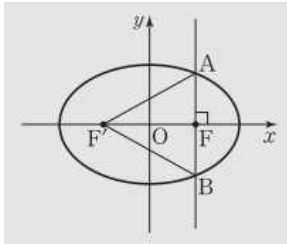


제 2 교시

수학상륙작전(실모반-이과)

EBS

1. 그림과 같이 두 초점이 $F(2\sqrt{3}, 0)$, $F'(-2\sqrt{3}, 0)$ 인 타원이 있다. 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 타원과 만나는 두 점을 각각 A , B 라고 할 때, 삼각형 $AF'B$ 는 정삼각형이다. 이때 타원의 단축의 길이는?



- ① 8 ② $6\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{22}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

2. 1층에서 5층까지 운행하는 엘리베이터에 1층에서 탑승한 6명의 탑승객이 2층, 3층, 4층, 5층 중 3개의 층에서 모두 내리는 경우의 수는? (단, 새로 타는 탑승객은 없다.)
- ① 2080 ② 2120 ③ 2160 ④ 2200 ⑤ 2240

3. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는?

(가) $a+b+c=3(d+e)$
 (나) $0 < a+b+c+d+e \leq 10$

- ① 100 ② 102 ③ 104 ④ 106 ⑤ 108

4. 로그함수 $y = \log_2 x$ 의 제 1사분면에 있는 그래프 위의 한 점 A 를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 지수함수 $y = 2^x$ 의 그래프와 만나는 점을 B 라 하자. 원점 O 와 직선 AB 사이의 거리가 $3\sqrt{2}$ 일 때, 선분 AB 의 중점의 x 좌표는?
- ① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $\sqrt{10}$ ④ $\sqrt{11}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

2

1주차과제(이과)

5. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 와 그 도함수 $f'(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(-x) = -f'(x)$ 이다.
- (나) $\int_0^1 f'(x)dx = -\frac{1}{3}$, $f(0) = 0$
- (다) $\int_0^1 f(x)dx = -\frac{1}{5}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} f'\left(\frac{2k}{n} - 1\right)$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{4}{15}$ ③ $-\frac{1}{5}$ ④ $-\frac{2}{15}$ ⑤ $-\frac{1}{15}$

6. 첫째항이 2이고, 공차가 3인 등차수열의 첫째항부터 제 21항까지의 값을 가지는 확률변수 X 에 대하여 X 의 확률분포는 다음 표와 같다.

X	2	5	...	62	계
P(X=x)	${}_{20}C_0 \left(\frac{3}{4}\right)^{20}$	${}_{20}C_1 \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^{19}$...	${}_{20}C_{20} \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$	1

$E(X) + V(2X)$ 의 값을 구하시오.

7. 삼각형 ABC의 내부의 한 점 P에 대하여

$$2\vec{AP} + \vec{BP} + 3\vec{CP} = \vec{0}$$

가 성립하고, 세 선분 AP, BP, CP의 연장선이 각각 세 변 BC, CA, AB와 만나는 점을 각각 D, E, F라고 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

- <보기>
- ㄱ. $\overline{AF} : \overline{FB} = 1 : 2$
 - ㄴ. $2\vec{BP} = \vec{BC} + \vec{BF}$
 - ㄷ. 삼각형 APE의 넓이가 3이면 삼각형 AFP의 넓이는 6이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 직선 $l : y = -2x + 10$ 과 타원 $C : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ 이 있다. 타원 C 위의 점 P와 직선 l 사이의 거리의 최솟값이 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 a의 값은? (단, 점 P는 제 1사분면 위의 점이다.)

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 두 상수 a, b 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+a) = f(x) + b$ 이다.
 (나) $-a \leq x < 0$ 일 때, $f(x) = x^2 e^x$ 이다.

ab 의 값은? (단, $0 < a < e$)

- ① $-\frac{8}{e^2}$ ② $-\frac{8}{e}$ ③ $-\frac{4}{e^2}$ ④ $-\frac{4}{e}$ ⑤ $-\frac{2}{e^2}$

10. $-1 < x < 1$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{2-x^2}}$ 에 대하여

함수 $g(x) = \frac{1}{1+xf(x)}$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(보기)

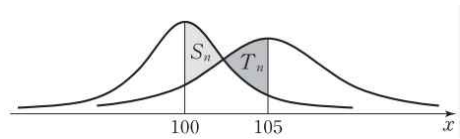
ㄱ. $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h)}{h}$

ㄴ. $g'(0) = 0$

ㄷ. $g''(0) = 0$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

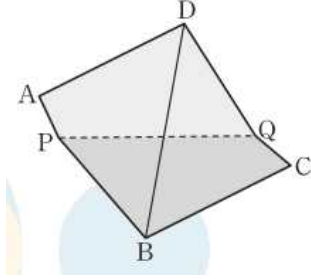
11. 자연수 n 에 대하여 확률변수 X 는 정규분포 $N(100, n^2)$ 을 따르고, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(105, (n+1)^2)$ 을 따른다. 아래 그림과 같이 두 확률변수 X, Y 의 정규분포곡선과 직선 $x=100$ 으로 둘러싸인 색칠한 부분의 넓이를 S_n , 두 확률변수 X, Y 의 정규분포곡선과 직선 $x=105$ 로 둘러싸인 색칠한 부분의 넓이를 T_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} (S_n - T_n) = P(a \leq Z \leq 5)$ 를 만족시키는 상수 a 의 값은? (단, Z 는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.)



- ① $\frac{3}{11}$ ② $\frac{7}{22}$ ③ $\frac{4}{11}$ ④ $\frac{9}{22}$ ⑤ $\frac{5}{11}$

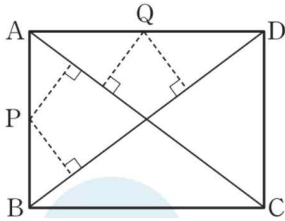
12. 어느 프로야구 경기의 관람객 중 홈팀 또는 원정팀 중 어느 한 팀만 응원하는 2000명을 대상으로 조사한 결과, 남자는 1200명이었다. 이들 2000명 중 임의로 선택한 한 명이 남자였을 때 이 남자가 홈팀을 응원할 확률이 $\frac{2}{5}$ 이고, 이들 2000명 중 임의로 선택한 한 명이 여자였을 때 이 여자가 원정팀을 응원할 확률이 $\frac{4}{5}$ 이었다. 조사한 2000명 중 홈팀을 응원하는 관람객의 수를 구하시오.

13. 그림은 $\overline{AB}=7$, $\overline{BC}=6$ 인 직사각형 ABCD에서 $\overline{AP}=2$ 인 선분 AB 위의 점 P, $\overline{CQ}=2$ 인 선분 CD 위의 점 Q에 대하여 선분 PQ를 접는 선으로 하여 평면 APQD와 평면 BCQP가 수직이 되도록 접어서 만든 도형이다. 선분 BD의 길이는?



- ① $2\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

14. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=4$ 인 직사각형 ABCD의 변 AB 위의 점 P에서 직사각형 ABCD의 두 대각선까지의 거리의 합을 s , 변 AD 위의 점 Q에서 직사각형 ABCD의 두 대각선까지의 거리의 합을 t 라 할 때, $s+t=\frac{n}{m}$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m 과 n 은 서로소인 자연수이다.)



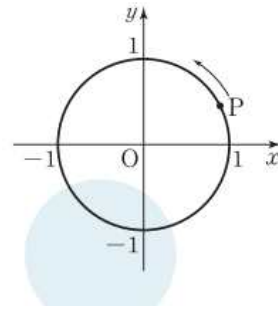
15. 집합 $X = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 두 집합 A, B 를

$$A = \{x \mid x = 2n, n \in X\}, B = \{x \mid x = 2^n, n \in X\}$$

라 하자. 집합 A 의 원소 중에서 임의로 택한 원소를 a , 집합 B 의 원소 중에서 임의로 택한 원소를 b 라 할 때, $a+b$ 가 3의 배수일 확률은?

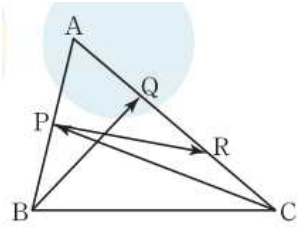
- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{7}{20}$ ⑤ $\frac{9}{20}$

16. 그림과 같이 좌표평면 위에 원점 O가 중심이고 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 점 $P(x, y)$ 가 점 $(1, 0)$ 을 출발하여 원위를 시계 반대 방향으로 매초 두 바퀴씩 일정한 속력으로 회전할 때, 출발한 지 $\frac{1}{3}$ 초 후의 가속도는?



- ① $(-8\pi^2, 8\sqrt{3}\pi^2)$
 ② $(-4\pi^2, -4\sqrt{3}\pi^2)$
 ③ $(4\pi^2, 4\sqrt{3}\pi^2)$
 ④ $(8\pi^2, -8\sqrt{3}\pi^2)$
 ⑤ $(8\pi^2, 8\sqrt{3}\pi^2)$

17. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 선분 AB의 중점을 P, 선분 AC를 삼등분하는 점을 점 A에 가까운 점부터 차례로 Q, R라고 하자. $\overrightarrow{CP} = m\overrightarrow{BQ} + n\overrightarrow{PR}$ 를 만족시키는 두 실수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은?



- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

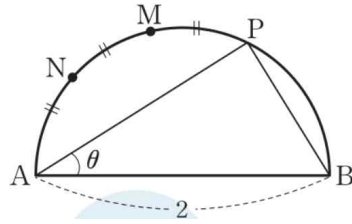
18. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수는?

- (가) $f(1) \neq f(2)$ 이고 $f(2) \neq f(3)$ 이다.
 (나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

- ① 800 ② 810 ③ 820 ④ 830 ⑤ 840

19. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위의 한 점 P에 대하여 호 AP의 삼등분점 중 점 P에 가까운 점을 M, 점 A에 가까운 점을 N이라 하자.

$\angle PAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)일 때, 선분 BN의 길이는 $a \cos \frac{\theta}{3} + b \sin \frac{\theta}{3}$ 이다. 두 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. 어느 지역에 산책로 조성을 희망하는 주민의 비율 p 를 조사하기 위하여 이 지역의 주민 중 400명을 임의추출하여 조사한 결과 n 명이 산책로 조성을 희망하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 지역 주민 전체의 산책로 조성을 희망하는 주민의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 이다. $b - a \geq 0.0588$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수를 구하시오. (단 Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.)

기 출

21. 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 A 에 대하여 점 B 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 A 가 원점이면 점 B 도 원점이다.
- (나) 점 A 가 원점이 아니면 점 B 는 점 A , 원점 그리고 점 A 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심이다.

점 A 가 포물선 $y^2 = 16x$ 위를 움직일 때 점 B 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 점 $(3, 0)$ 을 지나는 직선이 곡선 C 와 두 점 P, Q 에서 만나고 $\overline{PQ} = 20$ 일 때, 두 점 P, Q 의 x 좌표의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 좌표평면에서 곡선 $y = x^2 + x$ 위의 두 점 A, B 의 x 좌표를 각각 s, t ($0 < s < t$)라 하자. 양수 k 에 대하여 두 직선 OA, OB 와 곡선 $y = x^2 + x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 k 가 되도록 하는 점 (s, t) 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 곡선 C 위의 점 중에서 점 $(1, 0)$ 과의 거리가 최소인 점의 x 좌표가 $\frac{2}{3}$ 일 때, $k = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

23. 자연수 n 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 를 매개변수 t 로 나타내면

$$\begin{cases} x = e^t \\ y = (2t^2 + nt + n)e^t \end{cases}$$

이고, $x \geq e^{-\frac{n}{2}}$ 일 때 함수 $y = f(x)$ 는 $x = a_n$ 에서 최솟값 b_n 을 갖는다.

$\frac{b_3}{a_3} + \frac{b_4}{a_4} + \frac{b_5}{a_5} + \frac{b_6}{a_6}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{23}{2}$
- ② 12
- ③ $\frac{25}{2}$
- ④ 13
- ⑤ $\frac{27}{2}$

24. 두 연속함수 $f(x), g(x)$ 가

$$g(e^x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leq x < 1) \\ g(e^{x-1}) + 5 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

를 만족시키고, $\int_1^{e^2} g(x)dx = 6e^2 + 4$ 이다.

$\int_1^e f(\ln x)dx = ae + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.) [4점]

25. 연속함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고, 모든

실수 x 에 대하여 $f(x) = \frac{\pi}{2} \int_1^{x+1} f(t)dt$ 이다. $f(1) = 1$ 일 때,

$\pi^2 \int_0^1 xf(x+1)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $2(\pi-2)$ ② $2\pi-3$ ③ $2(\pi-1)$
 ④ $2\pi-1$ ⑤ 2π

자 작

26. 예정
 27. 예정
 28. 예정
 29. 예정
 30. 예정
 31. 예정

정답

1. ⑤ 2. ③ 3. ③ 4. ②
 5. ③ 6. 152 7. ③ 8. ①
 9. ① 10. ② 11. ⑤ 12. 640
 13. ③ 14. 29 15. ④ 16. ⑤
 17. ① 18. ⑤ 19. ④ 20. 321
 21. 14 22. 109 23. ② 24. 17
 25. ① 26. 27. 28.
 29. 30. 31. 32.

문항 출처

- [EBS 수능특강 기하와 벡터 1단원 예제 2번]
 [EBS 수능특강 확률과 통계 3단원 Lv.3 4번]
 [EBS 수능특강 확률과 통계 2단원 Lv.3 4번]
 [EBS 수능특강 미적분2 1단원 Lv.2 2번]
 [EBS 수능특강 미적분2 8단원 Lv.2 3번]
 [EBS 수능특강 확률과 통계 6단원 Lv.3 4번]
 [EBS 수능특강 기하와 벡터 4단원 Lv.3 1번]
 [EBS 수능특강 기하와 벡터 2단원 Lv.3 3번]
 [EBS 수능특강 미적분2 2단원 Lv.3 3번]
 [EBS 수능특강 미적분2 5단원 Lv.3 3번]
 [EBS 수능특강 확률과 통계 7단원 Lv.3 2번]
 [EBS 수능특강 확률과 통계 5단원 Lv.2 2번]
 [EBS 수능특강 기하와 벡터 6단원 Lv.3 1번]
 [EBS 수능특강 미적분2 3단원 Lv.3 1번]
 [EBS 수능특강 확률과 통계 4단원 Lv.2 2번]
 [EBS 수능특강 기하와 벡터 5단원 Lv.3 1번]
 [EBS 수능특강 기하와 벡터 3단원 유제 6번]
 [EBS 수능특강 확률과 통계 1단원 Lv.3 1번]
 [EBS 수능특강 미적분2 4단원 Lv.2 1번]
 [EBS 수능특강 확률과 통계 8단원 Lv.3 3번]
 2014학년도 6월 모의평가 29번
 2014학년도 6월 모의평가 30번
 2014학년도 9월 모의평가 21번
 2014학년도 9월 모의평가 30번
 2014학년도 수능 21번