

D&T 수학연구소 - 칼럼 문제 1-2. 미분 심화 문항_(다항함수)×(지수함수)의 그래프

1. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)=f(x)e^x$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1)=0, g(0)=3$

(나) $1 \leq x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1g(x_2)-x_2g(x_1) \geq g(x_2)-g(x_1)$ 이다.

$g(3)$ 의 최솟값을 ke^3 일 때, k^2 의 값을 구하시오.

2. 자연수 n 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=e^{x-1}\{x^2+(n-8)x-3n+17\}+kx$$

가 역함수를 갖도록 정수 k 의 최솟값을 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오.

3. 실수 t 에 대하여 직선 $x=t$ 가 두 함수

$$y=(ax^2+bx)e^{-x}, y=ce^{-x}$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A와 점 B사이의 거리를 $f(t)$ 라고 할 때, 함수 $f(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(t+h)-f(t)}{h} \neq \lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(t+h)-f(t)}{h}$ 를 만족시키는 t 의 값은 $-2, -1$ 이다.

(나) $1 \leq x_1 < x_2$ 인 임의의 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_2)-f(x_1)+5x_2-5x_1 > 0$ 이다.

세 수 a, b, c 의 곱 abc 의 최솟값을 ke^6 라 할 때, k^2 의 값을 구하시오.

(단, a 는 양의 실수이고, b, c 는 실수이다.)