수능 D-1

수능 전 수학 최종점검 (6평ver)

과외자료인데 만든 게 아까워 뿌립니다.
3등급이라도 필요한 학생들!
문제 보고 뭐 부터 해야할 지 모르겠다면?
이번 모평 해설, 관련 개념, 공식들 등
한 번 훑고 가세요❤️

subject | title: 확통 정리 | check | date

① 말 바꾸기

- 뽑는다 : C
- 중복해서 뽑는다 : H ← H는 한번도 안 뽑힐수 있음을 가정한 기호.
- 나열한다 : !
- 뽑고 나열한다 : C × ! (= P) (P랑 π는 좀 쓰지마)

② $1 \le a \le b \le 10$: ${}_{10}H_2$

$1 < a < b < 10$: ${}_8C_2$

그럼 $1 \le a < b \le 10$ 은?

$= (1 \le a \le b \le 10) - (1 \le a = b \le 10)$

$= {}_{10}H_2 - {}_{10}H_1$

자유자재로 쓰기.

③ H 쓰고 싶은데 한 개도 못 뽑는 개가 없다?

처음부터 개한테 하나 주고 시작 ... 그 다음부터

... 되도

... 중복허용 ...

그럼 일단 ... 주고 남은 6...

이 6개는 못받는 애 있어도 되잖아. (= ...H...)

④ 원순열.

하나라도 고정되면 ...

ex) · 10명이 원탁에 앉는다 ... : 9!

· 10명이 원탁에 앉는데 A랑 B는 이웃한다.

⑤ 확률 집합 과외드

· 합집합 : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

· 여집합 : ...

· 드모르간 : $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

· 조건부확률 : $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

· 서로 독립인 사건 : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

⑥ 이산확률 변수

$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

⊕ $E(aX+b) = aE(X)+b$

$V(aX+b) = a^2 V(X)$

$\sigma(aX+b) = |a| \sigma(X)$

⑦ 이항분포

$B(n, p)$ ← p의 확률로 n번 일어남.

$E(X) = np$

$V(X) = np(1-p)$

$\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$

B(n, P) 라고 나오면 N(nP, nP(1-P)) 라고 쓰면 됨.

⑧ 정규분포 & 표준정규분포

$X \sim N(m, \sigma^2)$

⑨ ... (모평균의 신뢰구간)

· 95% : $\bar{x} - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \bar{x} + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

· 99% : $\bar{x} - 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \bar{x} + 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

subject

title

24학년도 6평 _ @jongganggirl_ˇ_ˇ_

check

date

2. 함수 $f(x)=x^2-2x+3$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

① $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h} = f'(3)$

② $f'(x) = 2x-2$

③ $f'(3) = 4$

2번에 쓰인 개념

$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = f'(a)$ ← h랑 상관 x

Q. h자리가 같지 않으면? → 같게 만들어주기!

$\lim_{h\to 0}\frac{f(5+2h)-f(5)}{3h} = \lim_{h\to 0}\frac{f(5+2h)-f(5)}{3h\times\frac{2}{3}}\times\frac{2}{3}$

3h → 3h를 2h로 만들어주기

$= \lim_{h\to 0}\frac{f(5+2h)-f(5)}{2h}\times\frac{2}{3} = f'(5)\times\frac{2}{3}$

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 1}f(x)=4-f(1)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f(1) = 4-f(1)$

$2f(1) = 4$

$f(1) = 2$

4에 쓰인 개념

⟨$x=a$에서 연속인 함수 $f(x)$⟩

$\underbrace{\lim_{x\to a^-}f(x) = \lim_{x\to a^+}f(x)} = f(a)$

둘을 한 번에 쓰면 $\lim_{x\to a}$

문제 적용

- 실수 전체에서 $f(x)$가 연속이니까 당연히 $x=1$에서도 연속.
- $x=1$에서 연속이니까 $\lim_{x\to 1}f(x) = f(1)$

5. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=(x^3+1)f(x)$$

라 하자. $f(1)=2$, $f'(1)=3$일 때, $g'(1)$의 값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

* 주어진 hint 부터 넣기.

① x에 1넣기 : $g(1) = 4f(1) = 8$

② $f'(1)=3$ 쓰려면 $f'(x)$부터 필요. 식 양변 미분

$g'(x) = 3x^2f(x)+(x^3+1)f'(x)$ → 모든 x에 1넣기

$g'(1) = 3f(1)+4f'(1)$

$= 3\times2+4\times3 = 18$

#5에 쓰인 개념

⟨곱의 미분⟩

$f(x)\cdot g(x) \xrightarrow{\prime} f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

subject	title	check ☐☐☐☐☐
	24학년도 6평 _ @jongganggirl	date

6. $\cos\theta<0$이고 $\sin(-\theta)=\frac{1}{7}\cos\theta$일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

① $\cos\theta<0$ → 범위 잡으라는 뜻.

S	A → 다 + 니까 x
t	C → cos + 니까 x

핵 ⇒ θ : 2, 3사분면의 각.

② $\sin(-\theta) = \underbrace{-\sin\theta = \frac{1}{7}\cos\theta}$

sinθ는 원점대칭 / sinθ랑 cosθ랑 부호 반대

③ 한 식에 sin, cos 둘 다 나오면 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ 이용하기.

∴ sinθ>0 ⇒ 2사분면 각

→ $-\sin\theta = \frac{1}{7}\cos\theta$ 양변 제곱

$\sin^2\theta = \frac{1}{49}\cos^2\theta$

여기서, sinθ → cosθ or cosθ → sinθ
문제에서 sinθ 물어봤으니까 cosθ → sinθ

$\sin^2\theta = \frac{1}{49}(1-\sin^2\theta)$

$49\sin^2\theta = 1-\sin^2\theta$

$50\sin^2\theta=1$

$\sin^2\theta=\frac{1}{50}$, $\sin\theta=\pm\frac{\sqrt{2}}{10}$

θ가 2사분면 각이니까

$\therefore \sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{10}$

#6번에 쓰인 개념

< 삼각함수 공식 > 지금 외우자!

① 대칭

$\sin(-\theta)=-\theta$
$\tan(-\theta)=-\theta$] 원점 대칭

$\cos(-\theta)=\theta$ - y축 대칭

② 값의 부호 & 짧은 공식

sin	all ⊕
tan	cos

& $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

③ 주기

$\sin(2n\pi+\theta)=\sin\theta$
$\cos(2n\pi+\theta)=\cos\theta$] 주기가 2π

$\tan(n\pi+\theta)=\tan\theta$ - 주기가 π

④ $(\pi\pm\theta)$

θ를 '아주작은 각'으로 생각하고 올사탄코

ex) $\sin(\pi+\theta)$ (⇒ sin | all / tan | cos ⇒) $=-\sin\theta$

⑤ $(\frac{\pi}{2}\pm\theta)$

④랑 똑같이 한 후, $\sin\theta \longleftrightarrow \cos\theta$

부호! 이거 먼저! $\tan\theta \longrightarrow \frac{1}{\tan\theta}$

ex) $\sin(\frac{1}{2}\pi+\theta)$ (⇒ sin | all / tan | cos ⇒) $=\cos\theta$

sinθ 기준 부호.

⑥ $A+B=\frac{\pi}{2}$ 이면 다음이 성립

· $\sin^2A+\sin^2B=1$
· $\cos^2A+\cos^2B=1$
· $\tan A\times\tan B=1$

⑦ 삼각함수 그래프의 변형

• 최대, 최소, 주기부터 구하기

ex) $a\,\frac{\sin}{\cos}\,b(x+\frac{c}{b})+d$

1) 최대 : $|a|+d$
2) 최소 : $-|a|+d$
3) 주기 : $\frac{2\pi}{|b|}$
4) 위아래로 $|a|$배, 양옆으로 $\frac{1}{|b|}$배,
x축으로 $-\frac{c}{b}$ 만큼, y축으로 d만큼.

subject | title: 24학년도 6평 _ @jongganggirl | check | date

7. 상수 $a\,(a>2)$에 대하여 함수 $y=\log_2(x-a)$의 그래프의 점근선이 두 곡선 $y=\log_2\frac{x}{4}$, $y=\log_{\frac{1}{2}}x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB}=4$일 때, a의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

* 문제에서 시키는 대로, 순서대로 구하기.

1) 점근선 구하고 → 2) 두 곡선과 만나는 점 AB 구하고 → 3) $\overline{AB}=4$ 이용하면 a 구할 수 있겠지.

① $y=\log_2(x-a)$의 점근선 : $x=a$

② 점근선이 두 곡선과 만나는 점

이 점은 점근선 위의 점!

근데 점근선이 $x=a$!

∴ 점의 x좌표는 a로 고정

$A\left(a, \log_2\frac{a}{4}\right)$, $B\left(a, \log_{\frac{1}{2}}a\right)$

③ A, B의 x좌표 같으니까 y좌표끼리 빼주면 두 점 사이 길이.

$\overline{AB} = \log_2\frac{a}{4} - \log_{\frac{1}{2}}a$

$= \log_2 a - \log_2 4 + \log_2 a$

$= 2\log_2 a - 2 = 4$ → 문제에서 줌

$2\log_2 a = 6$

$\log_2 a = 3$

$= \log_2 2^3 = \log_2 8 \quad ∴ a=8$

#7에 쓰인 개념

〈지수·로그 함수 점근선〉

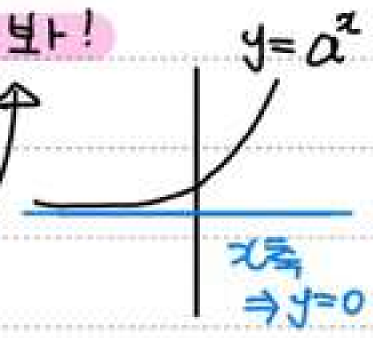
- 지수는 점근선이 $y=\sim$ 꼴! y만 봐!

ex) $y=a^x \xrightarrow{\text{점근선}} y=0$

$y=a^x+b \xrightarrow{\text{점근선}} y=b$

$y=a^{x-b} \xrightarrow{\text{점근선}} y=0$

$y-3=2^{x+1}+2 \rightarrow y=3+2=5$



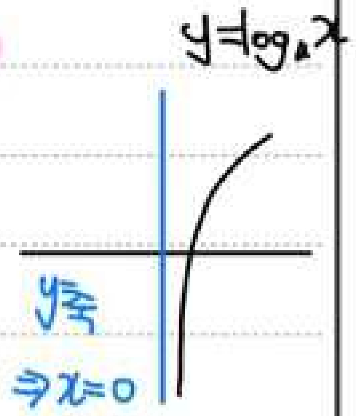
- 로그는 점근선이 $x=\sim$ 꼴! x만 봐!

ex) $y=\log_a x \xrightarrow{\text{점근선}} x=0$

$y=\log_a(x-b) \xrightarrow{\text{점근선}} x=b$

$y=\log_a x+b \xrightarrow{\text{점근선}} x=0$

$y-1=\log_2(x-3) \rightarrow x=3$



〈두 점 사이의 거리〉

* $A(a_1, a_2)$ $B(b_1, b_2)$ 일 때

- 기본공식 : $\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2}$
- $a_1=b_1$ 일 때 : $|b_2-a_2|$
- $a_2=b_2$ 일 때 : $|b_1-a_1|$

둘 중 더 크거 뭔지 알면 절댓값 생각.

〈로그 기본 공식〉

① 정의 : $\log_a n = x$

$a>0,\ a\neq 1,\ n>0,\ x$: 실수

② $\log_a 1 = 0$

③ $\log_a a = 1$

③ $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

④ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

⑤ $\log_a M^k = k\log_a M$

⑥ $\log_{a^k} M = \frac{1}{k}\log_a M$

⑦ $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

⑧ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

⑨ $\log_a b \times \log_b a = 1$

⑩ $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$

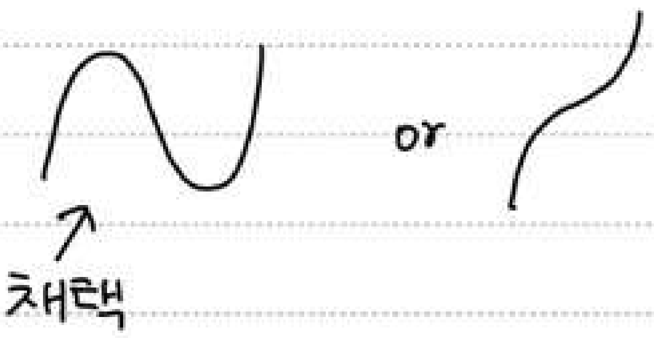
subject | title: 24학년도 6평 _ @jongganggirl_._. | check ☐☐☐☐☐ | date

8. 두 곡선 $y=2x^2-1$, $y=x^3-x^2+k$가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

① 두 함수가 만난다 → 연립하라는 뜻.
(두 함수 다 $y=$ ~ 라서 연립 가능)
$2x^2-1 = x^3-x^2+k$
$x^3-3x^2+k+1=0$ → $g(x)$라고 부르겠음

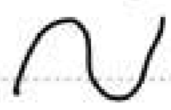
② 개형 그릴 수 있으면 그리기. (최고차항계수 1, 3차함수)

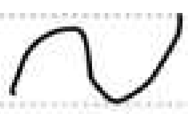


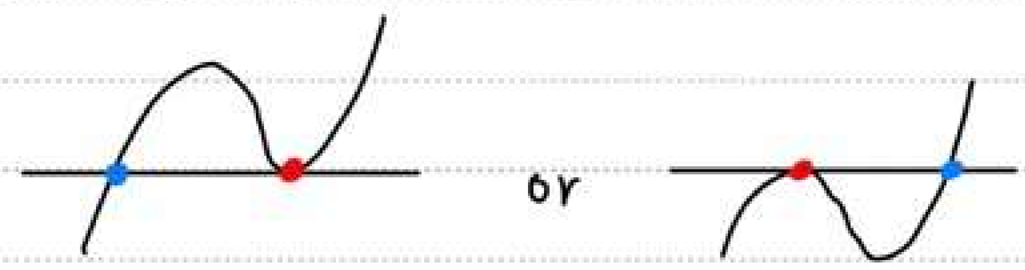
← x축과 만나는 점 언제나 1개. 탈락.
& 사실 거의 안나오는 개형이라서 ∩∪로 바로 풀어도 ok.

③ 여기까지 해석 & 정리
곡선 ①과 곡선 ②가 두 점에서 만난다.
곡선 두개 쓰긴 어려워서 연립.
▷ 곡선① − 곡선② = 0 이 두 점에서 만난다.
$(g(x))$

 과 x축이 두 점에서 만난다.

 이 두 근을 갖는다!

④  이 두 근을 갖으려면



뭐가 되든 실근 1개, 중근 1개. & 중근에서 기울기 0

⑤ 기울기 = 0 인 곳 찾기 위해 $g(x)$ 미분.
$g'(x) = 3x^2-6x = 0$
$= 3x(x-2) = 0$
즉, x는 0 or 2에서 기울기 0 & $g(x)$의 중근

⑥ 중근도 근이니까 $g(x)$에 0, 2 넣으면 0 나와야 함.
$g(0) = k+1 = 0 \rightarrow k=-1$
$g(2) = 8-12+k+1 = 0 \rightarrow k=3$

⑦ 문제에서 양수 k 구하라고 함. $\therefore k=3$

#8에 쓰인 개념

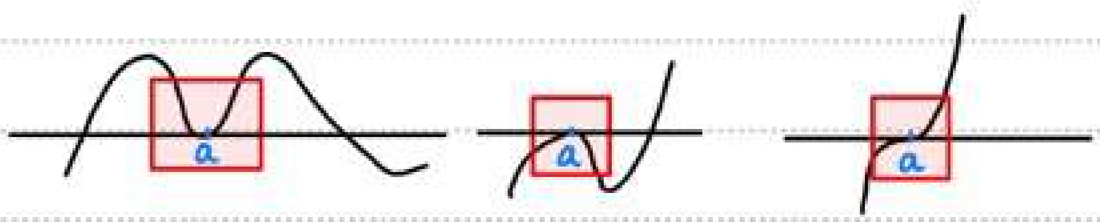
〈함수 기본〉→ 꼭 이해하기.

$x^2-5x+6 = x-2$ 라는 함수가 있다고 치자.

1) 이 함수는 ① $y=x^2-5x+6$ 과 ② $y=x-2$ 라는 두 함수의 연립이다.
2) $x^2-5x+6=x-2$ 는 $x^2-4x+4=0$ 으로 쓸 수 있다.
3) 그런데 $x^2-4x+4=0$ 은 ① $y=x^2-4x+4$ 와 ② $y=0$ 이라는 두 함수의 연립이다. 이때 $y=0$ 은 x축이다.
4) 따라서 $x^2-4x+4=0$ 은 ① $y=x^2-4x+4$ 와 ② x축이 만나는 점이다.
5) 이 함수는 1)에서 출발한 함수니까 1)의 답이 4)의 답과 같다.

〈그래프 팁〉

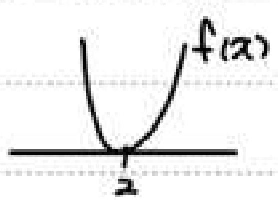
어떤 그래프 $f(x)$가



이런 식으로 $x=a$에서 ① x축에 닿고 ② a에서 중근이면
$f(a)=0$, $f'(a)=0$ 이다.
(역도 성립한다)

Q. 최고차항 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 다음 조건을 만족할 때, $f(3)$의 값을 구하시오.
ㄱ. $f(2)=0$
ㄴ. $f'(2)=0$

A. ㄱ & ㄴ에 의해 $f(x)$는 2에서 중근이니까



$\therefore f(x) = (x-2)^2$
$\therefore f(3) = 1$

subject | title: 24학년도 6평 _ @jonggang girl | check | date

9. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(2k-1)a_k} = n^2 + 2n$$

↳ 이만큼도 수열!

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [4점]

① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

① 수열의 합이 식으로 나와 있으면 $S_n - S_{n-1} = a_n$ 을 우선적으로 생각하자. 단, $n \ge 2$

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(2k-1)a_k} = S_n = n^2 + 2n$$

$$S_{n-1} = n^2 - 1$$

문제에서 $\Sigma(\text{어쩌고}) = (n\text{에 어쩌고})$ 이렇게 돼 있으면 이게 a_n!

문자에 속지마.

이거 그냥 a_n으로 쓰면 틀림. →

$$\frac{1}{(2n-1)a_n} = 2n+1 \quad (n \ge 2)$$

$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ 일때만 $S_n - S_{n-1} = a_n$.

② 식 정리 $\frac{1}{(2n-1)a_n} = 2n+1$

$$a_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

↓ 부분분수

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right) \quad (n \ge 2)$$

* $n=1$ 일 때,

i) $\sum_{k=1}^{1} \frac{1}{(2k-1)a_k} = \frac{1}{a_1} = 1^2 + 2 = 3 \quad \therefore a_1 = \frac{1}{3}$

ii) 우리가 구한 a_n에 1 넣기. $a_1 = \frac{1}{3}$ 똑같음.

$$\therefore a_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right) \quad (n \ge 1)$$

(만약에 달랐으면 a_1은 따로 더해줘야.)

③ 문제 답 구하기

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{n=1}^{10} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{5}} \cdots \cancel{\frac{1}{19}} - \frac{1}{21}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{20}{21}$$

$$= \frac{10}{21}$$

9에 쓰인 개념

⟨ $S_n - S_{n-1} = a_n$ ⟩

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = S_n = \cancel{a_1} + \cancel{a_2} + \cancel{a_3} \cdots \cancel{a_{n-1}} + a_n$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} a_k = S_{n-1} = \cancel{a_1} + \cancel{a_2} + \cancel{a_3} \cdots \cancel{a_{n-1}} \quad -$$

$$\begin{cases} S_n - S_{n-1} = a_n & (n \ge 2) \\ a_1 = S_1 \end{cases}$$

↳ 이유: S_{n-1} 식에서 $n=1$ 넣으면 S_0 인데, 0번째항은 없으니까.

a_1은 우리가 구한 a_n에 1 넣지 X

주어진 S_n에 1 넣어 구하기 O

* 문자에 속지 말기.

ex) $\sum_{k=1}^{n} (k-1)a_k = S_n = \cancel{0} + \cancel{\cdots} \cdots \cancel{\cdots} (n-1)a_n$

$\sum_{k=1}^{n-1} (k-1)a_k = S_{n-1} = \cancel{0} + \cancel{\cdots} \cdots \cancel{(n-2)a_{n-1}} \quad -$

$$\begin{cases} S_n - S_{n-1} = (n-1)a_n & (n \ge 2) \\ a_1 = S_1 \end{cases}$$

⟨부분분수⟩

$$\frac{C}{ab} = C \times \frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

* tip! 어차피 $ab = ba$ 인데 뒤에서 앞에꺼 빼거니까 미리 큰수를 b자리에, 작은 수를 a자리에 써 놓기!

⟨수열의 합 소거형·약분형 tip⟩

① 소거형 남는 건 맨앞—맨뒤 대칭이다.

ex) $\cancel{0}/\cancel{0}/ \cancel{/} \cdot \cancel{/}\cancel{0}/\cancel{0}$

∴ 위 문제처럼 한세트에 두식에 넣는 경우 (n에 1넣기) − (n에 1넣기) + (n에 2넣기) − (n에 2넣기) 이런식으로 잘 가다가 마지막에 −(n에 n넣기)로 끝내면 대칭 틀어짐. 꼭 마지막까지 둘 다 넣어 (n에 n넣기) − (n에 n넣기) 다 써주기.

② 약분형도 마찬가지로 끝까지 한세트에 넣어야 하는 거 앞 뒤 둘 다 넣어주기.

subject | title: 24학년도 6평 _ @jongganggirl | check | date

10. 양수 k에 대하여 함수 $f(x)$는

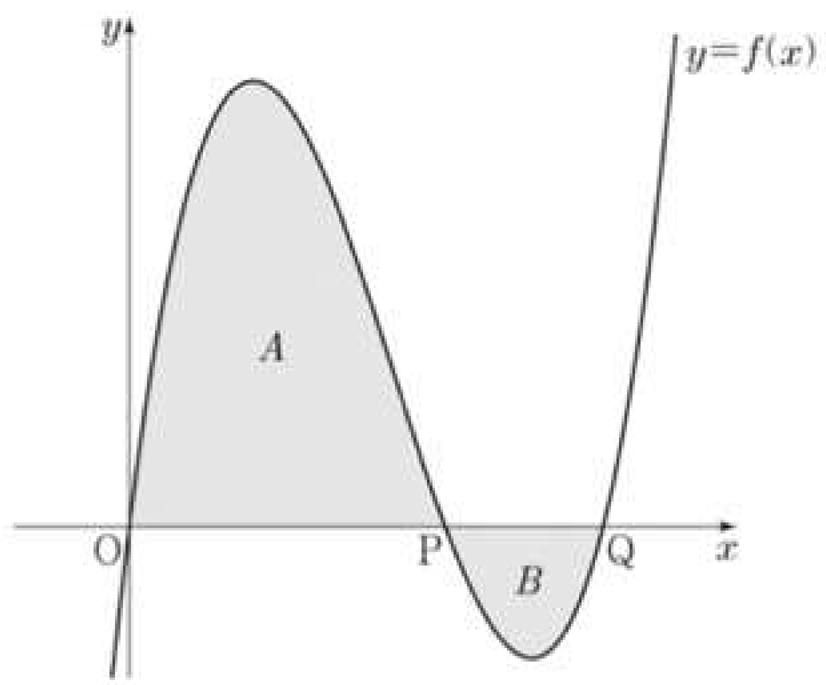
$$f(x)=kx(x-2)(x-3) \quad = k(x^3-5x^2+6x)$$

이다. 곡선 $y=f(x)$와 x축이 원점 O와 두 점 P, Q $(\overline{OP}<\overline{OQ})$에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$와 선분 OP로 둘러싸인 영역을 A, 곡선 $y=f(x)$와 선분 PQ로 둘러싸인 영역을 B라 하자.

$$(A\text{의 넓이})-(B\text{의 넓이})=3$$

일 때, k의 값은? [4점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



① $f(x) = kx(x-2)(x-3)$

$\therefore P(2,0)$, $Q(3,0)$

② · A넓이 : $y=f(x)$가 $y=0$보다 위에 있음.

$$\int_0^P f(x)-0\,dx$$

· B넓이 : $y=0$이 $y=f(x)$보다 위에 있음

$$\int_P^Q 0-f(x)\,dx$$

③ (A넓이) − (B넓이) = 3

$$\int_0^P f(x)\,dx \underline{-\int_P^Q -f(x)\,dx}$$

$\rightarrow + \int_P^Q f(x)\,dx$

$= k\int_0^2 (x^3-5x^2+6x)\,dx + k\int_2^3 (x^3-5x^2+6x)\,dx$

$= k\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{5}{3}x^3+3x^2\right]_0^2 + k\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{5}{3}x^3+3x^2\right]_2^3$

$= k\left(4-\frac{40}{3}+12+\frac{81}{4}-45+27-4+\frac{40}{3}-12\right)$

$= k\cdot\frac{9}{4} = 3 \qquad \therefore k=\frac{4}{3}$

#10에 쓰인 개념

〈정적분의 활용 : 넓이〉

· 그냥 정적분 : +, − 개념이 있음

넓이 : 넓이는 항상 +

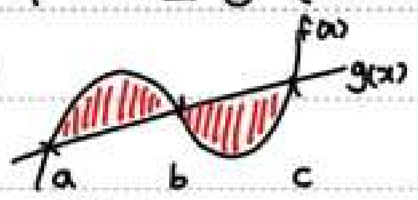
절댓값 붙여야함.

· 절댓값 푸는 법

정적분은 특정구간(x값 두개)에서 두 그래프 사이의 넓이.

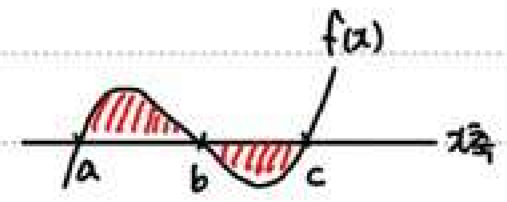
∴ 두 그래프 중 (위에 있는 그래프)−(아래있는 그래프)

ex)



$\Rightarrow \int_a^c |f(x)-g(x)|\,dx$

$= \int_a^b f(x)-g(x)\,dx + \int_b^c g(x)-f(x)\,dx$



* x축은 $y=0$!

$\Rightarrow \int_a^c |f(x)-0|\,dx \quad \left(= \int_a^c f(x)\,dx\right)$

$= \int_a^b f(x)-0\,dx + \int_b^c 0-f(x)\,dx$

$\left(= \int_a^b f(x)\,dx - \int_b^c f(x)\,dx\right)$

→ 구간 끊겨 있으면 꼭 구간마다 위아래 비교해서 식 따로따로 써 주기!

→ 그러려면 그림을 그려야 함.

문제에 그림 안 나와도 식 정리해서 그림그리기.

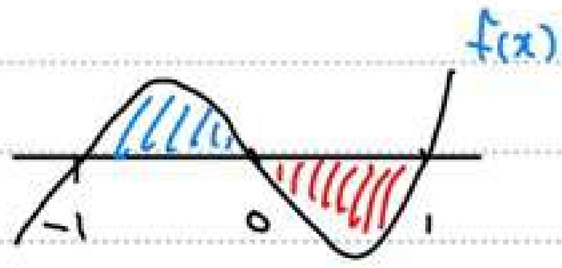
Q. $y = x^3+2x^2+x+3$ 과 $y = 2x^2+2x+3$ 으로 둘러싸인넓이?

A. 두 식 각각 그리지 X. 연립하기.

$x^3+2x^2+x+3 = 2x^2+2x+3$

$x^3-x=0$ ← f(x)라고 하겠음

$x(x+1)(x-1)=0$



$\int_{-1}^0 f(x)-0\,dx + \int_0^1 0-f(x)\,dx$

$= \int_{-1}^0 (x^3-x)\,dx - \int_0^1 (x^3-x)\,dx$

$= \left[\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2\right]_{-1}^0 - \left[\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2\right]_0^1$

$= -\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)$

$= \frac{1}{4}+\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

subject

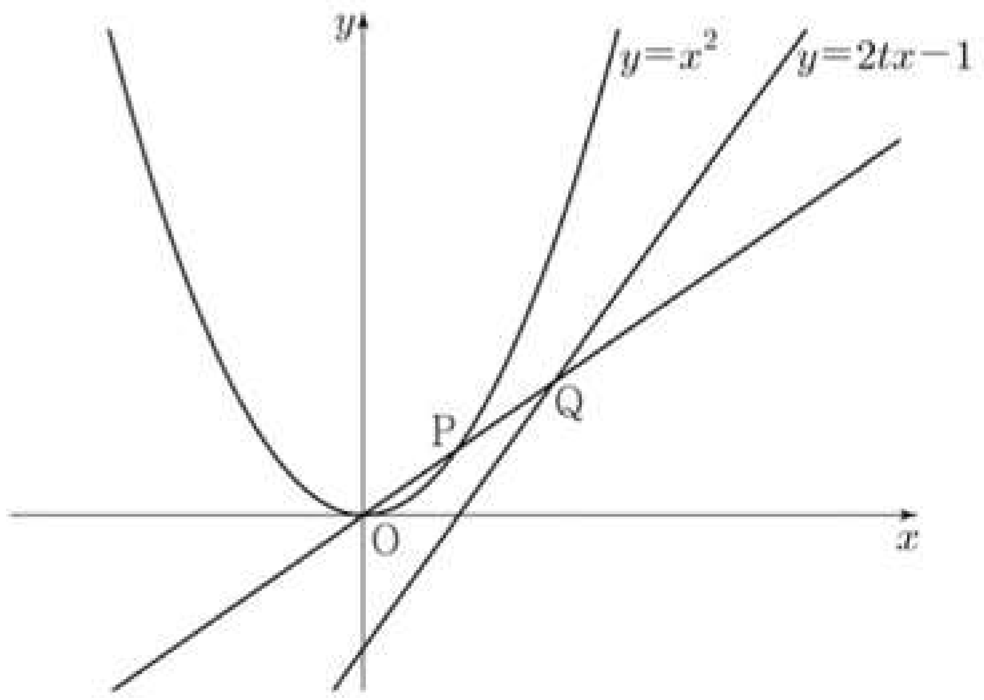
title

24학년도 6평 _ @jongganggirl

check ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

date

11. 그림과 같이 실수 $t\,(0<t<1)$에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 중에서 직선 $y=2tx-1$과의 거리가 최소인 점을 P라 하고, 직선 OP가 직선 $y=2tx-1$과 만나는 점을 Q라 할 때, $\lim_{t\to1-}\frac{\overline{PQ}}{1-t}$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

① 일단 글 읽고, 그림보고, 딱히 보이는 거 (ex. 피타고라스) 없으면 좌표부터 잡기.

좌표 잡는 기준 : · 힌트 많은 애부터.
· 논리 순서상 먼저인 애부터.
ex) P에 따라 Q 변하면 P부터.
· 딱히 잘 모르겠으면 그나마 쉬워보이는 애부터

문제) P가 힌트도 더 많고, P에 따라 Q 변함.
→ P부터 잡는다.

② P : 1) $y=x^2$ 위의 점
2) $y=2tx-1$과 거리가 최소인 점
→ 기울기가 $2t$인 직선 위의 점 (→ 개념참고)
→ $y=x^2$의 기울기 : $2x$
x가 t면 모든게 성립! ∴ $P(t,\,t^2)$

③ 직선 OP $=tx$

④ Q : $tx=2tx-1$
$1=tx$ ∴ $Q\left(\frac{1}{t},\,1\right)$

⑤ $\overline{PQ}=\sqrt{\left(t-\frac{1}{t}\right)^2+(t^2-1)^2}=\sqrt{t^4-t^2+\frac{1}{t^2}-1}$
(점과점사이거리공식)

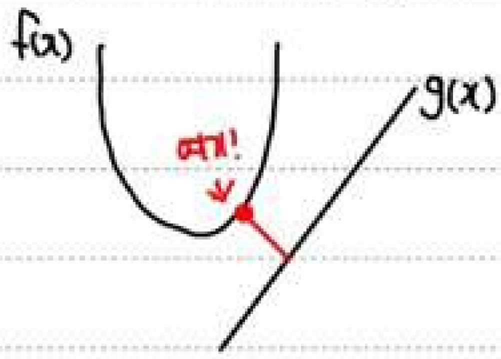
얘 땜에 계산 안되니까 $\frac{t^2}{t^2}$ 곱하기

$=\sqrt{\frac{1}{t^2}(t^6-t^4+1-t^2)}$
$=\sqrt{\frac{(t-1)^2}{t^2}\times(t^4+2t^3+2t^2+2t+1)}$

⑥ $\lim_{t\to1-}\frac{1}{\cancel{(1-t)}}\times\sqrt{\frac{\cancel{(t-1)^2}}{t^2}}\times\sqrt{t^4+2t^3+2t^2+2t+1}=\frac{\sqrt{1+2+2+2+1}}{1}=2\sqrt{2}$
⊕ ⊕ ⊕

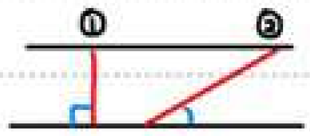
#11에 쓰인 개념

〈거리가 최소인 점〉



f(x) 위의 점 중에서
g(x)와의 거리가 최소인 점
= f(x) 위의 점 중에서
g(x)랑 같은 기울기를 갖게 하는 점

이유 : 거리가 최소가 되려면 g(x)에서 수직으로 올라가야 됨



(②보다 ①이 더 짧으니까!)
그러려면 g(x)랑 f(x) 위의 점에서의 직선의 기울기가 같아야함. (=평행해야함)

〈⑥풀이 왜 −가 아니고 +인지?〉

비교 1) $\cancel{t-1}\times\frac{1}{\cancel{1-t}}=-1$

2) $\lim_{t\to1^-}\cancel{t-1}\times\frac{1}{\cancel{1-t}}=-1$

$1^- - 1$
1보다 작은 수에서 1 빼니까 ⊖

$1-1^-$ = 1에서 1보다 작은수 빼니까 ⊕

3) $\lim_{t\to1^-}\cancel{\sqrt{(t-1)^2}}\times\frac{1}{\cancel{1-t}}=1$ ✿✿

제곱하면 ⊕
거기에 루트 씌워도 ⊕

⊕

subject

title

24학년도 6평 _ @jonggang girl

check

date

12. $a_2=-4$이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을 $b_n=a_n+a_{n+1}$ $(n\geq 1)$이라 하고, 두 집합 A, B를

$$A=\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\},\quad B=\{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$$

라 하자. $n(A\cap B)=3$이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_{20}의 값의 합은? [4점]

① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

① a_n에 따라 b_n 달라지니까 a_n부터 잡기.

$a_n = a+(n-1)d$

$a_2 = a+d = -4 \longrightarrow a=-d-4$

② a에 $-d-4$ 넣어서 a_n, b_n 써 주면

n	a_n	b_n
1	$-4-d$	$-8-d$
2	-4	$-8+d$
3	$-4+d$	$-8+3d$
4	$-4+2d$	$-8+5d$
5	$-4+3d$	$-8+7d$

⇓ 공차 d ⇓ 공차2d

③ $n(A\cap B)=3$ 뜻: A랑 B 중에 겹치는거 3개

즉, 공차가 d인 a_n의 원소 다섯개 중에서 공차가 2d인 b_n의 원소가 세개 있음.

a_n에서 공차가 2d 이려면 두 칸씩 커지면 됨. b_n에서는 한칸씩 커지면 됨.

∴ $n(A\cap B)=3$ 인 a_n

n	a_n	b_n
1	$\boxed{-4-d}$	$-8-d$
2	-4	$-8+d$
3	$\boxed{-4+d}$	$-8+3d$
4	$-4+2d$	$-8+5d$
5	$\boxed{-4+3d}$	$-8+7d$

① 이렇게 세개거나

② 이렇게 세개거나

③ 이렇게 세개거나

이렇게 여야 두칸씩.

→ 뭔 말이냐면, 표에 공차d인 a_n 5개랑 공차2d인 b_n 5개중에 3개가 겹쳐야 돼. 그럼 그 3개 원소끼리는 공차가 2d 여야 겠지? (최소공배수 생각해봐. 3의 배수랑 6의 배수랑 3~13 안에서 두번 겹쳐야 되면 6이 더 크니까 6이랑 (2가 겹치는 거잖아. 같은 원리임.) 근데 a_n은 원래 공차가 d라서 2d를 추출하려면 1번, 3번, 5번 골라야 되고, b_n은 원래공차가 2d니까 그냥 연속하는 세 개 고르면 됨. 그래서
① $a_1, a_3, a_5 = b_1, b_2, b_3$ ② $a_1, a_3, a_5 = b_2, b_3, b_4$
③ $a_1, a_3, a_5 = b_3, b_4, b_5$ 로 놓고 핑크색만 본 거.

④ ①경우: $-4-d=-8-d$ ⋯ (×)

②경우: $-4-d=-8+d$ ⋯ $d=2$, $a_{20}=32$

③경우: $-4-d=-8+3d$ ⋯ $d=1$, $a_{20}=14$

⑤ $32+14=46$

subject

title

24학년도 6평 _ @jongganggirl_ ∵ _

check

date

13. 그림과 같이

① $\overline{BC}=3$, ② $\overline{CD}=2$, $\cos(\angle BCD)=-\frac{1}{3}$, ③ $\angle DAB>\frac{\pi}{2}$

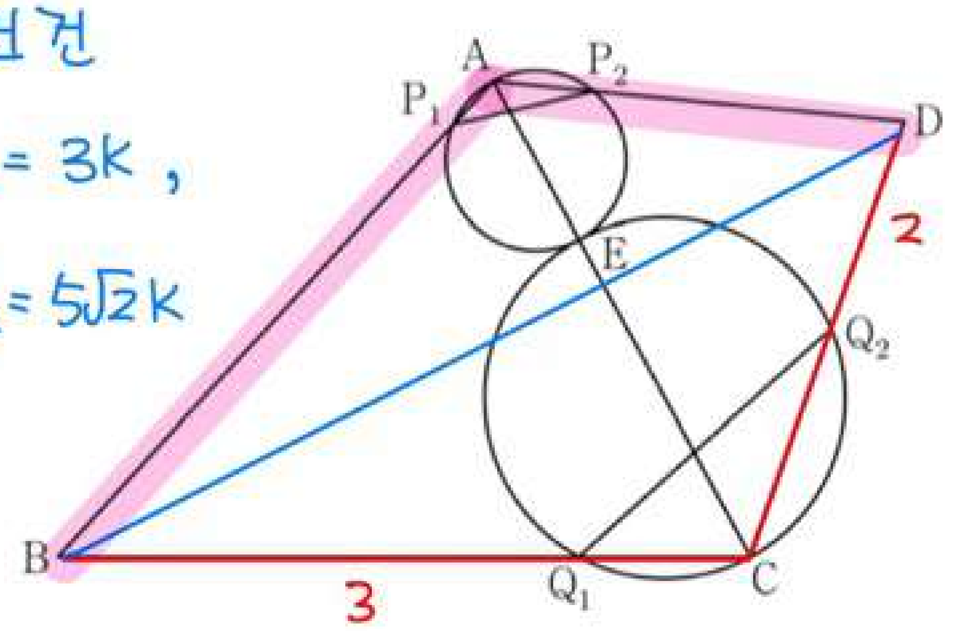
인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두 ③예각삼각형이다. 선분 AC를 1 : 2로 내분하는 점 E에 대하여 선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 각각 P_1, P_2라 하고, 선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 각각 Q_1, Q_2라 하자.

$\overline{P_1P_2}:\overline{Q_1Q_2}=3:5\sqrt{2}$이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때, $\overline{AB}+\overline{AD}$의 값은? (단, $\overline{AB}>\overline{AD}$) [4점]

▷이런 건

$\overline{P_1P_2}=3k$,

$\overline{Q_1Q_2}=5\sqrt{2}k$



① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

① 문제 천천히 읽으면서 표시할 것 표시하기 ($\overline{BC}$, $\overline{BD}$)

② 문제에서 $\cos\angle BCD=-\frac{1}{3}$ 이라고 했는데 이 각은 $\triangle BCD$에서 만든 각이니까 보조선 $\overline{BC}$ 긋기

$\triangle BCD$에서 구할 수 있는 것 구하기.

$\overline{BD}^2=2^2+3^2-2\times2\times3\times\cos\angle BCD=17$. $\therefore \overline{BD}=\sqrt{17}$

③ 딱히 의미 없는 정보는 그렇구나 ~ 하고 넘어가기

(보통 문제가 정의되기 위해 필요한 조건. 문제 풀 때 신경 X)

④ $\overline{AB}+\overline{AD}$ 근처 봐. $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AD}\times\sin\angle BAD=2$

⑤ $\cos\angle BCD=-\frac{1}{3}\rightarrow\sin\angle BCD=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

⑥ $\triangle Q_1Q_2C\rightarrow\frac{\overline{Q_1Q_2}}{\sin\angle BCD}=2R$

$\rightarrow\frac{5\sqrt{2}k}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}=2R\rightarrow\frac{15}{2}k=\overline{EC}$

$\rightarrow\overline{AE}=\frac{15}{4}k$

⑦ $\triangle P_1P_2A\rightarrow\frac{\overline{P_1P_2}}{\sin\angle BAD}=2R=\frac{15}{4}k=\frac{3k}{\sin\angle BAC}$

$\therefore\sin\angle BAC=\frac{4}{5}$

⑧ $\sin\angle BAD=\frac{4}{5}$ 니까 ④에서 $\overline{AB}\times\overline{AD}=5$

↳ $\cos\angle BAD=-\frac{3}{5}$

⑨ $\triangle ABD\rightarrow17=\overline{AB}^2+\overline{AD}^2-2\overline{AB}\,\overline{AD}\cdot\cos\angle BAD$

$=\overline{AB}^2+\overline{AD}^2-2\times5\times-\frac{3}{5}$

$\therefore\overline{AB}^2+\overline{AD}^2=11$

⑩ $(\overline{AB}+\overline{AD})^2-2\overline{AB}\,\overline{AD}=11$

$\overline{AB}+\overline{AD}=\sqrt{11+2\times5}=\sqrt{21}$

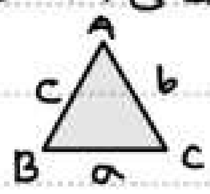
#13에 쓰인 개념 (단계별)

②&⑨ 코사인 법칙

$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

④ 삼각형 넓이 공식

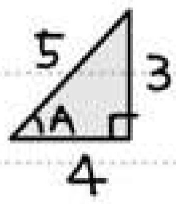


$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times c\times b\times\sin A$

⑤&⑧ sin & cos 변환 → 직각△ 그리기

ex) $\sin A=\frac{3}{5}$ 일 때 $\cos A$는?

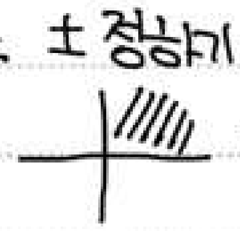
i) 직각△ 그리기 (피타고라스 이용해서 남은 변도 구함)



ii) $\cos A$ 후보 정하기 : $\frac{4}{5}$ or $-\frac{4}{5}$

iii) $\angle A$의 크기로 ± 정하기.

$\angle A$는 예각 → All ⊕



iv) $\therefore\cos A=\frac{4}{5}$

⑥&⑦ 사인법칙

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$ (=지름)

subject	title	check ☐☐☐☐☐
	24학년도 6평 _ @jonggang girl ~.~	date

14. 실수 $a\,(a \geq 0)$에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$를

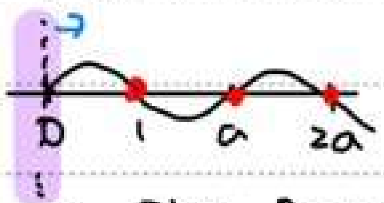
$$v(t) = -t(t-1)(t-a)(t-2a)$$

라 하자. 점 P가 시각 $t=0$일 때 출발한 후 운동 방향을 한 번만 바꾸도록 하는 a에 대하여, 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P의 위치의 변화량의 최댓값은? [4점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

① 운동방향을 바꿀 때 : 속도 0 됨.
속도 0인데 운동방향 안 바꾸려면 중근이어야 함.
(옆에 개념부터 보기)

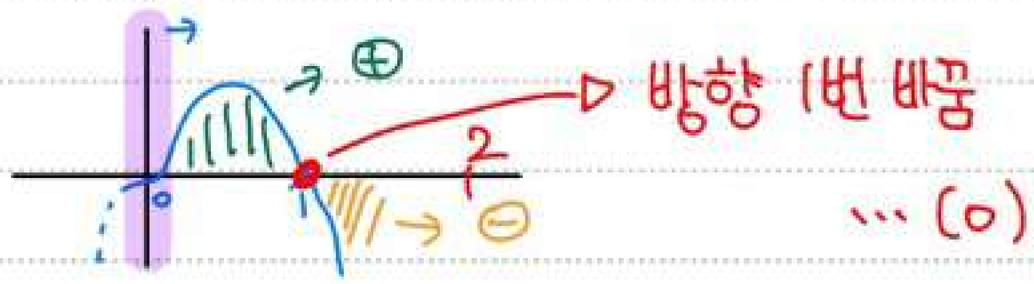
② 속도 $v(t)$를 0 만드는 t : $0, 1, a, 2a$
이 네개의 t가 모두 다르면 운동방향이



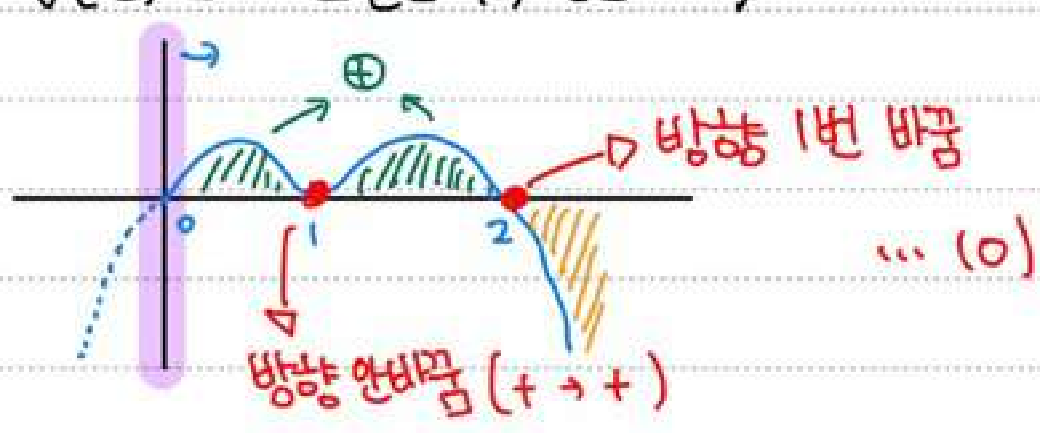
⇒ 3번 바뀜.

즉, 같은 숫자가 무조건 있어야 함

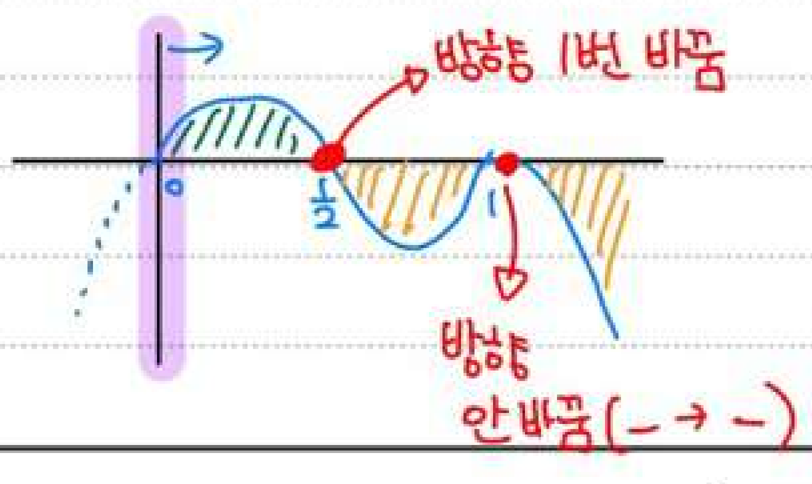
③ i) $a=0$ 일때
$v(t) = -t^3(t-1)$



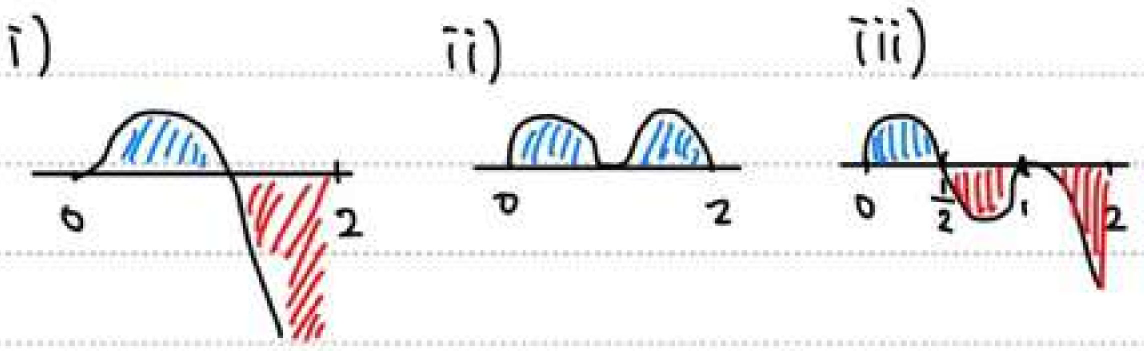
ii) $a=1$ 일때
$v(t) = -t(t-1)^2(t-2)$



iii) $a=\frac{1}{2}$ 일 때
$v(t) = -t(t-1)^2(t-\frac{1}{2})$



④ a가 $0, 1, \frac{1}{2}$일 때 모두 조건 충족.
원래는 P의 위치 변화량 각각 구해준 다음에 제일 큰 게 최댓값.
근데 그래프를 보면



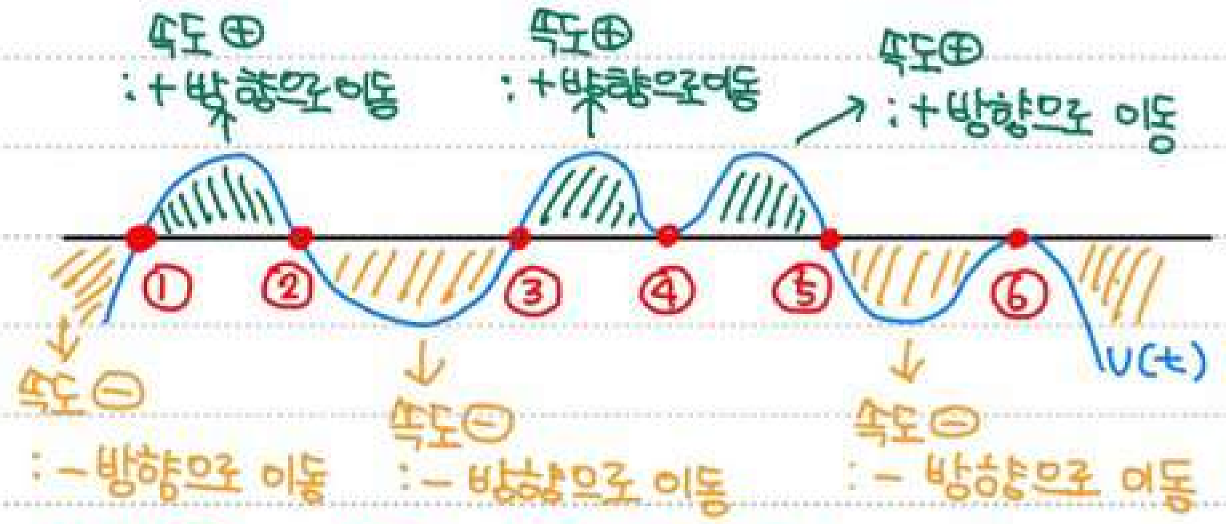
당연히 그냥 적분하면 −가 없는 ii)가 제일 크겠지. ii)만 적분해.

$$\therefore \int_0^2 -t(t-1)^2(t-2)\,dt = \frac{4}{15}$$

14에 쓰인 개념

〈속도와 방향〉
- 방향을 바꿀 때 → 속도 0
- 속도가 0 될 때 → 방향 바꿀수도, 안 바꿀 수도.

ex) 속도 그래프를 $v(t)$ 라고 하면



①&③ : 속도 0, 운동방향 바꿈 (− → +)
②&⑤ : 속도 0, 운동방향 바꿈 (+ → −)
④ : 속도 0, 운동방향 안 바꿈 (+ → +)
⑥ : 속도 0, 운동방향 안 바꿈 (− → −)

⇒ 속도가 0인데 운동방향 안 바꿨다? ⇒ 중근임.
(④&⑥처럼)

〈위치의 변화량과 거리〉
- 위치의 변화 : + − 개념이 있음. (방향개념 O)
∴ 속도를 범위만큼 '그냥 적분'
- 거리 : + − 개념이 없음 (방향개념 X)
∴ 속도를 범위만큼 '절댓값 붙여 적분'

subject

title

24학년도 6평 _ @jonggangirl-_-_

check

date

15. 자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> $a_1 = k$이고, 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \le 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$
>
> 이다.

→ 음수가 홀수개 있어야. (1개 or 3개)

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은? [4점]

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

① 수열을 올라가면서 찾을건지 내려가면서 찾을 건지 결정. $a_1 = k$로 줬으니까 올라가자.

② 문제 정보 생각해보기.

i) 숫자 네개의 곱 < 0 ··· 음수는 1개 or 3개

ii) 숫자 네개의 곱 < 0 ··· 숫자들중에 0있으면 안됨!

③ $a_1 = k \quad (k>0)$

$a_2 = k-2-k = -2 \quad (-2<0)$

$a_3 = -2+4-k = 2-k$ (양수인지 음수인지 모르지만 $k \ne 2$)

$\therefore k = 1, 3, 4, 5 \cdots$

④ i) $k=1$

$a_3 = 2-1 = 1$ (양) / $a_4 = 1-6-1 = -6$ (음)

$a_5 = -6+8-1 = 1$ (양) / $a_6 = 1-10-1 = -10$ (음)

→ 음수 두개 ··· (×)

ii) $k=3$

$a_3 = 2-3 = -1$ (음) / $a_4 = -1+6-3 = 2$ (양)

$a_5 = 2-8-3 = -9$ (음) / $a_6 = -9+10-3 = -2$ (음)

→ 음수 세개 ··· (○)

iii) $k=4$

$a_3 = 2-4 = -2$ (음) / $a_4 = -2+6-4 = 0$

→ 0 있어서 안됨 ··· (×)

iv) $k=5$

$a_3 = 2-5 = -3$ (음) / $a_4 = -3+6-5 = -2$ (음)

$a_5 = -2+8-5 = 1$ (양) / $a_6 = 1-10-5 = -14$ (음)

→ 음수 세 개 ··· (○)

v) $k=6$

$a_3 = 2-6 = -4$ (음) / $a_4 = -4+6-6 = -4$ (음)

$a_5 = -4+8-6 = -2$ (음) / $a_6 = -2+10-6 = 2$ (양)

→ 음수 세 개 ··· (○)

vi) $k = 7$개 이상

→ 음수 네개 ··· (×)

⑤ k: 3, 5, 6 → 14

#15에 쓰인 개념

그냥 인성 test 한다 생각하고 꾸준히 하되, 오래 걸리니까 풀 거 다 풀고 뒷순서에 하기.

subject

title 24학년도 6평 _ @jongganggirl_ ·_· _

check ☐☐☐☐☐

date

16. 부등식 $2^{x-6} \le \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

① 밑 맞춰주기.

$2^{x-6} \le 2^{-2x}$

② 지수끼리 비교 (밑 > 1 이니까 부호 그대로)

$x-6 \le -2x$

$3x \le 6$

$x \le 2$

③ 모든 자연수 : 1, 2 $\qquad \therefore 3$

 # 16에 쓰인 개념

〈 지수 대소 비교 〉

• 밑을 같게 하든 지수를 같게하든 뭐라도 맞춰야 비교 용이. 보통 밑을 맞춤.

i) 0 < 밑 < 1 → 부호 반대로.

ex) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} < \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-4} \Rightarrow x-3 > 2x-4$

ii) 밑 > 1 → 부호 그대로

ex) $(3)^{x-3} < (3)^{2x-4} \Rightarrow x-3 < 2x-4$

* 로그도 0<밑<1, 밑>1 보고 부호 들어감

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 1$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

① $f'(x)$ 적분해서 $f(x)$ 구하기. (부정적분이니까 적분상수 꼭!)

$f(x) = 2x^4 - x + C$

② $f(0) = 3 = C \qquad \therefore C = 3$

$f(x) = 2x^4 - x + 3$

③ $f(2) = 32 - 2 + 3 = 33$

 # 17에 쓰인 개념

• 부정적분 : 특정 구간 X, 식 자체를 그냥 적분 → 적분상수 O

• 정적분 : 특정 구간 O → 적분상수 X

↳ ex) $\int_a^b f(x)dx$

* 사실 정적분은 적분상수가 없다기 보다 계산하면 없어져서 처음부터 안 쓰는 것.

18. 두 상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx + a$ 는 $x = 1$ 에서 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 -2 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

① $x=1$ 에서 극값 → $f'(1) = 0$

$f'(x) = 3ax^2 + b$

$f'(1) = 3a + b = 0 \qquad \therefore b = -3a$

② $x=1$ 에서 극소인데 극솟값이 -2 이다.

= x에 1 넣으면 $f(x) = -2$ 이고, 극솟값이다.

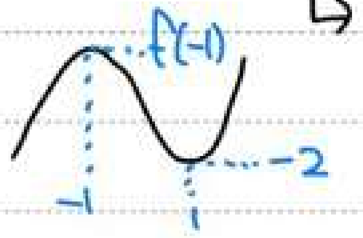
$f(x) = ax^3 - 3ax + a$

$f(1) = a - 3a + a = -2 \qquad \therefore a = 2$

$b = -6$

③ $f'(x) = 6x^2 - 6 = 6(x+1)(x-1)$

↳ $x = -1, 1$ 에서 극값.

$f(x) =$ 

$f(-1) = 3a = 6$

 # 18에 쓰인 개념

(생략)

subject | title: 24학년도 6평 _ @jongganggirl_-.-_ | check | date

19. 두 자연수 a, b에 대하여 함수

$$f(x) = a\sin bx + 8 - a$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

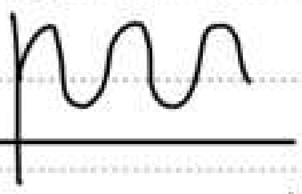
> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq 0$이다.
>
> (나) $0 \leq x < 2\pi$일 때, x에 대한 방정식 $f(x) = 0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

→ a, b가 자연수라 최대, 최소, 주기 구할 때 절댓값 안붙여도 ok

① 삼각함수가 식의 형태로 나오면 최댓값, 최솟값, 주기 부터 구하기.
최대 : 8, 최소 : $8-2a$, 주기 : $\frac{2\pi}{b}$

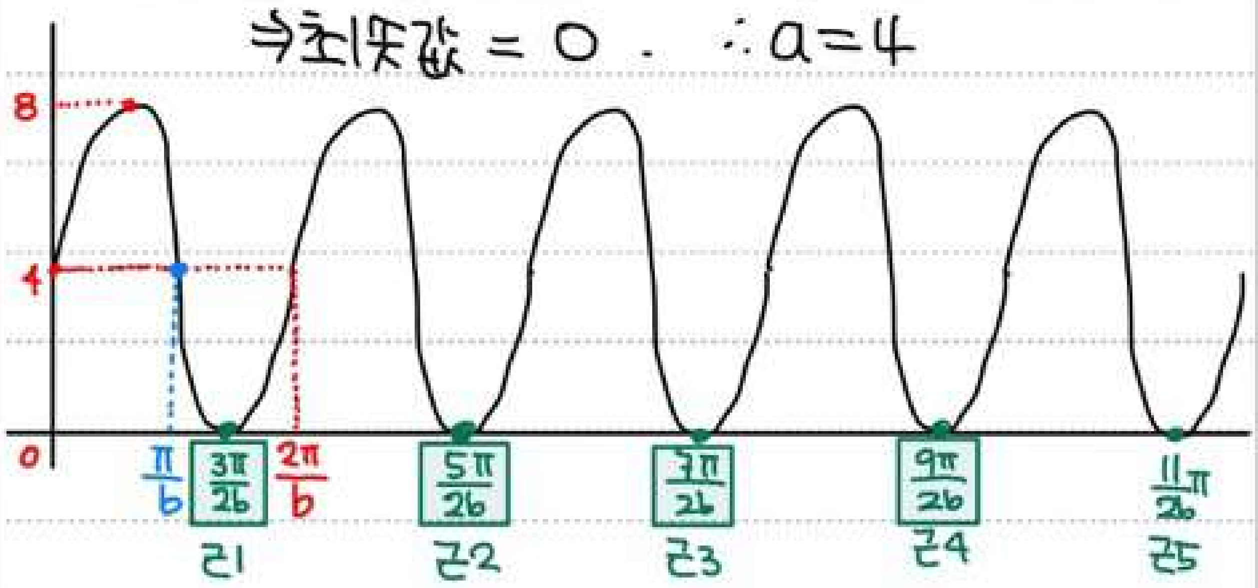
② (가) $f(x) \geq 0$ 이려면 최솟값도 0보다 크거나 같아야.
$8-2a \geq 0$ ∴ $4 \geq a$

③ (나) $f(x)=0$ 의 실근의 개수가 4개.
생각해보자. (가) $f(x)$가 x축보다 위에 있거나 x축에 닿아 있는데, (나) $f(x)$가 x축이랑 닿는 부분이 $0 \leq x < 2\pi$ 에서 4개다?
만약, $f(x)$가 x축보다 '위에 만' 있으면 근이 안 생김.



← 근 없음

즉, $f(x)$는 x축이랑 닿아야함.
⇒ 최솟값 = 0. ∴ $a=4$



④ $0 \leq x < 2\pi$ 에 근1~4 들어가야하고, 근5는 들어가면 안됨. → 어디까지 2π?
⇒ $\frac{9\pi}{2b}$ (근4) 보다 2π가 커야 근4가 들어감.
$\frac{11}{2b}\pi$ (근5) 보다 2π가 작거나 같아야 근5 안들어감.

$$\frac{9}{2b}\pi < 2\pi \leq \frac{11}{2b}\pi$$

★ 등호 없어서 같아도 됨!

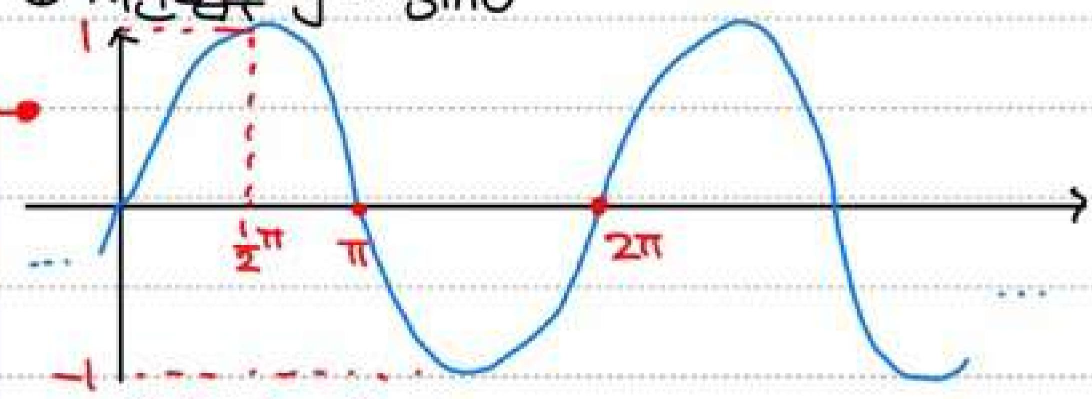
→ 각각 $2b$ 곱하면 $9\pi < 4b\pi < 11\pi$
자연수 $b = 4$

⑤ $a+b = 4+4 = 8$

19에 쓰인 개념

〈사인함수 그래프와 변형〉

① 사인함수 $y = \sin\theta$



1) 정의역 : 실수 전체
2) 치역 : $-1 \leq y \leq 1$ → 최댓값 1, 최솟값 -1
3) 연속함수
4) 원점대칭
5) 주기 : 2π

② 사인함수 $y = a\sin b(x+c)+d$
→ 위에 있는 기본 꼴 함수를 위아래로 $|a|$ 배, 양 옆으로 $\frac{1}{|b|}$배 하고 x축의 방향으로 $-c$ 만큼, y축의 방향으로 $+d$만큼 평행이동
1) 정의역 : 실수 전체
2) 치역 : $-|a|+d \leq y \leq |a|+d$ → 최댓값 $|a|+d$, 최솟값 $-|a|+d$
3) 연속함수
4) c랑 d가 0 이면 원점대칭. 하나라도 0 아니면 원점대칭 X
5) 주기 : $\frac{2\pi}{|b|}$

★ 코사인함수는 4)만 y축대칭으로 바꾸면 모두 같음.

subject	title	check ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
		date

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$의 값을 구하시오. [4점]

> $x \ge 1$인 모든 실수 x에 대하여
> $g(x) \ge g(4)$이고 $|g(x)| \ge |g(3)|$이다.

① 문제에서 뽑을 수 있는 정보 다 쓰기. → ∪ 모양

i) 최고차항 계수가 1인 이차함수 → $f(x)=x^2+ax+b$

ii) $g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$ ← 이런 꼴 나오면

→ $g(0)=0$ ①적분구간 0 만드는 x 넣어보기

$g'(x)=f(x)$ ②양변 미분 해보기.

iii) i)&ii)에 의해 $g(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}ax^2+bx$

iv) 조건) $x\ge1$인 x에 대해 $g(x)\ge g(4)$ ∿ 모양

→ $x\ge1$ 에서는 $g(4)$가 최솟값이다.

→ 즉, $x\ge1$에서는 $g(4)$가 극솟값이다.

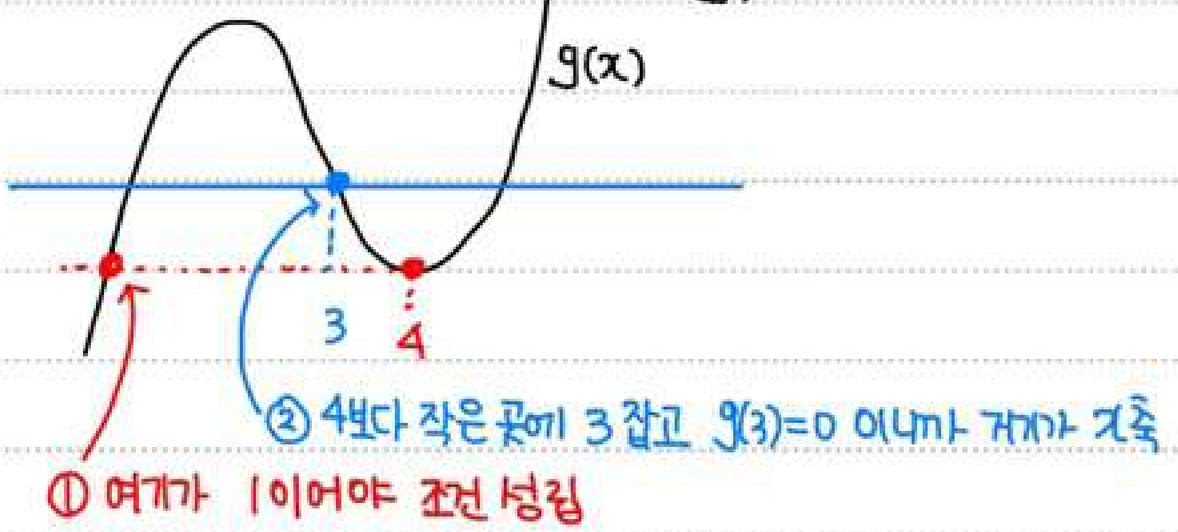
$\therefore g'(4)=0$

v) 조건) $|g(x)|\ge|g(3)|$

→ 3차함수 치역은 실수 전체라서 절댓값 씌운 최솟값은 언제나 0임.

$\therefore g(3)=0$

② 그려보자. (숫자 순서대로 보면 됨)



③ 아까 $g'(x)=f(x)=x^2+ax+b$, $g'(4)=0$ 이라함.

→ $16+4a+b=0$ $\therefore b=-16-4a$

④ ①iii)에서 구한 $g(x)$에 b 대신 $-16-4a$ 넣기.

$g(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{a}{2}x^2-4(4+a)x$

$g(3)=9+\frac{9}{2}a-48-12a=0$ $\therefore a=-\frac{26}{5}$

⑤ $f(x)=x^2-\frac{26}{5}x+\frac{24}{5}$ $b=\frac{24}{5}$

$f(9)=39$

20번에 쓰인 개념

사실 20번은 개념보다 해석법을 알려주는 게 나을 듯.

① $g(x)=\int_a^x f(t)\,dt$ 꼴 나오면 이것부터!

i) x에 a 넣기 : $g(a)=0$

ii) 양변 미분 : $g'(x)=f(x)$

* 적분식 미분법

$\int_{상수}^x f(t)\,dt \xrightarrow{적분}$ 양옆 기호들 없애고 t자리에 x 넣기 $\therefore f(x)$

↳ 숫자나 a 이런거

ex) $\int_1^x f(t)g(x)\,dt \xrightarrow{적분} f(x)g(x)$

t 없으니까 건들지 X.

t 자리에 x 넣기

② 모든 실수에서 $f(x)\ge f(a)$ 는 $f(a)$가 극솟값이자 최솟값 이라는 뜻.

③ $x\ge a$ 범위에서 $f(x)\ge f(b)$는 어쨌든 $x\ge a$ 에서 $f(b)$가 제일 작다는 뜻.

→ 그래프 그려서 확인

④ $|$홀수차함수 $f(x)|\ge|f(a)|$ 는 $f(a)=0$ 이라는 뜻.