

2024 액기스 특강 Test

각 교시별 Test 문항을 풀어보고, 모든 문제가 시원하게 풀리지 않는다면 그 수업을 수강하는 것이 좋습니다. (지원학교 불문)

수능전논술 뿐만 아니라 수능직후 논술(ex. 서강대, 경희대 등등)의 기본기를 미리 준비하기 위해 개설된 강좌입니다.

[1교시 Test 1번]

2 이상의 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$$

이 성립함을 증명하시오.

[1교시 Test 2번]

두 실수 x, y 가 $x + y = a + b$, $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ 를 만족시킬 때,

모든 자연수 n 에 대하여 $x^n + y^n = a^n + b^n$ 임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명하여라.

[1교시 Test 3번]

수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

i) $a_1 = 0$

ii) 2 이상의 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = a_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} + n$

모든 자연수 n 에 대하여 $a_n < 2n$ 임을 보이시오. (단, $\lfloor m \rfloor$ 은 m 이하의 최대의 정수이다.)

[1교시 Test 4번]

모든 자연수 n 에 대하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

$$\frac{n^n \times n!}{(2n)!} \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n$$

[2교시 Test 1번]

[1-1] 함수 $f(x) = \begin{cases} 2x + 3x^2 \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$ 에서 $f'(0)$ 의 값을 구하시오.

[1-2] $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여 $\cos \frac{1}{a_n} = 1$ 을 만족하는 수열 $\{a_n\}$ 의 예를 찾으시오.

[1-3] 함수 $f(x) = \begin{cases} 2x + 3x^2 \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$ 는 $x = 0$ 을 포함하는 어떤 열린 구간에서 증가하는지 서술하시오.

[2교시 Test 2번]

미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(0) = 0, f(1) = 1$ 일 때, 다음 두 물음에 답하시오.

[2-1] 방정식 $f(x) = \frac{1}{2}$ 은 열린구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 가짐을 보이시오.

[2-2] $\frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} = 2$ 를 만족시키는 서로 다른 두 x_1, x_2 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재함을 보이시오.

[2-3] 임의의 자연수 n 에 대하여 $\frac{1}{f'(c_1)} + \dots + \frac{1}{f'(c_n)} = n$ 이고 $0 \leq c_1 < \dots < c_n \leq 1$ 인 c_1, \dots, c_n 이 존재함을 보이시오.

[3교시 Test 1번]

[1-1]

정적분 $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \sin x} dx$ 의 값을 구하시오.

[1-2]

정적분 $\int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + 2^{\sin x}} dx$ 의 값을 구하시오.

[1-3]

함수 $f(t) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x+t)}{\sin x + \cos x} dx$ 의 최댓값을 구하시오. (단, $0 \leq t < 2\pi$)

[3교시 Test 2번]

실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int_0^x \sqrt{\{f(t)\}^2 + 1} dt$$

를 만족할 때, 다음 물음에 답하시오.

[1] $f(x)$ 와 $f''(x)$ 의 관계식을 구하고, $f(x)$ 를 구하시오.

[2] $\int_0^1 \left\{ \frac{f(x)}{f'(x)} \right\}^2 dx$ 를 구하시오.