

제 2 교시

수학 영역

1. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 부등식

$$\cos x \leq \sin \frac{\pi}{7}$$

를 만족시키는 모든 x 의 값의 범위는 $\alpha \leq x \leq \beta$ 이다.
 $\beta - \alpha$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{8}{7}\pi$ ② $\frac{17}{14}\pi$ ③ $\frac{9}{7}\pi$ ④ $\frac{9}{14}\pi$ ⑤ $\frac{10}{7}\pi$

2024학년도 9월 평가원 공통 9번

2. 닫힌구간 $[0, 12]$ 에서 정의된 두 함수

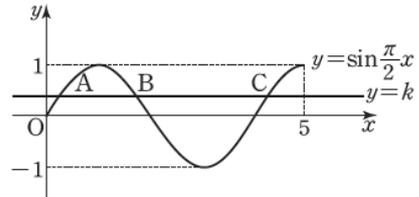
$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{6}, \quad g(x) = -3 \cos \frac{\pi x}{6} - 1$$

이 있다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = k$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 α_1, α_2 라 할 때, $|\alpha_1 - \alpha_2| = 8$ 이다. 곡선 $y = g(x)$ 와 직선 $y = k$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 β_1, β_2 라 할 때, $|\beta_1 - \beta_2|$ 의 값은?
 (단, k 는 $-1 < k < 1$ 인 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

2023학년도 9월 평가원 공통 9번

3. 곡선 $y = \sin \frac{\pi}{2}x$ ($0 \leq x \leq 5$)가 직선 $y = k$ ($0 < k < 1$)과 만나는 서로 다른 세 점을 y 축에서 가까운 순서대로 A, B, C라 하자.
 세 점 A, B, C의 x 좌표의 합이 $\frac{25}{4}$ 일 때, 선분 AB의 길이는?
 [4점]



- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{13}{8}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

2022년 7월 전국연합학력평가 공통 10번

4. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-2, f(-2))$ 에서의 접선과
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선이
점 $(1, 3)$ 에서 만날 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

2024학년도 9월 평가원 공통 10번

5. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의
접선과 곡선 $y=xf(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선이 일치할 때,
 $f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -18 ② -17 ③ -16 ④ -15 ⑤ -14

2022학년도 수능 공통 10번

6. 두 점 P와 Q는 시각 $t=0$ 일 때 각각 A(1)과 점 B(8)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = 3t^2 + 4t - 7, \quad v_2(t) = 2t + 4$$

이다. 출발한 시각부터 두 점 P, Q 사이의 거리가 처음으로 4가 될 때까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① 10 ② 14 ③ 19 ④ 25 ⑤ 32

2024학년도 9월 평가원 공통 11번

7. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 2 - t, \quad v_2(t) = 3t$$

이다. 출발한 시각부터 점 P가 원점으로 돌아올 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

2023학년도 6월 평가원 공통 11번

8. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_2 + a_4 = 40$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 172 ② 175 ③ 178 ④ 181 ⑤ 184

2024학년도 9월 평가원 공통 12번

9. 수열 $\{a_n\}$ 은 $|a_1| \leq 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \leq a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \leq 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$ 이고 $\sum_{k=1}^5 a_k > 0$ 이 되도록 하는 모든

a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

2022학년도 9월 평가원 공통 15번

10. 첫째항이 짝수인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_5 = 5$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하시오. [4점]

2019년 10월 전국연합학력평가 나형 29번

11. 두 실수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x^3 - ax^2 - bx & (x < 0) \\ \frac{1}{3}x^3 + ax^2 - bx & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 구간 $(-\infty, -1]$ 에서 감소하고 구간 $[-1, -\infty)$ 에서 증가할 때, $a+b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M-m$ 의 값은?

[4점]

① $\frac{3}{2} + 3\sqrt{2}$ ② $3 + 3\sqrt{2}$ ③ $\frac{9}{2} + 3\sqrt{2}$

④ $6 + 3\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{15}{2} + 3\sqrt{2}$

2024학년도 9월 평가원 공통 13번

12. 최고차항의 계수가 1이고 $x=3$ 에서 극댓값 8을 갖는 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq t) \\ -f(x) + 2f(t) & (x < t) \end{cases}$$

라 할 때, 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 함수 $h(t)$ 가 $t=a$ 에서 불연속인 a 의 값이 두 개일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

2023학년도 9월 평가원 공통 22번

13. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+a} + b & (x \leq -8) \\ -3^{x-3} + 8 & (x > -8) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

집합 $\{f(x) \mid x \leq k\}$ 의 원소 중 정수인 것의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 범위는 $3 \leq k < 4$ 이다.

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

2024학년도 9월 평가원 공통 14번

14. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |3^{x+2} - n| & (x < 0) \\ |\log_2(x+4) - n| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x)=t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

2023학년도 수능 공통 21번

15. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & (x < 3) \\ \left(\frac{1}{4}\right)^{x+a} - \left(\frac{1}{4}\right)^{3+a} + 8 & (x \geq 3) \end{cases}$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 중에서 y 좌표가 정수인 점의 개수가 23일 때, 정수 a 의 값은? [4점]

- ① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

2021년 3월 전국연합학력평가 공통 13번

16. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ 3 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이라 하자. $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = g(3) - 1$ 일 때, $g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

2024학년도 9월 평가원 공통 15번

17. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1) = 0$

(나) $\lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-1)(n-2) \quad (n = 1, 2, 3, 4)$

$g(5)$ 의 값은? [4점]

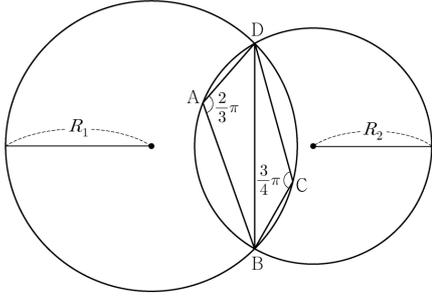
- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

2015학년도 6월 평가원 A형 21번

18. 그림과 같이

$$\overline{AB}=2, \overline{AD}=1, \angle DAB = \frac{2}{3}\pi, \angle BCD = \frac{3}{4}\pi$$

인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 BCD의 외접원의 반지름의 길이를 R_1 , 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이를 R_2 라 하자.



다음은 $R_1 \times R_2$ 의 값을 구하는 과정이다.

삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여

$$R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \overline{BD}$$

이고, 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$$R_2 = \boxed{\text{(가)}} \times \overline{BD}$$

이다. 삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{BD}^2 = 2^2 + 1^2 - \boxed{\text{(나)}}$$

이므로

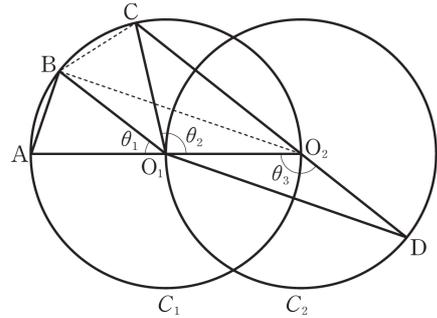
$$R_1 \times R_2 = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $9 \times (p \times q \times r)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

2024학년도 9월 평가원 공통 20번

19. 두 점 O_1, O_2 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{O_1O_2}$ 인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 그림과 같이 원 C_1 위의 서로 다른 세 점 A, B, C와 원 C_2 위의 점 D가 주어지고, 세 점 A, O_1, O_2 와 세 점 C, O_2, D 가 각각 한 직선 위에 있다. 이때 $\angle BO_1A = \theta_1, \angle O_2O_1C = \theta_2, \angle O_1O_2D = \theta_3$ 이라 하자.



다음은 $\overline{AB} : \overline{O_1D} = 1 : 2\sqrt{2}$ 이고 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 일 때, 선분 AB와 선분 CD의 길이의 비를 구하는 과정이다.

$\angle CO_2O_1 + \angle O_1O_2D = \pi$ 이므로 $\theta_3 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_2}{2}$ 이고

$\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 에서 $2\theta_1 + \theta_2 = \pi$ 이므로 $\angle CO_1B = \theta_1$ 이다.

이때 $\angle O_2O_1B = \theta_1 + \theta_2 = \theta_3$ 이므로 삼각형 O_1O_2B 와 삼각형 O_2O_1D 는 합동이다.

$\overline{AB} = k$ 라 할 때

$\overline{BO_2} = \overline{O_1D} = 2\sqrt{2}k$ 이므로 $\overline{AO_2} = \boxed{\text{(가)}}$ 이고,

$\angle BO_2A = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로 $\cos \frac{\theta_1}{2} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

삼각형 O_2BC 에서

$\overline{BC} = k, \overline{BO_2} = 2\sqrt{2}k, \angle CO_2B = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로

코사인법칙에 의하여 $\overline{O_2C} = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

$\overline{CD} = \overline{O_2D} + \overline{O_2C} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2C}$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{CD} = k : \left(\frac{\boxed{\text{(가)}}}{2} + \boxed{\text{(다)}} \right)$ 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) \times g(p)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{169}{27}$
- ② $\frac{56}{9}$
- ③ $\frac{167}{27}$
- ④ $\frac{166}{27}$
- ⑤ $\frac{55}{9}$

2022학년도 수능 공통 15번

20. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. a_7 이 13의 배수이고

$$\sum_{k=1}^7 S_k = 644 \text{ 일 때, } a_2 \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

2024학년도 9월 평가원 공통 21번

21. 첫째항이 50이고 공차가 -4 인 등차수열의 첫째항부터

제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\sum_{k=m}^{m+4} S_k$ 의 값이 최대가 되도록

하는 자연수 m 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

2020학년도 수능 나형 15번

22. 수열 $\{a_n\}$ 과 공차가 2인 등차수열 $\{b_n\}$ 이

$$n(n+1)b_n = \sum_{k=1}^n (n-k+1)a_k \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. $a_2 = 58$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [4점]

2024학년도 경찰대학 1차 시험 24번

23. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하고 $g(x)$ 의 한 부정적분을 $G(x)$ 라 할 때, 이 함수들은 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_1^x f(t)dt = xf(x) - 2x^2 - 1$
 (나) $f(x)G(x) + F(x)g(x) = 8x^3 + 3x^2 + 1$

$\int_1^3 g(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

2024학년도 9월 평가원 공통 22번

24. 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + (x-1)f'(x)$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
 (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $h(x)$ 가 $h(x) = (x-1)f(x)$ 이면 $h'(x) = g(x)$ 이다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x = -1$ 에서 극값 0을 가지면
 $\int_0^1 g(x)dx = -1$ 이다.
 ㄷ. $f(0) = 0$ 이면 방정식 $g(x) = 0$ 은 열린구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2020학년도 9월 평가원 나형 21번

25. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 두 함수 $f(x), g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극솟값 0을 갖는다.
 (나) $g'(x) = f(x) + (x-2)f'(x)$
 (다) 함수 $g(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 최솟값 $-\frac{3}{4}$ 를 갖는다.

$f(1) + g(1) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2021학년도 EBS 수능완성 실전 모의고사 1회 22번

26. $x = -\ln 4$ 에서 $x = 1$ 까지의 곡선 $y = \frac{1}{2}(|e^x - 1| - e^{|x|} + 1)$ 의 길이는? [3점]

- ① $\frac{23}{8}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{29}{8}$ ④ 4 ⑤ $\frac{35}{8}$

2024학년도 9월 평가원 미적분 27번

27. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t > 0)$ 에서의 위치가 곡선 $y = x^2$ 과 직선 $y = t^2x - \frac{\ln t}{8}$ 가 만나는 서로 다른 두 점의 중점일 때, 시각 $t = 1$ 에서 $t = e$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

- ① $\frac{e^4}{2} - \frac{3}{8}$ ② $\frac{e^4}{2} - \frac{5}{16}$ ③ $\frac{e^4}{2} - \frac{1}{4}$
 ④ $\frac{e^4}{2} - \frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{e^4}{2} - \frac{1}{8}$

2022학년도 수능 미적분 27번

28. 실수 $a (0 < a < 2)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2|\sin 4x| & (x < 0) \\ -\sin ax & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수

$$g(x) = \left| \int_{-a\pi}^x f(t) dt \right|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, a 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2024학년도 9월 평가원 미적분 28번

29. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x| - \sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \leq x \leq 0\right) \\ \sin x - |\sin x| & \left(0 \leq x \leq \frac{7}{2}\pi\right) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi\right]$ 에 속하는 모든 실수 x 에 대하여

$\int_a^x f(t) dt \geq 0$ 이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값을 α , 최댓값을 β 라

할 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, $-\frac{7}{2}\pi \leq a \leq \frac{7}{2}\pi$) [4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

2016학년도 9월 평가원 B형 21번

30. 두 실수 $a, b (a > 1, b > 1)$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + a^{n+1}}{3^{n+1} + a^n} = a, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + b^{n+1}}{a^{n+1} + b^n} = \frac{9}{a}$$

를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

2024학년도 9월 평가원 미적분 29번

31. 1보다 큰 세 자연수 a, b, c 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + b^{n+1}}{a^{n+1} + b^n} = p, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b^n + c^{n+1}}{b^{n+1} + c^n} = q$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $a > b, b = c$ 이면 $p \times q < 1$ 이다.

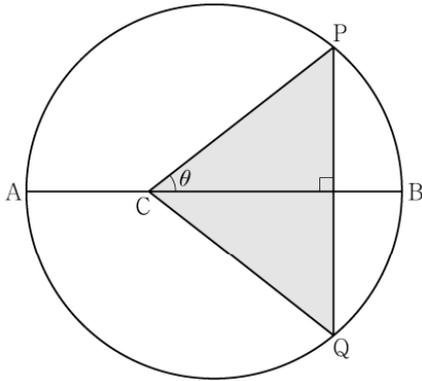
ㄴ. $p \times q > c$ 이면 $a < b < c$ 이다.

ㄷ. $p \times q = 1$ 이면 $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

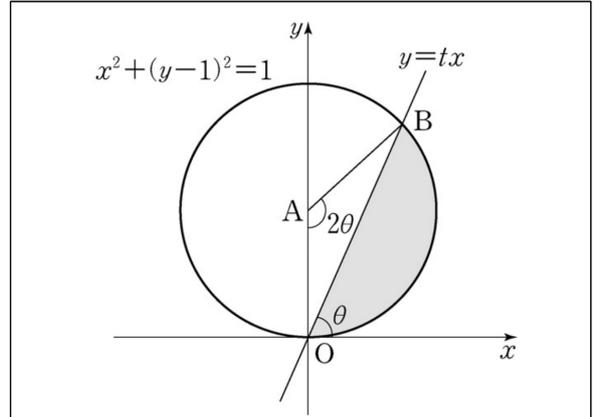
2024학년도 EBS 수능완성

32. 길이가 10인 선분 AB를 지름으로 하는 원과 선분 AB 위에 $\overline{AC}=4$ 인 점 C가 있다. 이 원 위의 점 P를 $\angle PCB=\theta$ 가 되도록 잡고, 점 P를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 이 원과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 삼각형 PCQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $-7 \times S'(\frac{\pi}{4})$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



2024학년도 9월 평가원 미적분 30번

33. 양의 실수 t 에 대하여 좌표평면에서 원 $C: x^2+(y-1)^2=1$ 과 직선 $l: y=tx$ 로 둘러싸인 도형 중 그 넓이가 작은 것의 넓이를 $f(t)$ 라 하자. 다음은 $f'(2)$ 의 값을 구하는 과정이다.



원 $C: x^2+(y-1)^2=1$ 의 중심을 A, 원 C와 직선 $l: y=tx$ 가 만나는 두 점을 각각 O, B라 하자. 직선 l 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하면 $\angle OAB=2\theta$ 이다.

원 C와 직선 $y=tx$ 로 둘러싸인 도형 중 그 넓이가 작은 것의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하면

$$g(\theta) = \theta - \text{ (가) }$$

이다. $t = \tan\theta$ 이므로 $g(\theta) = f(t) = f(\tan\theta)$ 이고, 합성함수의 미분법에 의하여

$$g'(\theta) = f'(t) \times \text{ (나) }$$

이다.

$t=2$ 일 때, $\tan\theta=2$ 이므로 $f'(2) = \text{ (다) }$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $h_1(\theta)$, $h_2(\theta)$ 라 하고

(다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $a \times h_1(\frac{\pi}{4}) \times h_2(\frac{\pi}{4})$ 의 값은?

[4점]

- ① $\frac{8}{25}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{12}{25}$ ④ $\frac{14}{25}$ ⑤ $\frac{16}{25}$

2015학년도 6월 평가원 B형 21번