제 2 교시

수학 영역(나형)

안녕하세요 수학강사 초성민입니다.

문과 고난이도 기출문항입니다.

수학 나형

2014 ~ 2017학년도 6월까지 오답률 1,2,3위

(너무 쉬운 3위 제외)

평가원 + 교육청 문항들 모음이며

지표와 가수 문제를 제외하려고 하였으나

최근 문과 기출 특성상 킬러문항들이

정의에 관한 교과적인 추론보다는

얼마나 끈기있는가?

를 초점으로 두어서 지표가수 문제역시

같이 올려드립니다. (행렬은 제외)

지표가수를 잘 모르는 현역친구들은 풀지 않으셔도 되고

N수생들은 지표가수 본연의 성질이 아니고

노가다를 뛰는 문제면 풀어보는 것도 좋습니다.

(수정사항) 지수함수로그함수는 제외합니다.

평가원

1. 2014학년도 6월 모의평가 30번

자연수 k에 대하여 $\log k$의 지표와 가수를 각각 x좌표와 y좌표로 갖는 점을 P_k라 하자. 다음 조건을 만족시키는 자연수 m, n의 모든 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $1 \le m < n < 100$
(나) $\overline{P_m P_n} = \sqrt{1+(\log 2)^2}$

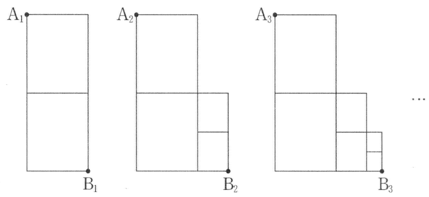
2. 2014학년도 9월 모의평가 21번

사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가
$f'(x)=(x+1)(x^2+ax+b)$
이다. 함수 $y=f(x)$가 구간 $(-\infty,0)$에서 감소하고 구간 $(2,\infty)$에서 증가하도록 하는 실수 a, b의 순서쌍 (a, b)에 대하여, a^2+b^2의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자.
$M+m$의 값은? [4점]

① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

3. 2014학년도 9월 모의평가 29번

그림과 같이 직사각형에서 세로를 각각 이등분하는 점 2개를 연결하는 선분을 그린 그림을 [그림 1]이라 하자.
[그림 1]을 $\frac{1}{2}$만큼 축소시킨 도형을 [그림 1]의 오른쪽 맨아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 2]라 하자.
이와 같이 3 이상의 자연수 k에 대하여 [그림 1]을 $\frac{1}{2^{k-1}}$만큼 축소시킨 도형을 [그림 $k-1$]의 오른쪽 만 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 k]라 하자.
자연수 n에 대하여 [그림 n]에서 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 A_n, 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 B_n이라 할 때, 점A_n에서 점B_n까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n이라 하자.
a_7의 값을 구하시오. [4점]



[그림 1] [그림 2] [그림 3] …

4. 2014학년도 9월 모의평가 30번

자연수 n에 대하여 부등식 $4^k-(2^n+4^n)2^k+8^n \le 1$을 만족시키는 모든 자연수 k의 합을 a_n이라 하자.

$\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5. 2014학년도 수능 21번

좌표평면에서 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서 접선이 y축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 P까지의 거리를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(x)$와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=2$
(나) 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

6. 2014학년도 수능 28번

함수 $f(x)=\begin{cases} x+1 & (x \le 0) \\ -\frac{1}{2}x+7 & (x>0) \end{cases}$

에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$가 $x=a$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

7. 2014학년도 수능 30번

좌표평면에서 $a>1$인 자연수 a에 대하여 두 곡선 $y=4^x$, $y=a^{-x+4}$과 직선 $y=1$로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40 이하가 되도록 하는 a의 개수를 구하시오. [4점]

8. 2015학년도 6월 모의평가 21번

최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1)=0$

(나) $\lim_{x\to n}\frac{f(x)}{g(x)}=(n-1)(n-2)$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ 4)$

$g(5)$의 값은? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. 2015학년도 6월 모의평가 30번

양수 x에 대하여 $\log x$의 가수를 $f(x)$라 하자. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a\le b\le 20$

(나) $\log b-\log a\le f(a)-f(b)$

10. 2015학년도 9월 모의평가 21번

최고차항의 계수가 1 인 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0)=-3$ (나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $6x-6 \le f(x) \le 2x^3-2$ 이다.

① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

11. 2015학년도 9월 모의평가 29번

구간 [0, 3]의 모든 실수값을 가지는 연속확률변수 X 에 대하여

$$\mathrm{P}(x \le X \le 3) = a(3-x)\ (0 \le x \le 3)$$

이 성립할 때, $\mathrm{P}(0 \le X < a) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, a는 상수이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

12. 2015학년도 9월 모의평가 30번

다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b의 모든 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $1 \le a \le 10,\ 1 \le b \le 100$
> (나) 곡선 $y = 2^x$이 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 1$과 만나지 않는다.
> (다) 곡선 $y = 2^x$이 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 4$와 적어도 한 점에서 만난다.

13. 2015학년도 수능 21번

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최솟값은? [4점]

> (가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
> (나) $f(0) = f'(0)$
> (다) $x \ge -1$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \ge f'(x)$이다.

① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

14. 2015학년도 수능 28번

자연수 k에 대하여

$$a_k = \lim_{n \to \infty} \frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^n + 1}$$

이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} k a_k$의 값을 구하시오. [4점]

15. 2015학년도 수능 30번

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 삼각형 OAB의 개수를 $f(n)$이라 할 때, $f(1)+f(2)+f(3)$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

> (가) 점 A의 좌표는 $(-2,\ 3^n)$이다.
> (나) 점 B의 좌표를 $(a,\ b)$라 할 때, a와 b는 자연수이고 $b \le \log_2 a$를 만족시킨다.
> (다) 삼각형 OAB의 넓이는 50 이하이다.

16. 2016학년도 6월 모의평가 21번

자연수 n에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$의 극댓값을 a_n이라 하자.

(가) $f(n)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $(x+n)f(x) \ge 0$이다.

a_n이 자연수가 되도록 하는 n의 최솟값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 2016학년도 6월 모의평가 30번

2 이상의 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수가 300 이상이 되도록 하는 가장 작은 자연수 k의 값을 $f(n)$이라 할 때, $f(2)\times f(3)\times f(4)$의 값을 구하시오.

(가) $a < n^k$이면 $b \le \log_n a$이다.
(나) $a \ge n^k$이면 $b \le -(a-n^k)^2+k^2$이다.

18. 2016학년도 9월 모의평가 21번

실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 두 함수

$$y=x^4-4x^3+10x-30,\ y=2x+2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$라 하자.

$$\lim_{h\to+0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\times\lim_{h\to-0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\le 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t의 값의 합은? [4점]

① -7 ② -3 ③ 1 ④ 5 ⑤ 9

19. 2016학년도 9월 모의평가 30번

양수 x에 대하여 $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하고, $h(x)=x+5f(x)$라 하자. 두 조건

$$f(m)\le f(x),\quad g(h(m))\le g(x)$$

를 만족시키는 자연수 m의 개수를 $p(x)$라 할 때, $\sum_{k=1}^{10}p(2k)$의 값을 구하시오. [4점]

20. 2016학년도 수능 21번

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\dfrac{f'(0)}{f(0)}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. Mm의 값은? [4점]

(가) 함수 $\lvert f(x)\rvert$는 $x=-1$에서만 미분가능하지 않다. (나) 방정식 $f(x)=0$은 닫힌 구간 $[3, 5]$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① $\dfrac{1}{15}$ ② $\dfrac{1}{10}$ ③ $\dfrac{2}{15}$ ④ $\dfrac{1}{6}$ ⑤ $\dfrac{1}{5}$

21. 2016학년도 수능 28번

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)=x^3f(x)-7$ (나) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-g(x)}{x-2}=2$

곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$에서의 접선의 방정식이 $y=ax+b$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [4점]

22. 2016학년도 수능 30번

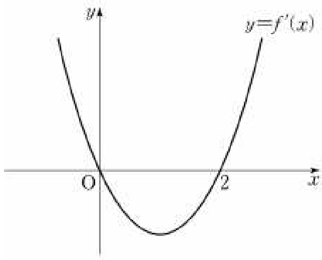
$x \geq \frac{1}{100}$인 실수 x에 대하여 $\log x$의 가수를 $f(x)$라 하자. 다음 조건을 만족시키는 두 실수 a, b의 순서쌍 (a, b)를 좌표평면에 나타낸 영역을 R이라 하자.

(가) $a < 0$이고 $b > 10$이다.
(나) 함수 $y = 9f(x)$의 그래프와 직선 $y = ax + b$가 한 점에서만 만난다.

영역 R에 속하는 점 (a, b)에 대하여 $(a+20)^2 + b^2$의 최솟값은 $100 \times \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

23. 2017학년도 6월 모의평가 21번

삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y = f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



ㄱ. $f(0) < 0$이면 $|f(0)| < |f(2)|$이다.
ㄴ. $f(0)f(2) \geq 0$이면 함수 $|f(x)|$가 $x = a$에서 극소인 a의 값의 개수는 2이다.
ㄷ. $f(0) + f(2) = 0$이면 방정식 $|f(x)| = f(0)$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

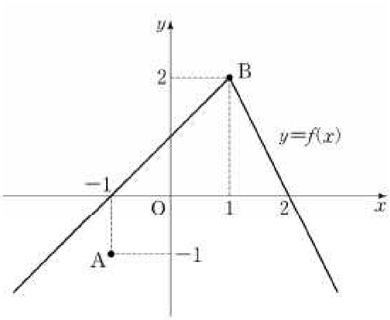
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 2017학년도 6월 모의고사 29번

함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x<1) \\ -2x+4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두점 $A(-1,-1)$, $B(1,2)$가 있다. 실수 x에 대하여 점 $(x, f(x))$에서 점 A까지의 거리의 제곱과 점 B까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 모든 a의 값의 합이 p일 때, $80p$의 값을 구하시오. [4점]



25. 2017학년도 6월 모의평가 30번

다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

$\log_2(na-a^2)$과 $\log_2(nb-b^2)$은 같은 자연수이고 $0<b-a\leq \frac{n}{2}$인 두 실수 a, b가 존재한다.

교육청

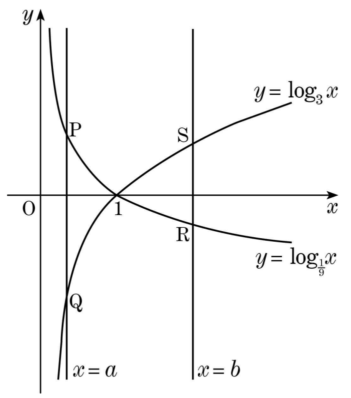
26. ~~2015학년도 3월 학력평가 28번~~

좌표평면에서 직선 $x=a\,(0<a<1)$가 두 곡선 $y=\log_{\frac{1}{9}}x$, $y=\log_3 x$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 직선 $x=b\,(b>1)$가 두 곡선 $y=\log_{\frac{1}{9}}x$, $y=\log_3 x$와 만나는 점을 각각 R, S라 하자. 네 점 P, Q, R, S는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{\mathrm{PQ}}:\overline{\mathrm{SR}}=2:1$

(나) 선분 PR의 중점의 x좌표는 $\frac{9}{8}$이다.

두 상수 a, b에 대하여 $40(b-a)$의 값을 구하시오. [4점]



27. 2015학년도 3월 학력평가 29번

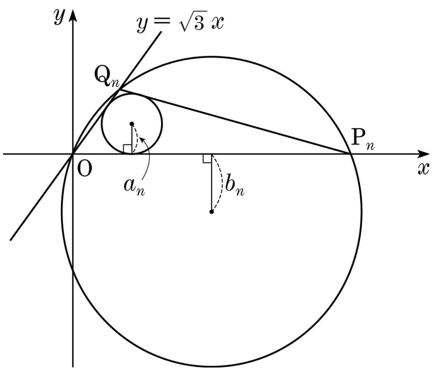
모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} k\log a_k = n^2-n \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. $\log a_m$의 소수가 0.9일 때, m의 값을 구하시오. [4점]

28. 2015학년도 3월 학력평가 30번

좌표평면 위에 직선 $y=\sqrt{3}\,x$가 있다. 자연수 n에 대하여 x축 위의 점 중에서 x좌표가 n인 점을 P_n, 직선 $y=\sqrt{3}\,x$ 위의 점 중에서 x좌표가 $\dfrac{1}{n}$인 점을 Q_n이라 하자. 삼각형 $\mathrm{OP}_n\mathrm{Q}_n$의 내접원의 중심에서 x축까지의 거리를 a_n, 삼각형 $\mathrm{OP}_n\mathrm{Q}_n$의 외접원의 중심에서 x축까지의 거리를 b_n이라 할 때 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n b_n = L$이다. $100L$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

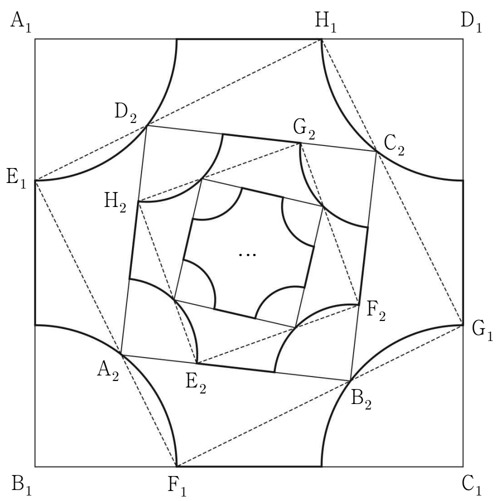


29. 2015학년도 4월 학력평가 18번

그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 $\mathrm{A_1B_1C_1D_1}$이 있다. 네 선분 $\mathrm{A_1B_1}$, $\mathrm{B_1C_1}$, $\mathrm{C_1D_1}$, $\mathrm{D_1A_1}$을 각각 $1:2$로 내분하는 점을 각각 $\mathrm{E_1}$, $\mathrm{F_1}$, $\mathrm{G_1}$, $\mathrm{H_1}$이라 하고, 정사각형 $\mathrm{A_1B_1C_1D_1}$의 네 꼭짓점을 중심으로 하고 네 선분 $\mathrm{A_1E_1}$, $\mathrm{B_1F_1}$, $\mathrm{C_1G_1}$, $\mathrm{D_1H_1}$을 각각 반지름으로 하는 4개의 사분원을 잘라내어 얻은 모양의 도형을 R_1이라 하자. 정사각형 $\mathrm{E_1F_1G_1H_1}$과 도형 R_1과의 교점 중 정사각형 $\mathrm{E_1F_1G_1H_1}$의 꼭짓점이 아닌 4개의 점을 $\mathrm{A_2}$, $\mathrm{B_2}$, $\mathrm{C_2}$, $\mathrm{D_2}$라 하자. 정사각형$\mathrm{A_2B_2C_2D_2}$에서 네 선분 $\mathrm{A_2B_2}$, $\mathrm{B_2C_2}$, $\mathrm{C_2D_2}$, $\mathrm{D_2A_2}$를 각각 $1:2$로 내분하는 점을 각각 $\mathrm{E_2}$, $\mathrm{F_2}$, $\mathrm{G_2}$, $\mathrm{H_2}$라 하고, 정사각형 $\mathrm{A_2B_2C_2D_2}$의 네 꼭짓점을 중심으로 하고 네 선분 $\mathrm{A_2E_2}$, $\mathrm{B_2F_2}$, $\mathrm{C_2G_2}$, $\mathrm{D_2H_2}$를 각각 반지름으로 하는 4개의 사분원을 잘라내어 얻은 모양의 도형을 R_2라 하자.

정사각형 $\mathrm{E_2F_2G_2H_2}$에서 도형 R_2를 얻는 것과 같은 방법으로 얻은 모양의 도형을 R_3이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 모양의 도형 R_n의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\dfrac{39}{32}(9-\pi)$　② $\dfrac{5}{4}(9-\pi)$　③ $\dfrac{21}{16}(9-\pi)$

④ $\dfrac{11}{8}(9-\pi)$　⑤ $\dfrac{45}{32}(9-\pi)$

30. 2015학년도 4월 학력평가 29번

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \le x < 1$에서 $f(x) = \lvert 2x \rvert$이다. (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2) = f(x)$이다.

자연수 n에 대하여 함수 $y = f(x)$의 그래프와 함수 $y = \log_{2n} x$의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n이라 하자.

$\sum_{n=1}^{7} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

31. 2015학년도 4월 학력평가 30번

양수 x에 대하여 $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, 두 양수 a, b가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(a) + g(b) = \dfrac{9}{4}$ (나) $g(a) = g\left(\dfrac{1}{a}\right) + g(b)$ (다) $f(b) = f\left(\dfrac{1}{b}\right) + f(a^5)$

$ab = 10^{\frac{n}{m}}$일 때, $m+n$의 값을 구하시오. (단, m, n은 서로소인 자연수이다.) [4점]

32. 2015학년도 7월 학력평가 28번

상자 A에는 흰 공 10개, 상자 B에는 검은 공 10개가 들어 있다. 다음과 같이 〔실행 1〕부터 〔실행 3〕까지 할 때, 상자 B의 흰 공의 개수가 홀수일 확률이 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.) 〔4점〕

〔실행 1〕 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.
〔실행 2〕 상자 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 A에 넣는다.
〔싱행 3〕 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.

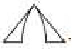
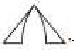
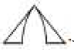
33. 2015학년도 7월 학력평가 29번

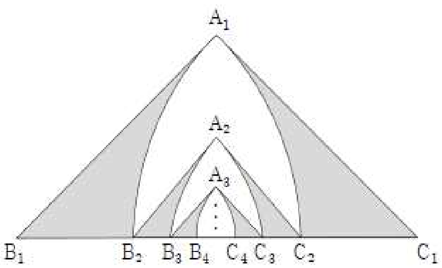
연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-x)=f(x)$
(나) $f(x+2)=f(x)$
(다) $\int_{-1}^{1}(2x+3)f(x)dx=15$

$\int_{-6}^{10}f(x)dx$의 값을 구하시오. 〔4점〕

34. 2015학년도 7월 학력평가 30번

그림과 같이 길이가 4인 선분 B_1C_1을 빗변으로 하고 $\angle B_1A_1C_1 = 90^\circ$인 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$을 그린다. $\overline{B_1A_1} = \overline{B_1C_2}$이고 $\overline{C_1A_1} = \overline{C_1B_2}$인 선분 B_1C_1 위의 두 점 C_2와 B_2에 대하여 부채꼴 $B_1A_1C_2$와 부채꼴 $C_1A_1B_2$를 그린 후 생긴  모양에 색칠하고 그 넓이를 S_1이라 하자.
선분 B_2C_2를 빗변으로 하고 삼각형 $A_1B_1C_1$의 내부의 점 A_2에 대하여 $\angle B_2A_2C_2 = 90^\circ$인 직각이등변 삼각형 $A_2B_2C_2$를 그린다. $\overline{B_2A_2} = \overline{B_2C_3}$이고 $\overline{C_2A_2} = \overline{C_2B_3}$인 선분 $\overline{B_2C_2}$ 위의 두 점 C_3과 B_3에 대하여 부채꼴 $B_2A_2C_3$과 부채꼴 $\overline{C_2A_2B_3}$을 그린 후 생긴 모양에 색칠하고 그 넓이를 S_2라 하자.
선분 B_3C_3을 빗변으로 하고 삼각형 $A_2B_2C_2$의 내부의 점 A_3에 대하여 $\angle B_3A_3C_3 = 90^\circ$인 직각이등변삼각형 $A_3B_3C_3$을 그린다. $\overline{B_3A_3} = \overline{B_3C_4}$이고 $\overline{C_3A_3} = \overline{C_3B_4}$인 선분 B_3C_3 위의 두 점 C_4와 B_4에 대하여 부채꼴 $B_3A_3C_4$와 부채꼴 $C_3A_3B_4$를 그린 후 생긴 모양에 색칠하고 그 넓이를 S_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 S_n에 대하여 $\dfrac{1}{4-\pi}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n = a + \sqrt{b}$ (a, b는 정수)일 때, $a^2 + b^2$의 값을 구하시오. [4점]



35. 2015학년도 10월 학력평가 27번

자연수 k에 대하여 삼차방정식 $x^3 - 12x + 22 - 4k = 0$의 양의 실근의 개수를 $f(k)$라 하자. $\displaystyle\sum_{k=1}^{10} f(k)$의 값을 구하시오. [4점]

36. 2015학년도 10월 학력평가 30번

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lvert a_n \rvert + a_{n+1} = n+6 \ (n \geq 1)$
(나) $\displaystyle\sum_{n=1}^{40} a_n = 520$

$\displaystyle\sum_{n=1}^{30} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

37. 2016학년도 3월 학력평가 28번

연립부등식

$$\begin{cases} x^2+y^2 \leq \left(\dfrac{1}{n}\right)^2 \\ \lvert x \rvert + \lvert y \rvert \geq \dfrac{1}{n} \end{cases} \quad (n \geq 1)$$

의 해 $(x,\ y)$가 나타내는 영역의 넓이를 S_n이라 할 때,

$\dfrac{20}{\pi-2}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{S_n S_{n+2}}$의 값을 구하시오. [4점]

38. 2016학년도 3월 학력평가 29번

$\log_2(-x^2+ax+4)$의 값이 자연수가 되도록 하는 실수 x의 개수가 6일 때, 모든 자연수 a의 값의 곱을 구하시오. [4점]

39. 2016학년도 3월 학력평가 30번

집합 $U=\{x|x$는 30 이하의 자연수$\}$의 부분집합 $A=\{a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots\ ,\ a_{15}\}$가 다음 조건을 만족시킨다.

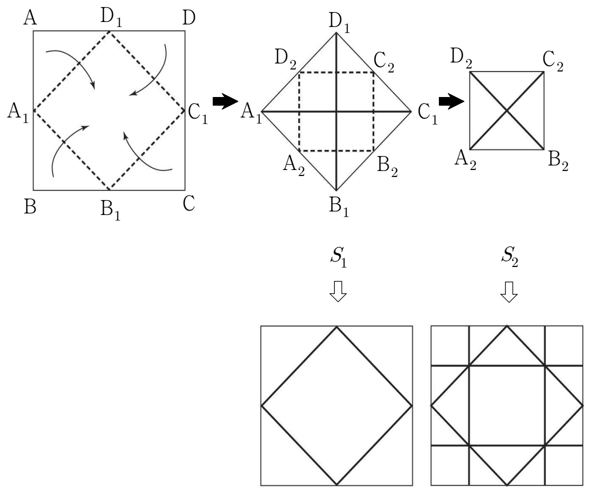
(가) 집합 A의 임의의 두 원소 $a_i,\ a_j(i \neq j)$에 대하여 $a_i+a_j \neq 31$

(나) $\sum_{i=1}^{15} a_i = 264$

$\frac{1}{31}\sum_{i=1}^{15} a_i^2$의 값을 구하시오. [4점]

40. 2016학년도 4월 학력평가 21번

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 모양의 종이 ABCD에서 각 변의 중점을 각각 $\mathrm{A_1}$, $\mathrm{B_1}$, $\mathrm{C_1}$, $\mathrm{D_1}$이라 하고 $\overline{\mathrm{A_1B_1}}$, $\overline{\mathrm{B_1C_1}}$, $\overline{\mathrm{C_1D_1}}$, $\overline{\mathrm{D_1A_1}}$을 접는 선으로 하여 네 점 A, B, C, D가 한 점에서 만나도록 접은 모양을 S_1이라 하자. S_1에서 정사각형 $\mathrm{A_1B_1C_1D_1}$의 각 변의 중점을 각각 $\mathrm{A_2}$, $\mathrm{B_2}$, $\mathrm{C_2}$, $\mathrm{D_2}$라 하고 $\overline{\mathrm{A_2B_2}}$, $\overline{\mathrm{B_2C_2}}$, $\overline{\mathrm{C_2D_2}}$, $\overline{\mathrm{D_2A_2}}$를 접는 선으로 하여 네 점 $\mathrm{A_1}$, $\mathrm{B_1}$, $\mathrm{C_1}$, $\mathrm{D_1}$이 한 점에서 만나도록 접은 모양을 S_2라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 모양을 S_n이라 하고, S_n을 정사각형 모양의 종이 ABCD와 같도록 펼쳤을 때 접힌 모든 선들의 길이의 합을 l_n이라 하자. 예를 들어, $l_1 = 4\sqrt{2}$이다. l_5의 값은? (단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]



S_1을 펼친 그림 S_2를 펼친 그림

① $24+28\sqrt{2}$ ② $28+28\sqrt{2}$ ③ $28+32\sqrt{2}$
④ $32+32\sqrt{2}$ ⑤ $36+32\sqrt{2}$

41. 2016학년도 4월 학력평가 29번

함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & (|x|\le 2) \\ -2x+3 & (|x|>2) \end{cases}$$

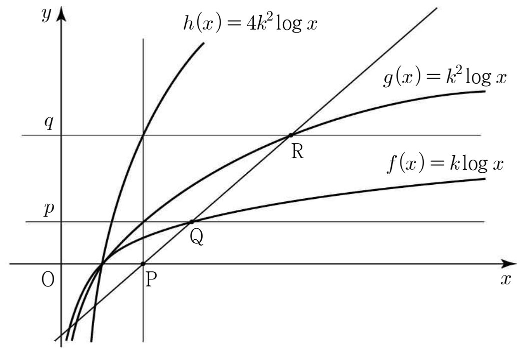
에 대하여 함수 $f(-x)\{f(x)+k\}$가 $x=2$에서 연속이 되도록 하는 상수 k의 값을 구하시오. [4점]

42. 2016학년도 4월 학력평가 30번

$x \geq 1$일 때, $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 함수 $y=\{f(x)+1\}g(x)$의 그래프와 직선 $y=n$이 만나는 점의 x좌표 중 가장 작은 값을 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10}\left(\log a_n + \frac{1}{n+1}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

43. ~~2016학년도 7월 학력평가 28번~~ (제외)

그림과 같이 세 로그함수 $f(x)=k\log x$, $g(x)=k^2\log x$, $h(x)=4k^2\log x$의 그래프가 있다. 점 P$(2, 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이 두 곡선 $y=g(x)$, $y=h(x)$와 만나는 점의 y좌표를 각각 p, q라 하자. 직선 $y=p$와 곡선 $y=f(x)$가 만나는 점을 Q(a, p), 직선 $y=q$와 곡선 $y=g(x)$가 만나는 점을 R(b, q)라 하자. 세 점 P, Q, R가 한 직선 위에 있을 때, 두 실수 a, b의 곱 ab의 값을 구하시오. (단, $k>1$) [4점]



44. 2016학년도 7월 학력평가 29번

최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\int_{0}^{3} f(x)\,dx$의 최솟값을 m이라 할 때, $4m$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $f(0)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f'(2-x)=f'(2+x)$이다.
(다) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\geq -3$이다.

45. 2016학년도 7월 학력평가 30번

검은 바둑돌 ●과 흰 바둑돌 ○을 일렬로 나열하였을 때 이웃한 두 개의 바둑돌의 색이 나타날 수 있는 유형은

●●	●○	○●	○○
<A형>	<B형>	<C형>	<D형>

으로 4가지이다.
예를 들어, 6개의 바둑돌을 <A형> 2번, <B형> 1번, <C형> 1번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 아래와 같이 5이다.

●●○○●●
○●●●○○
○○●●●○
●●●○○●
●○○●●●

10개의 바둑돌을 <A형> 4번, <B형> 2번, <C형> 2번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 검은 바둑돌과 흰 바둑돌은 각각 10개 이상씩 있다.) [4점]

46. 2016학년도 10월 학력평가 27번

[1]함수 $f(x)=x^4-16x^2$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k값의 제곱의 합을 구하시오. [4점]

(가) 구간 $(k,\ k+1)$에서 $f'(x)<0$이다. (나) $f'(k)f'(k+2)<0$

47. 2016학년도 10월 학력평가 29번

함수 $f(x)=x^3+3x^2$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정수 a의 최댓값을 M이라 할 때, M^2의 값을 구하시오. [4점]

(가) 점 $(-4,\ a)$를 지나고 곡선 $y=f(x)$에 접하는 직선이 세 개 있다. (나) 세 접선의 기울기의 곱은 음수이다.

48. 2016학년도 10월 학력평가 30번

양의 실수 x에 대하여 $\log x$의 가수를 $f(x)$라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a와 n에 대하여 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

> (가) $f(a)=f(a^{2n})$
> (나) $(n+1)\log a=3n^2-4n+4$

49. 2017학년도 3월 학력평가 26번

자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2-\left(4+\frac{1}{n}\right)x+\frac{4}{n}$와 직선 $y=\frac{1}{n}x+1$이 만나는 두 점을 각각 P_n, Q_n이라 하자. 삼각형 $\mathrm{OP}_n\mathrm{Q}_n$의 무게중심의 y좌표를 a_n이라 할 때, $30\lim_{n\to\infty}a_n$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

50. 2017학년도 3월 학력평가 27번

전체집합 $U=\{x|x$는 8 이하의 자연수$\}$에 대하여 조건 '$p : x^2 \le 2x+8$'의 진리집합을 P, 두 조건 q, r의 진리집합을 각각 Q, R라 하자. 두 명제 $p \to q$와 $\sim p \to r$가 모두 참일 때, 두 집합 Q, R의 순서쌍 (Q, R)의 개수를 구하시오. [4점]

51. 2017학년도 3월 학력평가 30번

유리함수 $f(x)=\dfrac{8x}{2x-15}$와 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_n=f(n)$이다. $\displaystyle\sum_{n=1}^{m} a_n \le 73$을 만족시키는 자연수 m의 최댓값을 구하시오. [4점]

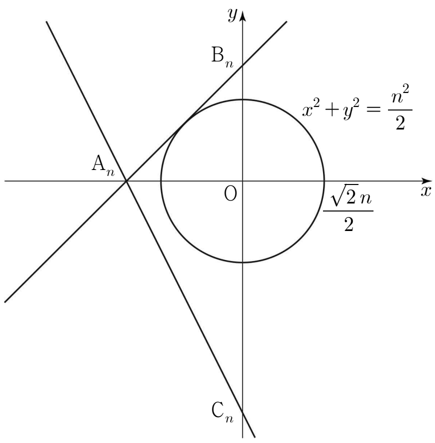
52. 2017학년도 4월 학력평가 28번

다음 조건을 만족시키는 자연수 x, y, z, w의 모든 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $x+y+z+w=18$
(나) x, y, z, w 중에서 2개는 3으로 나눈 나머지가 1이고, 2개는 3으로 나눈 나머지가 2이다.

53. 2017학년도 4월 학력평가 29번

그림과 같이 자연수 n에 대하여 기울기가 1이고 y절편이 양수인 직선이 원 $x^2+y^2=\frac{n^2}{2}$에 접할 때, 이 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A_n, B_n이라 하자. 점 A_n을 지나고 기울기가 -2인 직선이 y축과 만나는 점을 C_n이라 할 때, 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{C}_n\mathrm{B}_n$과 그 내부의 점들 중 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수를 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값을 구하시오. [4점]



54. 2017학년도 4월 학력평가 30번

함수 $f(x)=x^2-8x+a$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} 2x+5a & (x \geq a) \\ f(x+4) & (x < a) \end{cases}$$

라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 곱을 구하시오. [4점]

(가) 방정식 $f(x)=0$은 열린 구간 $(0, 2)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다. (나) 함수 $f(x)g(x)$는 $x=a$에서 연속이다.

55. 2017학년도 7월 학력평가 28번

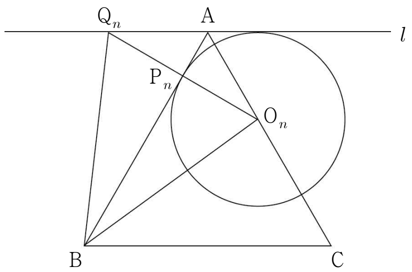
$f(1)=1$인 이차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=x^2$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다. (나) $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left\{f\left(\frac{k}{n}\right)-g\left(\frac{k}{n}\right)\right\}=27$

두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

56. 2017학년도 7월 학력평가 29번

그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC와 점 A를 지나고 직선 BC와 평행한 직선 l이 있다. 자연수 n에 대하여 중심 O_n이 변 AC 위에 있고 반지름의 길이가 $\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$인 원이 직선 AB와 직선 l에 모두 접한다. 이 원과 직선 AB가 접하는 점을 P_n, 직선 $\mathrm{O}_n\mathrm{P}_n$과 직선 l이 만나는 점을 Q_n이라 하자. 삼각형 $\mathrm{BO}_n\mathrm{Q}_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} 2^n S_n = k$이다. k^2의 값을 구하시오. [4점]



57. 2017학년도 7월 학력평가 30번

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x^4} = 1$
(나) $f(1) = f'(1) = 1$

$-1 \le n \le 4$인 정수 n에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = f(x-n) + n \ (n \le x < n+1)$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 열린구간 $(-1,\ 5)$에서 미분가능할 때, $\int_0^4 g(x)dx = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2014.2015.2016.2017학년도 문과 고난이도 기출문항 모음

1.	109	2.	③	3.	255	4.	103
5.	④	6.	13	7.	15	8.	⑤
9.	71	10.	①	11.	10	12.	196
13.	⑤	14.	16	15.	120	16.	③
17.	120	18.	④	19.	65	20.	⑤
21.	97	22.	222	23.	⑤	24.	186
25.	78	26.	70	27.	20	28.	25
29.	⑤	30.	553	31.	79	32.	49
33.	40	34.	5	35.	13	36.	315
37.	15	38.	30	39.	184	40.	①
41.	16	42.	65	43.	88	44.	27
45.	45	46.	17	47.	9	48.	44
49.	20	50.	49	51.	25	52.	210
53.	725	54.	56	55.	54	56.	192
57.	137						