ③

3. 미분계수와 도함수

1. ① 2. ⑤ 3. 2 4. ② 5. ② 6. ⑤ 7. ③

4. 도함수의 활용(1)

1. ④ 2. ① 3. ⑤ 4. ⑤ 5. ③ 6. ③ 7. ④ 8. 120 9. ⑤
10. ⑤

5. 도함수의 활용(2)

1. ② 2. 2 3. ④ 4. 49 5. ② 6. ⑤ 7. ⑤ 8. ④ 9. 156

6. 부정적분과 정적분

1. ③ 2. ③ 3. ① 4. ② 5. ④ 6. ③ 7. 52 8. ⑤

7. 정적분의 활용

1. ④ 2. ② 3. ③ 4. ② 5. ① 6. ② 7. ① 8. 16 9. ①
10. ③ 11. ⑤

Feedback

1. 함수의 극한

1. $0\times\infty$꼴이 수렴하는 흔한 문제 함수 대입을 통해 야매로 문제를 많이 푸는 사람에게는 어색할지도..?
2. 단순히 유리화한 후에 대입, 대입, 계산!
3. 조건을 통해 $f(x)$정하기. 극한 단원이지만 미분을 활용하면 더 빠를 것 같다.
4. 절댓값에 쫄지 않기. $f(1^-)=-f(1^+)$꼴이어야 한다는 점을 인식하자.
5. 2번처럼 유리화를 하면 되긴 하는데... $\frac{0}{0}$꼴에서는 분모와 분자의 0의 개수를 맞춰준다는 생각을 항상 가지고 있자.
6. 문제에서 구하라는 것을 잘 관찰하면 조건에서 어떤 극한값을 구해야 하는지 먼저 판단할 수 있다.
7. 도형 문제와 관련된 극한 문제라, 확통 선택자에겐 자주 등장하지는 않는 유형이기는 하지만 가능성을 열어두자.
8. 3번과 5번의 융합형 느낌? $f(x)$완성하고 분모와 분자의 0의 개수를 맞춰줘야 한다!
9. 절댓값이 포함된 극한이지만, 사실 절댓값은 아무 쓸모가 없는 문제긴 하다.
10. 이차함수의 대칭성을 활용하면 대칭축이 보이고, 덕분에 미지수가 한 개 줄어든다!

2. 함수의 연속

1. 4번이랑 똑같은 문제 아닌가? 그런데 조건이 하나 줄었으니 $f(1^-)=f(1^+)$도 가능해졌다.
2. $f(x)$가 $x=2$에서 연속이 아니니, $g(x)$가 0을 만들어줘야 한다!
3. 한쪽에 k만 남기고 식을 먼저 써보는게 상황을 관찰하기에 무조건 유리하다는 점을 생각해야 한다.
4. 이것도 한쪽에 $f(x)$만 남겨두는게 문제를 시작하기에 당연한 행동임을 알아야 한다. 연속이라는 점을 보면서 '특수한 형태가 나오지 않을까?', 아니면 최소한 '극한을 사용해야 하지 않을까?' 정도는 생각해야 한다.
5. 주기함수의 특수성! $f(0)=f(3)$, $f(1^-)=f(1^+)$ 연립!
6. 조건 (다)를 보기만 해도 아 실근이 없구나! 바로 판별식이 떠올라야 한다!
7. $f(x)$는 연속이니까 (가) 조건을 통해서 $g(1^-)=-g(1^+)$임을 파악할 수 있어야 한다.
8. 그래프를 완성하면 쉽게 관찰해서 풀 수 있는 문제! 식에서만 판단하지 말고 그래프를 그려보는 연습도 항상 해야 한다.
9. $f(x)$를 a, b값에 따라 경우를 천천히 나눠가며 적절한 그래프를 찾아내는 가장 중요한 문제. 케이스 분류를 통해 함수 찾기 연습은 필수

3. 미분계수와 도함수

1. 이 문제를 못 풀었다면 반성하고, $f(x)g(x)=h(x)$로 치환해서 보면 그나마 잘 보이려나?
2. 우극한과 좌극한에 따라 절댓값 풀리는 방법이 달라지는 문제!
3. 천천히 하다 보면 풀려요. 틀렸으면 미분계수에 대한 기본 개념도 없는 것
4. 합성함수도 다항함수면 그냥 아무렇게나 나와버리는...
5. 식이 5초 만에 완성되어야 합니다!
6. 4번과 마찬가지로 다항함수에 다항함수 합성은 그냥 나와 버리는... 합성함수 미분도 공부해둬야 좋을 것 같음.
7. k의 값에 따라 케이스를 분류해서 따져봐야 하는 귀찮은 문제. 그러나 시험지에 나오면 풀거잖아요?

4. 도함수의 활용(1)

1. 지금 보니까 괜히 넣었나 싶은 문제... 연습이니까 풀어봐요... 이것도 못 풀면 개념부터 다시
2. 감소함수의 표현법에 익숙해지고, 감소함수면 $D<0$, $D\leq 0$인지 헷갈리지 말 것
3. 거리가 최대? 설마 같은 접선의 기울기 계산해서 찾고 있는거 아니죠? 삼차함수 비율 관계 쓰세요!
4. 과정이 익숙하지 않을 것 같아서 수록한 문제. 마지막 계산이 너무 더러워서 변형했으니 제발 이렇게라도 푸시길...
5. 계산이 좀 귀찮긴 해도 새로운 함수를 작성해서 거기에서 극한을 따지는 과정이 중요함.
6. 삼차함수 비율 관계 쓰세요. 안 쓰고 식 작성해서 극댓값 t찾은 후에 문제 더럽다고 하지 마시고.
7. 또 다시 나온 삼차함수 비율 관계. 이제 모르면 그냥 죽으라는 듯.
8. 과정은 되게 좋은데, 마지막 과정이 너무 더러워서 변형까지 해드렸으니... 제발 풀어주세요.
9. ㄷ 딱 봐도 기울기 완성하고 싶게 생김
10. 극대 극소가 꼭 연속인 곳에서만 생기는게 아니라는 사실!

5. 도함수의 활용(2)

1. 구간에서 최대 최소 찾기. 극대, 극소, 양 구간 끝의 함숫값 의심
2. 실근을 물어보면 딱 접할 때 항상 의심
3. 그래프를 그려서 관찰! 'n이 어디까지 갈 수 있을까?' 움직여보면서 관찰하기!
4. n이 2보다 커지기만 하면 $a_n b_n$이 음수인 것만 파악하면 바로 답이 나오는 문제.
5. 점에서 그은 접선의 개수 문제. 중요한 개념이니 익숙해지세요.
6. 복잡하게 생긴 거에 비해 $f(x)$ 대입하고 부등식 계산하면 해결되는 문제.
7. $2t^3-6t$그래프를 먼저 그린 후에 m값을 바꿔가며 실근이 2개가 생기게 잘 해결해보자. 이때 시간은 음수로 가지 않는다는 것을 명심하자.
8. $g(t)$그래프를 그려버리면 너무 명확하게 보일텐데...
9. 지금 보니 왜 넣었나 계산이 귀찮긴 하지만, 원의 방정식에 y대신에 식을 대입하고 x^2치환하면 해결된다.

6. 부정적분과 정적분

1. 계산 계산... 거르고 싶었는데 1번도 틀리면 개념 공부나 하러 가라고 하고 싶어서 한 번 넣어봄.
2. x에 숫자 대입은 너무나 중요한 주제! $x=2$, $x=1$ 차례대로 대입하면 바로 해결 된다.
3. 정적분 범위가 절댓값이 같으니 차수가 홀수인 차수는 지우자! 이걸 왜 계산해!
4. 우함수의 성질을 잘 이용하면 쉽게 풀리는 문제!
5. 주어진 식을 통해 $f(x)$가 몇 차 다항함수인지 파악하고, 숫자 대입하면서 마무리!
6. 구하라는게 $2f(1)$이라는 사실을 모르면.. 개념부터 다시하자.
7. 조건 $\int_{-2}^{2} f(x)dx=0$을 통해서 $f(x)$에 짝수차 항은 존재하지 않다는 것을 바로 파악할 수 있어야 한다.
8. ㄷ에서 α, β 케이스별로 천천히 해보면 쉽게 풀리는 문제. 무섭게만 생겼다.

7. 정적분의 활용

1. 제발 넓이 공식
2. 제발 넓이 공식
3. 제발 이차함수 넓이 비율 관계 2:1
4. 두 함수 연립한 후에 대칭축만 찾아내면 된다...
5. 거리는 절댓값 필수
6. a가 1보다 클 수도 있고, 작을 수도 있다!!
7. 제발 이차함수 넓이 비율 관계 써주세요! 그러면 $b=3a$가 바로 나온다.
8. 문제에서 구하라는 것을 잘 관찰해보면, $S=s+\int_{0}^{4} g(x)dx$꼴로 나올 수도 있지 않을까 염두에 뒀어야...
9. $f(x)$가 0에서 접하지 않는다면 $h(x)$ 실근이 무수히 많아진다!
10. 2022학년도 수능 미적 30번이 생각나는 문제. 식을 완성할게 아니라 그림을 통해서 대칭성을 잘 활용해야 다.
11. 거리, 속도, 가속도 문제도 이렇게 나올 수 있다.