

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sin\theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\frac{1}{\cos^2\theta} + \frac{\tan\theta}{\cos\theta}$ 의 값을 구하시오. [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2. 두 상수 a, b 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x-1} = b$$

일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [2점]

- ① $\frac{9}{4}$ ② 2 ③ $\frac{13}{4}$ ④ 4 ⑤ $\frac{17}{4}$

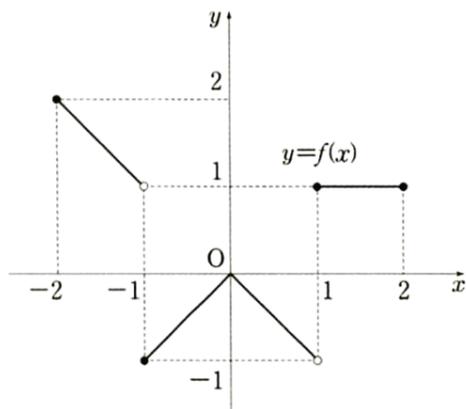
3. 등비수열 a_n 에 대하여

$$a_4 = 24, \frac{a_5 a_7}{a_9} = 12$$

일 때, a_2 의 값을 구하시오. [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)f(x-2)$ 의 값을 구하시오. [3점]



- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

2

수학 영역

5. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음을 만족한다.

- (가) $f'(2) = 0$
(나) $f(-1) = f(2), f(0) = 3$

$f(4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

6. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 삼각 방정식

$$\sin x = \sin 2x$$

를 만족하는 모든 x 값의 합을 구하시오. [3점]

- ① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

7. 함수 $f(x) = |x|(x-1)|x-2|$ 에 대하여 $\int_0^3 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ① -1 ② 0 ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ 4

8. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt \text{가 다음 조건을 만족한다.}$$

- (가) $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- (나) $f(x)$ 의 그래프는 $x=2$ 에서 극솟값을 갖는다.
- (다) $|g(x)|$ 는 $x=3$ 에서 극댓값을 갖는다.

$|g(3)|$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{29}{4}$ ④ $\frac{31}{4}$ ⑤ $\frac{33}{4}$

9. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)(x-2)^3}{f(x)^2} = \frac{2}{3}$$

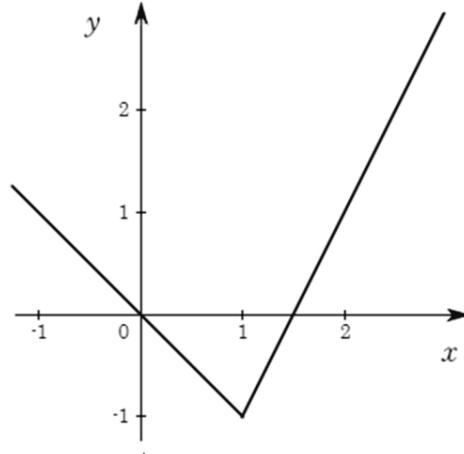
를 만족할 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x & (x \leq 1) \\ 2x-3 & (x > 1) \end{cases}$$

에 대하여 x 에 대한 함수 $f(x)\{f(x-\alpha)+\beta\}$ 가 실수 전체에서 미분가능 하도록 하는 모든 α 값의 합을 구하시오. [4점]



- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

11. 모든 실수 x 에서 $f(x)$ 가 다음을 조건을 만족한다.

$$\{f(x) + x^2 - 1\}\{f(x) - |x - 1|\} = 0$$

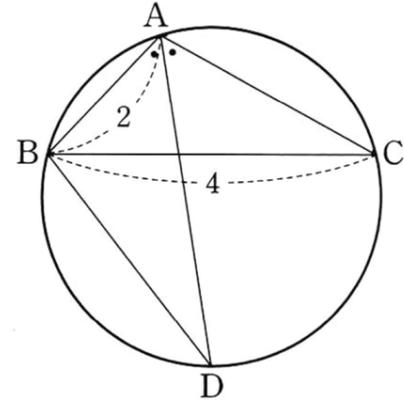
$\int_0^2 \{f(x) - 1\}^2 dx$ 가 최소가 되도록 하는 연속함수 $f(x)$ 에

대하여 $\int_0^2 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{6}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

12. 그림과 같이 $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 4$ 이고, $\sin(\angle ACB) = \frac{\sqrt{15}}{8}$ 를

만족하는 삼각형 ABC 가 원에 내접하고 있다. 원 위의 점 D 에 대하여 $\angle BAD = \angle DAC$ 일 때, 선분 \overline{BD} 의 길이를 구하시오. (단, $\angle BAC$ 는 둔각이다.) [4점]



- ① $\sqrt{6}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

13. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족한다.

(가) $a_3 a_4 \leq 0$

(나) $\sum_{k=1}^5 |a_k| = \left(\sum_{k=1}^5 a_k \right) + 12$

a_5 의 값이 정수일 때, a_5 가 가질 수 있는 모든 값의 합을 구하시오. [4점]

- ① -5 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + |f'(x)|$$

라 할 때, 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $f(0) = g(0)$

(나) 방정식 $f(x) = g(x)$ 는 양의 실근을 갖는다.

(다) 함수 $g(x)$ 의 그래프는 서로 다른 두 실근을 가진다.

$g(x) = t$ 가 서로 다른 네 실근을 갖도록 하는 t 의 최솟값이 32일 때, $g(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

15. 양의 실수 p 와 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} n+a_n & (a_n < n) \\ a_n - p & (a_n \geq n) \end{cases}$$

를 만족한다. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족하는 모든 p 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) $a_4 = 5$

(나) $\sum_{k=1}^4 a_k = 38$

- ① 34 ② 37 ③ 40 ④ 43 ⑤ 46

단답형

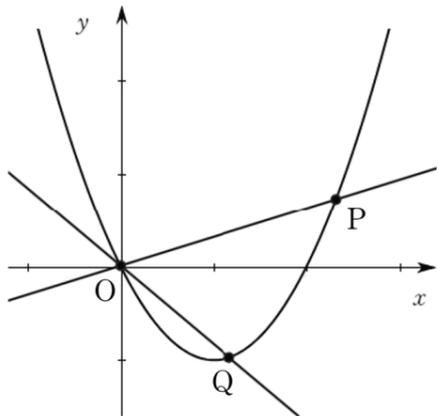
16. 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_n = \sum_{k=1}^n k(n-k+1)$$

라 할 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

17. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 $2f(x) = (x-1)\{f'(x)+3\}$ 을 만족할 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 그림과 같이 원점 O 와 곡선 $y = x^2 - 2x$ 위의 점 $P(t, t^2 - 2t)$ 에 대하여 곡선 위의 점 중 접선의 기울기가 직선 \overline{OP} 와 평행이 되도록 하는 점을 Q 라 한다. 직선 \overline{OQ} 의 기울기를 실수 t 에 대한 함수 $f(t)$ 라 할 때,
 $\lim_{t \rightarrow 1} f(t) = -\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수) [3점]



19. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $|S_3 - 3| = 3$, $|S_7| = 14$ 일 때, 수열 a_n 의 모든 공차의 합을 p 이다. p^2 의 값을 구하시오. [3점]

20. 실수 $a (a > 0)$ 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = (t^2 - 1)(t + a)(t - 2a)$$

- 라 하자. 점 P 가 운동 방향을 두 번 바꾸도록 하는 a 에 대하여, 시각 $t = -1$ 에서 $t = 1$ 까지 점 P 의 위치 변화량의 최댓값이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (t 는 실수 전체이고 p, q 는 서로소인 자연수) [4점]

21. $a > 1, b > 1$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 곡선 $y = \log_a x$ 와 $y = b^{-x}$ 가 만나는 점의 좌표를 (α, β) 라 하자.
 <보기>의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C 의 값을 정할 때, $A+B+C$ 의 값을 구하시오. (단, $A+B+C \neq 0$)
 [4점]

- 명제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$ 이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $A=10$, 거짓이면 $A=0$ 이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $A=1$, 거짓이면 $A=0$ 이다.

<보 기>

- ㄱ. a 가 일정할 때, b 가 증가하면 α 의 값은 감소한다.
- ㄴ. a 가 감소하고 b 가 감소하면 β 의 값은 증가한다.
- ㄷ. 부등식 $a^t + \log_b t > 0$ 를 만족하는 실수 t 에 대하여 $t > \beta$ 이다.

22. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (x^2 \leq |x-t|) \\ |x-t| & (x^2 > |x-t|) \end{cases}$$

에 대하여 실수 전체에서 연속인 함수 $g(x)$ 가

$$f(x) = |g(x)|$$

를 만족한다. 함수 $h(x) = \int_a^x g(x)dx$ 가 $x=0$ 에서 극소

$x=2$ 에서 극대를 가질 때, 방정식 $h(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 합이 3이 되도록 하는 모든 양의 실수 a 의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오. ○

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sin^2 x + 1} dx$ 의 값은? [2점]

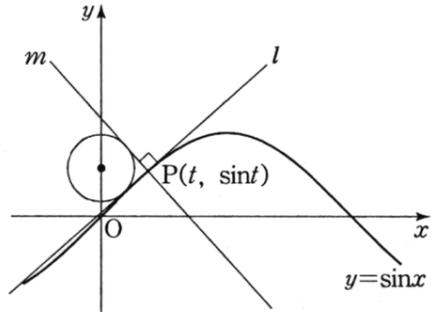
- ① $\ln 2$ ② 1 ③ $2\ln 2$ ④ $2e$ ⑤ $4e$

24. 곡선 $\frac{\ln y + 2}{e^x} = 2y$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선의 기울기

$\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하시오. [3점]

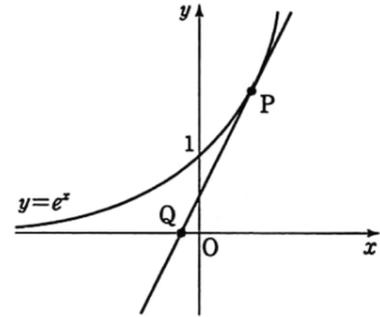
- ① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

25. 그림과 같이 곡선 $y = \sin x$ 위의 점 $P(t, \sin t)$ 에서의 접선 l 과 접선 l 에 수직이고 점 P 를 지나는 직선 m 이 있다. 두 직선 l, m 에 모두 접하고 중심이 y 축 위에 있는 원의 넓이를 $S(t)$ 라고 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{S(t)}{\pi t^2}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < t < \frac{\pi}{2}$) [3점]



- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

26. 함수 $y = e^x$ 의 그래프 위의 점 P 에서 접선 중 기울기가 t 인 직선을 l 이라고 한다. 직선 l 의 x 절편을 점 Q , 선분 \overline{PQ} 의 길이를 t 에 대한 함수 $g(t)$ 라고 정의할 때, $g'(e)$ 의 값을 구하시오. [3점]



- ① $\frac{1}{\sqrt{1+e}}$
- ② $\frac{e}{\sqrt{1+e}}$
- ③ $\frac{2e}{\sqrt{1+e}}$
- ④ $\frac{e}{\sqrt{1+e^2}}$
- ⑤ $\frac{2e}{\sqrt{1+e^2}}$

27. 양의 실수 전체에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $f(1) = \frac{1}{4}$

(나) $t \geq 1$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $1 \leq x \leq t$ 에서 곡선 $f(x)$ 의 길이는 $\ln t + f(t) - \frac{1}{4}$ 이다.

$f(e)$ 의 값을 구하시오. [3점]

① $\frac{e^2}{2} - 1$

② $\frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}$

③ $\frac{e^2}{2}$

④ $\frac{e^2}{4} - 1$

⑤ $\frac{e^2}{4} - \frac{1}{2}$

28. 두 함수 $f(x), g(x)$ 를 각각

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} + x + 1}{x^{2n} + 1}, \quad g(x) = (x+1)(x-t) + 1$$

라고 정의한다. 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수를 함수 $h(t)$ 라 할 때, 실수 전체에서 정의된 함수 $h(t)$ 의 불연속 점의 개수를 구하시오. [4점]

단답형

29. 실수 전체에서 정의된 함수 $f(x) = 3e^{|\sin x|} + a|\sin x| + b$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 전 구간에서 미분가능하다.
 (나) $f(x)$ 의 최솟값은 1이다.

두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오. [4점]

30. 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수에 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} n & (|a_n| > n) \\ a_n & (|a_n| \leq n) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족한다.

(가) $b_3 = 3, |b_4| < 4$

(나) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n b_{2k-1} = \frac{11}{2}, \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n b_k = \frac{9}{2}$

a_1 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오. ○