

제 2 교시

수학 영역(B형)

홀수형

5지선다형

1. $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{n^3 + 2n}{2n^2 + 3n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

2. 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 라고 할 때, $AB + B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = e^{2x+1}$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① $2e^2$ ② e^3 ③ $2e^3$ ④ e^4 ⑤ $2e^4$

4. 모든 항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\frac{a_4}{a_3 + a_5} + \frac{a_5}{a_4 + a_6} + \frac{a_6}{a_5 + a_7}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

5. 구의 방정식 $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + k = 0$ 에서 자연수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① 13 ② 12 ③ 11 ④ 10 ⑤ 9

6. 이차함수 $f(x) = x^2 + kx$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & (x > 0) \\ 2 & (x \leq 0) \end{cases}$$

일 때, $y = f(x)g(x)$ 의 그래프가 모든 실수 x 에 대하여 연속이다. $f(5)$ 의 값은? [3점]

- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

7. 일차변환 f 를 나타내는 행렬 $A: \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & a \end{pmatrix}$ 에 대하여 일차변환 f 에 의해 좌표평면위의 직선 $2x + y = 3$ 이 한 점 (b, c) 로 옮겨질 때, $a + b + c$ 의 값은? [3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

8. 내부온도가 일정한 냉각기에서 꺼낸 용액이 20°C 인 방안에 방치되어 있을 때, t 분 후의 용액의 온도를 T (°C)라고 하면

$$T = 20 - ae^{-bt} \quad (\text{단, } a, b \text{는 상수이고 } e \text{는 자연로그의 밑})$$

가 성립한다. 이 냉각기에서 꺼낸 용액을 20°C 인 방안에 방치할 때, 1분이 지났을 때 용액의 온도는 8°C 이고, 2분이 지났을 때의 용액의 온도가 14°C 이다. 처음 냉각기에서의 용액의 온도는? [3점]

- ① -1°C ② -2°C ③ -3°C
- ④ -4°C ⑤ -5°C

9. 양수 a 에 대하여 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4$ 일 때, $a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은?

[3점]

- ① 50 ② 52 ③ 54 ④ 56 ⑤ 58

10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 2\theta e^{\sin^2 \theta}) d\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $e-2$ ② $e-1$ ③ e ④ $\frac{e+1}{2}$ ⑤ e^2

11. 두 집합 A, B 에 대하여

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad , \quad n(A \cap B) \geq 2$$

을 만족시킬 때, 가능한 모든 집합 A, B 의 개수는? [3점]

- ① 81 ② 91 ③ 111 ④ 121 ⑤ 131

12. 부등식 $\frac{\sqrt{x+2}}{x-2} + \frac{\sqrt{x+2}}{x+4} \geq 0$ 을 만족시키는 정수를 작은 순서대로 a_1, a_2, a_3, \dots 라고 할 때, $a_1 + a_2 + a_3$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

13. 성학이가 주사위를 던지는데 3보다 큰 수가 나오면 반대편에 있는 수를, 3보다 작거나 같은 수가 나오면 그 수를 종이에 적는다. 성학이가 서로 다른 주사위 두 개를 동시에 던지고 종이에 적은 두 수가 서로 같을 때, 두 주사위의 두 눈의 합이 7보다 클 확률은?

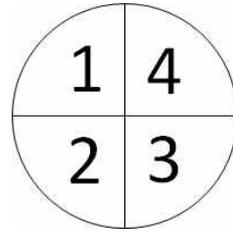
(단, 주사위의 마주보는 두 면의 눈의 합은 7이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

14. 다음 그림과 같이 사등분 된 원판의 각 구역에 1에서 4까지의 자연수가 적혀있다. 빠르게 회전하는 원판에 다트를 1200회 던지는 시행에서 3이 적힌 부분에 다트가 꽂히는 횟수를 확률변수 X 라고 할 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 확률 $P\left(\left|\frac{X}{720} - \frac{5}{12}\right| \leq \frac{1}{100}\right)$ 의 값을 구한 것은?

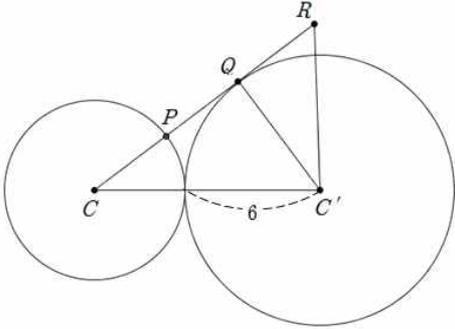
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.48	0.1844
0.72	0.2642
0.96	0.3315
1.44	0.4251

(단, 던진 모든 다트는 원판의 경계면이 아닌 부분에 꽂힌다.) [4점]



- ① 0.3688 ② 0.5284 ③ 0.6630
 ④ 0.7642 ⑤ 0.8502

15. 그림과 같이 점 C 를 중심으로 하는 원과 점 C' 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 6인 원이 외접한다. 두 원 위의 점 P 와 Q 는 두 원 밖의 점 R 에 대하여 각각 \overline{CR} 을 1:2로 내분하는 점과 2:1로 내분하는 점이라고 할 때, 직선 CR 은 점 C' 를 중심으로 하는 원과 점 Q 에서 접한다. $\sin(\angle CC'R) = \frac{q\sqrt{13}}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값은?
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

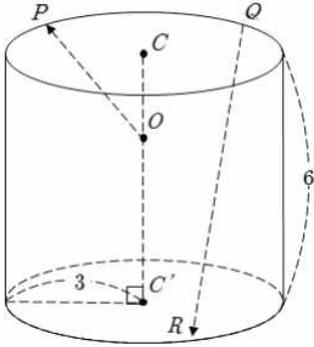


- ① 83
- ② 82
- ③ 81
- ④ 80
- ⑤ 79

16. 좌표평면 위의 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 초점을 F , 음수인 초점을 F' 라고 하자. 타원 위를 움직이는 동점 P 를 중심으로 하고 점 F 를 지나는 원을 C 라고 할 때, 원 C 위의 점들 중 점 F' 와 가장 거리가 먼 점을 Q 라고 하자. 점 Q 의 자취가 그리는 도형의 길이는? [4점]

- ① 10π
- ② 12π
- ③ 14π
- ④ 16π
- ⑤ 18π

17. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3이고 높이가 6인 원기둥이 있다. 두 밑면의 중심을 각각 C, C' 라고 하고, $\overline{CC'}$ 위의 한 점을 O 라고 할 때, $\overline{OC} = \sqrt{3}$ 이다. 점 C 를 중심으로 하는 밑면의 둘레 위를 움직이는 두 점 P, Q 와 점 C' 를 중심으로 하는 밑면의 둘레 위를 움직이는 점 R 에 대하여 $\overline{OP} \cdot \overline{QR}$ 의 최솟값을 k 라고 할 때, $|k|$ 의 값은? [4점]



- ① $6(2 + \sqrt{2})$
- ② $6(2 + \sqrt{3})$
- ③ $6(3 + \sqrt{2})$
- ④ $6(3 + \sqrt{3})$
- ⑤ $6(4 + \sqrt{3})$

18. 두 이차 정사각 행렬 A, B 가

$$AB + B = E \quad , \quad A^2B + AB^2 = O$$

를 만족시킬 때, <보기> 중에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

————— < 보 기 > —————

- ㄱ. $AB = BA$
- ㄴ. $(A+B)^3 = A^3 + B^3$
- ㄷ. A 의 역행렬이 존재할 때, $B - kE$ 의 역행렬이 항상 존재한다. (단, k 는 임의의 실수)

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 모든 항이 양수인 수열 a_n 에 대하여

$$a_1 = 3, \quad \sum_{k=1}^n a_k = a_n + n^2 - 1 \quad (n \geq 1)$$

을 만족한다. $\sum_{k=1}^{10} (-1)^{k-1} \left(\frac{a_k}{k^2 + k} \right) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값은?

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

20. 함수 $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 이고, $y=f(x)$ 의 그래프 위의 한 점

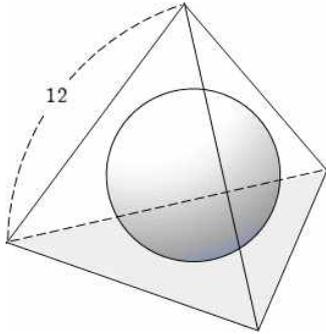
$P(a, f(a))$ 에서 그은 접선이 y 축과 만나는 점을 Q 라고 하자. 실수 a, b 가 $1 < a < b < 2$ 를 만족할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. $f''(x) = f(x)$
 ㄴ. $2 \int_a^b f(x) dx < (b-a) \{f(a) + f(b)\}$
 ㄷ. $x=0$ 에서 $x=a$ 까지의 곡선 $y=f(x)$ 의 길이는 \overline{PQ} 의 길이보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 12인 정사면체 안에 내접하는 구를 C 라고 하자. 구 C 와 외접하고 정사면체의 면들 중 두 개 이상의 면에 동시에 접하는 임의의 구의 반지름의 길이를 r 이라고 할 때, 가능한 r 의 최댓값을 M_r , 최솟값을 m_r 이라고 하자. $M_r \times m_r = p - q\sqrt{3}$ 일 때, $p^2 + q^2$ 의 값은?

(단, p 와 q 는 자연수이다.) [4점]



- ① 45 ② 50 ③ 52 ④ 58 ⑤ 61

단답형

22. 무리방정식 $x^2 - 8x - \sqrt{x^2 - 8x + 20} + 12 = -6$ 을 만족하는 x 의 값을 k 라고 할 때, k^2 의 값을 구하시오. [3점]

23. 일차변환 f 에 의하여 두 점 $(-2, 3), (-1, 2)$ 가 각각 $(1, 2), (2, 1)$ 로 옮겨질 때, 일차변환 f 를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

24. 다음은 확률변수 $X = 1, 2, 3, 4$ 의 확률분포를 표로 나타낸 것이다.

X	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	a	b

$a^2 + b^2 = \frac{1}{8}$ 일 때, $\frac{10}{ab}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ 를 만족하는 α, β 에 대하여

$(1 + \tan\alpha)(1 + \tan\beta) = 2$ 일 때, $\frac{20(\alpha + \beta)}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 실수 전체의 집합에서 정의되고 이계도함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 의 역함수가 존재할 때, $f(2x+1)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $y=f(x)$ 와 $y=x$ 의 그래프가 한 점 $A(3, a)$ 에서 접할 때, $100g'(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. $x > 1, y > 1$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $[\log_2 x], [\log_2 y]$ 의 값을 각각 X, Y 라고 할 때, $X^2 + Y^2 = 10$ 을 만족하는 좌표평면 위의 영역을 S 라고 하자. 원 $(x-6)^2 + (y-6)^2 = k$ 가 영역 S 를 지나기 위한 실수 모든 실수 k 의 값의 범위가 $a < k < b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.
 (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

28. 좌표평면 위의 쌍곡선 $5x^2 - 4y^2 = 5$ 에 대하여 x 좌표가 양수인 초점을 F , 음수인 초점을 F' 라고 하자. 쌍곡선 위의 점 P 와 x 축 위의 점 $Q(a, 0)$ 에 대하여 $\triangle F'PQ$ 와 $\triangle FPQ$ 가 서로 닮음인 이등변 삼각형일 때, $8a$ 의 값을 구하시오.
 (단, $a > \frac{3}{2}$) [4점]

29. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의되는 함수 $f(x) = |\sin x + a|$

($0 < a < 1$)에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = k$ (단, k 는 실수)의 교점의 개수를 $g(k)$ 라고 하자. $y = g(k)$ 의 그래프의 불연속점의 개수가 4보다 작을 때, $\int_0^{2\pi} \{f(x) - a\} dx = p\sqrt{3} + q\pi$ 이다. $60(p+q)$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

30. 좌표공간에 두 평면

$$\alpha : x + y + 2z = 1 \quad , \quad \beta : 2x - y + 2z = 3$$

이 있다. 평면 α 위의 한 점 $A(1, -2, 1)$ 에서 두 평면의 교선에 그은 수선의 발을 B 라고 할 때, 평면 β 위의 점 C 에 대하여 삼각형 ABC 는 정삼각형이다. $\triangle ABC$ 와 평면 β 가 이루는 예각의 크기를 θ 라고 할 때, $81\sin^2\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.