목록

깨단수학 실력진단 테스트

# 약점보완 테스트 15회

학 교 : ____________ 학 년 : ________ 이 름 : ____________

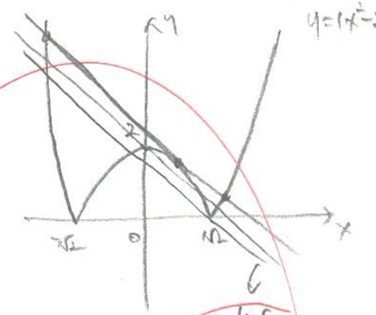
**1.** $x$에 대한 방정식 $|x^2-2|+x-k=0$이 서로 다른 세 실근을 가질 때, 모든 실수 $k$의 값의 곱은?

①

① $\frac{9\sqrt{2}}{4}$　② $\frac{21\sqrt{2}}{8}$　③ $3\sqrt{2}$
④ $\frac{27\sqrt{2}}{8}$　⑤ $\frac{15\sqrt{2}}{4}$

$\frac{|x^2-2|}{y} = \frac{-x+k}{y}$

$y=|x^2-2|$



$y=x^2-2$

$y'=2x$

※ $-x^2+2=-x+k$ 중근

$x^2-x+k-2=0$

$D=(-1)^2-4(k-2)=0$

$-4k+9=0$　$\therefore k=\frac{9}{4}$

$\therefore k$값 곱

$=\sqrt{2}\times\frac{9}{4}=\frac{9\sqrt{2}}{4}$

**2.** 두 다항함수 $f_1(x)$, $f_2(x)$가 다음 세 조건을 만족시킬 때, 상수 $k$의 값은?

①

(가) $f_1(0)=0$, $f_2(0)=0$

(나) $f_i{}'(0)=\lim_{x\to0}\frac{f_i(x)+2kx}{f_i(x)+kx}$ $(i=1,\ 2)$

(다) $y=f_1(x)$와 $y=f_2(x)$의 원점에서의 접선이 서로 직교한다.

$f_1'(0)\times f_2'(0)=-1$

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{4}$　③ $0$
④ $-\frac{1}{4}$　⑤ $-\frac{1}{2}$

$f_i'(0)=\lim_{x\to0}\frac{\frac{f_i(x)}{x}+2k}{\frac{f_i(x)}{x}+k}$　$\frac{f_i'(0)+2k}{f_i'(0)+k}$

$\therefore t=\frac{t+2k}{t+k}$ 두근 $f_1'(0)$, $f_2'(0)$

$t^2+kt=t+2k$

$t^2+(k-1)t-2k=0$

근과 계수와의 관계 $f_1'(0)\times f_2'(0)=-2k=-1$

$\therefore k=\frac{1}{2}$

**3.** 모든 항이 2 이상인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $S_n$, $T_n$을

$S_n=\sum_{k=1}^{n}\log_2 a_k$, $\log(T_n)=\sum_{k=1}^{n}\log(\log_2 a_k)$이라 하자.

$(S_{n+1}-S_{n-1})^2=4\left(\frac{T_{n+1}}{T_{n-1}}+\frac{1}{4}\right)$ (단, $n\geq2$),

$a_6=a_{10}=8$을 만족시키는 $a_7$, $a_8$, $a_9$에 대하여

$\sum_{k=1}^{5}a_{k+5}$의 최댓값은?

⑤

① 40　② 56　③ 64
④ 72　⑤ 80

$a_6+a_7+a_8+a_9+a_{10}$

※ $S_{n+1}-S_{n-1}=\log_2 a_{n+1}+\log_2 a_n$

$\log T_{n+1}=\sum_{k=1}^{n+1}\log(\log_2 a_k)$

$-\ \log T_{n-1}=\sum_{k=1}^{n-1}\log(\log_2 a_k)$

$\therefore \log\frac{T_{n+1}}{T_{n-1}}=\log(\log_2 a_{n+1})+\log(\log_2 a_n)$

$\frac{T_{n+1}}{T_{n-1}}=\log_2 a_{n+1}\cdot\log_2 a_n$

$(\log_2 a_{n+1}+\log_2 a_n)^2=4\left(\log_2 a_{n+1}\log_2 a_n+\frac{1}{4}\right)$　$(n\geq2)$

$(\log_2 a_{n+1}-\log_2 a_n)^2=1$

$\log_2 a_{n+1}-\log_2 a_n=1$ or $-1$

$\therefore \frac{a_{n+1}}{a_n}=2$ or $\frac{1}{2}$

$\therefore a_{n+1}=2a_n$ or $\frac{1}{2}a_n$

| $a_6$ | $a_7$ | $a_8$ | $a_9$ | $a_{10}$ |
|---|---|---|---|---|
| 8 | 16 | 32 | 16 | 8 |

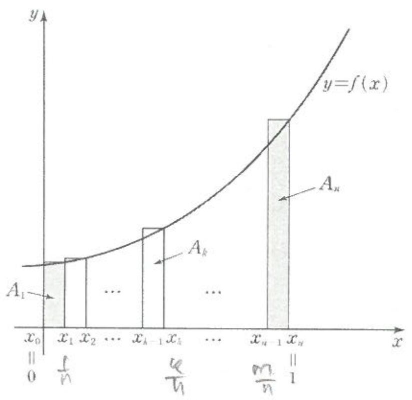
$24\times2+32=48+32=80$

**4.** [2010학년도 대수능 가형 21번]

함수 $f(x)=x^2+ax+b\,(a\ge 0,\ b>0)$가 있다. 그림과 같이 2 이상인 자연수 $n$에 대하여 닫힌구간 $[0,\ 1]$을 $n$등분한 각분점(양 끝점도 포함)을 차례로

$0=x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{n-1},\ x_n=1$

이라 하자. 닫힌구간 $[x_{k-1},\ x_k]$를 밑변으로 하고 높이가 $f(x_k)$인 직사각형의 넓이를 $A_k$라 하자. $(k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$




양 끝에 있는 두 직사각형의 넓이의 합이

$$A_1+A_n=\frac{7n^2+1}{n^3}$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{8k}{n}A_k$의 값을 구하시오.

$\therefore 14$

$\therefore A_1+A_n=f(\frac{1}{n})\cdot\frac{1}{n}+f(1)\cdot\frac{1}{n}$

$=\{(\frac{1}{n})^2+\frac{a}{n}+b\}\cdot\frac{1}{n}+(1+a+b)\cdot\frac{1}{n}$

$=\frac{1}{n^3}+\frac{a}{n^2}+\frac{b}{n}+\frac{1+a+b}{n}$

$=\frac{(a+2b+1)n^2+an+1}{n^3}$

$a+2b+1=7,\ a=0.$
$b=3$

$\therefore f(x)=x^2+3$

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{8k}{n}\cdot f(\frac{k}{n})\cdot\frac{1}{n}$

$=\int_0^1 8xf(x)\,dx=8\int_0^1(x^3+3x)\,dx$

$=8\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{3}{2}x^2\right]_0^1$

$=8\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\right)=2+12=14$

**5.** $x=-3$과 $x=a\,(a>-3)$에서 극값을 갖는 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

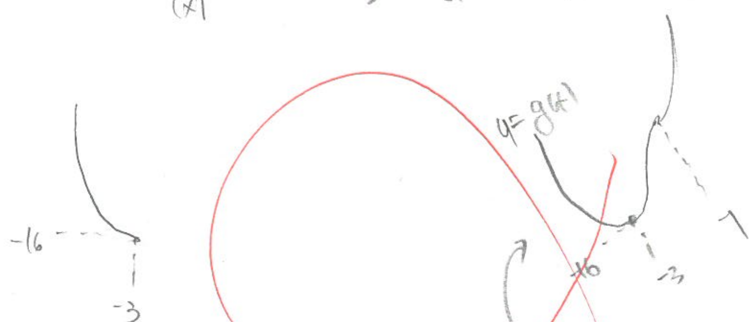
$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<-3)\\ \underbrace{\int_0^x |f'(t)|\,dt}_{=m(x)} & (x\ge -3)\end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

$m'(x)=|f'(x)|\ge 0$
$m(0)=0\ \therefore g(0)=0$

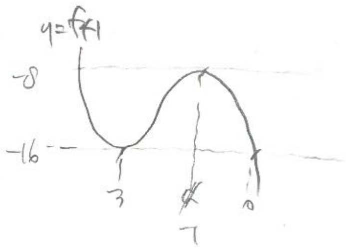
| |
|---|
| (가) $g(-3)=-16$, $g(a)=-8$ |
| (나) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. |
| (다) 함수 $g(x)$는 극솟값을 갖는다. |

$\left|\int_a^4\{f(x)+g(x)\}dx\right|$의 값을 구하시오.


$\int_0^{-3}|f'(t)|\,dt=-16\ \therefore \int_{-3}^0|f'(t)|\,dt=16$

$\int_0^{a}|f'(t)|\,dt=-8\ \therefore \int_a^0|f'(t)|\,dt=8$




$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<-3)\\ \int_0^x|f'(t)|\,dt & (x\ge -3)\end{cases}$

$(-3\le x<-1)$ : $\int_0^{-1}(-f'(t))\,dt+\int_{-1}^{x}f'(t)\,dt$

$=-f(-1)+f(0)+f(x)-f(-1)$

$=f(x)-2\overset{-8}{f(-1)}+\overset{-16}{f(0)}=f(x)$

$(x\ge -1)$ : $\int_0^x -f'(t)\,dt=-f(x)+f(0)$

$=-f(x)-16$

$\int_{-1}^{4}\{f(x)+g(x)\}dt$

$=\left|\int_{-1}^{4}(-16)\,dt\right|$

$=80$