심화서

문제편

REAL

수학1

드리는 말

안녕하세요. 정지호입니다. 제가 사정이 생겨 수업을 그만두게 되었습니다. 이제까지 받은 것들이 너무 많아, 제 수업과 교재를 드리고 싶어 이렇게 글을 남깁니다.

이 교재는, 제 교재의 문제 중 강의가 있는 문제들만 추려서 만들었습니다. 그러니 이 문제들만 풀면 이 단원을 마스터했다라는 착각은 하지 마시고, 이 단원에 이런 문제들이 있다 정도로 봐주시면 좋을 것 같습니다. 하지만 많은 학생들이 풀고 도움이 되었으므로 이 문제들을 선보입니다.

강의 검색은 문제 옆의 대괄호안의 이름을 유튜브에 검색하면 나옵니다.

예) 수상 C135번

띄어쓰기도 지켜서 검색하시면 됩니다. 간혹가다 검색이 안 되는 문제들도 있는듯한데, 그건 왜 그런지 저도 잘 모르겠습니다.... 미리 양해 부탁드립니다. 제가 부족해서 교재나 영상의 오타나 오류 등이 있을 수 있습니다. 그것도 미리 미안합니다. 다만, 조금이나마 여러분들에게 도움이 되었으면 하는 마음으로 올리게 되었습니다.

마지막으로 언제나 공부보다, 성적보다 비할 수 없을 정도로 소중한 여러분들임을 잊지 마셨으면 좋겠습니다. 세상에서 가장 멋진 여러분들을 만나게 되어 설렙니다. 항상 응원하고 사랑합니다.

마음으로 가르치는 강사 정 지 호

공 부 법

첫째, 조금이라도 애매하면 모르는 것입니다. 답지를 보거나 영상을 보세요.

둘째, 답지를 보거나 영상을 보았으면, 답지를 덮고, 반드시 다시 풀어야 합니다.

셋째, 책에 틀리거나 애매한 문제도 반드시 문제 옆에 표시하고, 꼭 다시 풀어야 합니다.

지수함수와 로그함수

(1) 지수

(2) 로그

(3) 지수함수

(4) 로그함수

1. 지수와 밑 조건(지수법칙에 따른)
a^x

x가 자연수, 정수	x가 유리수, 실수
$a \neq 0$	$a > 0$

예) $\{(-1)^2\}^{\frac{1}{2}} \neq (-1)^1$
$\{(-1)^2\}^{\frac{1}{2}} = (1)^{\frac{1}{2}} = 1$

2. a의 n제곱근 : $x^n = a$
n제곱근 a : $\sqrt[n]{a}$

※ a의 n제곱근 중 실수인 것의 개수

n \ a	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$
짝수	2개	1개	0개
홀수	1개	1개	1개

예) $\sqrt[3]{3^5}$ 이 어떤 자연수의 n 제곱근
=> 어떤 자연수를 a라 했을 때, $\{\sqrt[3]{3^5}\}^n = a$

3. 성질들($a > 0$, $b > 0$)

① $\sqrt{a^5} = a^2\sqrt{a}$
예) $\sqrt{2^5}$=$4\sqrt{2}$

② $\sqrt[홀수]{-a} = -\sqrt[홀수]{a}$
예) $\sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3]{2}$

③ $\sqrt[n]{a^n} = a$
예) $\sqrt[4]{3^4} = 3$

cf) a의 부호에 관계없이
n이 짝수, $\sqrt[n]{a^n} = |a|$, n이 홀수, $\sqrt[n]{a^n} = a$
예) $\sqrt[4]{(-5)^4} = \sqrt[4]{(5)^4} = 5 = |-5|$
$\sqrt[3]{(-5)^3}$ 은 $x^3 = (-5)^3$ 중 부호가 같은 실수
$\therefore x = -5 \quad \therefore \sqrt[3]{(-5)^3} = -5$

④ $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
예) $\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{2}$=$\sqrt[3]{10}$

⑤ $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$
예) $\dfrac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{2}}$=$\sqrt[3]{\dfrac{5}{2}}$

⑥ $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
예) $\{\sqrt[3]{2}\}^5$=$\sqrt[3]{2^5} = 2\sqrt[3]{2^2}$
※ a가 음수일 때는 성립하지 않는다.
예) $(\sqrt{-3})^6 \neq \sqrt{(-3)^6}$

⑦ $(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n}$
※ a가 음수일 때는 성립하지 않는다.

cf) $(\sqrt[4]{-3})^4 \neq -3$은 $x^4 = -3$을 만족하는 실수 x는 존재하지 않기 때문에 $\sqrt[4]{-3}$은 존재하지 않는다.

⑧ $\sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}$
예) $\sqrt[8]{5^6}$=$\sqrt[4]{5^3}$

⑨ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
예) $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$=$\sqrt[6]{5}$

⑩ $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$,
예) 5^{-3}=$\dfrac{1}{5^3}$

⑪ $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$
예) 5^{-1}=$\dfrac{1}{5}$

⑫ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
예) $5^{\frac{3}{4}}$=$\sqrt[4]{5^3}$

⑬ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
예) $5^{\frac{1}{7}}$=$\sqrt[7]{5}$

1) [수1 R10번]

다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[4]{2} = \sqrt[12]{2^7}$

② $\sqrt[3]{-\sqrt{64}} = -2$

③ $\sqrt[3]{\sqrt[5]{8}} = \sqrt[5]{2}$

④ $\dfrac{\sqrt[3]{-27}}{\sqrt[3]{-8}} = \sqrt[3]{\dfrac{27}{8}}$

⑤ $\left(\sqrt[3]{7} \times \dfrac{1}{\sqrt{7}}\right)^6 = 7$

2) [수1 R11번]

$x > 0$일 때, $\sqrt[4]{\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}} \times \sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}}} \times \sqrt{\dfrac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x}}}$를 간단히 하여라.

3) [수1 R31번]

$2 \le n \le 100$ 인 자연수 n에 대하여 $(\sqrt[3]{3^5})^{\frac{1}{2}}$ 이 어떤 자연수의 n제곱근이 되도록 하는 n의 개수를 구하시오.

4) [수1 R32번]

자연수 n이 $2 \le n \le 11$ 일 때, $-n^2+9n-18$ 의 n제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n의 값의 합은?

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

5) [수1 R39번]

소리의 진동수는 반음 1개만큼 높아질 때마다 일정한 비율로 증가한다. 다음을 이용하여 '도'음보다 반음 4개만큼 높은 '미' 음의 진동수는 '도'음의 진동수의 몇 배인지 구하시오.

- 한 옥타브는 12개의 반음으로 이루어져 있다.
- 음이 한 옥타브 올라가면 진동수는 2배가 된다.

6) [수1 R43번]

2 이상의 자연수 n과 실수 a에 대하여 a의 n제곱근 중에서 실수인 것의 개수를 $f(n,\ a)$로 정의할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. n이 홀수일 때, $f(n,\ a)=f(n,\ -a)$

ㄴ. $f(2n-1,\ 2n)+f(2n,\ 2n-1)=3$

ㄷ. $f(2,\ 2)+f(3,\ 3)+f(4,\ 4)+\cdots$
$+f(100,\ 100)=149$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7) [수1 R47번]

$0<y<1<x$이고 $\sqrt[3]{x}\sqrt{y}=1$일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $x^2y^3=1$　　ㄴ. $x^3y^2>1$

ㄷ. $\sqrt{x}\sqrt[3]{y^4}>1$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8) [수1 R51번]

직선 $y=-x+6$ 위의 점 $(a,\ b)$에 대하여 $2^a=4+2^p$, $2^b=4+2^{-p}$을 만족시킬 때, $2^{2+p}+2^{2-p}$의 값을 구하시오. (단, p는 실수이다.)

9) [수1 R52번]
모든 자연수 n에 대하여 $f(n)=[\sqrt[3]{n}]$이라 할 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(a)=180$을 만족시키는 자연수 a의 값은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 63　② 66　③ 68
④ 69　⑤ 72

10) [수1 R54번]
$40^a=2,\ 40^b=5$인 실수 $a,\ b$에 대하여 $8^{\frac{2(1-a-b)}{1-b}}$의 값은?

① 4　② 8　③ 16
④ 32　⑤ 64

11) [수1 R58번]
세 수 $\sqrt{\frac{n}{2}}$, $\sqrt[3]{\frac{n}{3}}$, $\sqrt[5]{\frac{n}{5}}$이 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값이 $2^p \times 3^q \times 5^r$($p$, q, r는 자연수) 꼴로 나타내어질 때, $2p-q+r$의 값을 구하시오.

12) [수1 R63번]
$60^a = 5$, $60^b = 6$일 때, $12^{\frac{2a+b}{1-a}}$의 값을 구하시오.

지수함수와 로그함수

(1) 지수

(2) 로그

(3) 지수함수

(4) 로그함수

1. 로그의 정의와 밑, 진수 조건

$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b \, (a > 0, a \neq 1, b > 0)$

2. 로그의 공식

(1) $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$

(2) $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

(3) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

(4) $\log_a M^k = k \log_a M$ (단, k은 실수)

(5) $\log_{a^m} M^n = \frac{n}{m} \log_a M$ (단, m, n은 실수, $m \neq 0$)

(6) $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$ (7) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

(8) $a^{\log_a M} = M$, $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

(9) $A = B \quad \Leftrightarrow \quad \log A = \log B$

(10) $A + B = C \quad \Leftrightarrow \quad \log(A + B) = \log C$

cf) $A + B = C \quad \Rightarrow \quad \log A + \log B = \log C$ (X)

3. 상용로그

$\log N = n + \alpha$ (n은 정수, $0 \leq \alpha < 1$)

13) [수1 R64번]
다음 등식을 $a^x = N$ 꼴로 나타내어라.
(1) $\log_2 32 = 5$ (2) $\log_{\frac{1}{3}} 81 = -4$

14) [수1 R65번]
다음 등식을 $x = \log_a N$ 꼴로 나타내어라.
(1) $4^2 = 16$ (2) $2^{-2} = 0.25$

(3) $100^{\frac{1}{2}} = 10$ (4) $3^0 = 1$

다음 식을 만족시키는 x의 값을 구하여라.
15) [수1 R66번]
$\log_3 x = -3$

16) [수1 R108번]

$a=\log_2(2+\sqrt{3})$일 때, $4^a+\frac{4}{2^a}$의 값을 구하시오.

17) [수1 R111번]

1보다 큰 두 실수 a, b에 대하여 $\log_{\sqrt{3}}a=\log_9 ab$가 성립할 때, $\log_a b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

18) [수1 R123번]
보기에서 실수 a의 값에 관계없이 로그가 정의될 수 있는 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\log_{a^2-a+2}(a^2+1)$

ㄴ. $\log_{2|a|+1}(a^2+a+1)$

ㄷ. $\log_{a^2+2}(a^2-2a+1)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19) [수1 R129번]
$\log_{25}(a-b)=\log_9 a=\log_{15} b$를 만족시키는 두 양수 a, b에 대하여 $\frac{b}{a}$의 값은?

① $\frac{\sqrt{5}-1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{5}$
④ $\frac{\sqrt{2}+1}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}+1}{3}$

20) [수1 R132번]
삼각형 ABC의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여

$$\log_{(a+b)}c+\log_{(a-b)}c=2\log_{(a+b)}c\times log_{(a-b)}c$$

가 성립할 때, $\triangle\mathrm{ABC}$는 어떤 삼각형인가? (단, $c\neq 1$)

① $a=b$인 이등변삼각형
② $a=c$인 이등변삼각형
③ $b=c$인 이등변삼각형
④ $\angle\mathrm{A}=90°$인 직각삼각형
⑤ $\angle\mathrm{B}=90°$인 직각삼각형

21) [수1 R139번]
네 양수 a, b, c, k가 다음 조건을 만족시킬 때, k^2의 값을 구하시오.

(가) $3^a=5^b=k^c$
(나) $\log c=\log(2ab)-\log(2a+b)$

22) [수1 R140번]

$\log_4 2n^2 - \frac{1}{2}\log_2\sqrt{n}$ 의 값이 40 이하의 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 개수를 구하시오.

23) [수1 R141번]

자연수 n에 대하여 $f(n)$이 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} \log_3 n \ (n\text{이 홀수}) \\ \log_2 n \ (n\text{이 짝수}) \end{cases}$$

20 이하의 두 자연수 p, q에 대하여 $f(pq) = f(p) + f(q)$를 만족하는 순서쌍 $(p,\ q)$의 개수를 구하시오.

지수함수와 로그함수

(1) 지수

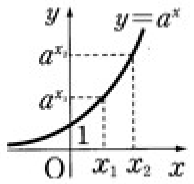
(2) 로그

(3) 지수함수

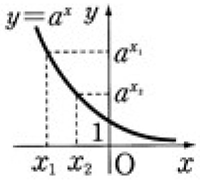
(4) 로그함수

1. $y=a^x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$

① $a>1$ 증가함수



② $0<a<1$ 감소함수



2. 공통점

정의역: $\{x|x\text{는 모든 실수}\}$

치역: $\{y|y>0\}$

$(0,1)$지남

x축이 점근선

3. 치환

$a^x=t(t>0)$

4. $a^x<a^y$

① $0<a<1$ => $x>y$

② $1<a$ => $x<y$

5. 해, 근 => x, 값 => y

6. 식의 변형 : 식을 변형해도 해는 바뀌지 않는다.

ex) $2x^2+5x=0$의 해 $\Leftrightarrow$ $2x^2+3x=-2x$의 해

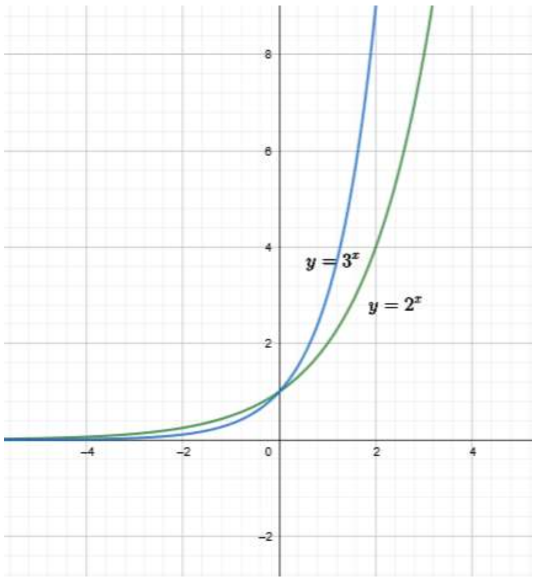
7. 함수와 방정식의 관계

$x^2-2x+1=x+5$의 방정식의 실근

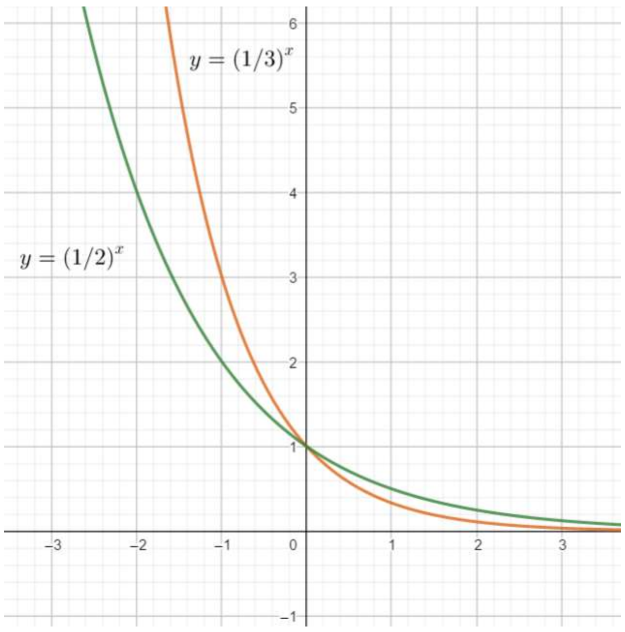
$\Leftrightarrow$ $y=x^2-2x+1$과 $y=x+5$의 교점의 x좌표

8. 그래프연습($x=1$을 그어 비교한다.)

① $y=2^x$, $y=3^x$



② $y=(\frac{1}{2})^x$, $y=(\frac{1}{3})^x$



24) [수1 R151번]

방정식 $4^{2x}-4^{x}-12=0$에 대하여 x의 값을 구하여라.

25) [수1 R186번]
방정식 $(2x-1)^{x-3}=11^{x-3}$의 모든 근의 합은?

$\left(단,\ x>\frac{1}{2}\right)$

① 3 ② 6 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

26) [수1 R190번]
두 집합
$A=\left\{x \,\middle|\, 2^{x-2}=\frac{1}{2\sqrt{2}}\right\}$, $B=\left\{x \mid 2^{x^2}<2^{ax}\right\}$에 대하여
$A\cap B\neq\varnothing$ 이기 위한 상수 a의 값의 범위를 구하시오.

27) [수1 R193번]

두 함수 $f(x)=3^x$, $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프 위의 서로 다른 두 점 $(a,\ f(a))$, $(b,\ g(b))$를 지나는 직선 l에 대한 설명으로 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $a>0$, $b<0$이면 직선 l의 y절편은 1보다 크다.

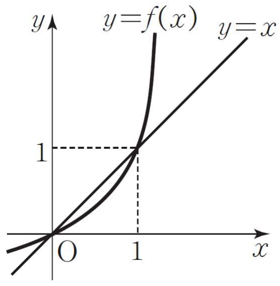
ㄴ. $a>0$이고 직선 l이 y축과 평행할 때, $\frac{f(a)+g(b)}{2}>1$

ㄷ. 직선 l이 x축과 평행할 때, $a+b<0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28) [수1 R194번]

오른쪽 그림은 함수 $f(x)=2^x-1$의 그래프와 직선 $y=x$를 그린 것이다. 곡선 $y=f(x)$ 위에 임의로 두 점을 잡아 그 두 점의 x좌표를 각각 $a,\ b\,(0<a<b)$라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



[보 기]

ㄱ. $0<a<1$이면 $f(a)<a$이다.

ㄴ. $b-a<2^b-2^a$

ㄷ. $b(2^a-1)<a(2^b-1)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29) [수1 R199번]

방정식 $9^x-2(a+4)3^x-3a^2+24a=0$의 서로 다른 두 근이 모두 양수가 되도록 하는 모든 정수 a의 값의 합을 구하시오.

30) [수1 R200번]

부등식 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}+\left(\frac{1}{4}\right)^{x-2}+2-k>0$이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립하도록 하는 상수 k의 최댓값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1

④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

31) [수1 R206번]

두 곡선 $y=2^x$, $y=-4^{x-2}$이 y축과 평행한 한 직선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$일 때, 삼각형 AOB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

① 64 ② 68 ③ 72
④ 76 ⑤ 80

32) [수1 R207번]

함수 $f(x)=-2^{4-3x}+k$의 그래프가 제2사분면을 지나지 않도록 하는 자연수 k의 최댓값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

33) [수1 R208번]

두 곡선 $y=2^x$과 $y=-2x^2+2$가 만나는 두 점을 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 하자. $x_1 < x_2$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $x_2 > \frac{1}{2}$

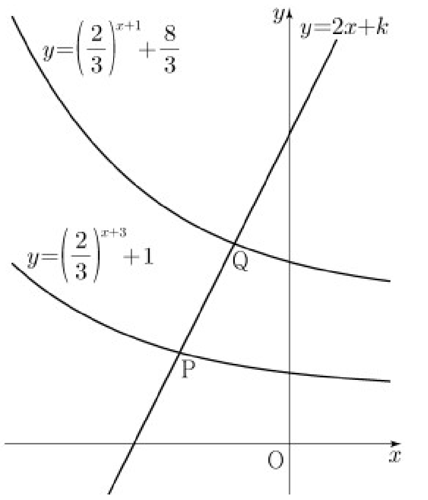
ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

34) [수1 R209번]

직선 $y=2x+k$가 두 함수 $y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}+1$, $y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}+\frac{8}{3}$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{5}$일 때, 상수 k의 값은?



① $\frac{31}{6}$　② $\frac{16}{3}$　③ $\frac{11}{2}$
④ $\frac{17}{3}$　⑤ $\frac{35}{6}$

지수함수와 로그함수

(1) 지수

(2) 로그

(3) 지수함수

(4) 로그함수

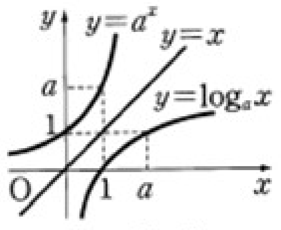
1. 정의

$y=a^{x}$ $(a>0,\ a\neq 1, y>0)$

$\Leftrightarrow$ $\log_{a}y=x$ $\Rightarrow$ $y=\log_{a}x$ $(a>0,\ a\neq 1, x>0))$

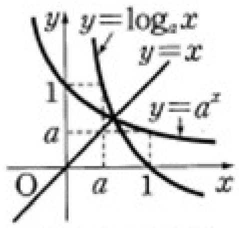
2. 그래프

① $a>1$ 증가함수



[$a>1$일 때]

② $0<a<1$ 감소함수



[$0<a<1$일 때]

정의역: $\{x|x>0\}$

치역: $\{y|y$는 모든실수$\}$

둘 다 $(1,0)$을 지난다.

3. $y=\log_{a}bx$

① 점근선: $bx=0$

② x절편: $bx=1$

4. $y=\log_{a}bx+c$

① 점근선: $bx=0$

② x절편: $y=0$

5. 치환

$\log_{a}x=t$ (t범위 없다)

6. 대소비교

① $1<a$이면 $p<q$ $\Leftrightarrow$ $\log_{a}p<\log_{a}q$

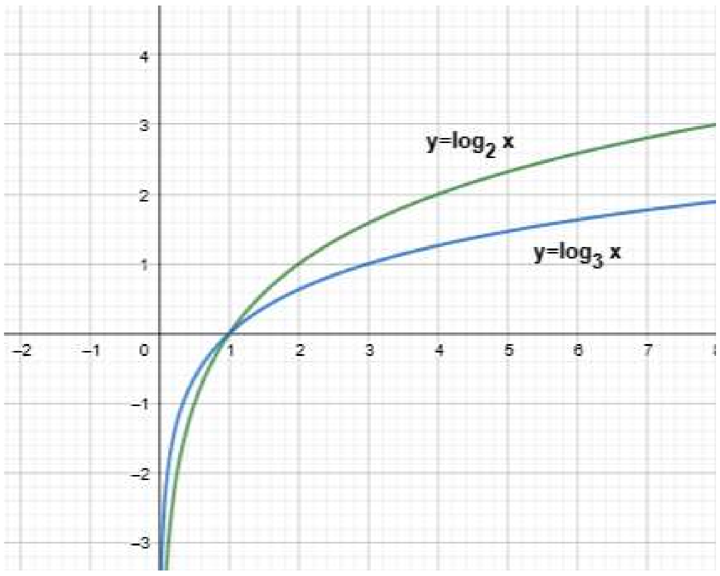
$0<a<1$이면 $p<q$ $\Leftrightarrow$ $\log_{a}p>\log_{a}q$

② $1<a$이면 $a^{p}<q$ $\Leftrightarrow$ $p<\log_{a}q$

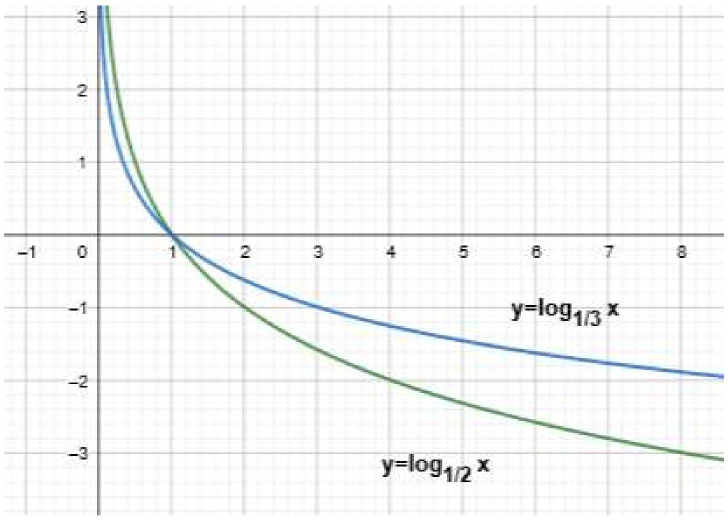
$0<a<1$이면 $a^{p}<q$ $\Leftrightarrow$ $p>\log_{a}q$

7. 그래프연습($y=1$을 그어 비교한다.)

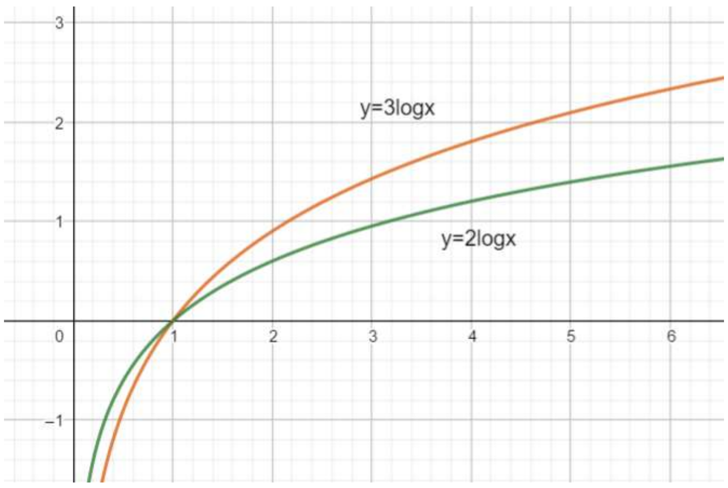
① $y=\log_2 x$, $y=\log_3 x$



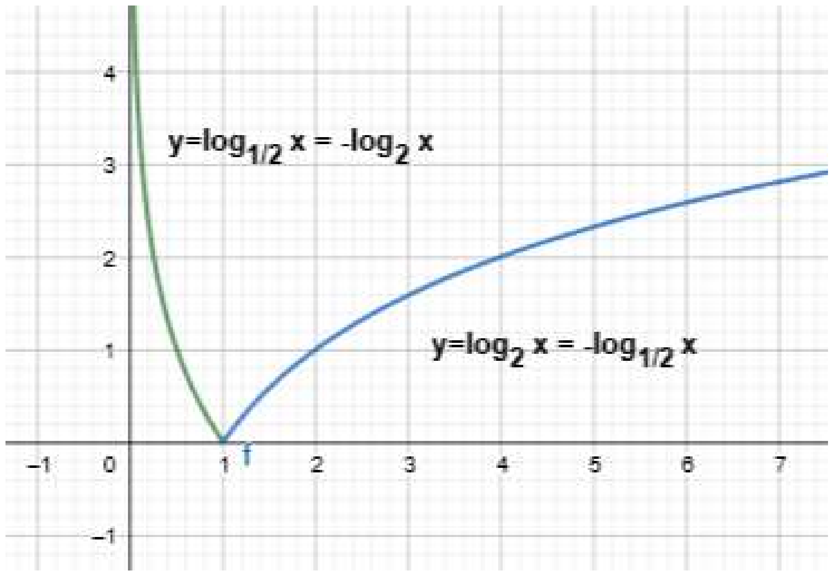
② $y=\log_{\frac{1}{2}} x$, $y=\log_{\frac{1}{3}} x$



③ $y=2\log x$, $y=3\log x$



④ $y=|\log_2 x|$ ⑤ $y=\left|\log_{\frac{1}{2}} x\right|$



35) [수1 R238번]

부등식 $\log_{\frac{1}{2}}(\log_{\frac{1}{3}}x) \le 1$의 해를 구하여라.

36) [수1 R239번]

부등식 $x^{\log_{\frac{1}{2}}x} > 4x^3$의 해가 $\alpha < x < \beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값을 구하여라.

37) [수1 R240번]

자연수 $n(n \ge 2)$에 대하여 직선 $y=-x+n$과 곡선 $y=|\log_2 x|$가 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표를 각각 a_n, $b_n(a_n < b_n)$이라 할 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

〈 보 기 〉

ㄱ. $a_2 < \frac{1}{4}$

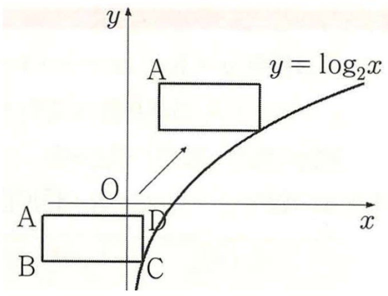
ㄴ. $0 < \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$

ㄷ. $1 - \frac{\log_2 n}{n} < \frac{b_n}{n} < 1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

38) [수1 R246번]

로그함수 $y=\log_2 x$의 그래프가 있다. 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 2, 1인 직사각형 ABCD의 꼭짓점 C가 이 그래프 위를 움직일 때 점 A가 그리는 도형의 방정식은?



(단, 변 AB는 항상 y축과 평행하다.)

① $y=\log_2(x-2)-1$ ② $y=\log_2(x+2)+1$

③ $y=\log_2(2x+1)$ ④ $y=\log_2 2x+1$

⑤ $y=\log_2 2x-1$

39) [수1 R247번]

$n\geq 2$인 자연수 n에 대하여 두 곡선

$$y=\log_n x,\ y=-\log_n(x+3)+1$$

이 만나는 점의 x좌표가 1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든 n의 값의 합은?

① 30 ② 35 ③ 40

④ 45 ⑤ 50

40) [수1 R249번]
$0 < a < 1 < b$인 두 실수 a, b에 대하여 두 함수 $f(x)=\log_a(bx-1)$, $g(x)=\log_b(ax-1)$이 있다. 곡선 $y=f(x)$와 x축의 교점이 곡선 $y=g(x)$의 점근선 위에 있도록 하는 a와 b 사이의 관계식과 a의 범위를 옳게 나타낸 것은?

① $b=-2a+2$ $\left(0 < a < \frac{1}{2}\right)$

② $b=2a$ $\left(0 < a < \frac{1}{2}\right)$

③ $b=2a$ $\left(\frac{1}{2} < a < 1\right)$

④ $b=2a+1$ $\left(0 < a < \frac{1}{2}\right)$

⑤ $b=2a+1$ $\left(\frac{1}{2} < a < 1\right)$

41) [수1 R252번]
어느 도시의 미세 먼지 농도가 매년 5%씩 증가한다고 할 때, 미세 먼지 농도가 현재의 2배 이상이 되는 것은 최소 몇 년 후인지 구하시오.

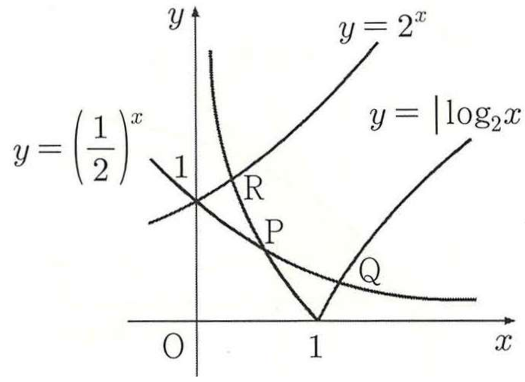
(단. $\log 1.05 = 0.02$, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)

42) [수1 R253번]
두 함수 $f(x)=2^{x-2}+1,\ g(x)=\log_2(x-1)+2$에 대하여 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. $f^{-1}(5)\cdot\{g(5)+1\}=20$이다.
ㄴ. $y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.
ㄷ. $y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 그래프는 만나지 않는다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

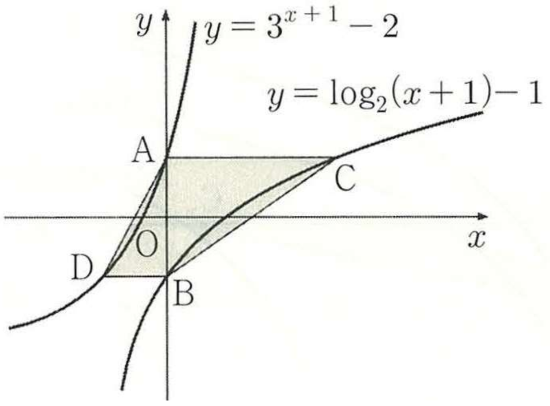
43) [수1 R257번]
좌표평면에서 두 곡선 $y=|\log_2 x|$와 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$이 만나는 두 점을 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1),\ \mathrm{Q}(x_2, y_2)\ (x_1<x_2)$라 하고, 두 곡선 $y=|\log_2 x|$와 $y=2^x$이 만나는 점을 $\mathrm{R}(x_3,\ y_3)$이라 하자. 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?



ㄱ. $\frac{1}{2}< x_1<1$
ㄴ. $x_2y_2-x_3y_3=0$
ㄷ. $x_2(x_1-1)> y_1(y_2-1)$

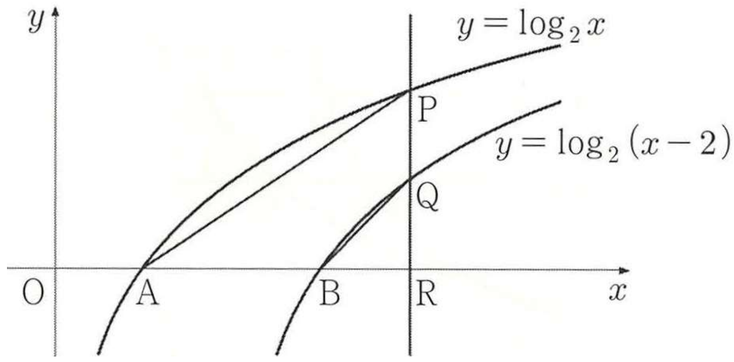
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

44) [수1 R259번]
그림과 같이 두 곡선$y=3^{x+1}-2$, $y=\log_2(x+1)-1$이 y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2(x+1)-1$과 만나는 점을 C, 점 B를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=3^{x+1}-2$와 만나는 점을 D라 할 때, 사각형 ADBC의 넓이는?



① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$
④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

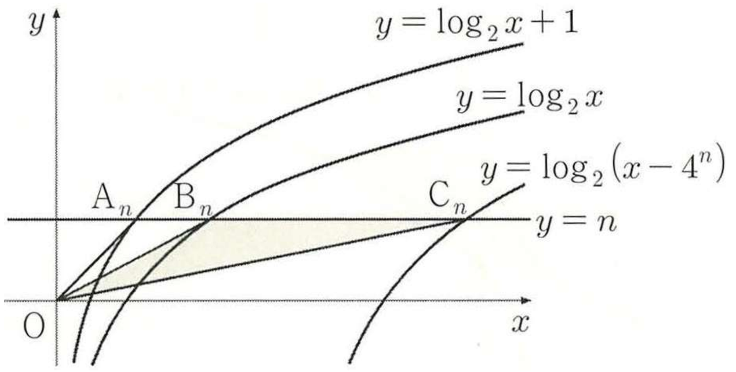
45) [수1 R260번]
그림과 같이 두 함수 $y=\log_2 x$, $y=\log_2(x-2)$의 그래프가 x축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 직선 $x=k$ $(k>0)$이 두 함수 $y=\log_2 x$, $y=\log_2(x-2)$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, x축과 만나는 점을 R라 하자. 점 Q가 선분 PR의 중점일 때, 사각형 ABQP의 넓이는?



① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

46) [수1 R261번]

자연수 n에 대하여 그림과 같이 세 곡선 $y=\log_2 x+1$, $y=\log_2 x$, $y=\log_2(x-4^n)$이 직선 $y=n$과 만나는 세 점을 각각 A_n, B_n, C_n이라 하자. 두 삼각형 $\mathrm{A}_n OB_n$, $\mathrm{B}_n\mathrm{OC}_n$의 넓이를 각각 S_n, T_n이라 할 때, $\frac{\mathrm{T}_\mathrm{n}}{\mathrm{S}_\mathrm{n}}=64$를 만족시키는 n의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)



47) [수1 R273번]

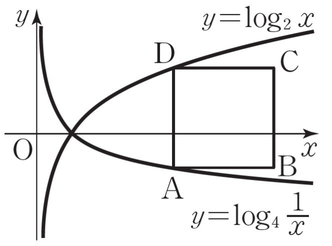
부등식 $|a-\log_2 x|\le 1$을 만족시키는 x의 최댓값과 최솟값의 차가 18일 때, 2^a의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

48) [수1 R277번]

오른쪽 그림과 같이 각 변이 좌표축과 평행하고 넓이가 9인 정사각형 ABCD의 두 꼭짓점 A, D가 각각 함수

$y=\log_4 \dfrac{1}{x}$, $y=\log_2 x$의 그래프 위의 점일 때, 직선 AC의 y절편을 구하시오.



49) [수1 R280번]

$\dfrac{1}{2} \le x \le 2$에서 정의된 함수 $f(x)=4x^{-4+\log_2 x}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, M, m의 곱 Mm의 값은?

① 16 ② 32 ③ 64
④ 96 ⑤ 128

50) [수1 R281번]

함수 $f(x)=\left(\log_a \frac{x}{10}\right)\left(\log_a \frac{x}{4}\right)$의 최솟값이 $-\frac{1}{16}$이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 곱을 구하시오.

(단, $a>0$, $a\neq 1$)

51) [수1 R287번]

직선 $x=k$가 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=-\log_2(8-x)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB}=2$가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱은? (단, $0<k<8$)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$

④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

52) [수1 R289번]

$\frac{1}{4}<a<1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a}x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a}x$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 선분 AB를 $1:4$로 외분하는 점의 좌표는 $(0, 1)$이다.

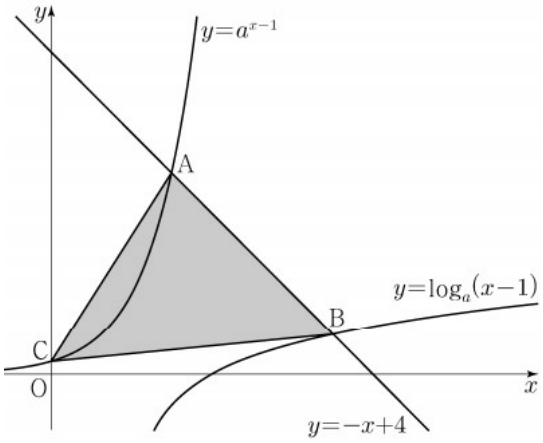
ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a=\frac{1}{2}$이다.

ㄷ. $\overline{\mathrm{AB}}<\overline{\mathrm{CD}}$이면 $\frac{1}{2}<a<1$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

53) [수1 R290번]

$a>1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=-x+4$가 두 곡선 $y=a^{x-1}$, $y=\log_a(x-1)$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=a^{x-1}$이 y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S이다. $50\times S$의 값을 구하시오.



54) [수1 R291번]
두 상수 a, $b\ (1<a<b)$에 대하여 좌표평면 위의
두 점 $(a,\ \log_2 a)$, $(b,\ \log_2 b)$를 지나는 직선의 y절편과
두 점 $(a,\ \log_4 a)$, $(b,\ \log_4 b)$를 지나는 직선의 y절편이 같다. 함수 $f(x)=a^{bx}+b^{ax}$에 대하여 $f(1)=40$일 때, $f(2)$의 값은?

① 760　② 800　③ 840
④ 880　⑤ 920

삼각함수

(5) 삼각함수

(6) 삼각함수의 그래프

(7) 삼각함수의 활용

1. $\pi(rad) = 180^\circ$

2. 다음 삼각비 값을 구하시오.

	$\sin x^\circ$	$\cos x^\circ$	$\tan x^\circ$
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	X

3. 다음과 같이 각 바꾸기를 하시오.

(1) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = \cos\theta$

(2) $\cos(\pi-\theta) = -\cos\theta$

(3) $\tan\left(\frac{3}{2}\pi-\theta\right) = \frac{1}{\tan\theta}$

(4) $\sin\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right) = -\cos\theta$

(5) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = -\sin\theta$

(6) $\tan(\pi+\theta) = \tan\theta$(주기공식 암기)

(7) $\sin(2\pi+\theta) = \sin\theta$(주기공식 암기)

(8) $\cos(2\pi+\theta) = \cos\theta$(주기공식 암기)

(9) $\sin(-\theta) = -\sin\theta$ (음각공식 암기)

(10) $\cos(-\theta) = \cos\theta$ (음각공식 암기)

(11) $\tan(-\theta) = -\tan\theta$ (음각공식 암기)

(12) $\sin(2\pi-\theta) = \sin(-\theta) = -\sin\theta$

(13) $\cos(2\pi-\theta) = \cos(-\theta) = \cos\theta$

(14) $\tan(\pi-\theta) = \tan(-\theta) = -\tan\theta$

4. 두 변의 길이 a, b와 그 끼인각 θ를 알 때 삼각형의 넓이

-> $S = \frac{1}{2}ab\sin\theta$

5. 반지름이 r이고 각이 θ인 부채꼴의 호의 길이

-> $l = r\theta$

6. 반지름이 r이고 각이 θ인 부채꼴의 넓이

-> $S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}rl$

7. 삼각함수의 정의

(1) $\sin\theta = \frac{y}{r}$

(2) $\cos\theta = \frac{x}{r}$

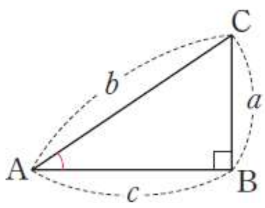
(3) $\tan\theta = \frac{y}{x}$

8. 공식들

(1) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

(2) $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$

9. 변형

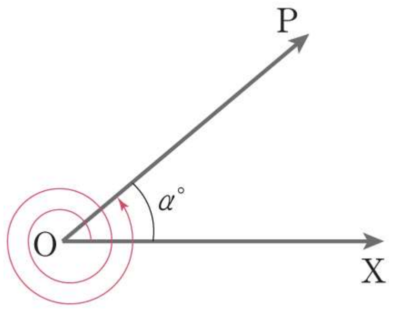


(1) $a = b\sin A$

(2) $a = c\tan A$

(3) $c = b\cos A$

1. 용어
① 시초선 : 각의 기준이 되는 x축의 양의 방향으로의 반직선
② 동경 : 각의 대상이 되는 반직선
③ 반시계방향으로 회전할 때 각의 크기를 +,
시계방향으로 회전할 때 각의 크기를 -
④ 일반각 $\theta = 360^\circ \times n + \alpha^\circ$ (단, n은 정수)



2. 두 동경의 위치관계
① 각 α를 나타내는 동경과 각 β를 나타내는 동경이 일치할 때의 일반각
$\Rightarrow \beta - \alpha = 360n$

② 각 α를 나타내는 동경과 각 β를 나타내는 동경이 일직선 위에 있고 방향이 반대일 때의 일반각
$\Rightarrow \beta - \alpha = 360n + 180^\circ$

③ 각 α를 나타내는 동경과 각 β를 나타내는 동경이 x축에 대하여 대칭일 때의 일반각
$\Rightarrow \beta + \alpha = 360n$

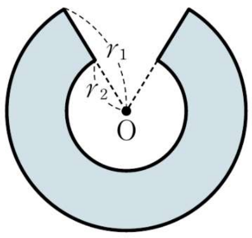
④ 각 α를 나타내는 동경과 각 β를 나타내는 동경이 y축에 대하여 대칭일 때의 일반각
$\Rightarrow \beta + \alpha = 360n + 180^\circ$

⑤ 각 α를 나타내는 동경과 각 β를 나타내는 동경이직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때의 일반각
$\Rightarrow \beta + \alpha = 360n + 90^\circ$

55) [수1 R308번]

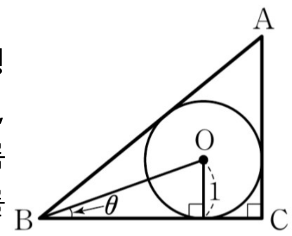
$\cos\theta < 0$, $\tan\theta > 0$

56) [수1 R325번]



반지름의 길이가 각각 r_1, r_2이고 중심이 O인 두 개의 원이 중심 O를 지나는 두 반직선에 의해 오른쪽 그림과 같이 잘려져 있다. 색칠한 도형의 둘레의 길이가 20일 때, 색칠한 도형의 넓이의 최댓값을 구하시오.

57) [수1 R326번]



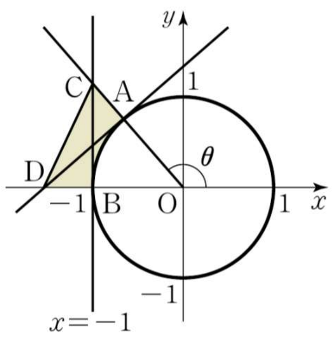
오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 내접원의 중심을 O, $\angle \mathrm{OBC}=\theta$라 하자. 내접원의 반지름의 길이가 1일 때, 변 AC의 길이를 θ로 바르게 나타낸 것은?

① $\dfrac{1}{1-\tan\theta}$ ② $\dfrac{2}{1-\tan\theta}$

③ $\dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$ ④ $\dfrac{2\cos\theta}{1-\sin\theta}$

⑤ $\dfrac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}$

58) [수1 R327번]



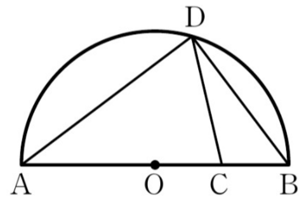
오른쪽 그림과 같이 원점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 A가 제2사분면에 있을 때 동경 OA가 나타내는 각의 크기를 θ라 하자. 점 B$(-1,\ 0)$을 지나는 직선 $x=-1$과 동경 OA가 만나는 점을 C, 점 A에서의 접선이 x축과 만나는 점을 D라 할 때, 다음 중 $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{BD}}$ 및 $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$로 둘러싸인 부분의 넓이와 항상 같은 것은? $\left(단,\ \dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi\right)$

① $\dfrac{1}{2}\left(-\dfrac{\cos\theta}{\sin^2\theta}-\pi+\theta\right)$ ② $\dfrac{1}{2}\left(-\dfrac{\sin\theta}{\cos^2\theta}-\pi+\theta\right)$

③ $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\cos^2\theta}{\sin\theta}-\theta\right)$ ④ $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\sin\theta}{\cos^2\theta}-\pi+\theta\right)$

⑤ $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\sin^2\theta}{\cos\theta}-\theta\right)$

59) [수1 R328번]



오른쪽 그림과 같이 반원 O의 지름 AB를 $3:1$로 내분하는 점 C, 두 점 A, B가 아닌 반원의 호 위의 점 D에 대하여 $\dfrac{\tan(\angle \mathrm{ADC})}{\tan(\angle \mathrm{CAD})}$의 값을 구하시오.

60) [수1 R329번]
보기에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

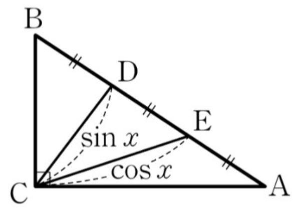
ㄱ. $\dfrac{\cos x}{\cos x+1}+\dfrac{\cos x}{\cos x-1}=-\dfrac{2}{\tan^2 x}$

ㄴ. $\dfrac{1+\cos x}{\sin x}+\dfrac{\sin x}{1+\cos x}=\dfrac{2}{\cos x}$

ㄷ. $\left(\tan x+\dfrac{1}{\cos x}\right)^2=\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

61) [수1 R330번]
오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 C와 빗변 AB의 삼등분점 D, E 사이의 거리가 각 $\sin x$, $\cos x$일 때, 선분 AB의 길이를 구하시오.



62) [수1 R331번]

계수가 유리수인 x에 대한 이차방정식 $x^2-\left(\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}\right)x+1=0$의 한 근이 $2-\sqrt{3}$일 때, $\sin^4\theta+\cos^4\theta$의 값을 구하시오. $\left(\text{단, } 0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$

63) [수1 R332번]

이차방정식 $kx^2-(k+2)x+(k+1)=0$의 두 근이 $\sin\theta$, $\cos\theta$일 때, 모든 θ의 값의 합을 구하시오. (단, $0<\theta<2\pi$이고, k는 상수이다.)

64) [수1 R334번]
직선 $3x+4y+3=0$이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ $(0<\theta<\pi)$라 하면

$$\cos(\pi+\theta)+\frac{1}{\sin(\pi-\theta)}+\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{q}{p}$$

일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

65) [수1 R336번]
보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\sin^2 2°+\sin^2 4°+\sin^2 6°+\cdots+\sin^2 88°+\sin^2 90°=23$

ㄴ. $\cos^2 1°+\cos^2 2°+\cos^2 3°+\cdots+\cos^2 90°=45$

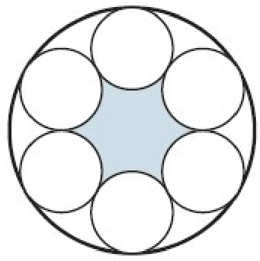
ㄷ. $\tan 1°\times tan 2°\times tan 3°\times\cdots\times tan 89°=1$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

66) [수1 R337번]
다음 식의 값을 구하시오.

$$\left(\frac{1}{\sin^2 1°}+\frac{1}{\sin^2 2°}+\frac{1}{\sin^2 3°}+\cdots+\frac{1}{\sin^2 23°}\right)$$
$$-\left(\tan^2 67°+\tan^2 68°+\tan^2 69°+\cdots+\tan^2 89°\right)$$

67) [수1 R338번]
그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원에 내접하는 크기가 같은 6개의 원이 서로 외접하고 있다. 어두운 부분의 넓이가 $S=p\sqrt{3}+q\pi$ $(p,\ q$는 정수$)$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.



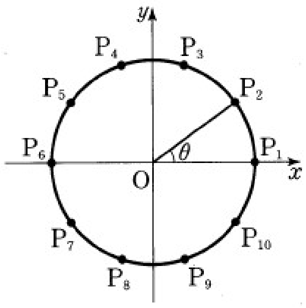
68) [수1 R342번]

$\sin 18^\circ = a$일 때, 다음 중 $\tan 198^\circ$를 나타낸 것은?

① $\frac{1}{a}$　② $-\frac{1}{a}$　③ $\sqrt{1-a^2}$

④ $\frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$　⑤ $-\frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$

69) [수1 R347번]



오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위의 단위원을 10등분하는 각 점을 차례대로 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \mathrm{P}_3, \cdots, \mathrm{P}_{10}$이라 하자. $P_1(1, 0)$, $\angle \mathrm{P_1OP_2} = \theta$라 할 때, $\cos\theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta + \cdots + \cos 9\theta$의 값은?

① 1　② 0

③ -1　④ -2

⑤ -3

삼각함수

(5) 삼각함수

(6) 삼각함수의 그래프

(7) 삼각함수의 활용

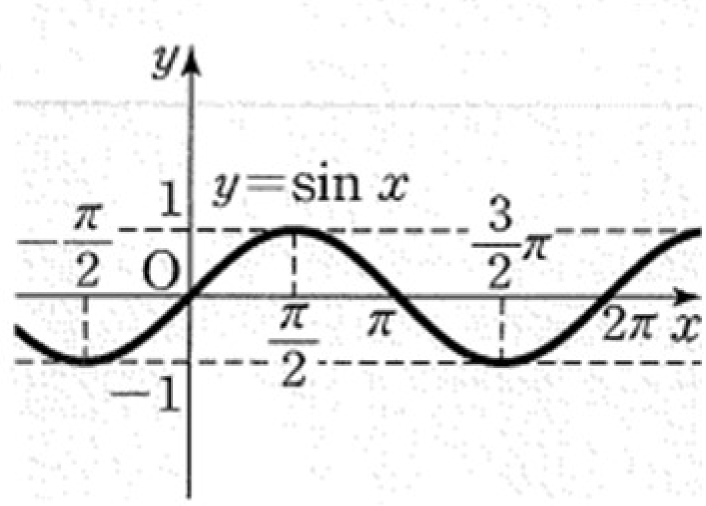
1. 주기 : 한 패턴이 완성되는 최소의 구간 길이

※ 주기가 $2a$인 함수
① $f(x+2a)=f(x)$

② $f(x+a)=f(x-a)$

ex1)
$y=\sin ax$, 주기: $\frac{2\pi}{|a|}$
$y=\cos ax$, 주기: $\frac{2\pi}{|a|}$
$y=\tan ax$, 주기: $\frac{\pi}{|a|}$

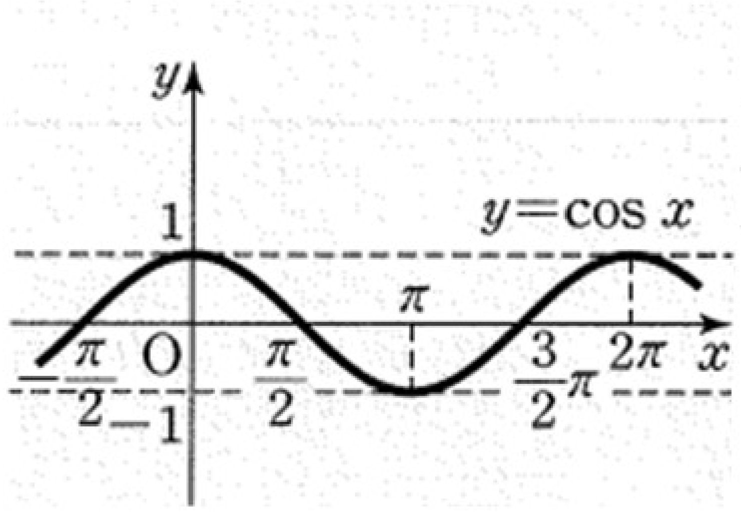
2. $y=\sin x$ $(-2\pi \le x \le 2\pi)$



① 주기: 2π
② 최댓값: 1, 최솟값: -1
③ 원점 대칭
④ 대칭성이 가장 중요하다.
⑤ $\sin x=t$치환 $(-1 \le t \le 1)$
⑥ $y=\cos x$그래프를 x축으로 $\frac{\pi}{2}$만큼 평행이동.

$\cos(x-\frac{\pi}{2})=\sin x$
※ 각 바꾸기로도 증명이 가능하다.

3. $y=\cos x$ $(-2\pi \le x \le 2\pi)$



① 주기: 2π
② 최댓값: 1, 최솟값: -1
③ y축 대칭
④ 대칭성이 가장 중요하다.
⑤ $\cos x=t$치환 $(-1 \le t \le 1)$
⑥ $y=\sin x$그래프를 x축으로 $-\frac{\pi}{2}$만큼 평행이동.

$\sin(x+\frac{\pi}{2})=\cos x$
※ 각 바꾸기로도 증명이 가능하다.

ex2) 그래프를 이용하여 θ로 간단하게 표현하여라.
① $\sin(2\pi+\theta)=\sin\theta$

② $\sin(-\theta)=-\sin\theta$

③ $\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$

④ $\sin(2\pi-\theta)=\sin(-\theta)=-\sin\theta$

⑤ $\sin(-\frac{3}{2}\pi+\theta)=\cos\theta$

⑥ $\cos(2\pi+\theta)=\cos\theta$

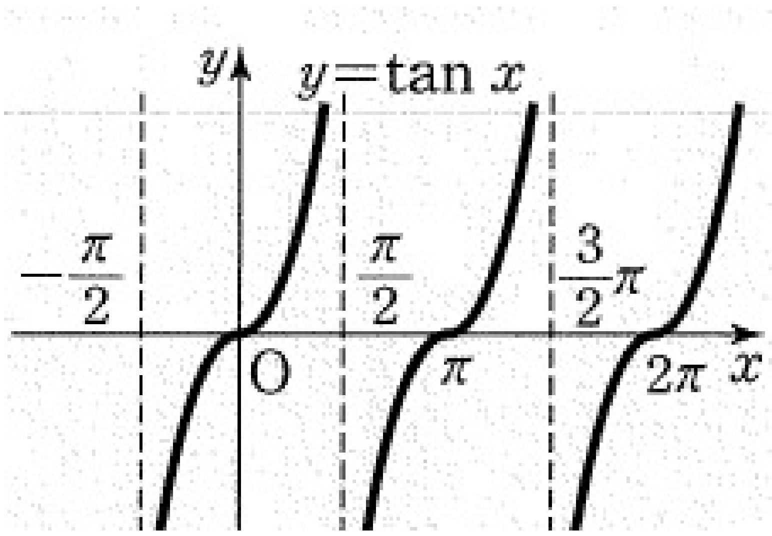
⑦ $\cos(-\theta)=\cos\theta$

⑧ $\cos(-2\pi-\theta)=\cos\theta$

⑨ $\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$

⑩ $\cos(\frac{3}{2}\pi+\theta)=\sin\theta$

4. $y=\tan x$ $(-2\pi \le x \le 2\pi)$



① 주기: π
② 최댓값: x, 최솟값: x
③ 원점 대칭
④ 대칭성이 가장 중요하다.
⑤ 점근선: $x=n\pi+\frac{\pi}{2}$
⑥ $\tan x = t$치환 (t는 모든 실수)

ex3) 그래프를 이용하여 θ로 간단하게 표현하여라.
① $\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$

② $\tan(-\theta)=-\tan\theta$

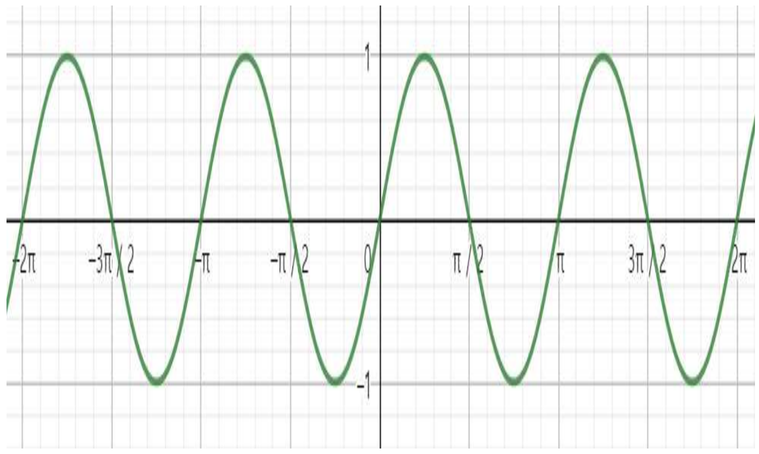
③ $\tan(2\pi-\theta)=-\tan\theta$

5. $y=a\sin(bx+c)+d$

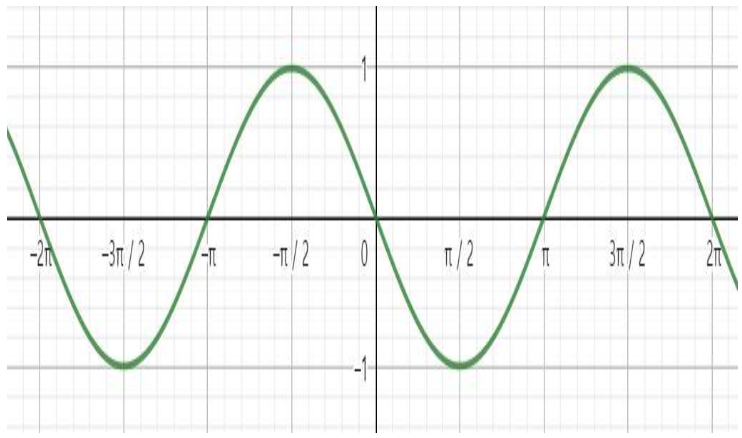
① a: 최댓값, 최솟값과 관련
b: 주기와 관련
c: x축 평행이동
d: y축 평행이동. 최댓값, 최솟값과 관련

② 그래프 그리는 순서
$b \to c \to a \to d$

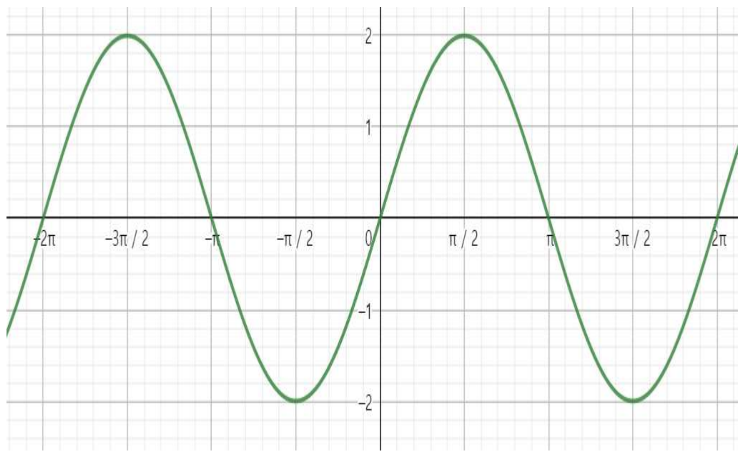
6. 변형그래프 $(-2\pi \le x \le 2\pi)$
① $y=\sin 2x$
주기: π, 최댓값: 1, 최솟값: -1



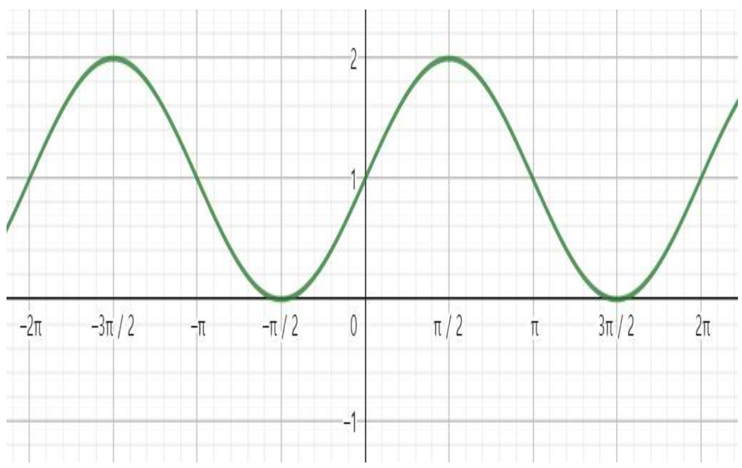
② $y=\sin(x-\pi)$
주기: 2π, 최댓값: 1, 최솟값: -1



③ $y=2\sin x$
주기: 2π, 최댓값: 2, 최솟값: -2

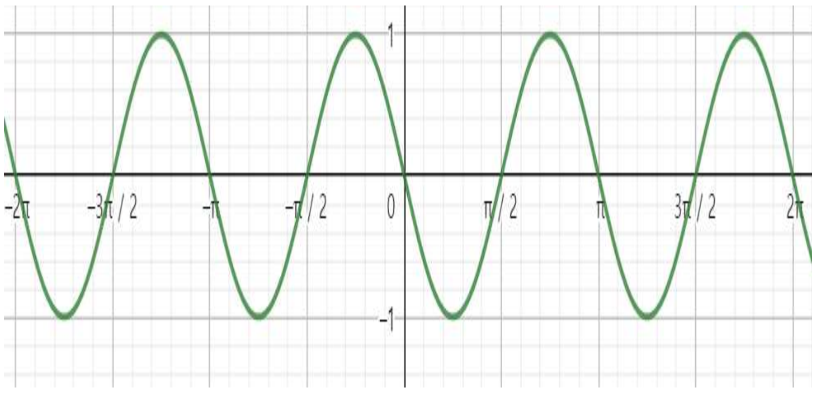


④ $y=\sin x+1$
주기: 2π, 최댓값: 2, 최솟값: 0



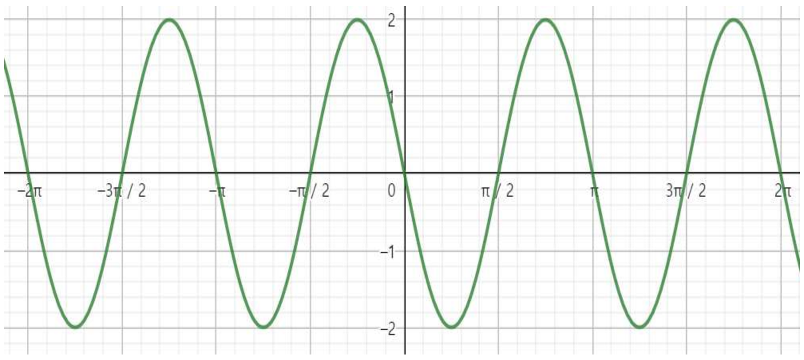
⑤ $y=\sin(2x-\pi)$

주기: π, 최댓값: 1, 최솟값: -1



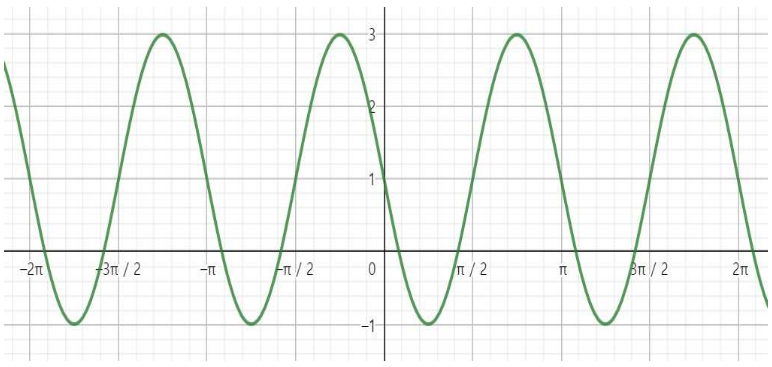
⑥ $y=2\sin(2x-\pi)$

주기: π, 최댓값: 2, 최솟값: -2



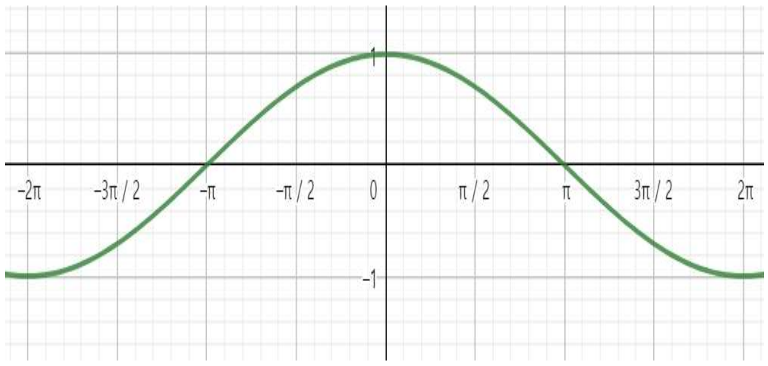
⑦ $y=2\sin(2x-\pi)+1$

주기: π, 최댓값: 3, 최솟값: -1



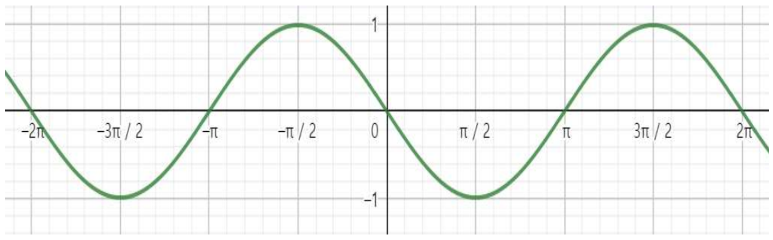
⑧ $y=\cos\dfrac{x}{2}$

주기: 4π, 최댓값: 1, 최솟값: -1



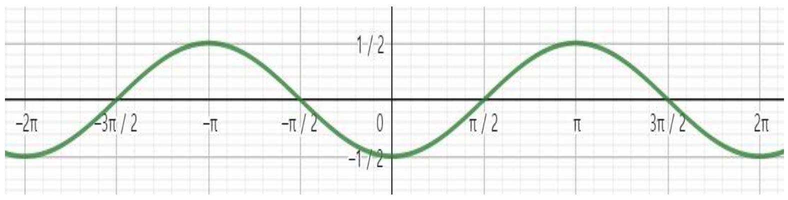
⑨ $y=\cos(x+\dfrac{\pi}{2})$

주기: 2π, 최댓값: 1, 최솟값: -1



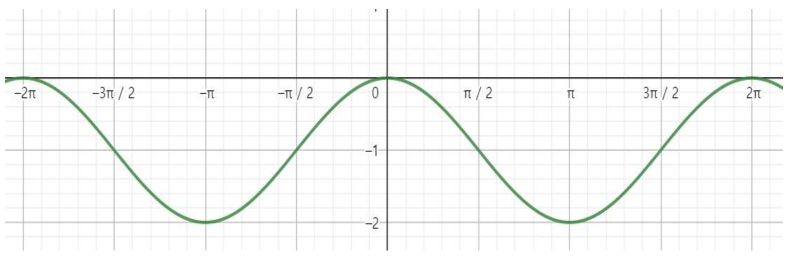
⑩ $y=-\dfrac{1}{2}\cos x$

주기: 2π, 최댓값: $\dfrac{1}{2}$, 최솟값: -$\dfrac{1}{2}$



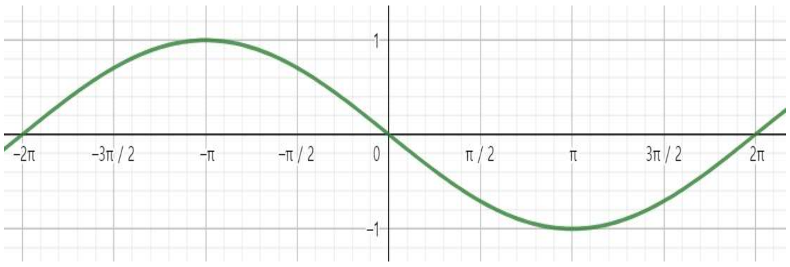
⑪ $y=\cos x-1$

주기: 2π, 최댓값: 0, 최솟값: -2



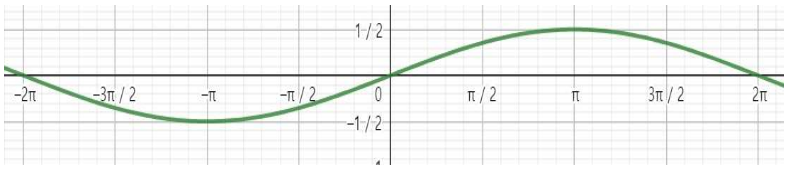
⑫ $y=\cos(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{2})$

주기: 4π, 최댓값: 1, 최솟값: -1



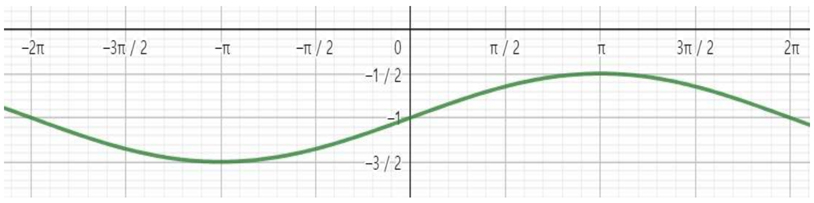
⑬ $y=-\frac{1}{2}\cos(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{2})$

주기: 4π, 최댓값: $\frac{1}{2}$, 최솟값: $-\frac{1}{2}$



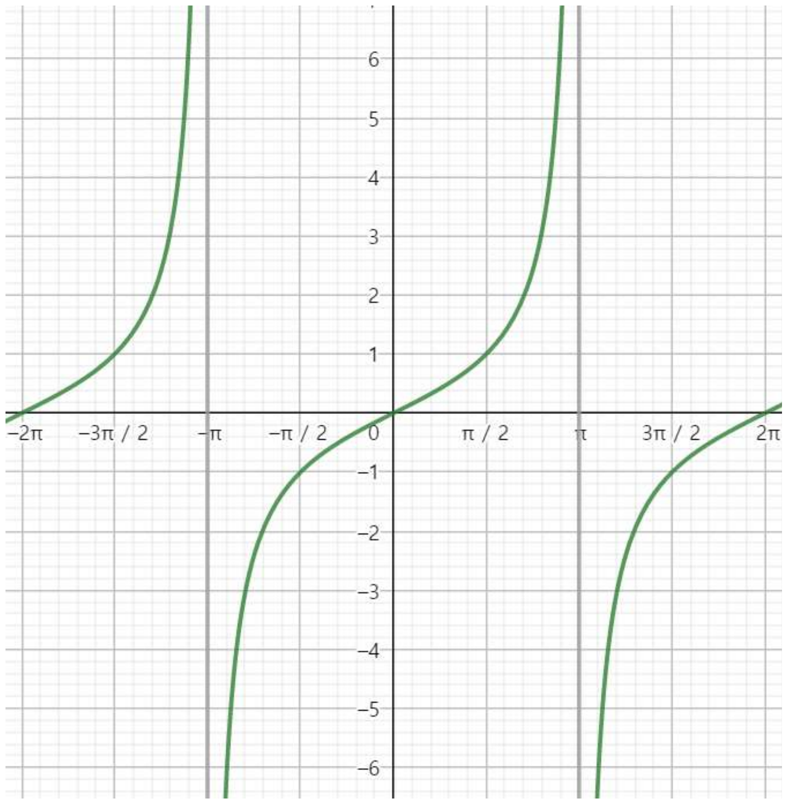
⑭ $y=-\frac{1}{2}\cos(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{2})-1$

주기: 4π, 최댓값: $-\frac{1}{2}$, 최솟값: $-\frac{3}{2}$



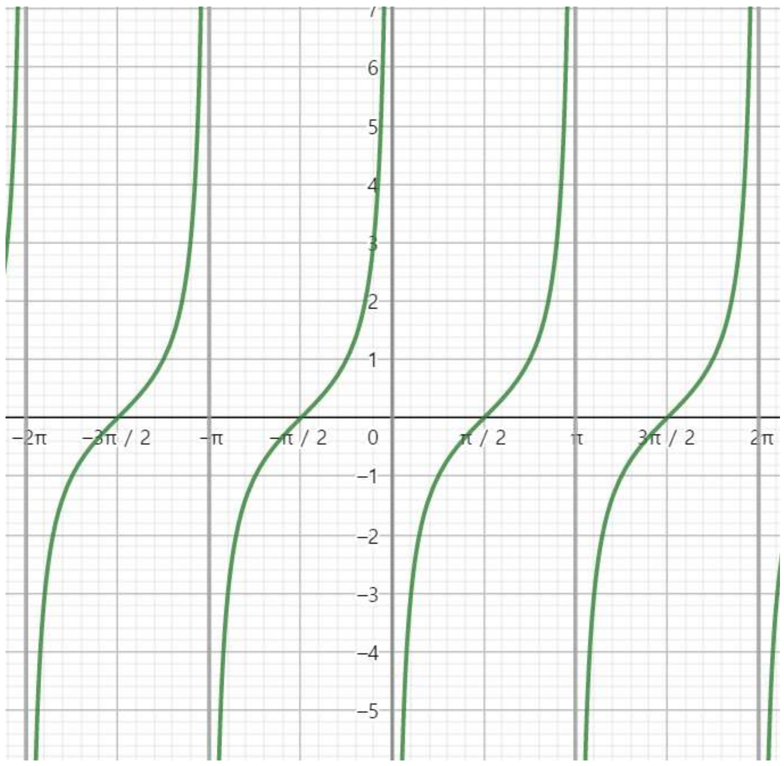
⑮ $y=\tan\frac{x}{2}$

주기: 2π, 최댓값: x, 최솟값: x, 점근선: $x=2n\pi+\pi$



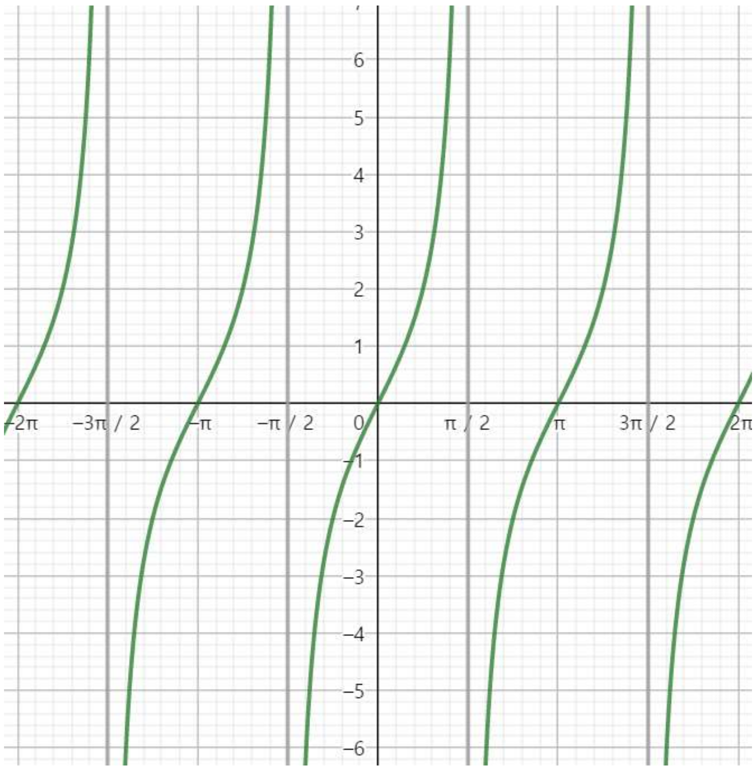
⑯ $y=\tan(x-\frac{3\pi}{2})$

주기: π, 최댓값: x, 최솟값: x, 점근선: $x=n\pi$



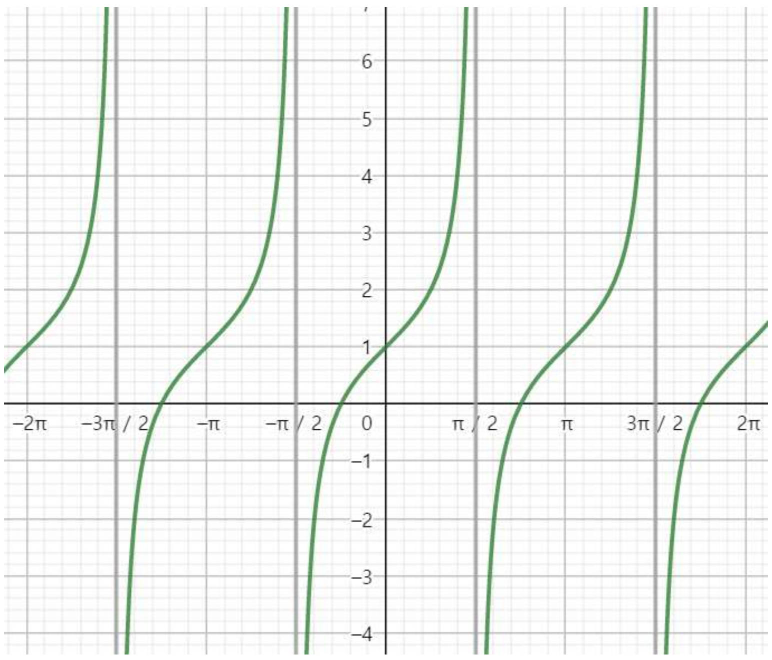
⑰ $y=2\tan x$

주기: π, 최댓값: x, 최솟값: x, 점근선: $x=n\pi+\frac{\pi}{2}$



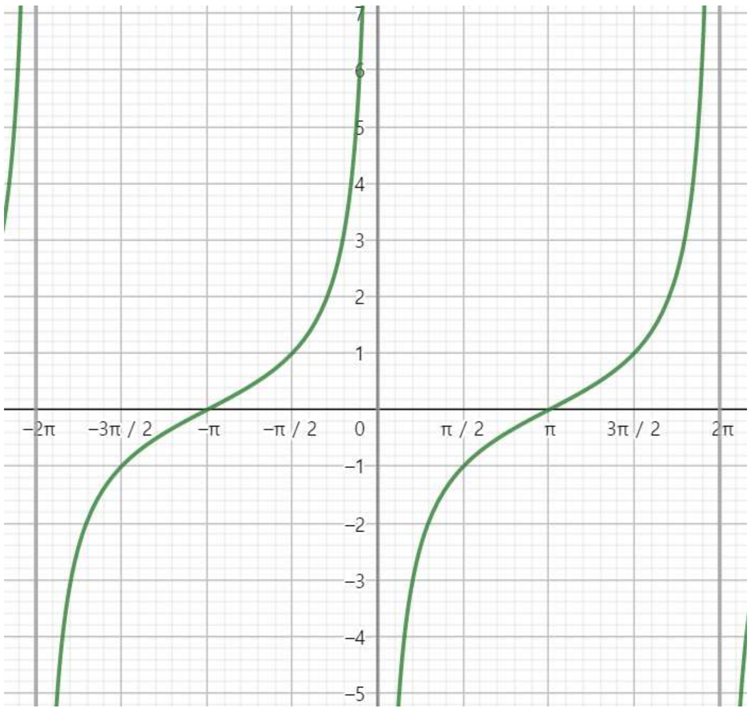
⑱ $y=\tan x+1$

주기: π, 최댓값: x, 최솟값: x, 점근선: $x=n\pi+\frac{\pi}{2}$



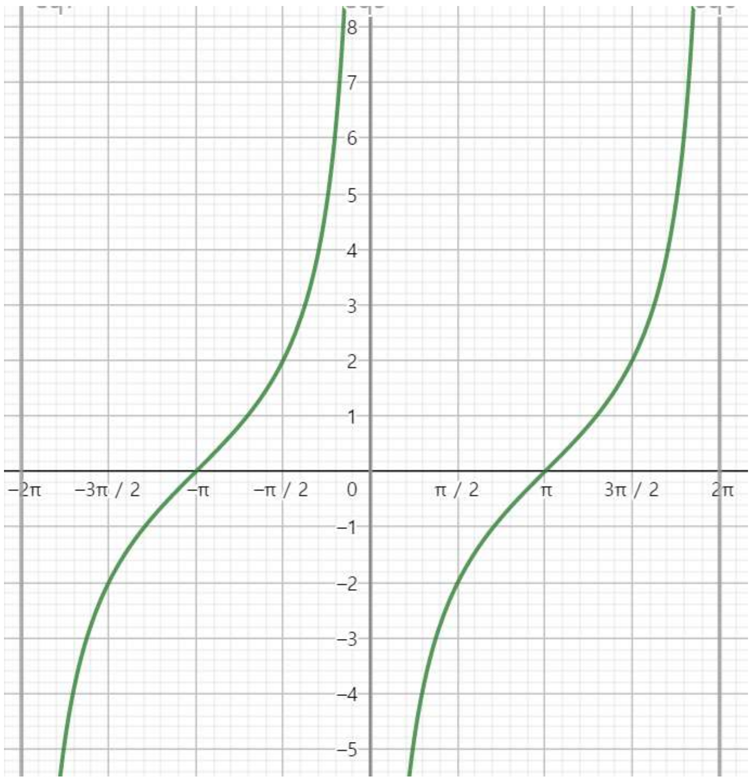
⑲ $y=\tan(\frac{x}{2}-\frac{3\pi}{2})$

주기: 2π, 최댓값: x, 최솟값: x, 점근선: $x=2n\pi$



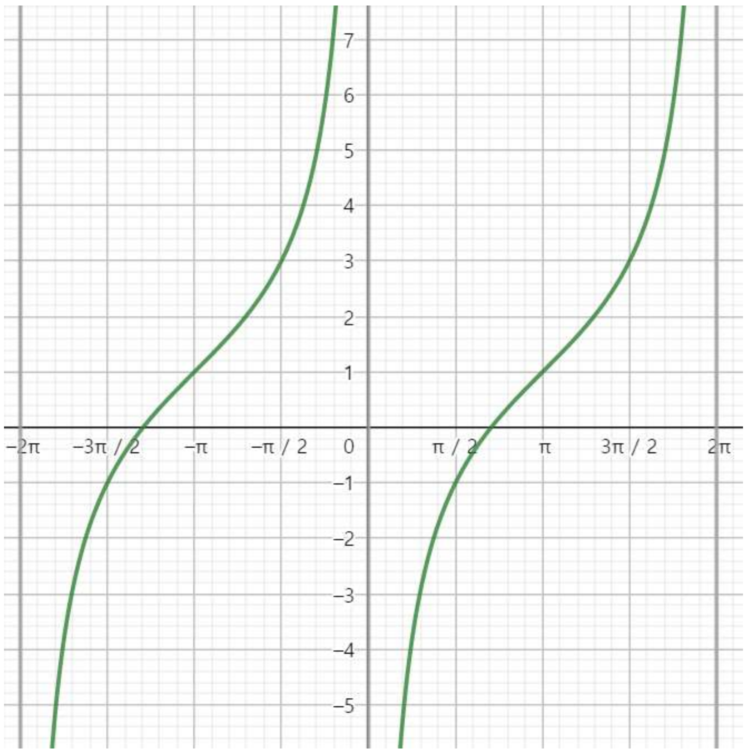
⑳ $y=2\tan(\frac{x}{2}-\frac{3\pi}{2})$

주기: 2π, 최댓값: x, 최솟값: x, 점근선: $x=2n\pi$



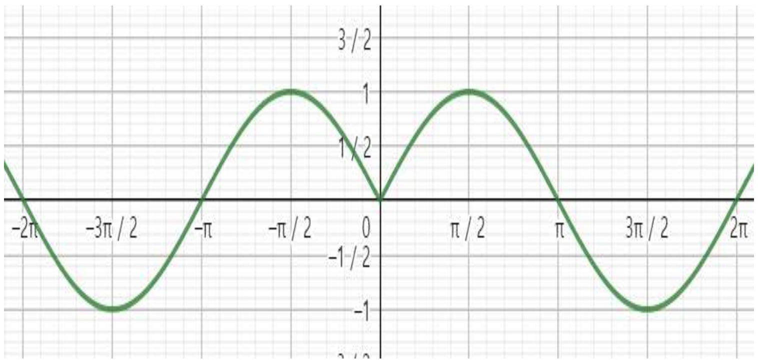
㉑ $y=2\tan(\frac{x}{2}-\frac{3\pi}{2})+1$

주기: 2π, 최댓값: x, 최솟값: x, 점근선: $x=2n\pi$



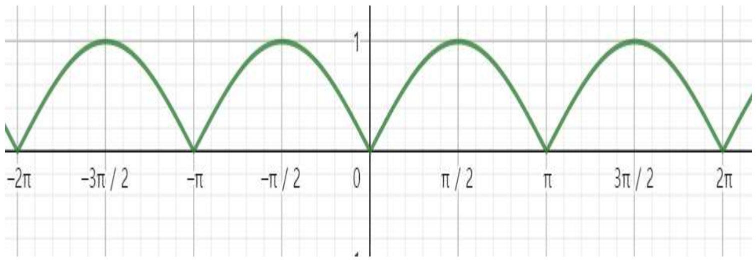
㉒ $y=\sin|x|$

주기: x, 최댓값: 1, 최솟값: -1



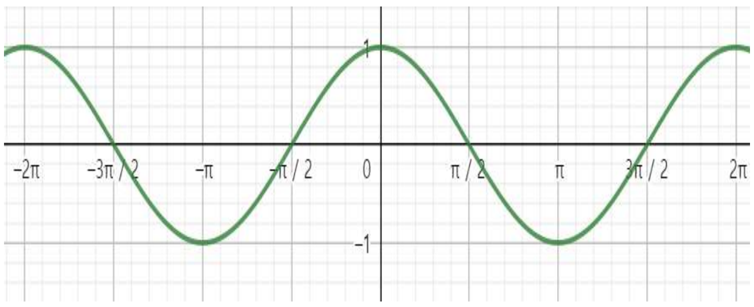
㉕ $y=|\sin x|$

주기: π, 최댓값: 1, 최솟값: 0



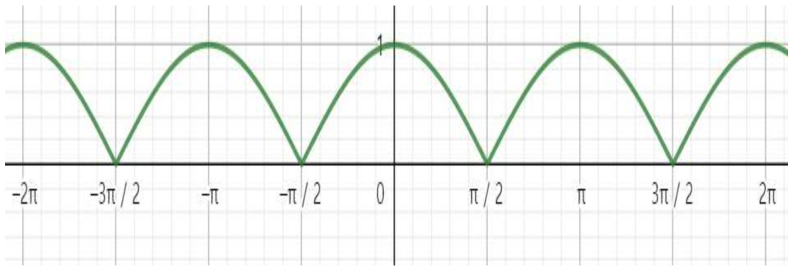
㉓ $y=\cos|x|$

주기: 2π, 최댓값: 1, 최솟값: -1



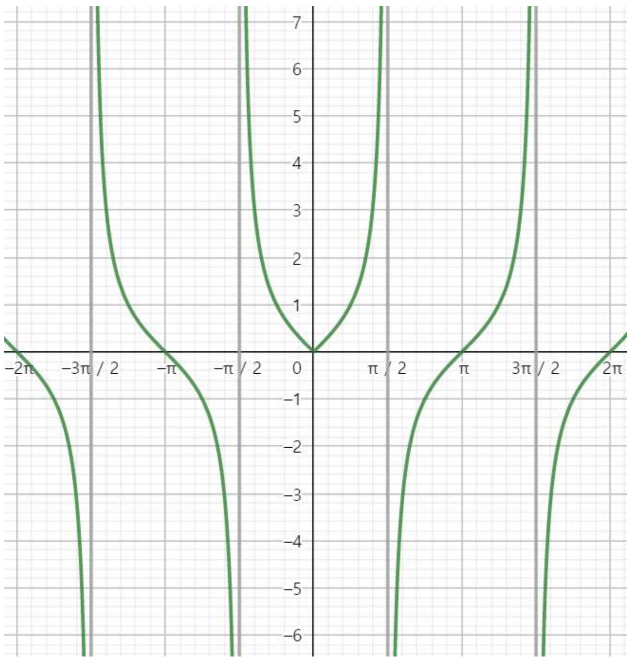
㉖ $y=|\cos x|$

주기: π, 최댓값: 1, 최솟값: 0



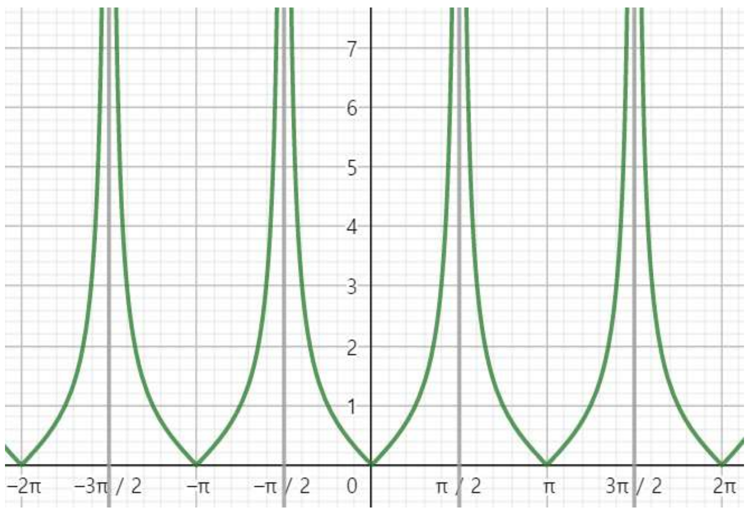
㉔ $y=\tan|x|$

주기: x, 최댓값: x, 최솟값: x, 점근선: $n\pi+\frac{\pi}{2}$



㉗ $y=|\tan x|$

주기: π, 최댓값: x, 최솟값: 0, 점근선: $n\pi+\frac{\pi}{2}$

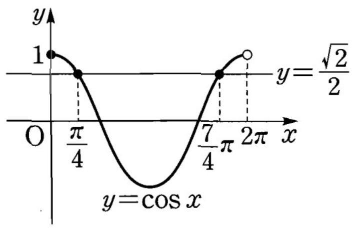


7. 방정식

① $2\cos x - \sqrt{2} = 0$ (단, $0 \le x < 2\pi$)

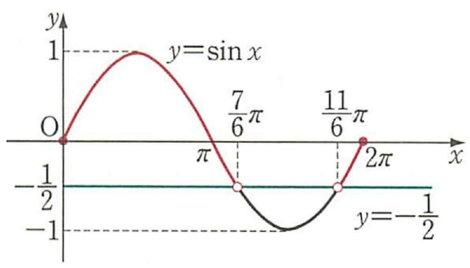
$2\cos x - \sqrt{2} = 0$에서 $\cos x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

오른쪽 그림과 같이 $0 \le x < 2\pi$에서 함수 $y = \cos x$의 그래프와 직선 $y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$의 교점의 x좌표가 $\dfrac{\pi}{4}$, $\dfrac{7}{4}\pi$이므로



$$x = \frac{\pi}{4} \text{ 또는 } x = \frac{7}{4}\pi$$

② $\sin x = -\dfrac{1}{2}$ (단, $0 \le x < 2\pi$)



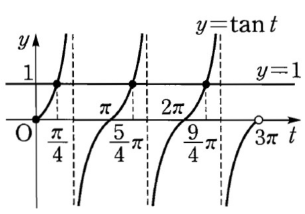
$$x = \frac{7}{6}\pi \text{ 또는 } x = \frac{11}{6}\pi$$

③ $\tan \dfrac{1}{3}x - 1 = 0$ (단, $0 \le x < 9\pi$)

$\tan \dfrac{1}{3}x - 1 = 0$에서 $\tan \dfrac{1}{3}x = 1$

$\dfrac{1}{3}x = t$로 놓으면 $0 \le x < 9\pi$에서 $0 \le t < 3\pi$

오른쪽 그림과 같이 $0 \le t < 3\pi$에서 함수 $y = \tan t$의 그래프와 직선 $y = 1$의 교점의 t좌표가 $\dfrac{\pi}{4}$, $\dfrac{5}{4}\pi$, $\dfrac{9}{4}\pi$이므로

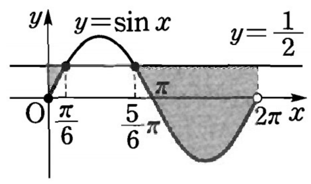


$$x = \frac{3}{4}\pi \text{ 또는 } x = \frac{15}{4}\pi \text{ 또는 } x = \frac{27}{4}\pi$$

8. 부등식

① $\sin x \le \dfrac{1}{2}$ (단, $0 \le x < 2\pi$)

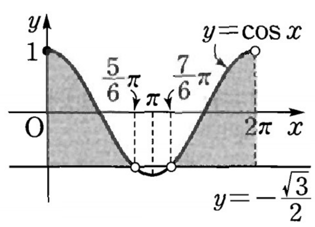
부등식 $\sin x \le \dfrac{1}{2}$의 해는 함수 $y = \sin x$의 그래프가 직선 $y = \dfrac{1}{2}$과 만나는 부분 또는 직선보다 아래쪽에 있는 부분의 x의 값의 범위이므로 오른쪽 그림에서



$$0 \le x \le \frac{\pi}{6} \text{ 또는 } \frac{5}{6}\pi \le x < 2\pi$$

② $2\cos x > -\sqrt{3}$ (단, $0 \le x < 2\pi$)

부등식 $\cos x > -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$의 해는 함수 $y = \cos x$의 그래프가 직선 $y = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$보다 위쪽에 있는 부분의 x의 값의 범위이므로 오른쪽 그림에서



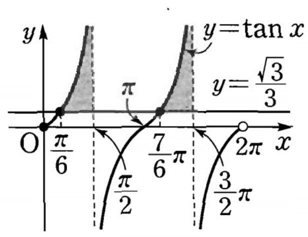
$$0 \le x < \frac{5}{6}\pi \text{ 또는 } \frac{7}{6}\pi < x < 2\pi$$

③ $\sqrt{3}\tan x - 1 \ge 0$ (단, $0 \le x < 2\pi$)

$\sqrt{3}\tan x - 1 \ge 0$에서

$\tan x \ge \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

부등식 $\tan x \ge \dfrac{\sqrt{3}}{3}$의 해는 함수 $y = \tan x$의 그래프가 직선 $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$과 만나는 부분 또는 직선보다 위쪽에 있는 부분의 x의 값의 범위이므로 오른쪽 그림에서



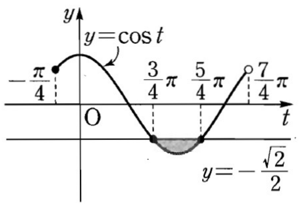
$$\frac{\pi}{6} \le x < \frac{\pi}{2} \text{ 또는 } \frac{7}{6}\pi \le x < \frac{3}{2}\pi$$

④ $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (단, $0 \leq x < 2\pi$)

$x-\frac{\pi}{4}=t$로 놓으면 $0 \leq x \leq 2\pi$에서 $-\frac{\pi}{4} \leq t \leq \frac{7}{4}\pi$이고,

주어진 부등식은 $\cos t \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ……㉠

오른쪽 그림에서 부등식 ㉠의 해는 $\frac{3}{4}\pi \leq t \leq \frac{5}{4}\pi$이므로

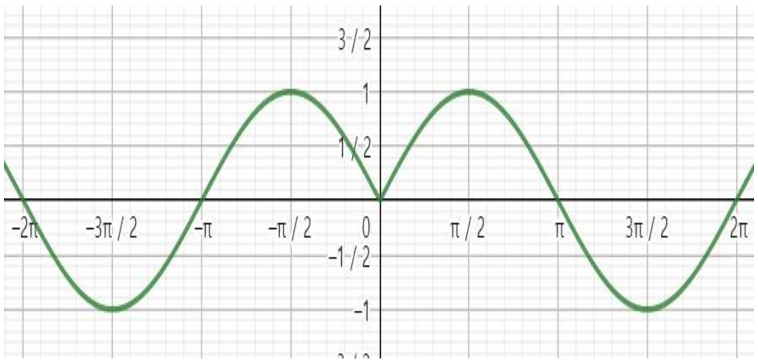


$$\frac{3}{4}\pi \leq x-\frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi$$

$$\therefore \ \pi \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$$

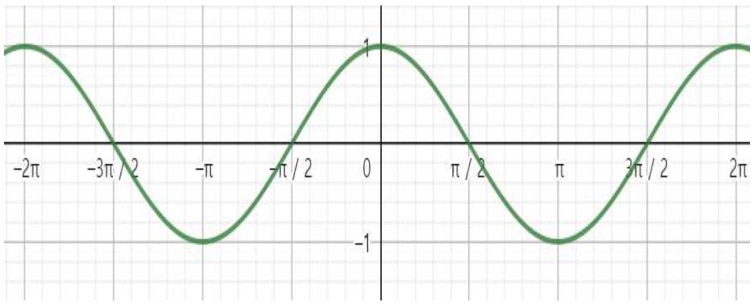
㉒ $y=\sin|x|$

주기: x, 최댓값: 1, 최솟값: -1



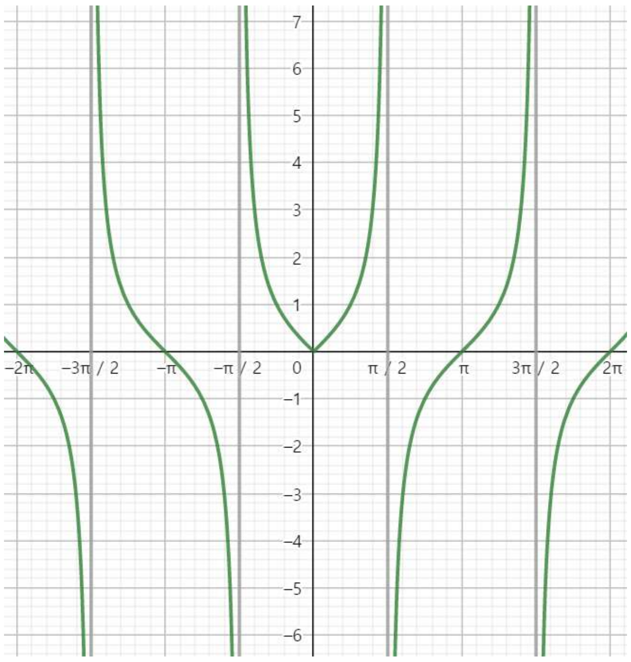
㉓ $y=\cos|x|$

주기: 2π, 최댓값: 1, 최솟값: -1



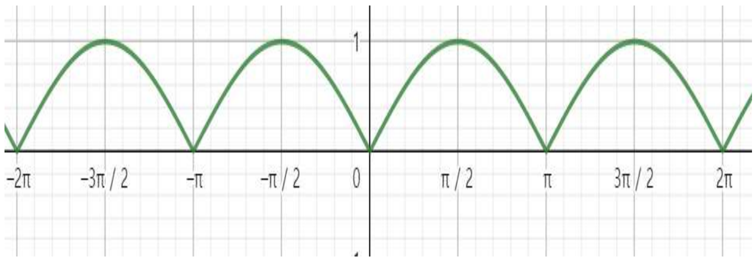
㉔ $y=\tan|x|$

주기: x, 최댓값: x, 최솟값: x, 점근선: $n\pi+\frac{\pi}{2}$



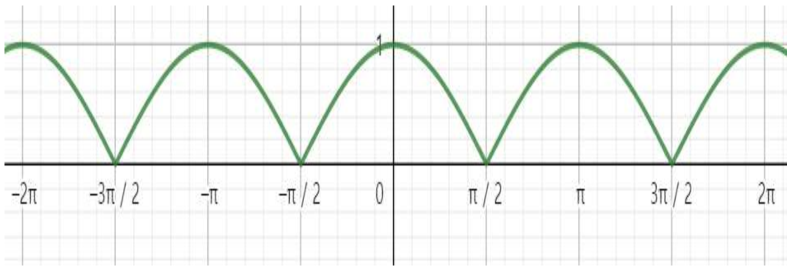
㉕ $y=|\sin x|$

주기: π, 최댓값: 1, 최솟값: 0



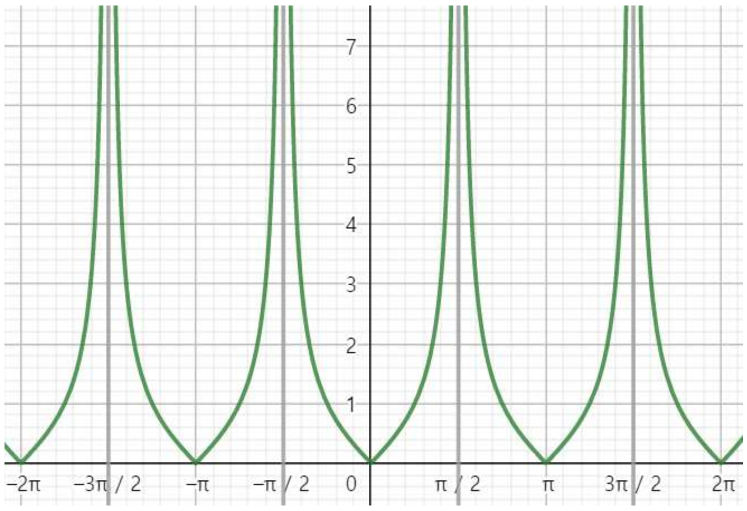
㉖ $y=|\cos x|$

주기: π, 최댓값: 1, 최솟값: 0



㉗ $y=|\tan x|$

주기: π, 최댓값: x, 최솟값: 0, 점근선: $n\pi+\frac{\pi}{2}$

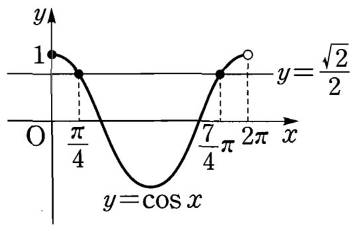


7. 방정식

① $2\cos x-\sqrt{2}=0$ (단, $0\le x<2\pi$)

$2\cos x-\sqrt{2}=0$에서 $\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

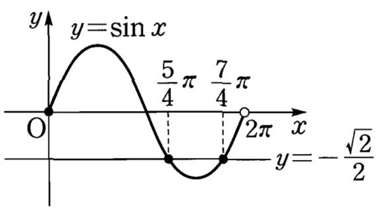
오른쪽 그림과 같이 $0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\cos x$의 그래프와 직선 $y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$의 교점의 x좌표가 $\dfrac{\pi}{4}$, $\dfrac{7}{4}\pi$이므로



$$x=\frac{\pi}{4}\ \text{또는}\ x=\frac{7}{4}\pi$$

② $\sin x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (단, $0\le x<2\pi$)

오른쪽 그림과 같이 $0\le x<2\pi$에서 함수 $y=\sin x$의 그래프와 직선 $y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$의 교점의 x좌표가 $\dfrac{5}{4}\pi$, $\dfrac{7}{4}\pi$이므로



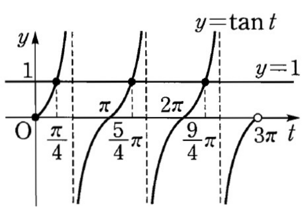
$$x=\frac{5}{4}\pi\ \text{또는}\ x=\frac{7}{4}\pi$$

③ $\tan\dfrac{1}{3}x-1=0$ (단, $0\le x<9\pi$)

$\tan\dfrac{1}{3}x-1=0$에서 $\tan\dfrac{1}{3}x=1$

$\dfrac{1}{3}x=t$로 놓으면 $0\le x<9\pi$에서 $0\le t<3\pi$

오른쪽 그림과 같이 $0\le t<3\pi$에서 함수 $y=\tan t$의 그래프와 직선 $y=1$의 교점의 t좌표가 $\dfrac{\pi}{4}$, $\dfrac{5}{4}\pi$, $\dfrac{9}{4}\pi$이므로

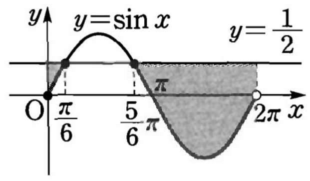


$$x=\frac{3}{4}\pi\ \text{또는}\ x=\frac{15}{4}\pi\ \text{또는}\ x=\frac{27}{4}\pi$$

8. 부등식

① $\sin x\le\dfrac{1}{2}$ (단, $0\le x<2\pi$)

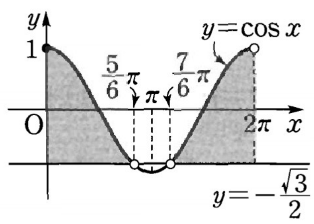
부등식 $\sin x\le\dfrac{1}{2}$의 해는 함수 $y=\sin x$의 그래프가 직선 $y=\dfrac{1}{2}$과 만나는 부분 또는 직선보다 아래쪽에 있는 부분의 x의 값의 범위이므로 오른쪽 그림에서



$$0\le x\le\frac{\pi}{6}\ \text{또는}\ \frac{5}{6}\pi\le x<2\pi$$

② $2\cos x>-\sqrt{3}$ (단, $0\le x<2\pi$)

부등식 $\cos x>-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$의 해는 함수 $y=\cos x$의 그래프가 직선 $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 보다 위쪽에 있는 부분의 x의 값의 범위이므로 오른쪽 그림에서



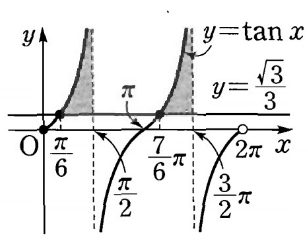
$$0\le x<\frac{5}{6}\pi\ \text{또는}\ \frac{7}{6}\pi<x<2\pi$$

③ $\sqrt{3}\tan x-1\ge 0$ (단, $0\le x<2\pi$)

$\sqrt{3}\tan x-1\ge 0$에서

$\tan x\ge\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

부등식 $\tan x\ge\dfrac{\sqrt{3}}{3}$의 해는 함수 $y=\tan x$의 그래프가 직선 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$과 만나는 부분 또는 직선보다 위쪽에 있는 부분의 x의 값의 범위이므로 오른쪽 그림에서



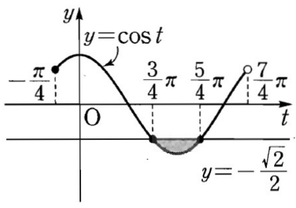
$$\frac{\pi}{6}\le x<\frac{\pi}{2}\ \text{또는}\ \frac{7}{6}\pi\le x<\frac{3}{2}\pi$$

④ $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (단, $0 \le x < 2\pi$)

$x-\frac{\pi}{4}=t$로 놓으면 $0 \le x \le 2\pi$에서 $-\frac{\pi}{4} \le t \le \frac{7}{4}\pi$이고,

주어진 부등식은 $\cos t \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ……㉠

오른쪽 그림에서 부등식 ㉠의 해는 $\frac{3}{4}\pi \le t \le \frac{5}{4}\pi$이므로



$$\frac{3}{4}\pi \le x-\frac{\pi}{4} \le \frac{5}{4}\pi$$

$$\therefore\ \pi \le x \le \frac{3}{2}\pi$$

다음 함수의 그래프를 그리고, 치역과 주기를 구하여라.
70) [수1 R354번]
$y=2\sin(2x+\pi)$

72) [수1 R361번]
함수 $y=\tan x$에 대한 설명 중 옳은 것은?
① 정의역은 $x \neq \frac{n}{2}\pi$(n은 정수)인 실수 전체의 집합이다.
② 치역은 $\{y|-1 \leq y \leq 1\}$이다.
③ 주기는 $\frac{\pi}{2}$이다.
④ 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.
⑤ 그래프의 점근선의 방정식은 $x=n\pi+\frac{\pi}{2}$(n은 정수)이다.

다음 함수의 그래프를 그리고, 치역과 주기를 구하여라.
71) [수1 R356번]
$y=2\cos\frac{x}{2}$

다음 방정식을 풀어라. (단, $0 \leq x < 2\pi$)
73) [수1 R366번]
$\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

74) [수1 R373번]

$0 \le x < 2\pi$에서 부등식 $\sin x > \cos x$의 해가 $\alpha < x < \beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값을 구하여라.

75) [수1 R379번]

방정식 $\cos^2 x + 2a\sin x = a^2$이 실근을 가질 때, 실수 a의 값의 범위는?

① $-3 \le a \le 1$ ② $-3 < a \le 2$ ③ $-3 \le a < 2$
④ $-2 \le a \le 2$ ⑤ $-2 < a \le 3$

76) [수1 R380번]
x에 대한 방정식 $2\cos^2 x - 2\sin x + 2a - 3 = 0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 상수 a의 값 또는 그 범위를 구하시오. (단, $0 \le x < 2\pi$)

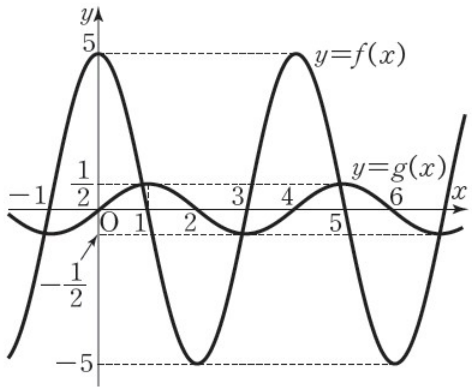
77) [수1 R385번]
함수 $y = \dfrac{\sin x + 2}{\cos x - 1}$의 최댓값을 구하시오.

78) [수1 R386번]

$0 \le \theta \le \frac{\pi}{4}$일 때, 함수 $y = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{3\cos\theta - \sin\theta}$의 최댓값 α, 최솟값 β에 대하여 $\alpha - \beta$의 값을 구하여라.

79) [수1 R388번]

두 삼각함수 $f(x) = \alpha_1 \sin(\beta_1 x - \gamma_1)$ $(\alpha_1 > 0,\ \beta_1 > 0)$, $g(x) = \alpha_2 \cos(\beta_2 x - \gamma_2)$, $(\alpha_2 > 0,\ \beta_2 > 0)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



[보 기]

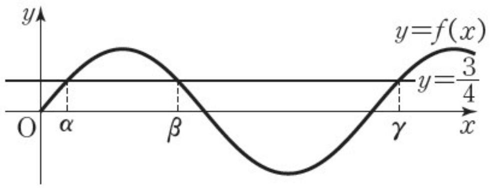
ㄱ. 함수 $h(x) = f(x) - g(x)$의 주기는 8이다.

ㄴ. $f(x) = a\cos bx$ (a, b는 상수)인 a, b가 존재한다.

ㄷ. $a > 0$, $9 < b < 13$일 때, $f(x) = ag(x - b)$를 만족시키는 두 자연수 a, b의 합 $a + b$의 값은 20이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ

80) [수1 R389번]
다음 그림과 같이 삼각함수 $f(x)=\sin kx$ $\left(0 \le x \le \frac{5\pi}{2k}\right)$의 그래프와 직선 $y=\frac{3}{4}$이 만나는 점의 x좌표를 각각 α, β, γ $(\alpha<\beta<\gamma)$라 할 때, $f(\alpha+\beta+\gamma)$의 값은? (단, k는 양의 실수이다.)



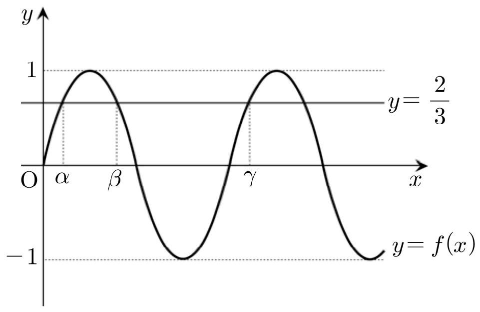
① -1 ② $-\frac{7}{8}$ ③ $-\frac{3}{4}$
④ 0 ⑤ $\frac{3}{4}$

81) [수1 R400번]
두 함수 $y=4\sin 3x$, $y=3\cos 2x$의 그래프가 x축과 만나는 점을 각각 $\mathrm{A}(a,\ 0)$, $\mathrm{B}(b,\ 0)$ $\left(0<a<\frac{\pi}{2}<b<\pi\right)$라 하자. $y=4\sin 3x$의 그래프 위의 임의의 점 P에 대하여 $\triangle\mathrm{ABP}$의 넓이의 최댓값은?

① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{2\pi}{3}$
④ $\frac{5\pi}{6}$ ⑤ π

82) [수1 R404번]

함수 $f(x)=\sin\pi x(x \geq 0)$의 그래프와 직선 $y=\dfrac{2}{3}$가 만나는 점의 x좌표를 작은 것부터 차례대로 α, β, γ라 할 때, $f(\alpha+\beta+\gamma+1)+f\left(\alpha+\beta+\dfrac{1}{2}\right)$의 값은?



① $-\dfrac{2}{3}$ ② $-\dfrac{1}{3}$ ③ 0

④ $\dfrac{1}{3}$ ⑤ $\dfrac{2}{3}$

83) [수1 R405번]

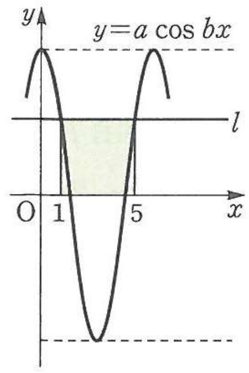
방정식 $\dfrac{1}{3}\log_2 x=\cos 3\pi x$를 만족시키는 실수 x의 개수는?

① 22 ② 23 ③ 24

④ 25 ⑤ 26

84) [수1 R406번]
x에 대하여 방정식 $\left|\cos x+\frac{1}{4}\right|=k$가 서로 다른 3개의 실근을 갖도록 하는 실수 k의 값을 α라 할 때, 40α의 값을 구하시오. (단, $0 \le x < 2\pi$)

85) [수1 R410번]
다음 그림과 같이 함수 $y=a\cos bx$의 그래프가 x축에 평행한 직선 l과 만나는 점의 x좌표가 1, 5일 때, 직선 l, $x=1$, $x=5$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 20이다. 이때 상수 a의 값을 구하여라.



86) [수1 R412번]

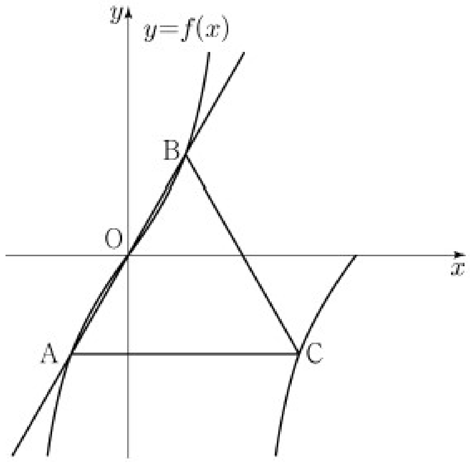
$0 < x < 2\pi$일 때, 방정식 $4\cos^2 x - 1 = 0$과 부등식 $\sin x \cos x < 0$을 동시에 만족시키는 모든 x의 값의 합은?

① 2π ② $\frac{7}{3}\pi$ ③ $\frac{8}{3}\pi$

④ 3π ⑤ $\frac{10}{3}\pi$

87) [수1 R414번]

양수 a에 대하여 집합 $\left\{x \,\middle|\, -\frac{a}{2} < x \leq a,\ x \neq \frac{a}{2}\right\}$에서 정의된 함수 $f(x) = \tan\frac{\pi x}{a}$가 있다. 그림과 같이 함수 $y = f(x)$의 그래프 위의 세 점 O, A, B를 지나는 직선이 있다. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y = f(x)$의 그래프와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 삼각형 ABC의 넓이는?(단, O는 원점이다.)



① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{17\sqrt{3}}{12}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

상용로그표

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989
2.0	.3010	.3032	.3054	.3075	.3096	.3118	.3139	.3160	.3181	.3201
2.1	.3222	.3243	.3263	.3284	.3304	.3324	.3345	.3365	.3385	.3404
2.2	.3424	.3444	.3464	.3483	.3502	.3522	.3541	.3560	.3579	.3598
2.3	.3617	.3636	.3655	.3674	.3692	.3711	.3729	.3747	.3766	.3784
2.4	.3802	.3820	.3838	.3856	.3874	.3892	.3909	.3927	.3945	.3962
2.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048	.4065	.4082	.4099	.4116	.4133
2.6	.4150	.4166	.4183	.4200	.4216	.4232	.4249	.4265	.4281	.4298
2.7	.4314	.4330	.4346	.4362	.4378	.4393	.4409	.4425	.4440	.4456
2.8	.4472	.4487	.4502	.4518	.4533	.4548	.4564	.4579	.4594	.4609
2.9	.4624	.4639	.4654	.4669	.4683	.4698	.4713	.4728	.4742	.4757
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843	.4857	.4871	.4886	.4900
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955	.4969	.4983	.4997	.5011	.5024	.5038
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092	.5105	.5119	.5132	.5145	.5159	.5172
3.3	.5185	.5198	.5211	.5224	.5237	.5250	.5263	.5276	.5289	.5302
3.4	.5315	.5328	.5340	.5353	.5366	.5378	.5391	.5403	.5416	.5428
3.5	.5441	.5453	.5465	.5478	.5490	.5502	.5514	.5527	.5539	.5551
3.6	.5563	.5575	.5587	.5599	.5611	.5623	.5635	.5647	.5658	.5670
3.7	.5682	.5694	.5705	.5717	.5729	.5740	.5752	.5763	.5775	.5786
3.8	.5798	.5809	.5821	.5832	.5843	.5855	.5866	.5877	.5888	.5899
3.9	.5911	.5922	.5933	.5944	.5955	.5966	.5977	.5988	.5999	.6010
4.0	.6021	.6031	.6042	.6053	.6064	.6075	.6085	.6096	.6107	.6117
4.1	.6128	.6138	.6149	.6160	.6170	.6180	.6191	.6201	.6212	.6222
4.2	.6232	.6243	.6253	.6263	.6274	.6284	.6294	.6304	.6314	.6325
4.3	.6335	.6345	.6355	.6365	.6375	.6385	.6395	.6405	.6415	.6425
4.4	.6435	.6444	.6454	.6464	.6474	.6484	.6493	.6503	.6513	.6522
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	.6571	.6580	.6590	.6599	.6609	.6618
4.6	.6628	.6637	.6646	.6656	.6665	.6675	.6684	.6693	.6702	.6712
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	.6758	.6767	.6776	.6785	.6794	.6803
4.8	.6812	.6821	.6830	.6839	.6848	.6857	.6866	.6875	.6884	.6893
4.9	.6902	.6911	.6920	.6928	.6937	.6946	.6955	.6964	.6972	.6981
5.0	.6990	.6998	.7007	.7016	.7024	.7033	.7042	.7050	.7059	.7067
5.1	.7076	.7084	.7093	.7101	.7110	.7118	.7126	.7135	.7143	.7152
5.2	.7160	.7168	.7177	.7185	.7193	.7202	.7210	.7218	.7226	.7235
5.3	.7243	.7251	.7259	.7267	.7275	.7284	.7292	.7300	.7308	.7316
5.4	.7324	.7332	.7340	.7348	.7356	.7364	.7372	.7380	.7388	.7396
5.5	.7404	.7412	.7419	.7427	.7435	.7443	.7451	.7459	.7466	.7474
5.6	.7482	.7490	.7497	.7505	.7513	.7520	.7528	.7536	.7543	.7551
5.7	.7559	.7566	.7574	.7582	.7589	.7597	.7604	.7612	.7619	.7627
5.8	.7634	.7642	.7649	.7657	.7664	.7672	.7679	.7686	.7694	.7701
5.9	.7709	.7716	.7723	.7731	.7738	.7745	.7752	.7760	.7767	.7774
6.0	.7782	.7789	.7796	.7803	.7810	.7818	.7825	.7832	.7839	.7846
6.1	.7853	.7860	.7868	.7875	.7882	.7889	.7896	.7903	.7910	.7917
6.2	.7924	.7931	.7938	.7945	.7952	.7959	.7966	.7973	.7980	.7987
6.3	.7993	.8000	.8007	.8014	.8021	.8028	.8035	.8041	.8048	.8055
6.4	.8062	.8069	.8075	.8082	.8089	.8096	.8102	.8109	.8116	.8122
6.5	.8129	.8136	.8142	.8149	.8156	.8162	.8169	.8176	.8182	.8189
6.6	.8195	.8202	.8209	.8215	.8222	.8228	.8235	.8241	.8248	.8254
6.7	.8261	.8267	.8274	.8280	.8287	.8293	.8299	.8306	.8312	.8319
6.8	.8325	.8331	.8338	.8344	.8351	.8357	.8363	.8370	.8376	.8382
6.9	.8388	.8395	.8401	.8407	.8414	.8420	.8426	.8432	.8439	.8445
7.0	.8451	.8457	.8463	.8470	.8476	.8482	.8488	.8494	.8500	.8506
7.1	.8513	.8519	.8525	.8531	.8537	.8543	.8549	.8555	.8561	.8567
7.2	.8573	.8579	.8585	.8591	.8597	.8603	.8609	.8615	.8621	.8627
7.3	.8633	.8639	.8645	.8651	.8657	.8663	.8669	.8675	.8681	.8686
7.4	.8692	.8698	.8704	.8710	.8716	.8722	.8727	.8733	.8739	.8745
7.5	.8751	.8756	.8762	.8768	.8774	.8779	.8785	.8791	.8797	.8802
7.6	.8808	.8814	.8820	.8825	.8831	.8837	.8842	.8848	.8854	.8859
7.7	.8865	.8871	.8876	.8882	.8887	.8893	.8899	.8904	.8910	.8915
7.8	.8921	.8927	.8932	.8938	.8943	.8949	.8954	.8960	.8965	.8971
7.9	.8976	.8982	.8987	.8993	.8998	.9004	.9009	.9015	.9020	.9025
8.0	.9031	.9036	.9042	.9047	.9053	.9058	.9063	.9069	.9074	.9079
8.1	.9085	.9090	.9096	.9101	.9106	.9112	.9117	.9122	.9128	.9133
8.2	.9138	.9143	.9149	.9154	.9159	.9165	.9170	.9175	.9180	.9186
8.3	.9191	.9196	.9201	.9206	.9212	.9217	.9222	.9227	.9232	.9238
8.4	.9243	.9248	.9253	.9258	.9263	.9269	.9274	.9279	.9284	.9289
8.5	.9294	.9299	.9304	.9309	.9315	.9320	.9325	.9330	.9335	.9340
8.6	.9345	.9350	.9355	.9360	.9365	.9370	.9375	.9380	.9385	.9390
8.7	.9395	.9400	.9405	.9410	.9415	.9420	.9425	.9430	.9435	.9440
8.8	.9445	.9450	.9455	.9460	.9465	.9469	.9474	.9479	.9484	.9489
8.9	.9494	.9499	.9504	.9509	.9513	.9518	.9523	.9528	.9533	.9538
9.0	.9542	.9547	.9552	.9557	.9562	.9566	.9571	.9576	.9581	.9586
9.1	.9590	.9595	.9600	.9605	.9609	.9614	.9619	.9624	.9628	.9633
9.2	.9638	.9643	.9647	.9652	.9657	.9661	.9666	.9671	.9675	.9680
9.3	.9685	.9689	.9694	.9699	.9703	.9708	.9713	.9717	.9722	.9727
9.4	.9731	.9736	.9741	.9745	.9750	.9754	.9759	.9763	.9768	.9773
9.5	.9777	.9782	.9786	.9791	.9795	.9800	.9805	.9809	.9814	.9818
9.6	.9823	.9827	.9832	.9836	.9841	.9845	.9850	.9854	.9859	.9863
9.7	.9868	.9872	.9877	.9881	.9886	.9890	.9894	.9899	.9903	.9908
9.8	.9912	.9917	.9921	.9926	.9930	.9934	.9939	.9943	.9948	.9952
9.9	.9956	.9961	.9965	.9969	.9974	.9978	.9983	.9987	.9991	.9996

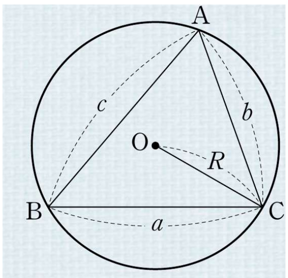
삼각함수

(5) 삼각함수

(6) 삼각함수의 그래프

(7) 삼각함수의 활용

1. 사인법칙



삼각형 ABC에서 외접원의 반지름의 길이를 R

① $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$ <암기>

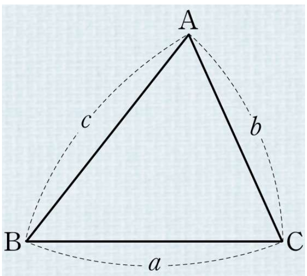
② $\sin A=\frac{a}{2R}$ <암기>

③ $a=2R \cdot sin A$ <암기>

④ $\sin A$와 a는 비례관계이다. <암기>

ex1) $\sin A : \sin B : \sin C = 1:2:3$,
$a=k$, $b=2k$, $c=3k$

2. 코사인법칙



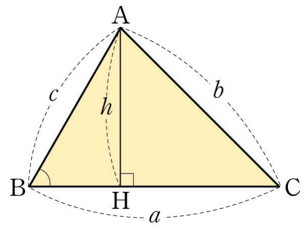
① $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ <암기>

② $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$ <암기>

③ $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$ <암기>

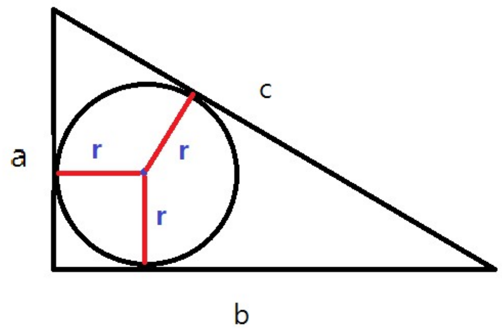
④ $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ <암기>

3. 삼각형의 넓이1



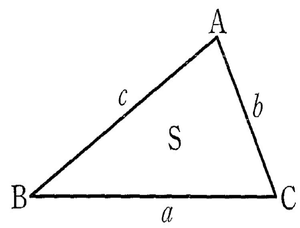
① $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$ <암기>

4. 삼각형의 넓이2



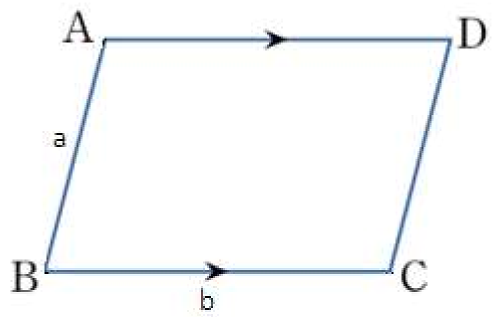
① $S=lr$ (단, $l=\frac{a+b+c}{2}$)

5. 삼각형의 넓이3 (헤론의 공식)



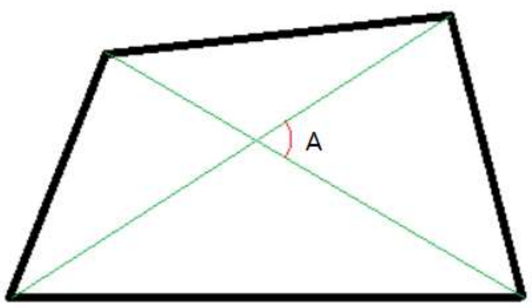
$S=\sqrt{l(l-a)(l-b)(l-c)}$ (단, $l=\frac{a+b+c}{2}$)

6. 사각형의 넓이1 (평행사변형의 넓이)



$S = ab\sin B$

7. 사각형의 넓이2 (평행사변형의 넓이)



a, b는 사각형의 두 대각선일 때,

$S = \frac{1}{2}ab\sin A$

8. 다음 삼각비 값을 구하시오.

	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	∞
$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$
$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1
$\frac{5}{6}\pi$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$

삼각형 ABC에 대하여 다음을 구하시오.

88) [수1 R416번]

$b=5,\ c=5\sqrt{2},\ B=30^\circ$일 때, $\angle \mathrm{A}$의 크기

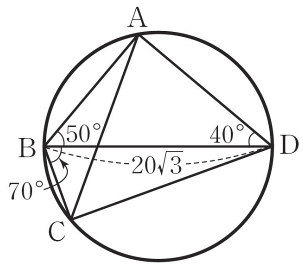
89) [수1 R423번]

삼각형 ABC에서 $a=\sqrt{6}+\sqrt{2}$, $B=45^\circ$, $c=2$일 때, $\angle \mathrm{A}$의 크기를 구하시오.

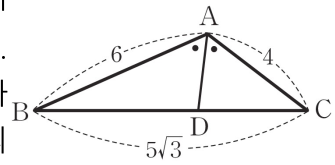
90) [수1 R426번]

삼각형 ABC에 대하여 $a=2,\ b=3,\ c=\sqrt{7}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.

91) [수1 R429번]
오른쪽 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여
$\angle \mathrm{ADB}=40°$, $\angle \mathrm{ABD}=50°$,
$\angle \mathrm{CBD}=70°$이고 $\overline{\mathrm{BD}}=20\sqrt{3}$일 때, 선분 AC의 길이를 구하시오.



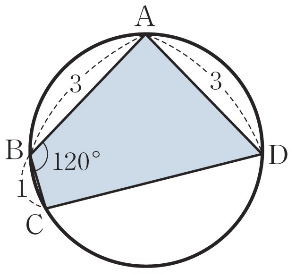
92) [수1 R430번]
오른쪽 그림과 같은 $\triangle \mathrm{ABC}$에서 $\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{AC}}=4$, $\overline{\mathrm{BC}}=5\sqrt{3}$이다. $\angle \mathrm{A}$의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 선분 AD의 길이는?



① $\sqrt{10}$ ② 3 ③ $2\sqrt{2}$
④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{6}$

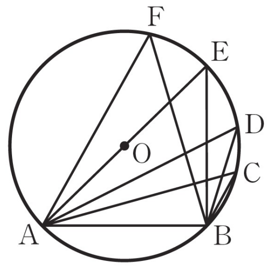
93) [수1 R432번]

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{AD}=3$, $\overline{BC}=1$, $\angle ABC=120°$인 사각형 ABCD가 원에 내접할 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하시오.



94) [수1 R433번]

오른쪽 그림과 같이 원 O에 내접하는 네 삼각형 ABC, ABD, ABE, ABF가 있다. $\overline{BD}=2\overline{BC}$, $\overline{BE}=3\overline{BC}$, $\overline{BF}=4\overline{BC}$이고, $\sin(\angle CAB)=\frac{1}{5}$일 때, $\sin(\angle DAB)+\sin(\angle EAB)+\sin(\angle FAB)$의 값은?

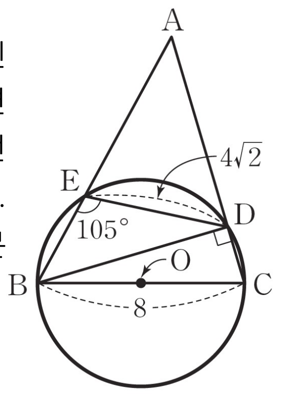


① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{9}{5}$ ⑤ 2

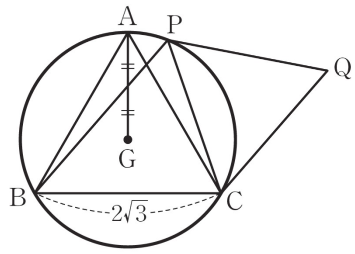
95) [수1 R435번]

오른쪽 그림과 같이 지름이 $\overline{\mathrm{BC}}=8$인 원 밖의 점 A에 대하여 점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 D, 원이 선분 AB와 만나는 점을 E라 하자. $\overline{\mathrm{DE}}=4\sqrt{2}$, $\angle\mathrm{DEB}=105°$일 때, 선분 AE의 길이를 구하시오. (단, $0<\angle\mathrm{ABC}<90°$, $0<\angle\mathrm{ACB}<90°$)



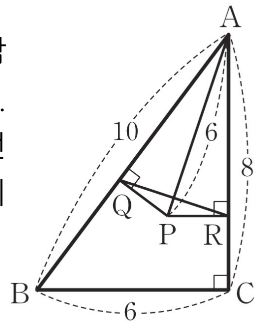
96) [수1 R436번]

다음 그림과 같이 원에 내접하고 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$인 정삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 무게중심을 G, 점 B를 포함하지 않는 호 AC 위의 한 점을 P라 할 때, 선분 BP는 선분 AG의 중점을 지난다. 선분 PC를 한 변으로 하는 정삼각형 PCQ의 넓이가 $\frac{q}{p}\sqrt{3}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)



97) [수1 R437번]

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=10$, $\overline{BC}=6$, $\overline{CA}=8$인 삼각형 ABC와 그 삼각형의 내부에 $\overline{AP}=6$인 점 P가 있다. 점 P에서 변 AB와 변 AC에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 할 때, 선분 QR의 길이는?

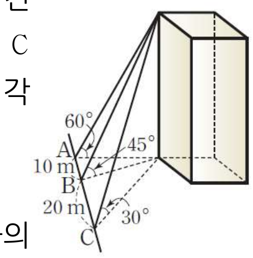


① $\frac{14}{5}$ ② 3 ③ $\frac{16}{5}$

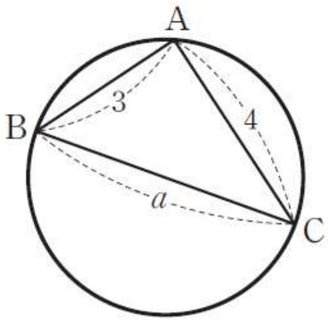
④ $\frac{17}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

98) [수1 R439번]

오른쪽 그림과 같은 직육면체 모양의 건물이 있다. 지면 위의 세 지점 A, B, C에서 이 건물의 꼭대기를 올려다 본 각의 크기가 각각 $60°$, $45°$, $30°$이고 $\overline{AB}=10\,\text{m}$, $\overline{BC}=20\,\text{m}$일 때, 이 건물의 높이를 구하시오. (단, 세 지점 A, B, C는 일직선 위에 있다.)



99) [수1 R441번]
오른쪽 그림과 같이
$\overline{\mathrm{AB}}=3$, $\overline{\mathrm{BC}}=a$, $\overline{\mathrm{CA}}=4$인 삼각형 ABC가 원에 내접하고 있다. 이 원의 반지름의 길이를 R라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



[보 기]

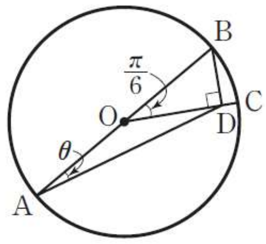
ㄱ. $a=5$이면 $R=\frac{5}{2}$이다.

ㄴ. $R=4$이면 $a=8\sin A$이다.

ㄷ. $1<a\le\sqrt{13}$일 때, $\angle\mathrm{A}$의 최댓값은 $\frac{\pi}{3}$이다.

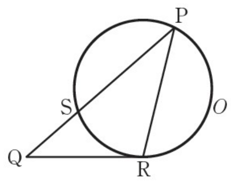
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

100) [수1 R442번]
오른쪽 그림에서 선분 AB는 원 O의 지름이다. 선분 OB와 선분 OC가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$이고, 점 D는 점 B에서 선분 OC에 내린 수선의 발이다. $\angle\mathrm{OAD}=\theta$라 할 때, $\tan\theta$의 값을 구하시오.



101) [수1 R443번]

오른쪽 그림과 같이 원 O가 삼각형 $\triangle \mathrm{PQR}$의 변 QR와 점 R에서 접하고, 변 PQ와 점 S에서 만난다. 삼각형 ABC에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}=\cos \mathrm{A}+\sin \mathrm{C}$, $\overline{\mathrm{PS}}=2\sin \mathrm{C}$, $\overline{\mathrm{QR}}=\cos \mathrm{B}$ 일 때, $\triangle \mathrm{ABC}$는 어떤 삼각형인가?



① $a=b$인 이등변삼각형

② $\angle \mathrm{A}=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형

③ $b=c$인 이등변삼각형

④ $\angle \mathrm{B}=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형

⑤ 정삼각형

102) [수1 R444번]

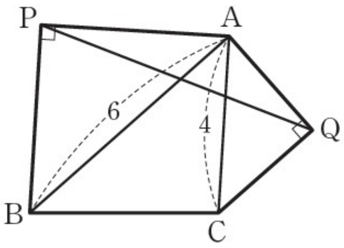
다음 조건을 만족시키는 삼각형 $\triangle \mathrm{ABC}$의 넓이를 구하시오.

(가) $\overline{\mathrm{BC}}=5$

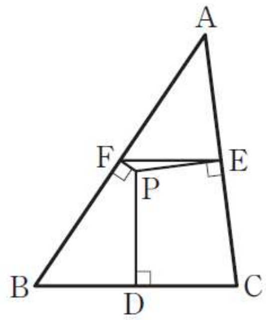
(나) $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BC}}\cos C-\overline{\mathrm{AB}}\cos A$

(다) $\sin A=2\sin \frac{A-B+C}{2}\sin C$

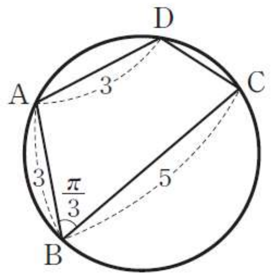
103) [수1 R446번]
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=4$인 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 빗변으로 하는 두 직각이등변삼각형 ABP, ACQ를 만들었다. 삼각형 APQ의 넓이가 4일 때, $\cos(\angle BAC)$의 값은? (단, $0° < \angle BAC < 90°$)



104) [수1 R449번]
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=4$, $\overline{CA}=5$인 삼각형 ABC의 내부의 한 점 P에서 세 변 BC, CA, AB에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 한다.
$\overline{PD}=\sqrt{7}$, $\overline{PE}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ 일 때, 삼각형 EFP의 넓이는 $\dfrac{q}{p}\sqrt{7}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

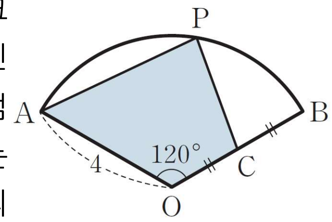


105) [수1 R450번]
오른쪽 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}=3$, $\overline{\mathrm{BC}}=5$, $\angle \mathrm{ABC}=\frac{\pi}{3}$ 일 때, $\sin(\angle \mathrm{DAB})$의 값은?

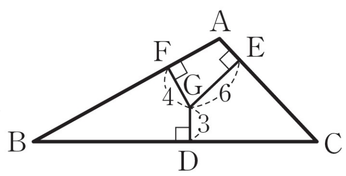


① $\frac{9\sqrt{3}}{19}$　② $\frac{19\sqrt{3}}{38}$
③ $\frac{10\sqrt{3}}{19}$　④ $\frac{21\sqrt{3}}{38}$
⑤ $\frac{11\sqrt{3}}{19}$

106) [수1 R452번]
오른쪽 그림과 같이 중심각의 크기가 $120°$, 반지름의 길이가 4인 부채꼴 AOB가 있다. $\overline{\mathrm{OB}}$의 중점을 C라 할 때, $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 사각형 AOCP의 넓이의 최댓값을 구하시오.

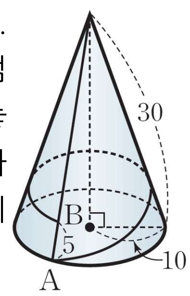


107) [수1 R454번]
오른쪽 그림과 같이 $\triangle \mathrm{ABC}$의 무게중심 G에서 세 변 BC, CA, AB에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하자.



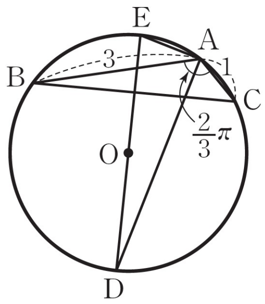
$\overline{\mathrm{GD}}=3$, $\overline{\mathrm{GE}}=6$, $\overline{\mathrm{GF}}=4$일 때, $\dfrac{\sin A \sin C}{\sin^2 B}$의 값을 구하시오.

108) [수1 R455번]
오른쪽 그림과 같은 직원뿔 모양의 산이 있다. A 지점을 출발하여 산을 한 바퀴 돌아 B 지점으로 가는 관광 열차의 궤도를 최단 거리로 놓으면 이 궤도는 처음에는 오르막길이지만 나중에는 내리막길이 된다. 이 내리막길의 길이가 $\dfrac{a}{\sqrt{b}}$일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

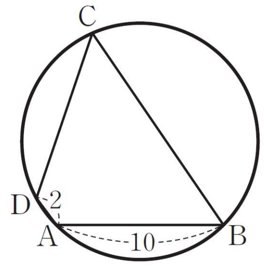


(단, a, b는 서로소인 자연수이다.)

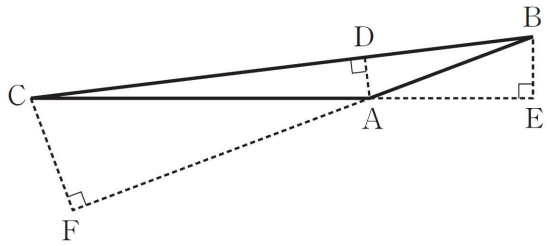
109) [수1 R456번]
오른쪽 그림과 같이 원 O에 내접하는 삼각형 ABC가 있다. $\overline{\mathrm{AB}}=3$, $\overline{\mathrm{AC}}=1$, $\angle\mathrm{A}=\frac{2}{3}\pi$이고, $\angle\mathrm{A}$의 이등분선이 삼각형 ABC의 외접원과 만나는 점을 D, 점 D와 원 O의 중심 O를 지나는 직선이 원과 만나는 점을 E라 할 때, 선분 AE의 길이를 구하시오. (단, $\overline{\mathrm{AE}}<\overline{\mathrm{AD}}$이다.)



110) [수1 R457번]
그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD가 $\overline{\mathrm{AB}}=10$, $\overline{\mathrm{AD}}=2$, $\cos(\angle\mathrm{BCD})=\frac{3}{5}$을 만족시킨다. 이 원의 넓이가 $a\pi$일 때, a의 값을 구하시오.

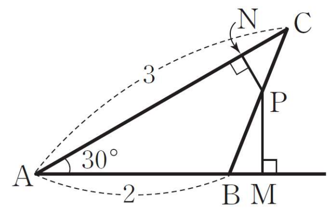


111) [수1 R458번]
그림과 같이 $A>90°$인 삼각형 ABC의 세 꼭짓점 A, B, C에서 세 직선 BC, CA, AB에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하자. $\overline{AD}:\overline{BE}:\overline{CF}=2:3:4$일 때, 삼각형 ABC에서 $\cos C$ 의 값은?



① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{41}{48}$ ③ $\frac{7}{8}$
④ $\frac{43}{48}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

112) [수1 R459번]
그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}=3$, $A=30°$인 삼각형 ABC의 변 BC 위의 점 P에서 두 직선 AB, AC 위에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하자. $\frac{\overline{AB}}{\overline{PM}}+\frac{\overline{AC}}{\overline{PN}}$의 최솟값이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

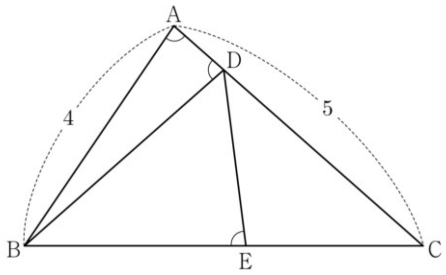


113) [수1 R462번]

그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=5$이고 $\cos(\angle BAC)=\frac{1}{8}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D와 선분 BC 위의 점 E에 대하여

$$\angle BAC=\angle BDA=\angle BED$$

일 때, 선분 DE의 길이는?

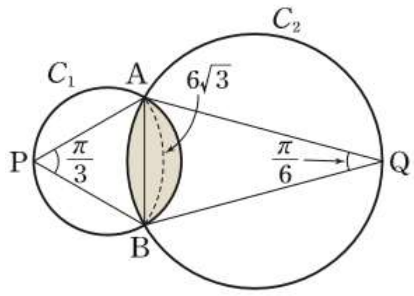


① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$

④ $\frac{17}{6}$ ⑤ 3

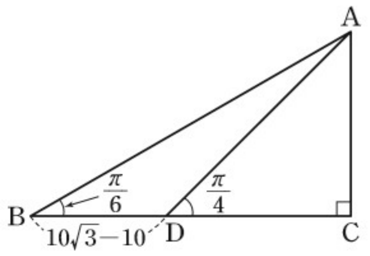
114) [수1 R463번]

그림과 같이 두 원 C_1, C_2가 두 점 A, B에서 만나고, $\overline{AB}=6\sqrt{3}$이다. 원 C_1 위의 점 P와 원 C_2 위의 점 Q에 대하여 $\angle APB=\frac{\pi}{3}$, $\angle AQB=\frac{\pi}{6}$일 때, 원 C_1의 내부이고 동시에 원 C_2의 내부인 색칠된 부분의 넓이를 구하시오. (단, 원 C_1의 중심은 원 C_2의 외부에 있다.)



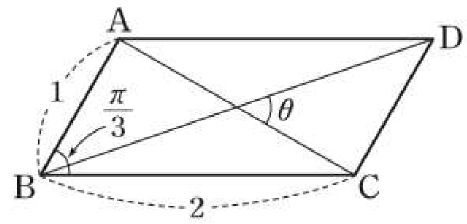
115) [수1 R466번]

그림과 같이 $B=\frac{\pi}{6}$, $C=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC가 있다. 변 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{BD}=10\sqrt{3}-10$, $\angle ADC=\frac{\pi}{4}$ 일 때, $\cos(\angle BAD)$의 값을 구하시오.



116) [수1 R467번]

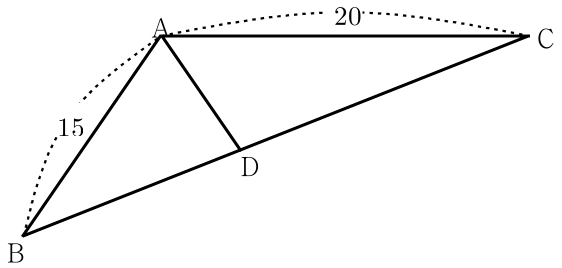
그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$, $B=\frac{\pi}{3}$인 평행사변형 $ABCD$의 두 대각선이 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\sin^2\theta$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$)



① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

117) [수1 R472번]

그림은 세 도시 $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$를 서로 잇는 직선도로를 나타낸 것이다. $\angle \mathrm{A} = 120^{\circ}$, $\overline{\mathrm{AB}} = 15\mathrm{km}$, $\overline{\mathrm{AC}} = 20\mathrm{km}$이고 두 도시 B, C 사이에 선분 BC를 $3:4$로 내분하는 지점 D에 도서관을 세울 때, 직선도로 $\overline{\mathrm{AD}}$의 길이는 몇 km인가?



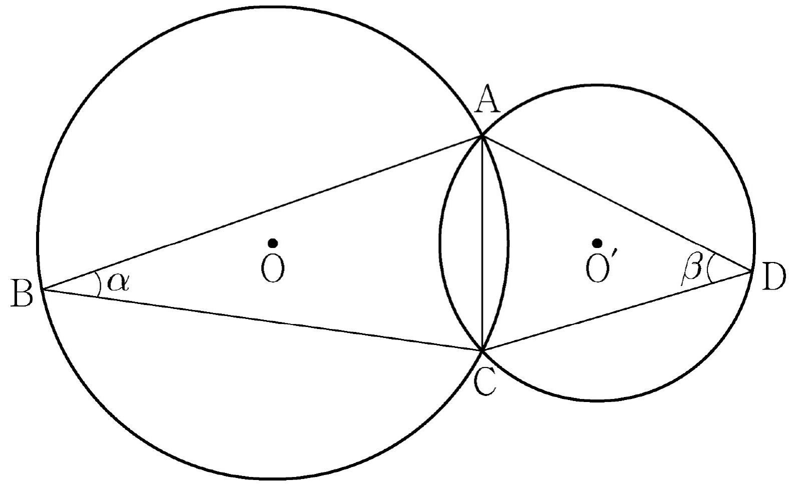
① $\frac{60}{7}$　② $\frac{64}{7}$　③ $\frac{68}{7}$
④ $\frac{72}{7}$　⑤ $\frac{76}{7}$

118) [수1 R473번]

그림과 같이 한 평명 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O'이라 하고 $\angle \mathrm{ABC} = \alpha$, $\angle \mathrm{ADC} = \beta$라 할 때,

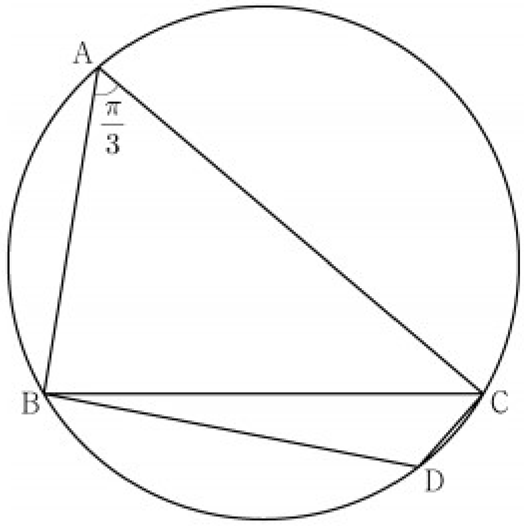
$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{3}{2}$, $\cos(\alpha+\beta) = \frac{1}{3}$, $\overline{\mathrm{OO}'} = 1$

이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



119) [수1 R474번]

반지름의 길이가 $2\sqrt{7}$인 원에 내접하고 $\angle A = \frac{\pi}{3}$인 삼각형 ABC가 있다. 점 A를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D에 대하여 $\sin(\angle \mathrm{BCD}) = \frac{2\sqrt{7}}{7}$일 때, $\overline{\mathrm{BD}}+\overline{\mathrm{CD}}$의 값은?



① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$

④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$

수열

(8) 등차수열과 등비수열

(9) 수열의 합

(10) 수학적 귀납법

1. 수열 : 이 단원에서 추구하는 바는 2가지이다. 사고의 유연함과 규칙성.

2. 일반항 a_n의 의미
① n번째항
② 대표항
③ 함수항

3. 등차수열의 일반항
$\Rightarrow$ $a_n = a + d(n-1)$
$= a_2 + d(n-2)$
$= a_k + d(n-k)$

4. 등차수열의 성질
① $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \cdots\cdots$

② a, x, b가 등차수열을 이룰 때,
$\Rightarrow$ $a = x - d,\ b = x + d$ 표현가능
$\Rightarrow$ $x = \dfrac{a+b}{2}$

③ p, q, x, r, s가 등차수열을 이룰 때,
$\Rightarrow$ $p = x - 2d,\ q = x - d,\ r = x + d,\ s = x + 2d$ 표현가능

④ p, q, r, s가 등차수열을 이룰 때,
=> $p = x - 3d, q = x - d, r = x + d, s = x + 3d$ 표현가능
(단,$x = \dfrac{q+r}{2} = \dfrac{p+s}{2}$일 때)

5. 등차수열의 합
$S_n = \dfrac{n\{2a + d(n-1)\}}{2} = \dfrac{n\{a+l\}}{2}$

6. S_n과 a_n의 관계
ⅰ) $S_0 \neq 0$
$a_n = S_n - S_{n-1}$(단, $n \geq 2$)
$a_1 = S_1$

ⅱ) $S_0 = 0$
$a_n = S_n - S_{n-1}$

※ ⅰ)은 둘째 항부터 등차 혹은 등비수열을 이루는 경우이고, ⅱ)는 첫째 항부터 등차 혹은 등비수열을 이루는 경우이다.

7. 등비수열의 일반항
$\Rightarrow$ $a_n = a \cdot r^{n-1}$
$= a_2 \cdot r^{n-2}$
$= a_k \cdot r^{n-k}$

8. 등비수열의 성질
① $a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = a_3 \cdot a_{n-2} = \cdots\cdots$

② a, x, b가 등비수열을 이룰 때,
$\Rightarrow$ $a = \dfrac{x}{r},\ b = xr$ 표현가능
$\Rightarrow$ $x^2 = ab$

③ a, b, x, c, d가 등비수열을 이룰 때,
$\Rightarrow$ $a = \dfrac{x}{r^2},\ b = \dfrac{x}{r},\ c = xr, d = xr^2$ 표현가능

④ a, b, c, d가 등비수열을 이룰 때,
=> $a = \dfrac{x}{r^3},\ b = \dfrac{x}{r},\ c = xr, d = xr^3$ 표현가능
(단,$x = \pm\sqrt{ad} = \pm\sqrt{bc}$일 때)

9. 등비수열의 합
$S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r-1}$ (주로 $r > 1$)
$= \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$ (주로 $r < 1$) $= na$ $(r = 1)$

120) [수1 R507번]

등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_1 = 6$, $a_{10} = -12$일 때, $|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_{20}|$의 값은?

① 280 ② 284 ③ 288
④ 292 ⑤ 296

121) [수1 R515번]

이차방정식 $x^2-kx+125=0$의 두 근 α, β $(\alpha<\beta)$에 대하여 α, $\beta-\alpha$, β가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 양수 k의 값을 구하시오.

122) [수1 R518번]

수열 $\{a_n\}$에서 $a_n = 2^n + (-1)^n$일 때,

$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$의 값은?

① $2^{10} - 3$ ② $2^{10} - 1$ ③ 2^{10}

④ $2^{10} + 1$ ⑤ $2^{10} + 3$

123) [수1 R519번]

일반항이 $a_n = 2^{1-n}$인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

ㄱ. 수열 $\{\log a_n\}$은 등차수열이다.

ㄴ. 수열 $\{S_n + a_n\}$은 등비수열이다.

ㄷ. $S_n = \frac{1}{2}a_{n+1} + 2$가 성립한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

124) [수1 R525번]

공차가 d_1, d_2인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 하자.

$S_n T_n = n^2(n^2-1)$일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

보 기

ㄱ. $a_n = n$이면 $b_n = 4n-4$이다.

ㄴ. $d_1 d_2 = 4$

ㄷ. $a_1 \neq 0$이면 $a_n = n$이다.

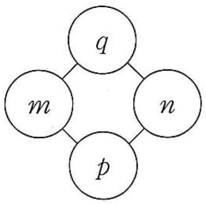
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

125) [수1 R526번]

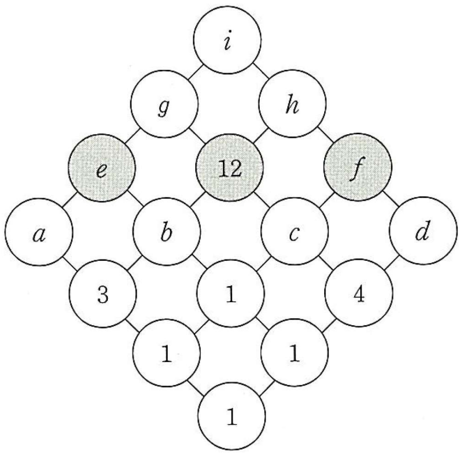
수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 수열 $\{S_{2n-1}\}$은 공차가 -3인 등차수열이고, 수열 $\{S_{2n}\}$은 공차가 2인 등차수열이다. $a_2 = 1$일 때, a_8의 값을 구하시오.

126) [수1 R527번]

두 자연수 m과 n의 최대공약수를 p, 최소공배수를 q라 할 때, 이런 관계를 만족시키는 수를 [그림 1]과 같이 나타내기로 하자. [그림 2]는 [그림 1]의 관계를 만족시키도록 수를 연결하여 나타낸 것이다. 세 자연수 e, 12, f가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $e+f$의 값을 구하시오.



[그림 1]



[그림 2]

127) [수1 R528번]

자연수 n에 대하여 점 P_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) 점 P_1의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.
> (나) 점 P_n의 좌표가 $(a,\ b)$일 때,
> $b<2^a$이면 점 P_{n+1}의 좌표는 $(a,\ b+1)$이고
> $b=2^a$이면 점 P_{n+1}의 좌표는 $(a+1,\ 1)$이다.

점 P_n의 좌표가 $(10,\ 2^{10})$일 때, n의 값은?

① $2^{10}-2$ ② $2^{10}+2$ ③ $2^{11}-2$
④ 2^{11} ⑤ $2^{11}+2$

128) [수1 R529번]
수열 $\{a_n\}$에서 $a_n = 3+(-1)^n$일 때, 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P_n}$을 $\mathrm{P_n}\left(\mathrm{a_n}\cos\frac{2n\pi}{3},\ a_n\sin\frac{2n\pi}{3}\right)$라 하자. 점 P_{2009}와 같은 점은?

① P_1　② P_2　③ P_3
④ P_4　⑤ P_5

129) [수1 R530번]
첫째항이 34인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{S_n\}$을 $S_n = a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$이라 하자. $S_{17}=S_{18}$일 때, $|S_n|>S_{18}$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 구하시오.

130) [수1 R531번]
$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ m$ 일 때, 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다. a_1+a_m+m의 값은?

(가) 공차는 양수이다.
(나) 홀수 번째 항들의 합은 90이다.
(다) 짝수 번째 항들의 합은 72이다.

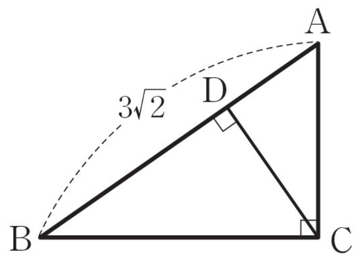
① 36 ② 45 ③ 54
④ 63 ⑤ 72

131) [수1 R532번]
등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $a_1>0$이고 $S_{14}=S_{28}$이다. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]
ㄱ. $a_{15}+a_{16}+a_{17}+\cdots+a_{28}=0$
ㄴ. $|a_{19}|=|a_{24}|$
ㄷ. $n=22$일 때, S_n은 최댓값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

132) [수1 R533번]
오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90°$이고, 빗변의 길이가 $3\sqrt{2}$인 직각삼각형 ABC가 있다. 꼭짓점 C에서 빗변 AB에 내린 수선의 발을 D라 하면 삼각형 ACD, CBD, ABC의 넓이가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\triangle ABC$의 넓이는?



① 3 ② $3\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{3}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

133) [수1 R535번]
등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{7a_n + a_{n+1}\}$이 첫째항이 18, 공비가 2인 등비수열일 때, a_2의 값은?
① 2 ② 4 ③ 8
④ 18 ⑤ 36

134) [수1 R536번]
등비수열 $\{a_n\}$에 대하여
$\frac{a_{11}}{a_1}+\frac{a_{12}}{a_2}+\frac{a_{13}}{a_3}+\frac{a_{14}}{a_4}+\frac{a_{15}}{a_5}=20$일 때, $\frac{a_{40}}{a_{20}}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4
④ 8 ⑤ 16

135) [수1 R537번]
0이 아닌 다섯 개의 실수 $a,\ b,\ c,\ d,\ e$를 적당히 배열하여 공비가 1보다 큰 등비수열을 만들었다.
$a,\ b,\ c,\ d,\ e$가 다음 조건을 만족시킬 때, c는 이 수열의 제n항이라 한다. 이때, 자연수 n의 값은?

(가) $\frac{d}{a}=\frac{e}{d}$

(나) $a=kd$, $b=\frac{e}{k}$ (단, k는 0이 아닌 상수)

(다) $a<c$

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

136) [수1 R538번]
공비가 실수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=50\sqrt{2},$$
$$a_{21}+a_{22}+a_{23}+\cdots+a_{30}=450\sqrt{2}$$

일 때, $a_{11}+a_{12}+a_{13}+\cdots+a_{20}$의 값을 구하시오.

137) [수1 R539번]
등비수열 $\{a_n\}$에서 첫째항부터 제5항까지의 합이 $\frac{31}{2}$이고, 곱이 32일 때, $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}+\frac{1}{a_5}$의 값을 구하여라.

138) [수1 R540번]

자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$x^2 - nx + 4(n-4) = 0$$

이 서로 다른 두 실근 $\alpha, \beta\,(\alpha < \beta)$를 갖고, 세 수 $1, \alpha, \beta$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, n의 값은?

① 5 ② 8 ③ 11

④ 14 ⑤ 17

수열

(8) 등차수열과 등비수열

(9) 수열의 합

(10) 수학적 귀납법

1. 합의 기호

$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = S_n$

※ k번째항인 a_k를 구하는 것이 중요하다.

ex1)

$\sum_{k=3}^{n} 2^k = 2^3 + 2^4 + 2^5 + \cdots + 2^n = \sum_{k=1}^{n-2} 2^{k+2} = \sum_{k=2}^{n-1} 2^{k+1}$

ex2)

$\sum_{k=2}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{n} a_k - a_1$

ex3)

$\sum_{k=1}^{n-1} a_k + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$

2. 성질

① $\sum_{k=1}^{n} (a_k \pm b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k \pm \sum_{k=1}^{n} b_k$

ex3) $\sum_{k=1}^{n} (k+1) = 2+3+4+\cdots+(n+1)$

$\sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=1}^{n} 1 = (1+2+3+\cdots+n)+(1+1+1+\cdots+1)$

$\sum_{k=1}^{n} (k+1) = \sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=1}^{n} 1$

② $\sum_{k=1}^{n} ca_k = c\sum_{k=1}^{n} a_k$ (단, c는 상수)

ex4) $\sum_{k=1}^{n} 2k = 2\sum_{k=1}^{n} k$

③ $\sum_{k=1}^{n} c = cn$ (단, c는 상수)

ex5) $\sum_{p=1}^{n} 2k = 2kn = 2k\sum_{p=1}^{n} 1$

3. 공식

(1) $\sum_{k=1}^{n} k = 1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1^2+2^2+3^3+\cdots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) $\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

(4) $\sum_{k=1}^{n} (2k-1) = 1+3+5+\cdots+(2n-1) = n^2$

(5) $\frac{C}{AB} = \frac{C}{B-A}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right)$

ex6)

(1) $\sum_{k=1}^{n-1} k = \frac{n(n-1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^{n-1} k^2 = \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$

(3) $\sum_{k=1}^{n-1} k^3 = \left\{\frac{n(n-1)}{2}\right\}^2$

(4) $1+3+5+\cdots+21$

$2k-1=21$이므로 $k=11$일 때까지의 합이다. 따라서

$\sum_{k=1}^{11} (2k-1) = 11^2$

(5) $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k(k+2)} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right)$

139) [수1 R557번]
다음을 계산하여라.

(1) $\sum_{k=1}^{n} 2 \cdot 3^k$

(2) $\sum_{k=1}^{n} 2 \cdot 3^{k-1}$

(3) $\sum_{k=1}^{n-1} 2 \cdot 3^k$

(4) $\sum_{k=1}^{n-1} 2 \cdot 3^{k-1}$

140) [수1 R558번]
다음을 계산하여라.

(1) $\sum_{k=1}^{n} 3 \cdot 2^k$

(2) $\sum_{k=1}^{n} 3 \cdot 2^{k-1}$

(3) $\sum_{k=1}^{n-1} 3 \cdot 2^k$

(4) $\sum_{k=1}^{n-1} 3 \cdot 2^{k-1}$

141) [수1 R562번]
다음 수열의 합을 구하여라.

$$1+(1+3)+(1+3+5)+\cdots\ (1+3+5+\cdots+15)$$

142) [수1 R571번]

수열 $\{a_n\}$에 대하여

$\sum_{k=1}^{10}(a_k+1)^2=28$, $\sum_{k=1}^{10}a_k(a_k+1)=16$일 때, $\sum_{k=1}^{10}(a_k)^2$의 값을 구하시오.

143) [수1 R575번]

첫째항이 2이고, 각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$\sum_{k=1}^{10}\frac{a_{k+1}}{S_kS_{k+1}}=\frac{1}{3}$일 때, S_{11}의 값은?

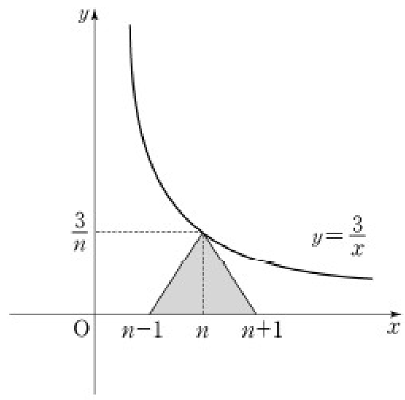
① 6 ② 7 ③ 8

④ 9 ⑤ 10

144) [수1 R576번]
이차방정식 $x^2-2x-1=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 할 때, $\sum_{k=1}^{10}(k-\alpha)(k-\beta)$의 값은?

① 255 ② 265 ③ 275
④ 285 ⑤ 295

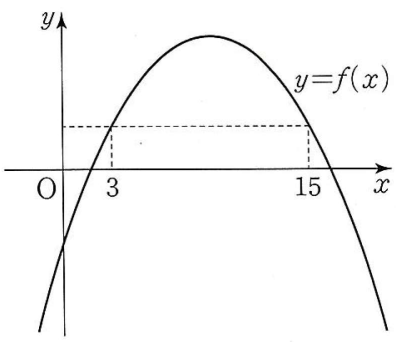
145) [수1 R579번]
자연수 n에 대하여 곡선 $y=\frac{3}{x}\ (x>0)$ 위의 점 $\left(n,\ \frac{3}{n}\right)$과 두 점 $(n-1,\ 0)$, $(n+1,\ 0)$을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10}\frac{9}{a_na_{n+1}}$의 값은?



① 410 ② 420 ③ 430
④ 440 ⑤ 450

146) [수1 R580번]
함수 $y=f(x)$는 $f(3)=f(15)$를 만족하고, 그 그래프는 그림과 같다. 모든 자연수 n에 대하여

$f(n)=\sum_{k=1}^{n} a_k$인 수열 $\{a_n\}$이 있다. m이 15보다 작은 자연수일 때, $a_m+a_{m+1}+\cdots+a_{15}<0$을 만족시키는 m의 최솟값을 구하시오.



147) [수1 R582번]

함수 $f(x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}$에 대하여 옳은 것을 모두 고른 것은?

ㄱ. $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$
ㄴ. $f(x)+f(1-x)=1$
ㄷ. $\sum_{k=1}^{100} f\left(\dfrac{k}{101}\right)=50$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

148) [수1 R583번]
자연수 n에 대하여 부등식 $4^k-(2^n+4^n)2^k+8^n \le 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 k의 합을 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{20}\frac{1}{a_n}=\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

149) [수1 R590번]
$1\times(2n-1)+2\times(2n-3)+3\times(2n-5)+\cdots+n\times1=385$를 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오.

150) [수1 R594번]
1보다 큰 양수 x에 대하여 함수 $f(x)$를
$f(x)=[\log x]\left[\log \dfrac{1}{x}\right]$로 정의할 때, $\sum_{k=10}^{150} f(k)$의 값을 구하시오. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

151) [수1 R595번]
함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \le x < 1$에서 $f(x)=|2x|$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)$이다.

자연수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=\log_{2n} x$의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{7} a_n$의 값을 구하시오.

152) [수1 R596번]
이차함수 $f(x)=\sum_{k=1}^{100}\left\{x-\frac{1}{k(k+1)}\right\}^2$ 이 최솟값을 가질 때의 x 의 값을 구하시오.

153) [수1 R598번]
자연수 n 의 양의 약수의 개수를 $f(n)$ 이라 하고, 36 의 모든 양의 약수를 a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_9라 하자.

$\sum_{k=1}^{9}\left\{(-1)^{f(a_k)}\times\log a_k\right\}$의 값은?

① $\log 2+\log 3$
② $2\log 2+\log 3$
③ $\log 2+2\log 3$
④ $2\log 2+2\log 3$
⑤ $3\log 2+2\log 3$

154) [수1 R599번]

첫째항이 50이고 공차가 -4인 등차수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\sum_{k=m}^{m+4} S_k$의 값이 최대가 되도록 하는 자연수 m의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10

④ 11 ⑤ 12

155) [수1 R601번]

첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$과 자연수 m이 다음 조건을 만족시킬 때, a_m의 값을 구하시오.

(가) $4 < a_2 + a_3 \le 12$

(나) $\sum_{k=1}^{m} a_k = 122$

156) [수1 R602번]
수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = \log_2\sqrt{\frac{2(\mathrm{n}+1)}{\mathrm{n}+2}}$$

이다. $\sum_{k=1}^{m} a_k$의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는

모든 자연수 m의 값의 합은?

① 150 ② 154 ③ 158

④ 162 ⑤ 166

수열

(8) 등차수열과 등비수열

(9) 수열의 합

(10) 수학적 귀납법

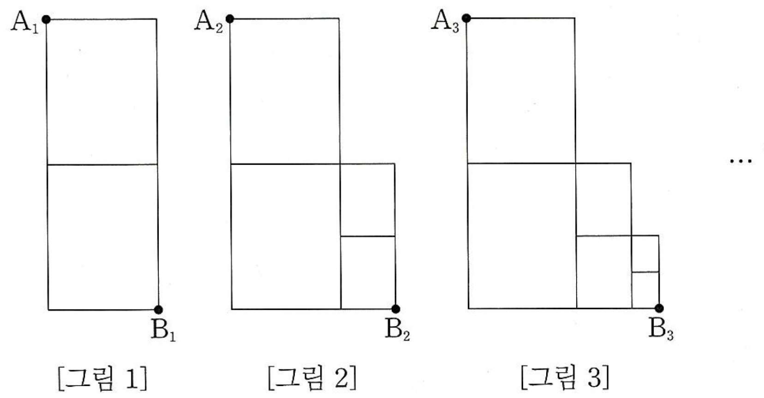
1. 귀납적 정의 : 첫째항. 앞항과 뒷항의 관계를 통하여 수열을 정의하는 방법
① 일반항과 귀납적 정의를 자유롭게 바꿀 줄 아는 것이 중요하다.

② 발견적 추론이 중요하다. 직접 대입해봐야 한다.

ex1) 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=1$모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=\frac{2n}{n+1}a_n$을 만족시킬 때, a_4의 값은?
sol)

③ 의미를 파악하여 앞항과 뒷항의 관계식을 만드는 것이 중요하다.

ex2) 그림과 같이 직사각형에서 세로를 각각 이등분하는 점 2개를 연결하는 선분을 그린 그림을 [그림 1]이라 하자. [그림 1]을 $\frac{1}{2}$만큼 축소시킨 도형을 [그림 1]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림2]라 하자. 이와 같이 3 이상의 자연수 k에 대하여 [그림1]을 $\frac{1}{2^{k-1}}$만큼 축소시킨 도형을 [그림 $k-1$]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림k]라 하자.
자연수 n에 대하여 [그림 n]에서 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 $\mathrm{A_n}$, 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 $\mathrm{B_n}$이라 할 때, 점 $\mathrm{A_n}$에서 점 $\mathrm{B_n}$까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n이라 하자. a_{n+1}, a_n과의 관계식을 구하여라.



sol) 그림1과 그림2의 가짓수의 관계식은 $a_2=2a_1+1$
그림2과 그림3의 가짓수의 관계식은 $a_3=2a_2+1$
따라서 가짓수의 관계식은
$a_{n+1}=2a_n+1(n=1,2,3\cdots)$, $a_1=3$

2. 수학적 귀납법 : 대우법, 귀류법과 같은 하나의 증명법. 단, 자연수 n에 대하여 성립함을 밝히는 증명법

ⅰ) $n=1$(초항)일 때, 성립을 밟힌다.
ⅱ) $n=k$일 때, 성립을 가정한다.
$n=k+1$일 때, 성립을 밝힌다.
ⅰ)ⅱ)에 의해 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

157) [수1 R622번]

수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{a_n}{2-3a_n} & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ 1+a_n & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.

$\sum_{n=1}^{40} a_n$ 의 값을 구하여라.

158) [수1 R629번]

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 7$이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{n+2} = a_n - 4$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ 4)$

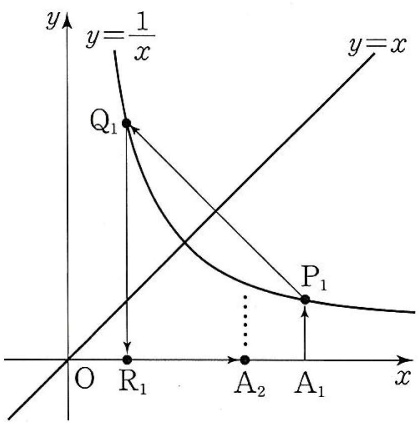
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+6} = a_n$이다.

$\sum_{k=1}^{50} a_k = 258$일 때, a_2의 값을 구하시오.

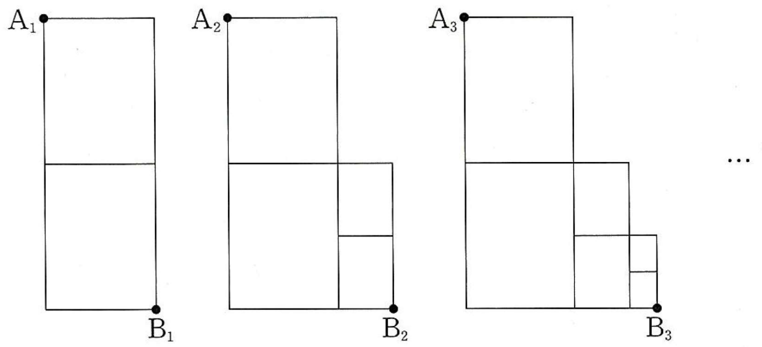
159) [수1 R631번]
자연수 n에 대하여 점 $\mathrm{A_n}$이 x축 위의 점일 때, 점 $\mathrm{A_{n+1}}$을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 $\mathrm{A_1}$의 좌표는 $(2,\ 0)$이다.
(나) (1) 점 $\mathrm{A_n}$을 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=\dfrac{1}{x}\,(x>0)$과 만나는 점을 $\mathrm{P_n}$이라 한다.
(2) 점 $\mathrm{P_n}$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 $\mathrm{Q_n}$이라 한다.
(3) 점 $\mathrm{Q_n}$을 지나고 y축에 평행한 직선이 x축과 만나는 점을 $\mathrm{R_n}$이라 한다.
(4) 점 $\mathrm{R_n}$을 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 점을 $\mathrm{A_{n+1}}$이라 한다.

점$\mathrm{A_n}$의 x좌표를 x_n이라 하자. $x_5=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)

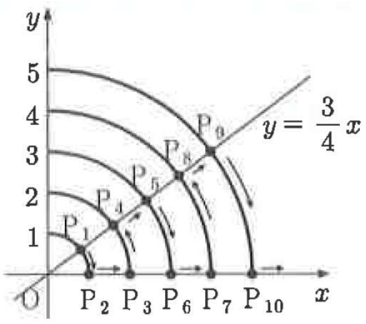


160) [수1 R633번]
그림과 같이 직사각형에서 세로를 각각 이등분하는 점 2개를 연결하는 선분을 그린 그림을 [그림 1]이라 하자. [그림 1]을 $\dfrac{1}{2}$만큼 축소시킨 도형을 [그림 1]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림2]라 하자. 이와 같이 3 이상의 자연수 k에 대하여 [그림1]을 $\dfrac{1}{2^{k-1}}$만큼 축소시킨 도형을 [그림 $k-1$]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림k]라 하자.
자연수 n에 대하여 [그림 n]에서 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 $\mathrm{A_n}$, 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 $\mathrm{B_n}$이라 할 때, 점 $\mathrm{A_n}$에서 점 $\mathrm{B_n}$까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n이라 하자. a_7의 값을 구하시오.



[그림 1] [그림 2] [그림 3]

161) [수1 R636번]



오른쪽 그림은 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1부터 1씩 증가하는 원들이 두 직선 $y=\frac{3}{4}x$, $y=0$과 각각 만나는 점들의 일부를 P_1부터 시작하여 화살표 방향을 따라 P_1, P_2, P_3, $\cdots$ 으로 나타낸 것이다. 점 P_{25}의 x좌표는?

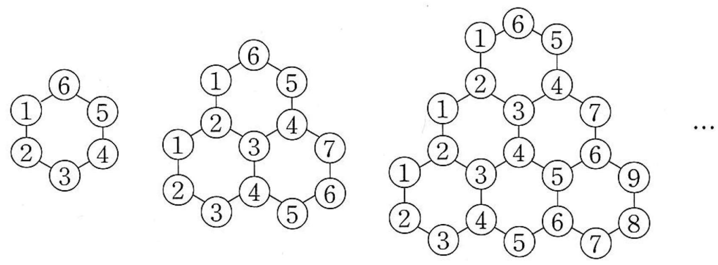
① $\frac{52}{5}$ ② 11 ③ $\frac{56}{5}$
④ 12 ⑤ $\frac{64}{5}$

162) [수1 R639번]

다음 [단계]에 따라 정육각형이 인접해 있는 모양의 도형에 자연수를 적는다.

[단계 1] [그림 1]과 같이 한 개의 정육각형을 그리고, 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적는다.
[단계 2] [그림 1]의 아래에 2개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 [그림2]를 얻는다.
⋮
[단계 n] [그림 $n-1$]의 아래에 n개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 [그림 n]을 얻는다.

[그림 6]에 적혀 있는 모든 수의 합은?



[그림 1] [그림 2] [그림 3]

① 338 ② 349 ③ 360
④ 371 ⑤ 382

163) [수1 R640번]

자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P_n}$을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 세 점 $\mathrm{P_1}$, $\mathrm{P_2}$, $\mathrm{P_3}$의 좌표는 각각 $(-1,\ 0)$, $(1,\ 0)$, $(-1,\ 2)$이다.
(나) 선분 $\mathrm{P_nP_{n+1}}$의 중점과 선분 $\mathrm{P_{n+2}P_{n+3}}$의 중점은 같다.

예를 들어, 점 $\mathrm{P_4}$의 좌표는 $(1,\ -2)$이다. 점 $\mathrm{P_{25}}$의 좌표가 $(a,\ b)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

164) [수1 R642번]

수열 $\{a_n\}$이

$a_1=28,\ a_3=22,\ 2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

으로 정의될 때, 보기에서 수열 $\{a_n\}$에 대한 설명으로 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $a_6=13$
ㄴ. $\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=2}^{n}a_{k-1}=-3n+31$
ㄷ. 수열 $\{a_n\}$에서 처음으로 음이 되는 항은 제10항이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

165) [수1 R648번]
모든 항이 실수인 수열 $\{a_n\}$이
$a_{n+1}{}^2+4a_n{}^2+(a_1-2)^2=4a_{n+1}a_n\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$
으로 정의될 때, $\sum_{k=1}^{m}a_k=510$을 만족하는 자연수 m의 값을 구하시오.

166) [수1 R649번]
등차수열 $\{a_n\}$의 공차와 각 항이 모두 0이 아닌 실수일 때, 방정식 $a_{n+2}x^2+2a_{n+1}x+a_n=0$의 한 근을 b_n이라 하자. 이때, 등차수열 $\left\{\frac{b_n}{b_n+1}\right\}$의 공차를 구하시오. (단, $b_n\neq-1$)

167) [수1 R650번]
수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면 $S_n = 1-(n+1)a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$일 때, $\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{a_k}$의 값은?

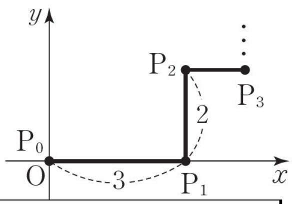
① 270 ② 275 ③ 280
④ 285 ⑤ 290

168) [수1 R651번]
수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n에 대하여 $a_1=1$, $na_n=(n-1)S_n$ $(n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$이 성립할 때, a_{20}의 값은?

① $19!$ ② $19\times 19\ !$ ③ $20!$
④ $20\times 20!$ ⑤ $21!$

169) [수1 R653번]

오른쪽 그림과 같이 자연수 n에 대하여 점 $\mathrm{P_n}$을 다음 규칙에 따라 정한다.



(가) $\mathrm{P_1}(3,\ 0)$, $\mathrm{P_2}(3,\ 2)$

(나) $\overline{\mathrm{P_nP_{n+1}}} \perp \overline{\mathrm{P_{n+1}P_{n+2}}}$

(다) $\overline{\mathrm{P_{n-1}P_n}} \times \overline{\mathrm{P_{n+1}P_{n+2}}} = \overline{\mathrm{P_nP_{n+1}}} + 1$

점 $\mathrm{P_n}$의 좌표를 $(x_n,\ y_n)$이라 할 때, $x_{30}+y_{30}$의 값을 구하시오.

170) [수1 R654번]

자연수 n에 대하여 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{1}{a_n}\right)$일 때, $\sum_{k=1}^{100} a_k$의 값을 구하시오.

171) [수1 R655번]
수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여
$a_{n+1} = (-1)^n \times n - 7a_n$을 만족시킨다. $a_1 = a_{2021} + 22$일때, $\sum_{n=1}^{2020} a_n$의 값을 구하시오.

172) [수1 R656번]
첫째항이 6이고 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 이차방정식 $x^2 - (a_n + a_{n+2})x - a_{n+1} = 0$의 서로 다른 두 실근을 α_n, β_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} (\alpha_n + 1)(\beta_n + 1) = 180$일 때, a_{11}의 값을 구하시오.

173) [수1 R657번]

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_n - 1$
(나) $a_{2n+1} = 2a_n + 1$

$a_{20} = 1$일 때, $\sum_{n=1}^{63} a_n$의 값은?

① 704 ② 712 ③ 720 ④ 728 ⑤$736$

174) [수1 R658번]

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 9$, $a_2 = 3$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$$

을 만족시킨다. $|a_k| = 3$을 만족시키는 100 이하의 자연수 k의 개수를 구하시오.

175) [수1 R660번]
다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}(5k-3)\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\cdots+\frac{1}{n}\right)=\frac{n(5n+3)}{4}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(1) $n=1$일 때, (좌변)$=2$, (우변)$=2$이므로 주어진 등식은 성립한다.

(2) $n=m$일 때 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m}(5k-3)\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\cdots+\frac{1}{m}\right)$$
$$=\frac{m(5m+3)}{4}$$

이다. $n=m+1$일 성립함을 보이자.

$$\sum_{k=1}^{m+1}(5k-3)\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\cdots+\frac{1}{m+1}\right)$$
$$=\sum_{k=1}^{m}(5k-3)\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\cdots+\frac{1}{m+1}\right)+\frac{\boxed{(가)}}{m+1}$$
$$=\sum_{k=1}^{m}(5k-3)\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\cdots+\frac{1}{\boxed{(나)}}\right)$$
$$+\frac{1}{m+1}\sum_{k=1}^{m}(5k-3)+\frac{\boxed{(가)}}{m+1}$$
$$=\frac{m(5m+3)}{4}+\frac{1}{m+1}\sum_{k=1}^{m+1}\boxed{(다)}$$
$$=\frac{(m+1)(5m+8)}{4}$$

그러므로 $n=m+1$일 때도 성립한다.
따라서 모든 자연수 n에 대하여 주어진 등식은 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

	(가)	(나)	(다)
①	$5m-3$	m	$5k+2$
②	$5m-3$	$m+1$	$5k+2$
③	$5m+2$	m	$5k-3$
④	$5m+2$	m	$5k+2$
⑤	$5m+2$	$m+1$	$5k-3$

176) [수1 R661번]
다음은 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$\frac{1!+2!+3!+\cdots+n!}{(n+1)!}<\frac{2}{n+1}$$

기 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

자연수 n에 대하여 $a_n=\frac{1!+2!+3!+\cdots+n!}{(n+1)!}$이라 할 때, $a_n<\frac{2}{n+1}$임을 보이면 된다.

(1) $n=1$일 때, $a_1=\frac{1!}{2!}=\frac{1}{2}<1$이므로 주어진 부등식은 성립한다.

(2) $n=k$일 때 $a_k<\frac{2}{k+1}$라고 가정하면 $n=k+1$일 때,

$$a_{k+1}=\frac{1!+2!+3!+\cdots+(k+1)!}{(k+2)!}$$
$$=\boxed{(가)}(1+a_k)<\boxed{(가)}\left(1+\frac{2}{k+1}\right)$$
$$=\frac{1}{k+2}+\boxed{(나)}$$

이다.

자연수 k에 대하여 $\frac{2}{k+1}\leq 1$이므로

$\boxed{(나)}\leq\frac{1}{k+2}$이고 $a_{k+1}<\frac{2}{k+2}$이다.

따라서 $n=k+1$일 때도 주어진 부등식은 성립한다.
그러므로 모든 자연수 n에 대하여 주어진 부등식은 성립한다.

위 증명에서 (가),(나)에 들어갈 식으로 알맞은 것은?
(단, $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times 2\times 1$)

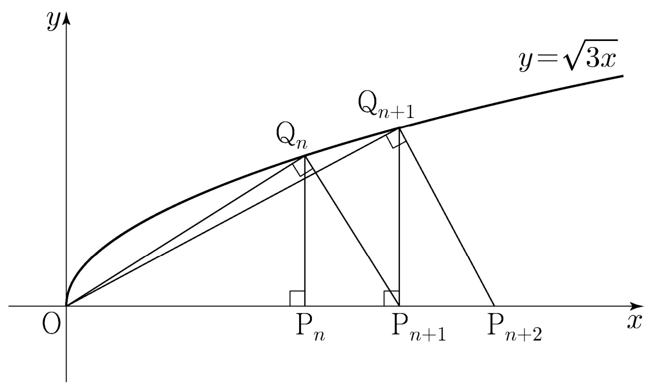
	(가)	(나)
①	$\frac{1}{k+2}$	$\frac{1}{(k+1)(k+2)}$
②	$\frac{1}{k+2}$	$\frac{2}{(k+1)(k+2)}$
③	$\frac{1}{k+1}$	$\frac{1}{(k+1)(k+2)}$
④	$\frac{1}{k+1}$	$\frac{2}{(k+1)(k+2)}$
⑤	$\frac{1}{k+1}$	$\frac{2}{(k+1)^2}$

177) [수1 664번]

모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 x축 위의 점 $\mathrm{P_n}$과 곡선 $y=\sqrt{3x}$ 위의 점 $\mathrm{Q_n}$이 있다.

- 선분 $\mathrm{OP_n}$과 선분 $\mathrm{P_nQ_n}$이 서로 수직이다.
- 선분 $\mathrm{OQ_n}$과 선분 $\mathrm{Q_nP_{n+1}}$이 서로 수직이다.

다음은 점 $\mathrm{P_1}$의 좌표가 $(1,0)$일 때, 삼각형 $\mathrm{OP_{n+1}Q_n}$의 넓이 A_n을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)



모든 자연수 n에 대하여 점 P_n의 좌표를 $(a_n, 0)$이라 하자.
$\overline{\mathrm{OP_{n+1}}}=\overline{\mathrm{OP_n}}+\overline{\mathrm{P_nP_{n+1}}}$이므로

$$a_{n+1}=a_n+\overline{\mathrm{P_nP_{n+1}}}$$

이다. 삼각형 $\mathrm{OP}_n\mathrm{Q}_n$과 삼각형 $\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$이 닮음이므로

$$\overline{\mathrm{OP}_n}:\overline{\mathrm{P}_nQ_n}=\overline{\mathrm{P}_nQ_n}:\overline{\mathrm{P}_nP_{n+1}}$$

이고, 점 Q_n의 좌표는 $\left(a_n, \sqrt{3a_n}\right)$이므로

$$\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}=\boxed{\text{(가)}}$$

이다. 따라서 삼각형 $\mathrm{OP}_{n+1}\mathrm{Q}_n$의 넓이 A_n은

$$A_n=\frac{1}{2}\times\left(\boxed{\text{(나)}}\right)\times\sqrt{9n-6}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p+f(8)$의 값은?

① 20 ② 22 ③ 24
④ 26 ⑤ 28

178) [수1 R665번]

수열 $\{a_n\}$은 $0<a_1<1$이고, 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n}=a_2\times a_n+1$
(나) $a_{2n+1}=a_2\times a_n-2$

$a_8-a_{15}=63$일 때, $\dfrac{a_8}{a_1}$의 값은?

① 91 ② 92 ③ 93 ④ 94 ⑤ 95