제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

정답									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
③	①	⑤	②	①	④	③	①	②	③
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
④	⑤	②	③	①	②	⑤	④	⑤	④
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
⑤	6	4	13	9	14	20	7	18	2

1. ③

${}_4\mathrm{P}_2 = 4\times 3 = 12$

2. ①

$-1 \le \sin x \le 1$이므로 $-5 \le 2\sin x - 3 \le -1$

3. ⑤

점 $\mathrm{A}(1,\ -4,\ 2)$를 z축에 대하여 대칭이동 시킨 점의 좌표는 $(-1,\ 4,\ 2)$이므로 $a+b+c = -1+4+2=5$

4. ②

$y=\log_8 x$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동 시키면 $y=\log_8 x+k$ 이고 $\log_8 x + k = \log_8 4x = \log_8 x + \log_8 4$이므로

$k=\log_8 4 = \frac{2}{3}$

5. ①

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{e^x}-1}{2x} = \lim_{x\to 0}\frac{e^{\frac{x}{3}}-1}{2\left(3\times\frac{x}{3}\right)} = \frac{1}{6}$$

6. ④

두 사건 A와 B는 서로 독립이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\times \mathrm{P}(B)$이고

따라서 $\mathrm{P}(A\cup B) = \mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$$= \frac{2}{3}+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{7}{9}$$

7. ③

벡터 $\vec{a}$의 크기가 $|\vec{a}| = \sqrt{3+6} = 3$이므로

구하는 벡터 $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3},\ \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$의 모든 성분의 곱은 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

8. ①

$24=3\times 8$이므로 구하는 분할의 수는 자연수 8을 세 자연수로 분할하는 경우의 수와 같고 이를 구하면

$(1, 1, 6), (1, 2, 5), (1, 3, 4), (2, 2, 4), (2, 3, 3)$로 5가지

9. ②

주어진 확률변수 X의 확률분포 표에 의하여

확률의 총합은 1이므로 $a+b+\frac{1}{3}+a=1$에서 $2a+b=\frac{2}{3}$이고

$\mathrm{E}(X) = (-ba)+(ab)+3\times\frac{1}{3}+6\times a = 2$에서 $a=\frac{1}{6},\ b=\frac{1}{3}$이므로

$a-b=-\frac{1}{6}$

10. ③

점 P를 지나고 직선 AD에 평행한 보조선을 긋는다.

그러면 평행선의 성질에 의하여 $\angle\mathrm{APB} = \angle\mathrm{PAD}+\angle\mathrm{PBC}$이므로

$$\tan(\angle\mathrm{APB}) = \tan(\angle\mathrm{PAD}+\angle\mathrm{PBC}) = \frac{2}{1-\frac{3}{4}} = 8$$

11. ④

$1\le a\le 6,\ 1\le b\le 6$인 두 자연수 $a,\ b$에 대하여 $10a+b$는 십의 자리가 a이고 일의 자리가 b인 두 자리의 자연수를 나타낸다. 각 자리 숫자가 1이상 6이하 이고 소수인 두 자리 수 자연수들은 11, 13, 23, 31, 41, 43, 53, 61로 8개 이고 이 중 십의 자리의 숫자가 일의 자리의 숫자보다 큰 경우는 5개다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{8}$

12. ⑤

곡선의 변곡점을 알기 위하여 주어진 함수의 이계도함수를 구하면

$y' = (-x^2+2)e^{-x}$

$y'' = (x^2-2x-2)e^{-x}$

이므로 서로 다른 모든 변곡점의 x 좌표의 합은 근과 계수와의 관계에 의하여 2

13. ②

모비율을 p라 할 때 $p=0.2$이므로 표본비율을 $\hat{p}$라 하면

$\mathrm{E}(\hat{p})=0.2$, $\sigma(\hat{p})=\sqrt{\dfrac{\hat{p}\times\hat{q}}{N}}=\sqrt{\dfrac{0.2\times0.8}{100}}=0.04$이다.

(단, $\hat{q}=1-\hat{p}$)

따라서 $Z=\dfrac{\hat{p}-0.2}{0.04}$으로 표준화하면

$$\mathrm{P}\left(\hat{p}\ge\frac{n}{100}\right)\fallingdotseq\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{\frac{n}{100}-0.2}{\frac{4}{100}}\right)=0.0062$$

표준정규분포를 따르는 확률변수 Z에 대하여

$\mathrm{P}(0\le Z\le 2.5)=0.4938$에서 $\mathrm{P}(Z\ge 2.5)=0.0062$이므로

$\dfrac{\frac{n}{100}-0.2}{\frac{4}{100}}=2.5$이다. 따라서 $n=30$

14. ③

점 A는 곡선 $x^2-xy+4y^2=10$위의 점이므로

$a^2-ab+4b^2=10$ ⋯ ㉠

주어진 식의 양변을 x에 대하여 미분하면

$2x-y-x\dfrac{dy}{dx}+8y\dfrac{dy}{dx}=0$에서 점 A에서 그은 접선의 기울기가

-1이므로 위 식에 점 $\mathrm{A}(a,\ b)$를 대입해보면

$2a-b+a-8b=0$에서 $a=3b$ ⋯ ㉡ 이다.

㉠과 ㉡을 연립하고 점 A는 제 1사분면 위에 있으므로

$a+b=3+1=4$

15. ①

평면 $x-y+2z=9$의 법선벡터는 $(1,\ -1,\ 2)$

이를 방향벡터로 갖고 구 S의 중심 $(1,\ -2,\ 0)$을 지나는

직선 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$가 원 C의 중심 $(a,\ b,\ c)$을 지난다.

매개변수 t에 대하여 이 직선 위의 점을 $(t+1,\ -t-2,\ 2t)$로

잡고 이를 평면 $x-y+2z=9$의 방정식에 대입하면 $t=1$이므로

구하는 점의 좌표는 $(2,\ -3,\ 2)$이다. 따라서 $a+b+c=1$

16. ②

함수 $y=e^{x^2+1}\sin\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)$가 기함수이므로 정적분의 성질에 의하여

$f(1)=\displaystyle\int_{-1}^{1}e^{t^2+1}\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)dt=0$이므로 $a=0$

$f'(x)=e^{x^2+1}\sin\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)$에서 $f'(1)=e^2$이므로

$y=f(x)$ 위의 점 $(1,\ 0)$에서 접선의 방정식을 구하면

$y=e^2(x-1)$이고 점 $(b,\ e^3)$을 지나므로 이를 대입하면 $b=e+1$

따라서 $a+b=e+1$

17. ⑤

먼저 주어진 입체도형의 부피는

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sin x\cos x\,dx=\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}t\,dt=\frac{3}{8}$이므로

($\sin x=t$로 치환하면 $\cos x\dfrac{dx}{dt}=1$이므로 치환적분법 적용)

이 입체도형의 부피가 평면 $y=a\left(0<a<\dfrac{1}{2}\right)$에 의하여

이등분이 된다고 할 때, 잘린 도형 중 하나는 x축, y축 및

직선 $x=\dfrac{\pi}{3}$, $y=a$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고

가로의 길이가 a, 세로의 길이가 $\sin x$인 직사각형을 단면으로

가지는 입체도형이므로

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}}a\sin x\,dx=\left[-a\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{3}}=\frac{a}{2}=\frac{3}{8}\times\frac{1}{2}$에서 $a=\dfrac{3}{8}$

18. ④

구하는 경우의 수는 네 자연수 $a,\ b,\ c,\ d$에 대하여 적어도

하나 이상의 자연수가 5이고 $a+b+c+d=12$인 순서쌍

$(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수와 같다.

i) 세 개 이상의 자연수가 5일 때

$a+b+c+d>12$이므로 조건을 만족하지 않는다.

ii) 두 개의 자연수가 5일 때

나머지 두 자연수는 항상 1이 되므로 구하는 경우의 수는

네 자연수 중 5인 두 자연수를 고르는 경우의 수와 같으므로

${}_4\mathrm{C}_2=6$

iii) 한 개의 자연수가 5일 때

나머지 세 자연수를 $x,\ y,\ z$라 할 때 $x+y+z=7$이고

세 자연수 $x,\ y,\ z$의 순서쌍 중 $(5,\ 1,\ 1)$, $(1,\ 5,\ 1)$, $(1,\ 1,\ 5)$를

제외해야 하므로 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는 ${}_3\mathrm{H}_4-3=12$

($x=x'+1$, $y=y'+1$, $z=z'+1$이라 할 때, $x'+y'+z'=4$를

만족시키는 순서쌍의 개수를 구한 것임)

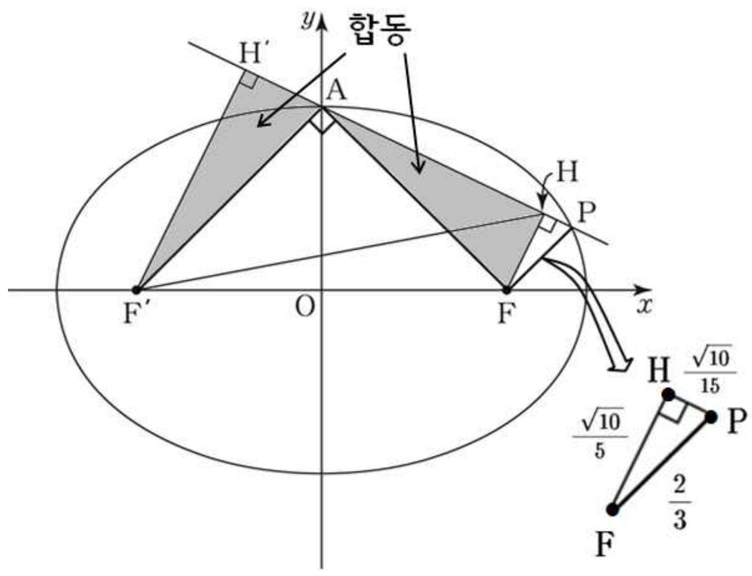
네 자연수 중 어느 자연수가 5이더라도 동일한 상황이므로

네 자연수 중 5인 한 자연수를 고르는 경우의 수를 고려하면

구하는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1\times12=48$

따라서 구하는 모든 경우의 수는 $6+48=54$

19. ⑤



타원의 정의에 의하여 $\overline{\mathrm{PF'}} + \overline{\mathrm{PF}} = 4$이고 $\overline{\mathrm{PF'}} = \frac{10}{3}$이므로

$\overline{\mathrm{PF}} = \frac{2}{3}$이고 직각삼각형 FPH에 대하여 피타고라스 정리에

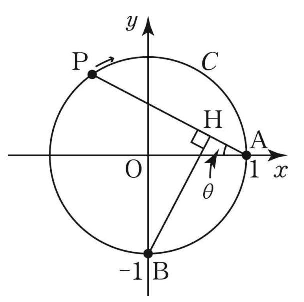
의하여 $\overline{\mathrm{FH}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$ 이다.

삼각형 AFH 와 삼각형 F′AH′ 은 합동이므로 $\overline{\mathrm{F'H'}} = \overline{\mathrm{AH}}$이고

따라서 직각삼각형 AFH 에서 피타고라스정리에 의하여

$\overline{\mathrm{AH}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$ 이므로 구하는 길이는 $\frac{3\sqrt{10}}{5}$

20. ④



직선 BH와 x축의 교점을 C라 할 때, 삼각형 ACH와

삼각형 BCO가 닮음이므로 $\angle\mathrm{OBH} = \angle\mathrm{PAO} = \theta$에서 $h_1(\theta) = \theta$

따라서 $\overline{\mathrm{OC}} = \tan\theta$에서 $\overline{\mathrm{AC}} = 1 - \tan\theta$이므로

$\overline{\mathrm{AH}} = (1 - \tan\theta) \times \cos\theta = \cos\theta - \sin\theta$이다.

$f(\theta) = 1 - \cos\theta \times \overline{\mathrm{AH}}$, $g(\theta) = \sin\theta \times \overline{\mathrm{AH}}$이므로 $h_2(\theta) = \cos\theta - \sin\theta$

따라서 $\sin 2\theta = \sin(\theta + \theta) = 2\sin\theta\cos\theta$를 이용하여 식을 정리하면

$$f(\theta) = 1 - \cos\theta \times (\cos\theta - \sin\theta) = \frac{1}{2}\sin 2\theta + \sin^2\theta$$

$$g(\theta) = \sin\theta \times (\cos\theta - \sin\theta) = \frac{1}{2}\sin 2\theta - \sin^2\theta$$

이므로

$a = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\{f'(\theta)\}^2 + \{g'(\theta)\}^2}\, d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{2}\, dx = \frac{\sqrt{2}}{4}\pi$에서

따라서 $\frac{1}{a} \times h_1\left(\frac{\pi}{6}\right) \times h_2\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{6}$

21. ⑤

ㄱ. 주어진 (나)의 식에서 양변을 미분하면

$g(x + f(a)) = f(x) + xf'(x) \cdots$ ① 이고

여기에 x 대신 $-x$ 를 대입하면

$g(-x + f(a)) = f(-x) - xf'(-x) \cdots$ ② 이다.

①의 식과 ②의 식을 변끼리 더하면

$$g(x + f(a)) + g(-x + f(a)) = f(x) + f(-x) + x(f'(x) - f'(-x)) = 0$$

((가)의 식에서 $f(x) + f(-x) = 0$, $f'(x) - f'(-x) = 0$이다.)

따라서 곡선 $y = g(x)$ 는 점 $(f(a),\ 0)$ 에 대하여 대칭이다. **(참)**

ㄴ. (나)에서 주어진 등식에 $x = 0$ 을 대입하면

$\int_a^{f(a)} g(t)\,dt = 0$ 이고 $g(x)$ 는 점 $(f(a),\ 0)$ 에 대하여 대칭이고

증가함수이므로 $f(a) = a$ 이어야 한다. **(참)**

ㄷ. ㄱ, ㄴ에서 $g(x + f(a)) = g(x + a) = f(x) + xf'(x)$ 이다.

이 때, 함수 $f(x)$는 닫힌 구간 $[0, a]$에서 연속이고, 열린

구간$(0,\ a)$에서 미분가능하고 (가)의 식에서 $f(0) = 0$이고

$f(a) = a$이므로 평균값의 정리에 의하여 $f'(k) = \frac{f(a) - 0}{a - 0} = 1$

를 만족시키는 실수 k가 구간 $(0, a)$에 적어도 하나 이상 존재한다.

따라서 $f(k) + k = g(k + a)$를 만족시키는 실수 k 가 존재한다. **(참)**

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

22. 6

합성함수의 미분법에 의하여

$f'(x) = 3(e^x + 1)(e^x + x)^2$이므로 $f'(0) = 6$

23. 4

$2^{x+3} \times 4^x = 2^{x+3} \times 2^{2x} = 2^{3x+3} = 2^{15}$에서

$3x + 3 = 15$이므로 $x = 4$

24. 13

다섯 사람이 임의로 우산을 가져가는 경우의 수는 ${}_5\mathrm{P}_5 = 5! = 120$

두 사람이 자신의 우산을 가지고 가지 했을 경우의 수는 다섯 명 중 순서와 관계없이 두 명을 뽑는 경우로 생각하면 ${}_5\mathrm{C}_2 = 10$

따라서 구하려는 확률은 $\frac{10}{120} = \frac{1}{12}$이므로 $p + q = 12 + 1 = 13$

25. 9

선분 AB의 중점을 M이라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{PA}}+\overrightarrow{\mathrm{PB}}=2\overrightarrow{\mathrm{PM}}$이다.
따라서 $|\overrightarrow{\mathrm{PA}}+\overrightarrow{\mathrm{PB}}|=2|\overrightarrow{\mathrm{PM}}|=13$이므로 점 P는 점 M을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{13}{2}$인 원 위의 점이다.

이 때, $\overline{\mathrm{AB}}=5$이므로 $\overline{\mathrm{AM}}=\frac{5}{2}$이고 세 점 A, M, P가 이 순서로 일직선 위에 있을 때 선분 AP의 길이가 최대가 되므로 구하는 선분 AP의 길이의 최댓값은 $\frac{13}{2}+\frac{5}{2}=9$

26. 14

$h(x)=\begin{cases} f(x)=x^3+x-1 & (x\ge 1) \\ (ax+b)g(x) & (x<1)\end{cases}$ 에서
함수 $h(x)$의 도함수 $h'(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이려면 두 함수 $y=x^3+x$, $y=(ax+b)g(x)$의 도함수가 모두 실수 전체의 집합에서 연속이므로

i) 함수 $h(x)$가 $x=1$에서 연속

$\lim_{x\to 1+}h(x)=1$, $\lim_{x\to 1-}h(x)=(a+b)g(1)=a+b$ 에서 $a+b=1$ ⋯ ㉠
$(f(1)=1$이므로 $g(1)=1)$

ii) 함수 $h(x)$의 도함수 $h'(x)$가 $x=1$에서 연속

$h'(x)=\begin{cases} 3x^2+1 & (x>1) \\ ag(x)+(ax+b)g'(x) & (x<1)\end{cases}$ 이고

$\lim_{x\to 1+}h'(x)=4$, $\lim_{x\to 1-}h'(x)=ag(1)+(a+b)g'(1)=a+\frac{1}{4}$ 에서

(㉠에서 $a+b=1$이고 $g'(1)=\frac{1}{f'(1)}=\frac{1}{4}$)

$4=a+\frac{1}{4}$이므로 $a=\frac{15}{4}$, $b=-\frac{11}{4}$

따라서 $g(-3)=(-3a+b)g(-3)=\left(-\frac{45}{4}-\frac{11}{4}\right)\times(-1)=14$
$(f(-1)=-3$이므로 $g(-3)=-1)$

27. 20

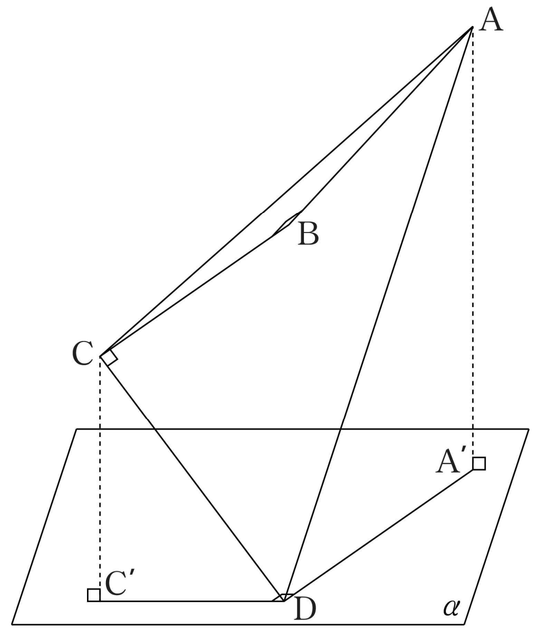
쌍곡선과 원 $x^2+y^2=4$는 두 점, $(2,\ 0)$, $(-2,\ 0)$에서만 만나므로 쌍곡선의 성질에 의하여 $\overline{\mathrm{AF'}}-\overline{\mathrm{AF}}=2a=4$
따라서 $\overline{\mathrm{AF}}=4$에서 $\overline{\mathrm{AF'}}=8$

직선 AF′가 원에 접하는 접점을 P라고 하면 $\overline{\mathrm{OP}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AF}}=2$이고
따라서 이므로 삼각형 POF′와 삼각형 AFF′가 SAS 닮음이다.
(단, O는 원점)
따라서 $\angle\mathrm{FAF'}=90^\circ$이므로 피타고라스의 정리에 의하여
$a^2+b^2=\overline{\mathrm{OF}}^2=\frac{1}{4}\overline{\mathrm{FF'}}^2=20$

28. 7

정규분포곡선의 성질에 의하여 정규분포곡선과 x축 사이의 넓이는 1이다.
따라서 상수 $\mathrm{P}(f(4)\le X\le g(10))$에 대하여
$\mathrm{P}(f(4)\le X\le g(10))\ne 0$ 이라면 위 성질을 위배하므로
$\mathrm{P}(f(4)\le X\le g(10))=0$ 이어야만 한다.
따라서 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 일치해야 하고
$\mathrm{E}(X)=\mathrm{E}(Y)$로 해석하면 $\mathrm{E}(X)$의 값은 두 수 4와 10의 평균인 7
(정규분포를 따르는 확률변수 X와 $-X+k$는 표준편차가 서로 같으므로 정규분포 곡선이 일치하는 경우가 존재할 수 있다.)

29. 18



직선 BC가 평면 α와 평행하므로 직선 BC는 평면 α 위의 어느 직선 l과 반드시 평행해야 한다고 생각할 수 있다.
삼수선의 정리에 의하여 $\angle\mathrm{A'DC}=\frac{\pi}{2}$이므로 평행선의 성질에 의하여 직선 BC와 직선 A′D가 서로 평행하다.
직선 BC와 직선 A′D가 서로 평행하고 $\overline{\mathrm{A'B}}=\overline{\mathrm{CD}}$이므로 사각형 A′BCD가 평행사변형이고 따라서 $\angle\mathrm{A'BC}=\frac{\pi}{2}$이다.
따라서 이면각의 정의에 의하여 $\angle\mathrm{ABA'}=\frac{\pi}{2}$이고
$\angle\mathrm{AA'D}=\angle\mathrm{BA'D}=\frac{\pi}{2}$이므로 삼수선의 정리에 의하여
직선 AB는 평면 A′BCD에 수직이므로 사면체 ABCD의 부피 조건에 의하여 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CB}}=3$
따라서 삼수선의 정리에 의하여 $\angle\mathrm{ACD}=\frac{\pi}{2}$이므로
삼각형 ACD의 넓이가 $6\sqrt{2}$이다.
선분 CD′의 길이는 점 B와 직선 AA′ 사이의 거리와 같으므로 $\frac{12}{5}$이고 따라서 삼각형 A′DC′의 넓이는 $\frac{18}{5}$이다.
따라서 $6\sqrt{2}\,cos\theta=\frac{18}{5}$에서 $\cos\theta=\frac{3}{5\sqrt{2}}$이므로 $100\cos^2\theta=18$

30. 2

조건 (나)에서 $f(0) = -1$이고 모든 실수 x에 대하여

$i)\ g'(x) = f(x) + f(-x) \le 0$

조건 (다)에서 함수 $g(x)$가 감소함수이면서 기함수이므로
모든 실수 x에 대하여

$ii)\ x+1 \ge 0$이고 $f(x) \ge 0$
$iii)\ (x+1)f(x) \le 0$일 때, $f(x) \ge -(x+1)$

($x+1$과 $f(x)$의 부호가 다를 때 둘 중 양수인 것이 음수인 것의 절댓값보다 크다는 것으로 이해.)

조건 (가)에서 $x<0$일 때, $f(x) = kx - 1$이라고 하자.
$k > -1$이면 $x \ge 0$일 때, 조건 $iii)$을 위배하는 경우가 존재하고
$k < -1$이면 $x < 0$일 때, 조건 $iii)$을 위배하는 경우가 존재하므로 $k = -1$이다.

$x > 0$일 때, $i)$에서 $f(x) \le -f(-x) = -x+1$이므로
조건 $iii)$에서 $x \ge 1$인 모든 실수 x에 대하여
$a\sin(x+b) + cx + d \ge -x-1$
($x \ge 1$일 때, $-x+1 \le 0$이므로 $f(x) \le 0$이고 $x+1 \ge 0$)

이 때, $-a \le a\sin(x+b) \le a$이므로
$c < -1$이면 $iii)$을 위배하는 경우가 존재하고
$c > -1$이면 $i)$을 위배하는 경우가 존재하므로 $c = -1$

$f(0) = -1$, $f'(0) = -1$이므로
$a\sin b + d = -1$ ⋯ ㉠, $a\cos b + c = -1$에서 $\cos b = 0$ ⋯ ㉡
($a = 0$이면 $f(x) = -x-1$인 경우밖에 없으므로 $f(x)+x+1=0$을 만족시키는 양수 x의 최솟값을 알 수 없을뿐더러 문제에서 요구하는 정적분값의 최댓값을 구하는 상황에서 벗어난다.)

$f(m) = -m-1$에서 $ii)$에 의하여 $f'(m) = -1$이므로
$a\sin(m+b) + cm + d = -m-1$에서 $asin(m+b) + d = -1$ ⋯ ㉢
$a\cos(m+b) + c = -1$에서 $\cos(m+b) = 0$ ⋯ ㉣
㉠~㉣에서 $\sin b = \sin(m+b)$, $\cos b = \cos(m+b)$이므로 $m = 2\pi$

$x > 0$일 때, 곡선 $y = f(x)$의 개형을 고려하고 정적분을
곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = -x-1$ 사이의 넓이로 해석하면
조건 $i)$에 의하여 곡선 $y = f(x)$가 직선 $y = -f(-x) = -x+1$에
접할 때 정적분 $\int_0^m \{f(x)+x+1\}dx$가 최댓값을 가진다.

㉡, ㉣에서 곡선 $y = f(x)$가 $x = \pi$일 때 직선 $y = -x+1$과
접하므로 $-a\sin b - \pi + d = -\pi + 1$에서 $-a\sin b + d = 1$ ⋯ ㉤
㉠, ㉤을 연립하면 $d = 0$, $a = \pm 1$

따라서 $x > 0$일 때, $f(x) = \pm\sin(x+b) - x$일 때 정적분이
최댓값을 가지고 그 값을 구하면

$$\int_0^{2\pi} \{\pm\sin(x+b)+1\}dx = \Big[\pm\cos(x+b)+x\Big]_0^{2\pi} = 2\pi$$

(㉡, ㉣에 의하여 $a=1$ 또는 $a=-1$인 모든 경우에서 성립)

따라서 $p+q = 2+0 = 2$