

# 2025학년도 경찰대학 1차 시험

- 수학 -



응시자 유의사항

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.

경 찰 대 학

<http://www.police.ac.kr>

※ 총 9쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.  
[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1.  $(2^{\sqrt{3}+1})^{2^{\sqrt{3}-2}}$ 의 값은? [3점]

- ①  $8\sqrt{2}$     ② 16    ③  $16\sqrt{2}$     ④ 32    ⑤  $32\sqrt{2}$

2. 두 자연수  $a, b$ 에 대하여,  $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수  $f(x) = a \sin(bx) + a$ 의 그래프가 직선  $y=2$ 와 서로 다른 네 점에서 만난다.  $ab$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 4    ② 6    ③ 8    ④ 10    ⑤ 12

3. 자연수  $n$ 에 대하여 다항식  $(x+1)^n$ 을  $x(x-1)$ 로 나누었을 때의 나머지를  $R_n(x)$ 라 하자.  $\sum_{n=1}^8 R_n(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1008    ② 1012    ③ 1016    ④ 1020    ⑤ 1024

4. 40 이하의 두 자연수  $m, n$ 에 대하여

$$-\log_{\sqrt{2}} m + \log_{\frac{1}{2}} (4n+6)^{-1}$$

의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 순서쌍  $(m, n)$ 의 개수는?  
[3점]

- ① 4    ② 5    ③ 6    ④ 7    ⑤ 8

5.  $1^3 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + \dots + 19^3$ 의 값은? [4점]

- ① 3300    ② 3400    ③ 3500    ④ 3600    ⑤ 3700

6. 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & (x(x-3) \neq 0) \\ 0 & (x(x-3) = 0) \end{cases}$$

이고 함수  $g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이다.  
 $g(0) = 5$ 이고 함수  $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속  
일 때,  $g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 245    ② 247    ③ 249    ④ 251    ⑤ 253

7. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t (t \geq 0)$ 에서의 위치  
 $x$ 가

$$x = t^4 - 4t^3 + 2kt$$

이다. 점 P가 원점을 출발한 후 운동 방향을 두 번 바꾸도록  
하는 정수  $k$ 의 개수는? [4점]

- ① 1    ② 3    ③ 5    ④ 7    ⑤ 9

8. 넓이가  $4\sqrt{3}$ 이고  $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC의 외접원의 반지  
름의 길이가 4일 때,  $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$ 의 값은? [4점]

- ①  $4(\sqrt{2} + \sqrt{3})$     ②  $4(2 + \sqrt{3})$     ③  $4(\sqrt{3} + \sqrt{5})$   
④  $4(\sqrt{3} + \sqrt{6})$     ⑤  $4(\sqrt{3} + \sqrt{7})$

9. 함수  $f(x) = x^2 + ax + 1$ 에 대하여 집합  $\{x \mid f(f(x)) = f(x), x \text{는 실수}\}$ 의 원소의 개수가 2일 때, 양수  $a$ 의 값은? [4점]
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

10. 실수  $\theta$ 에 대하여 직선  $y = x$ 와 곡선  $y = x^2 + 2x \sin \theta - \cos^2 \theta$ 이 만나는 두 점 사이의 거리의 최댓값은? [4점]
- ①  $2\sqrt{2}$     ②  $3\sqrt{2}$     ③  $4\sqrt{2}$     ④  $5\sqrt{2}$     ⑤  $6\sqrt{2}$

11. 첫째항과 공차가 정수인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{b_n\}$ 이  $b_n = n^2 \sin(\pi a_n) + n \cos(\pi a_n) + 1$   $\sum_{n=1}^7 b_n = 3$ 을 만족시킬 때,  $b_{48} + b_{49} + b_{50}$ 의 값은? [4점]
- ① 48      ② 50      ③ 52      ④ 54      ⑤ 56

12. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$S_n = 2a_n - pn$$

이다.  $\sum_{k=1}^6 \frac{p+a_k}{a_k a_{k+1}} = 3$ 일 때, 상수  $p$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{36}{127}$     ②  $\frac{38}{127}$     ③  $\frac{40}{127}$     ④  $\frac{42}{127}$     ⑤  $\frac{44}{127}$

13. 함수  $f(x) = x^3 + 6x^2 + 13x + 8$ 의 역함수를  $g(x)$ 라고 하자.

두 곡선  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 와 직선  $y = -x + 8$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

- ① 36    ② 40    ③ 44    ④ 48    ⑤ 52

14. 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $y = |2^{x-n} - 2n|$ 의 그래프가 직선  $y = 15$ 와 제1사분면에서 만나는 점의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 52    ② 55    ③ 58    ④ 61    ⑤ 64

15. 실수  $a, b, c, d$ 에 대하여, 삼차함수  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$

(나)  $\int_{-1}^1 xf(x)dx = 0$

함수  $f(x)$ 에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보기>

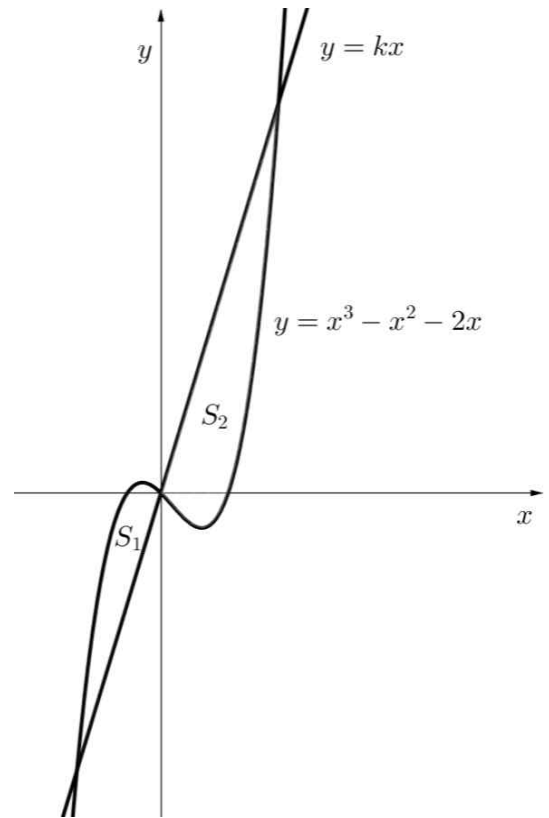
ㄱ.  $abcd \geq 0$

ㄴ.  $ab < 0$ 이면 방정식  $f(x) = 0$ 은 열린구간  $(-1, 0)$ 에서 적어도 한 개의 실근을 갖는다.

ㄷ.  $ab > 0$ 이면 방정식  $f(x) = 0$ 은 열린구간  $(0, 1)$ 에서 오직 한 개의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄱ, ㄴ      ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 다음 그림과 같이 삼차함수  $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$ 의 그래프와 직선  $y = kx$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 각각  $S_1, S_2$ 라 하자.  $S_2 - S_1 = 18$ 일 때, 실수  $k$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{21}{4}$       ②  $\frac{23}{4}$       ③  $\frac{25}{4}$       ④  $\frac{27}{4}$       ⑤  $\frac{29}{4}$

17. 양수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & (x < 1) \\ a - a|x - 2| & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 양수  $b$ 에 대하여 함수

$$g(x) = |x(x-2)| \int_b^x f(t) dt$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $a+b$ 의 최댓값은?  
[5점]

- ①  $\frac{14}{3}$     ②  $\frac{29}{6}$     ③ 5    ④  $\frac{31}{6}$     ⑤  $\frac{16}{3}$

18. 두 삼차함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{g(x)} & (x \neq 2) \\ 3 & (x = 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = 3$ 이고  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{h(x)} = \infty$ 이다.

(나) 방정식  $h(x) = 12$ 가 오직 하나의 실근을 가진다.

$h(0)$ 의 값은? [5점]

- ①  $\frac{1}{7}$     ②  $\frac{2}{7}$     ③  $\frac{3}{7}$     ④  $\frac{4}{7}$     ⑤  $\frac{5}{7}$

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  
 함수  $g(x)$ 를  

$$g(x) = |f(x)| - f'(x)$$
 라 할 때, 두 함수  $f(x), g(x)$ 는 다음을 만족시킨다.

- (가)  $g(0) = f(0) = 1$   
 (나) 방정식  $|f(x)| = 3$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.  
 (다) 함수  $g(x)$ 가  $x = k$ 에서 미분불가능한 실수  $k$ 의  
 개수는 3이다.

$g(1)$ 의 값은? [5점]

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 4      ⑤ 7

20. 함수  $f(x)$ 를  $f(x) = (x+1)^2(x-1)^2$ 이라 하자.  
 $-1 \leq x \leq 1$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  

$$f(x) \leq f'(t)(x-t) + f(t)$$
 를 만족시키도록 하는 실수  $t$ 의 최댓값은? [5점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{5}$       ⑤  $\frac{1}{6}$



[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21. 모든 항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, 모든  $a_1$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n \text{은 홀수}) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n \text{은 짝수}) \end{cases}$$

(나)  $a_5 = 1$

23. 다항함수  $f, g$ 가 모든 실수  $x, y$ 에 대하여

$$f(0) = 5, \quad f(x - g(y)) = (x + 4y^2 - 1)^3 - 3$$

을 만족시킬 때, 함수  $h(x) = f(x) - g(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [4점]

22. 자연수  $n$ 에 대하여 집합

$$\{x \mid x \leq \log_2(x+n), x \text{는 자연수}\}$$

의 원소의 개수를  $f(n)$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{20} f(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

24. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $\int_0^4 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$(f'(x)+2)(f'(x)-2) = x(x-4) \text{이다.}$$

(나)  $f(0) < f(4)$ ,  $f(2) = 1$

25. 함수  $f(x) = \frac{2^x}{2^x + \sqrt{2}}$ 에 대하여 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + f\left(\frac{3}{n}\right) + \cdots + f\left(\frac{n-1}{n}\right) + f\left(\frac{n}{n}\right)$$

일 때,  $\sum_{n=1}^{20} a_n = p + q\sqrt{2}$ 이다. 정수  $p, q$ 에 대하여  $p+q$ 의 값을 구하시오. [5점]

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기 했는지 확인하시오.