

제 2 교시

2017학년도 리듬농구 9월 모의평가 문제지

수학 영역 (가형)

홀수형

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
 - 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰십시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 양심이 있습니까? 독창적인 내용이라니**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

5지선다형

1. 벡터 $\vec{a} = (-5, 12)$ 에 대하여 $3|\vec{a}|$ 의 값은? [2점]

- ① 13 ② 26 ③ 39 ④ 52 ⑤ 65

2. ${}_{7}C_3$ 의 값은? [2점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{e^x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 좌표공간에서 직선 $x = -\frac{y}{2} = \frac{z}{4}$ 에 수직인 평면의 법선벡터가

$(2, a, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = \ln(x^2 + 3)$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

6. 서로 배반인 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{1}{4}$ 일 때, $P(B)$ 의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ 1

7. 주사위를 10번 던졌을 때, 소수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하자. $E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

8. 함수 $f(x) = \frac{1}{\ln 2} 2^{x^2}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의

점 $(2, f(2))$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① 64 ② 32 ③ 16 ④ 8 ⑤ 4

9. 좌표평면에서 두 점 $F(4, 0)$, $F'(-4, 0)$ 에 대하여 점 P 가

$\overline{FP} + \overline{F'P} = 10$ 을 만족시킬 때, 삼각형 $F'FP$ 의 넓이의 최댓값은?

[3점]

- ① 10 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

10. 좌표평면에서 두 직선

$$\frac{2-x}{3} = \frac{y}{4}, \quad \frac{x+1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

11. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

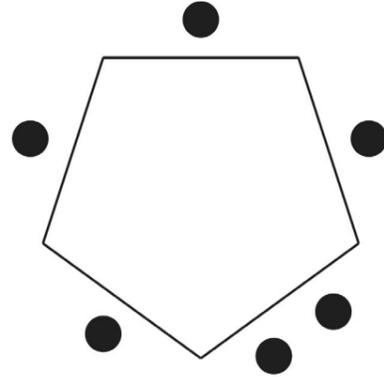
$$\int_0^{2x} f(t) dt = e^x \sin x + a$$

일 때, $f(a)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

12. 그림과 같이 정오각형 탁자에 6개의 의자가 마련되어 있다.

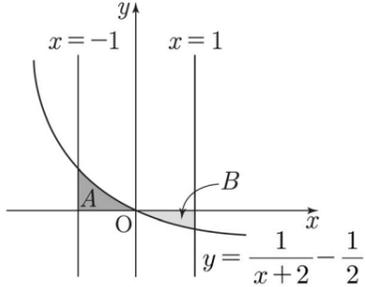
할머니, 아버지, 어머니, 나, 여동생, 남동생으로 이루어진 가족이 이 탁자에 앉으려고 할 때, 아버지, 어머니가 붙어있는 두 개의 의자에 함께 앉지 않게 되는 경우의 수는? (단, 탁자와 각각의 의자는 회전하지 않는다.) [3점]



- ① 632 ② 642 ③ 652 ④ 662 ⑤ 672

13. 곡선 $y = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}$, 직선 $x = -1$ 및 x 축으로 둘러싸인

부분의 넓이를 A , 곡선 $y = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{2}$, 직선 $x = 1$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 할 때, $A - B$ 의 값은? [3점]



- ① $\ln 2$ ② $\ln 3 - 1$ ③ $\ln 4 - 1$ ④ $\ln 5 - 1$ ⑤ $\ln 6 - 1$

14. 원 $x^2 + y^2 = 25$ 위의 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점들 중 3개를 임의로 뽑아 만든 삼각형이 직각삼각형일 확률은? [4점]

- ① $\frac{3}{22}$ ② $\frac{2}{11}$ ③ $\frac{5}{22}$ ④ $\frac{3}{11}$ ⑤ $\frac{7}{22}$

15. 실수 t 에 대하여 곡선 $y=e^x$ 와 직선 $y=-x+t$ 가 만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 할 때, 다음은 $\int_1^{e+1} f(t)dt$ 의 값을 구하는 과정이다.

곡선 $y=e^x$ 와 직선 $y=-x+t$ 가 만나는 점의 x 좌표를 $a=f(t)$ 라 하면,

$$e^a + a = t$$

이다. 한편, $g(x)=e^x+x$ 라 하면

$$g'(x) = \boxed{\text{가}} > 0$$

이므로 함수 $g(x)$ 는 증가함수이고 일대일대응이다.

따라서 $t=1$ 일 때 $a=0$, $t=e+1$ 일 때 $a=1$ 이고

또, $g(a)=t$ 이므로 $g^{-1}(t)=a=f(t)$ 이다.

즉, 함수 $f(t)$ 의 역함수는 $g(t)$ 임을 알 수 있다.

$$\int_1^{e+1} f(t)dt$$

에서 $f(t)=a$ 로 치환하면, $g(a)=t$ 이므로 양 변을 t 에 관하여 미분해주면

$$g'(a) \frac{da}{dt} = 1$$

이다. 그러므로

$$\begin{aligned} \int_1^{e+1} f(t)dt &= \int_0^1 ag'(a)da \\ &= \boxed{\text{나}} \end{aligned}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $h(x)$, (나)에 알맞은 수를 m 이라 할 때, $m \times h(\ln 3)$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

16. 확률변수 X 가 정규분포 $N(60, b)$ 을 따를 때,

$$P(X \leq a+16) = 1 - P(X \leq a) = P(Z \geq -2)$$

이다. $a+b$ 의 값은? (단, Z 는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [4점]

- ① 68 ② 72 ③ 76 ④ 80 ⑤ 84

17. 실수 t 에 대하여 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 과 원 $x^2 + (y-t)^2 = 1$ 에 동시에 접하는 접선의 개수를 $f(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(0) = 4$
 ㄴ. $\lim_{t \rightarrow a^-} f(t) \neq \lim_{t \rightarrow a^+} f(t)$ 인 어떤 실수 a 가 존재한다.
 ㄷ. 함수 $f(t)$ 의 불연속점의 개수는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

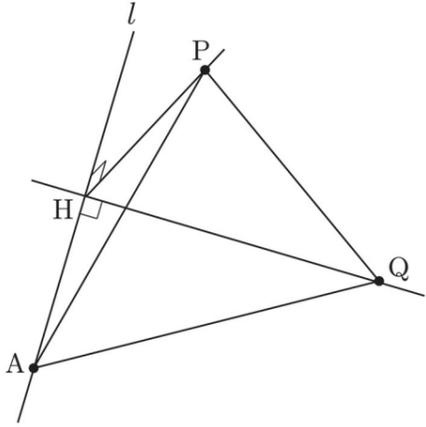
18. 철수와 영희가 다음과 같이 게임을 한다.

(가) “참!”을 외치는 순간 철수의 손의 방향이 영희의 고개의 방향과 일치하면 철수 1승, 영희 1패, 일치하지 않으면 철수 1패, 영희 1승을 얻는다.
 (나) 손의 방향과 고개의 방향은 오른쪽, 왼쪽 두 개뿐이고, 공격수와 수비수는 각각 임의로 방향을 정한다.

총 5번 “참!”을 외치는 동안 철수가 영희보다 많이 이겼을 때, 철수가 1패를 했을 확률은? [4점]

- ① $\frac{5}{32}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{16}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

19. 그림과 같이 직선 l 위의 점 H 에 대하여 두 직선 PH, QH 는 직선 l 에 각각 수직이고, 두 직선 PH, QH 가 이루는 예각의 크기는 60° 이다. 직선 l 위의 점 A 가 $\overline{AH}=2, \overline{AP}=2\sqrt{2}$ 를 만족시키고, 두 평면 PHA, PAQ 가 서로 수직일 때, \overline{PQ}^2 의 값은? [4점]



- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} \times \left| \frac{f(x)}{x} \right| \right) = f(2)$$

를 만족시킬 때, $\int_3^4 \frac{x-1}{f(x)} dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\ln 3 - \ln 2$ ② $2\ln 2 - \ln 3$ ③ $\ln 3$
 ④ $2\ln 3 - \ln 2$ ⑤ $\ln 2$

21. 점 $P(x, y)$ 가 나타내는 곡선을 매개변수 t 로 나타내면

$$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$$

일 때, $t=0$ 에서 $t=\frac{\pi}{2}$ 까지의 곡선의 길이가 $\frac{7}{3}$ 이 되도록 하는 모든 실수 a 값의 곱은? [4점]

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -4 ④ $-\frac{16}{3}$ ⑤ $-\frac{20}{3}$

단답형

22. 방정식 $\log_2 x + \log_2(x-8) = 7$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하시오. [3점]

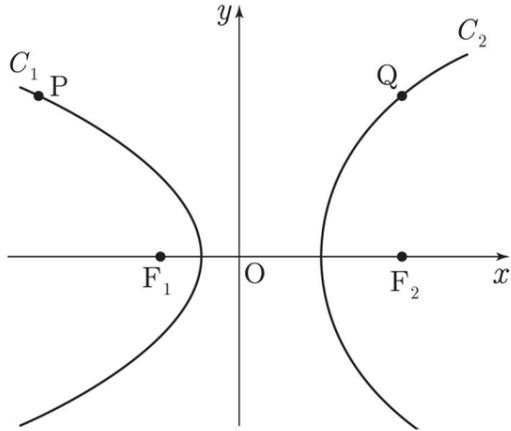
23. 곡선 $x^3 + y^5 = 2x$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $-\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = 5\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 8$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

25. 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + 2b + 3c = 10$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 어느 나라에서 I종교를 싫어하는 국민들의 비율을 알아보기 위하여 이 나라의 국민 중 400명을 임의추출하여 조사한 결과 n 명이 I종교를 싫어한다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 나라 국민 전체의 I종교를 싫어하는 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{9}{10} - c, \frac{9}{10} + c\right]$ 일 때, $n - 10^4c$ 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(Z \geq 1.96) = 0.025$ 이다.) [4점]

27. 두 포물선 $C_1 : y^2 = -4(x+1)$, $C_2 : y^2 = 8(x-2)$ 의 초점을 각각 F_1, F_2 라 하고, 두 포물선 C_1, C_2 위의 임의의 점을 각각 P, Q 라 하자. 두 점 P, Q 의 y 좌표가 같고, $\angle PQF_2 = 90^\circ$ 일 때, $\overrightarrow{F_2O} \cdot \overrightarrow{F_1P}$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



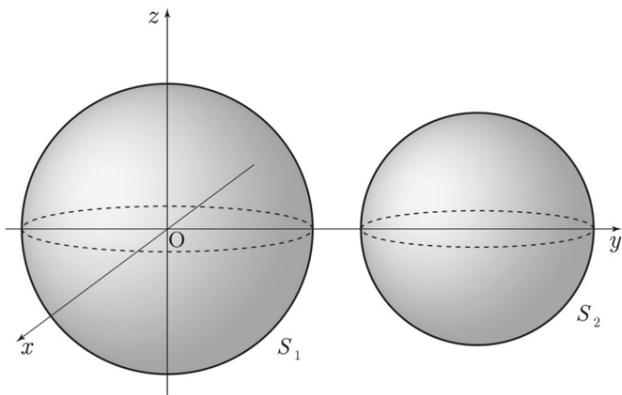
28. 자연수 전체 집합의 한 부분집합 X 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 Y 의 원소의 개수의 최댓값을 구하시오. [4점]

- (가) 집합 X 의 원소의 개수는 8이다.
- (나) $Y = \{a+b+c+d \mid a \in X, b \in X, c \in X, d \in X\}$

29. 좌표공간에서 두 구 $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 25$,
 $S_2 : x^2 + (y-10)^2 + z^2 = 16$ 와 평면 α 는 다음 조건을
 만족시킨다.

- (가) 평면 α 와 구 S_1 이 만나서 생기는 원 C 의 넓이는 9π 이다.
- (나) 평면 α 와 구 S_2 는 접한다.

원 C 를 평면 $10x - 5y = 2\sqrt{11}z$ 위로 정사영한 넓이의 최댓값이 $S\pi$ 일 때, $65S$ 의 값을 구하십시오. [4점]



30. 실수 t 와 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $g(x) = e^{-x}f(x)$ 일 때,
 방정식 $g(x) = g(t)$ 를 만족시키는 x 의 개수를 $h(t)$ 라 하자.
 두 함수 $f(x)$ 와 $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^4} = h(q) - 2$
- (나) $\{a \mid h(t) \text{는 } t=a \text{에서 불연속이다.}\} = \{p, 0, q\}$

$\frac{f(3q)}{f(q)}$ 의 값을 구하십시오. (단, $p < 0, q > 0$) [4점]

2017학년도 리듬농구 9월 모의평가

발행일 : 2016년 8월 21일

펴낸이 : 최지욱(리듬농구)

외부 편집 : 진겸

인쇄 : 여러분 집 프린터

시험 시행일 : 2016년 8월 21일 (bombscore.com, oq.atom.ac, pnmath.co.kr, orbi.kr)

지은이 : 최지욱(리듬농구)

검토위원(포만한 수학연구소 닉네임)

수학 가형 : 초성민 님, 까치 님, 과고가고싶당 님, 우핫 님, ZARD 님,
꼬부기먹는포카칩 님, 레인저스 님, 레드큐라소 님, mashnut 님

수학 나형 :

무료 해설강의 :

본 모의평가에 대한 저작권은 포만한 수학연구소 및 오르비 리듬농구에게 있으며, 저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 2차적 저작물 작성 등으로 이용하는 일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련 법률에 따라 금지되어 있습니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.